

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO**  
**CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO**  
**MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

---

**“TÉCNICAS INNOVADORAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRÁFICOS, EN LA ENSEÑANZA -APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES REALES EN EL SEGUNDO AÑO DEL BACHILLERATO DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR “CONSEJO PROVINCIAL DE PICHINCHA”**

---

**TESIS DE GRADO**

**Previa a la obtención del Título de  
Magíster en Docencia Matemática**

**AUTOR**

**Lic. Marcelo Analuisa T.**

**TUTOR**

**Dr. Carlos Reyes Reyes**

**Ambato - Ecuador**

**2010**

**AL CONSEJO DE POSGRADO DE LA  
UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO**

El Comité de defensa de la Tesis de Grado , aprueban el Informe de Investigación sobre el tema: “Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la enseñanza -aprendizaje de las Funciones Reales en el Segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”, presentado por el Maestrante Marcelo Analuisa Torres, y conformada por: Ing. Mg. Washington Medina Guerra, Ing. Mg. Alexis Sánchez Miño, Ing. Mg. Carlos Meléndez Tamayo, Miembros del Tribunal de Defensa. El Dr. Carlos Reyes Reyes, Director de Tesis de Grado y Presidido por el Ing. MSc. Luis Velásquez Medina Director del CEPOS-UTA , una vez escuchada la defensa oral y revisada la Tesis de Grado escrita en la cual se ha constatado el cumplimiento de las observaciones realizadas por el tribunal de Defensa de la Tesis, remite la presente Tesis para uso y custodia en la Biblioteca de la UTA

Para constancia firman

.....  
Ing. MSc. Luis Velásquez Medina  
Presidente del Tribunal de Defensa

.....  
Ing. MSc. Luis Velásquez Medina  
Director del CEPOS

.....  
Dr. Carlos Reyes Reyes  
Director de Tesis

.....  
Ing. Mg. Washington Medina Guerra  
Miembro del Tribunal

.....  
Ing. Mg. Alexis Sánchez Miño  
Miembro del Tribunal

.....  
Ing. Mg. Carlos Meléndez Tamayo  
Miembro del Tribunal

## **APROBACIÓN DEL TUTOR**

En mi calidad de Tutor del trabajo de investigación sobre el tema: TEMA:

“Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la enseñanza - aprendizaje de las Funciones Reales en el Segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”, del estudiante Marcelo Analuisa Torres, alumno del Programa de Maestría en Docencia Matemática, considero que dicho informe investigativo reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la evaluación del jurado examinador designado por el H. Consejo de Posgrado.

Ambato Marzo, 2010

### **EL TUTOR**

.....

**Dr. Carlos Reyes Reyes**

## **AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN**

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema: “Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales en el Segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”, como también los contenidos, ideas, análisis, conclusiones y propuesta, son de exclusiva responsabilidad de mi persona, como autor de este trabajo de grado y el patrimonio intelectual de la misma a la Universidad Técnica de Ambato

Ambato Marzo, 2010

### **EL AUTOR**

.....

**Lic. Marcelo Analuisa Torres**

## **AGRADECIMIENTO**

Mi sincero agradecimiento a la Universidad Técnica de Ambato por dar la oportunidad de seguir la maestría y desarrollar un trabajo a favor de quienes más lo necesitan.

A los Directivos y Docentes quienes en calidad de Tutores en los diferentes módulos entregaron sus conocimientos.

A las estudiantes del Instituto Tecnológico Superior Consejo Provincial de Pichincha” del segundo año del bachillerato de la especialidad Físico Matemático, por brindarme las facilidades para realizar la investigación.

A mi familia y en especial a mi esposa e hijas que han sido el soporte para llevar adelante éste trabajo.

MACHELO

## ÍNDICE GENERAL

PORTADADA	pp.
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO	ii
APROBACIÓN DEL TUTOR	iii
AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN	iv
AGRADECIMIENTO	v
INDICE GENERAL	vi
INDICE DE CUADROS	ix
INDICE DE GRAFICOS	x
RESUMEN	xii
INTRODUCCIÓN	xiii

### CAPÍTULO I

#### EL PROBLEMA

1.2. Planteamiento del problema	1
1.2.1. Contextualización	1
1.2.2. Análisis Crítico	5
1.2.3. Prognosis	7
1.2.4. Formulación del problema	7
1.2.5. Preguntas Directrices	7
1.2.6. Delimitación del problema	8
1.3. Justificación	8
1.4. Objetivos	10
1.4.1. General	10
1.4.2. Específicos	10

### CAPÍTULO II

#### MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes	11
2.2. Fundamentación Filosófica	11
2.2.1. Fundamentación Ontológica	15
2.2.2. Fundamentación Axiológica	16
2.2.3. Fundamentación Epistemológica	16
2.3. Categoría Fundamentales	18
2.3.1. Técnicas para la Enseñanza	19

2.3.2. Técnicas para la Enseñanza de la Matemática	24
2.3.3. Utilización de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos	26
2.4. Enseñanza-Aprendizaje	39
2.4.1. Aprendizaje	39
2.4.2. Enseñanza	45
2.5. Definición de Términos Básicos	54
2.6. Hipótesis	57
2.7. Señalamiento de las Variables	57

### **CAPÍTULO III METODOLOGÍA**

3.1. Enfoque	58
3.2. Modalidad Básica de la Investigación	58
3.3. Tipo de Investigación	58
3.4. Población y muestra	59
3.5. Técnicas e instrumentos de recolección de datos	59
3.6. Operacionalización de las variables	60
3.7. Recolección de Información	62
3.8. Plan de procesamiento de la Información	63

### **CAPÍTULO IV ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

4.1. Análisis de Resultados	64
4.1.1. Resultados Docentes	65
4.1.2. Resultados Estudiantes	75
4.2. Verificación de la Hipótesis	85
4.2.1. Modelo Lógico	86
4.2.2. Modelo Matemático	86
4.2.3. Modelo Estadístico	86
4.3. Cálculo del CHI CUADRADO	87

### **CAPÍTULO V CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

5.1. Conclusiones	91
5.1.1. Conclusiones Parciales	91
5.1.2. Conclusiones Generales	92

5.2. Recomendaciones	92
----------------------	----

## **CAPÍTULO VI**

### **PROPUESTA**

6.1. Título	94
6.2. Datos Informativos	94
6.3. Antecedentes de la Propuesta	95
6.4. Justificación	97
6.5. Objetivos	98
6.5.1. General	98
6.5.2. Específicos	99
6.6. Análisis de Factibilidad	99
6.7. Fundamentación Científica - Técnica	100
6.7.1. Pilares de la Educación	100
6.7.2. Metodología de la Guía	102
6.7.3. Programa de Estudios	108
6.7.4. Contenidos	108
6.7.5. Recursos	108
6.7.6. Evaluación	109
6.8. Descripción de la Propuesta	109
6.8.1. Unidad Uno.- Técnicas Didácticas	111
6.8.2. Unidad Dos.- Recursos Didácticos	126
6.8.3. Unidad Tres.- Funciones Reales	139
6.9. Operativización de la propuesta	198
6.10. Plan Operativo	199
6.11. Previsión de la Evaluación	200
6.12. Presupuesto de la Propuesta	201
6.13. Financiamiento	201
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>202</b>

### **ANEXOS**

ANEXO 1 Encuesta Dirigida a Docentes	205
ANEXO 2 Encuesta Dirigida a Estudiantes	206
ANEXO 3 Encuesta Dirigida a Docentes Tabulada	207
ANEXO 4 Encuesta Dirigida a Estudiantes Tabulada	208



## ÍNDICE DE CUADROS

	<b>REFERENCIA</b>	<b>pp.</b>
Cuadro 1	Paradigma Histórico Social	14
Cuadro 2	Técnicas de Enseñanza	19
Cuadro 3	Unidades de Observación	59
Cuadro 4	Recolección de Información	62
Cuadro 5	Técnicas Informáticas	65
Cuadro 6	Técnica del Mentefacto	66
Cuadro 7	Diagrama Uve	67
Cuadro 8	Organizadores Gráficos	68
Cuadro 9	Técnica Verbal	69
Cuadro 10	Técnica Audiovisual	70
Cuadro 11	Software Matemático	71
Cuadro 12	Teoría-Práctica	72
Cuadro 13	Incidencia Positiva	73
Cuadro 14	Utiliza Guía	74
Cuadro 15	Utiliza Organizadores Gráficos	75
Cuadro 16	Mejorará la E-A al utilizar Software Matemático	76
Cuadro 17	Utiliza Mapas Conceptuales	77
Cuadro 18	Utiliza Dictado	78
Cuadro 19	Importancia Teoría-Práctica	79
Cuadro 20	Laboratorios de Computación	80
Cuadro 21	Existe Software Matemático	81
Cuadro 22	Uso de Software Matemático	82
Cuadro 23	Incidencia de Software y Organizadores	83
Cuadro 24	Utilización de Guía	84
Cuadro 25	Distribución del Chi Cuadrado	87
Cuadro 26	Ítems 1-2	88
Cuadro 27	Cálculo del Chi Cuadrado	89
Cuadro 28	Función vs. Ecuación	181
Cuadro 29	Operacionalización	198
Cuadro 30	Plan Operativo	199
Cuadro 31	Previsión de la Evaluación	200
Cuadro 32		201

## ÍNDICE DE GRÁFICOS REFERENCIA

		PP
Gráfico 1	Árbol de Problemas	5
Gráfico 2	Organizador de Variables	18
Gráfico 3	Pantalla de Gráficos	33
Gráfico 4	Gráfica de Funciones	33
Gráfico 5	Pantalla del Cientific WorkPlace	34
Gráfico 6	Diagrama “UVE”	37
Gráfico 7	Mentefacto	38
Gráfico 8	Mentefacto de Funciones Reales	53
Gráfico 9	¿Las Técnicas y los Organizadores pueden ser utilizados en Matemática?	65
Gráfico 10	¿La Técnica del Mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en las estudiantes?	66
Gráfico 11	¿Utiliza el Diagrama UVE para las prácticas de las Funciones Reales?	67
Gráfico 12	¿Los Organizadores Gráficos ayudarán al fortalecimiento teórico de las Funciones Reales?	68
Gráfico 13	¿La Técnica Verbal es la única que se debe utilizar en el P.E.A de la Matemática?	69
Gráfico 14	¿Las Técnicas Audiovisuales favorecerá el P.E.A. de las Funciones Reales?	70
Gráfico 15	¿Las Gráficas de las Funciones Reales mejorarán con el uso del Software Matemático?	71
Gráfico 16	¿Se establecen relaciones entre la teoría con la práctica en las Funciones Reales?	72
Gráfico 17	¿Incidirá positivamente la utilización de Técnicas y Organizadores Gráficos en el P.E.A. de las Funciones Reales?	73
Gráfico 18	¿Utilizaría una Guía de Técnicas y Organizadores Gráficos para facilitar el P.E.A de las Funciones Reales?	74
Gráfico 19	¿Ha utilizado Software Matemático y Organizadores Gráficos en Matemáticas?	75
Gráfico 20	¿Mejorará el P.E.A. de las Funciones al usar Software y	76

	Organizadores Gráficos?	
Gráfico 21	¿El Docente utiliza Mapas Conceptuales para enseñar Funciones?	77
Gráfico 22	¿El Docente utiliza el dictado en las clases de Matemáticas?	78
Gráfico 23	¿El Docente le da mayor importancia a la teoría que la práctica?	79
Gráfico 24	¿Cuenta el Instituto con laboratorios de computación actuales?	80
Gráfico 25	¿Existe en el Instituto Software actualizado para el P.E.A. de las Funciones?	81
Gráfico 26	¿El Docente utiliza Software para enseñar Funciones?	82
Gráfico 27	¿Incidirá positivamente la utilización de Software y Organizadores Gráficos?	83
Gráfico 28	¿Utilizaría una Guía de Técnicas Didácticas para mejorar el P.E.A. de las Funciones?	84
Gráfico 29	Pilares de la Educación	102
Gráfico 30	Mentefacto	116
Gráfico 31	Función Cuadrática	117
Gráfico 32	Diagrama UVE	119
Gráfico 33	Inecuación Irracional	120
Gráfico 34	Mentefacto de las Funciones Reales	147
Gráfico 35	Mentefacto de la Función Afín	156
Gráfico 36	Dominio y Rango de la Función Afín	157
Gráfico 37	Dominio y Rango de la Función Lineal	165
Gráfico 38	Mentefacto de la Función Lineal	168
Gráfico 39	Dominio y Rango de la Función Identidad	172
Gráfico 40	Mentefacto de la Función Identidad	173
Gráfico 41	Mentefacto de la Función Cuadrática	182
Gráfico 42	Vértice de la Función Cuadrática	183
Gráfico 43	Mentefacto de la Función Exponencial	196
Gráfico 44	Mentefacto de la Función Logarítmica	197

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO**  
**CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO**  
**MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

**“TÉCNICAS INNOVADORAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRÁFICOS, EN LA ENSEÑANZA -APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES REALES EN EL SEGUNDO AÑO DEL BACHILLERATO DEL INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR “CONSEJO PROVINCIAL DE PICHINCHA”**

**Autor: Lic. Marcelo Analuisa T.**

**Director de Tesis: Dr. Carlos Reyes**

**Fecha: Marzo 28 del 2010**

**RESUMEN**

Con la implementación de las Nuevas Tecnologías y la necesidad imperiosa de mejorar el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática, en el que predomina el sistema oral, también se hace necesario que éste proceso sufra un viraje en la forma como se ha venido impartiendo las clases, a fin de armonizar teoría-práctica. Es así que el presente estudio tiene como propósito fundamental generar una Guía de capacitación estable de ideas sobre: Técnicas, recursos didácticos y funciones reales, con la finalidad de lograr el propósito planteado se buscará caracterizar la situación actual y las experiencias de los docentes de Matemática para lograr una visión diagnóstica. Sobre la base de esta información se pretende que el Instituto pueda desarrollar cambios profundos en la gestión educativa y principalmente en las técnicas- con visión holística para reformularla, con el fin de asegurar la calidad educativa y académica, fundamentados teóricamente en la aplicación de lineamientos estratégicos con enfoques diferentes y alta confiabilidad. Además, contar con Políticas internas propias para lograr un estado de mejoramiento continuo y así poder avanzar en la construcción de programas de Matemática altamente competitivos, vinculados a la producción del conocimiento científico, tecnológico y humanístico, y a las demandas de la sociedad ecuatoriana. La metodología empleada se apoyará en los lineamientos inherentes a la investigación cuali – cuantitativa, se aplicará la encuesta, a toda la población de 67 estudiantes y 12 docentes del Área, 2 autoridades. Estos resultados serán procesados en forma muy confidencial y técnica para establecer la realidad educativa del Instituto y tratar de establecer cambios significativos en la calidad de enseñanza aprendizaje y en base de ello, proponer una estructura innovadora apoyada en nuevos paradigmas y modelos alternativos de gestión que coadyuven al mejoramiento de la educación de los ecuatorianos.

**Descriptor:** Guía de capacitación docente, técnicas y recursos didácticos; factibilidad, enfoques, holística

## INTRODUCCIÓN

Las Nuevas reformas curriculares surgidas como consecuencia de la implementación de la nueva Ley de Educación en el país, en donde todavía predomina el sistema oral para el proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática, ha provocado un cambio profundo en la forma como se debe seguir estos procesos de cambio, lo que a la vez redundará en los procesos de enseñanza aprendizaje que se deben impartir en las aulas secundarias, pues se debe pasar de una concepción eminentemente oral a una nueva forma netamente constructivista de la matemática.

El problema observado es la debilidad en la que toda la comunidad educativa está involucrada y más aún los docentes que somos la espina dorsal de la educación y los llamados a resolver éstos problemas didácticos, para estar a la par con estos cambios, ha hecho necesario que se plantee la necesidad de esta propuesta a fin de contar con una guía didáctica para que en especial los docentes y discentes tengan un referente para facilitar la enseñanza-aprendizaje de las funciones reales.

La importancia de esta propuesta es fundamental, ya que parte de la combinación del desarrollo científico-técnico y de los recursos que tiene el Instituto, se resalta porque deja de lado la formación solo de carácter teórico para pasar a la práctica a fin de preponderar la importancia de la matemática y su relación con todas las ciencias

La investigación abordó lo referente a las técnicas, recursos didácticos y las funciones reales, para la capacitación docente para perfeccionar el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y se desarrolló en los siete capítulos que engloban lo siguiente:

El primer capítulo tiene el planteamiento del problema, la formulación del problema, las preguntas directrices, los objetivos generales y específicos, la justificación e importancia y las limitaciones.

En segundo capítulo, se tocó el marco teórico que contiene a los antecedentes, la fundamentación teórica, la fundamentación filosófica, y la caracterización de las variables.

El capítulo tercero, se refiere a la metodología, donde se trata el enfoque, modalidad y tipo de investigación, población y muestra, técnicas y recolección de datos, Operacionalización de las variables y su matriz, recolección de datos, plan para el procesamiento de datos.

En el capítulo cuarto se indica el marco administrativo, con su cronograma y presupuesto, bibliografía y anexos.

El capítulo quinto contiene el análisis e interpretación de resultados, de cada una de las preguntas realizadas a docentes y estudiantes del Instituto, además la verificación de la hipótesis con el Chi-cuadrado.

El sexto capítulo consta de las conclusiones y recomendaciones parciales y generales.

El capítulo séptimo consta la propuesta que se refiere a la forma como se considera se deben aplicar las técnicas didácticas en la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Por último se presenta las referencias bibliográficas y los anexos en los que constan el cuestionario que sirvieron de base para la encuesta de donde se extrajeron las conclusiones y recomendaciones de esta investigación.

# CAPÍTULO I

## EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 1.1 TEMA

“Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la Enseñanza - Aprendizaje de las Funciones Reales en el Segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”

### 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 1.2.1.- Contextualización

En la nueva Constitución del Ecuador (2008), Título VII, RÉGIMEN DEL BUEN VIVIR, Capítulo primero, Inclusión y equidad, en la Sección Primera sobre la Educación, en su Art. 343 dice: **“El sistema nacional de educación tendrá como finalidad el desarrollo de capacidades y potencialidades humanas y colectivas de la población, que posibiliten el aprendizaje, y la generación y utilización de conocimientos, técnicas, saberes, artes y cultura. El sistema tendrá como centro al sujeto que aprende, y funcionará de manera flexible y dinámica, incluyente, eficaz y eficiente”** Pág. 156

Los cambios vertiginosos que están transformando a nuestro país año tras año, para elevar los índices de calidad y poder ser competitivos en todos los aspectos, hace que en la nueva constitución en este artículo se fije al sujeto o estudiante como centro de todo el proceso educativo, por tanto se debe revisar, analizar los Contenidos Programáticos, Metodología y las Técnicas con las que el docente está inmerso en este proceso de enseñanza – aprendizaje de las Matemáticas, que es el pilar fundamental de todos los avances Tecnológicos y Científicos, y que aporta a la formación social e integral del ser humano.

Es decir, que el problema no es enseñar Matemáticas, sino enseñar a ser persona para que aprenda Matemáticas y con esta finalidad se contesta a la pregunta ¿Para qué se enseña las matemáticas? A más de esto, se enseña la importancia de la

matemática, y su relación con todas las asignaturas, el desarrollo del razonamiento, las habilidades intelectuales, a construir y reconstruir objetos reales.

En el Reglamento de la Ley de Educación, Capítulo XX,

R.- De los Profesores

Art. 139. Son deberes y atribuciones del nivel medio:

Lit. d) **“Elaborar la planificación didáctica desarrollando los planes de curso y unidad; utilizar técnicas y procesos que permitan la participación activa de los estudiantes; emplear materiales y otros recursos didácticos para objetivizar el aprendizaje y evaluar permanentemente el progreso”**

Es fundamental pasar de la enseñanza tradicional, en donde el estudiante es el receptor del conocimiento, los intereses no se toman en cuenta ni tampoco sus capacidades y solo se limita a aprender de memoria, a una enseñanza activa, en donde el estudiante es el sujeto activo, que participa y toma sus propias decisiones y el profesor solo orienta las actividades y tareas escolares. Esto se logra solo cuando se utilice Técnicas innovadoras que relacionen la teoría con la práctica.

Y más aún, llegar a un aprendizaje significativo, relacionando la realidad con el mundo tecnológico que tanto ha evolucionado, solo así se desarrollara en el estudiante la personalidad, la inteligencia y el razonamiento que es base fundamental para el desarrollo de la sociedad.

Es analfabeta la persona que no sabe leer ni escribir, en la actualidad, también lo es la persona que no se relaciona con el mundo de la tecnología y más aún con lo que dice la Constitución en su Art. 347, literal 8 **“Incorporar las tecnologías de la información y comunicación en el proceso educativo y propiciar el enlace de la enseñanza con las actividades productivas o sociales”** Pág. 157.

Con el apareamiento de las computadoras, se desarrolló la informática, lo que ha permitido el auge de programas computacionales de toda índole, permitiendo un



avance, la orientación a la enseñanza - aprendizaje y a la investigación de la matemática, entre los principales se tiene: Matlab, Derive, Cientific Work Place, Graficador de Funciones Matemáticas, el Grafic y el Gnuplot que son algunos software libre y otros privados.

Al igual que una calculadora científica sirve para trabajar con números, éstos programas a más de eso procesan variables, expresiones, ecuaciones, funciones, vectores y matrices, además de representaciones gráficas en dos y tres dimensiones, que es la aplicación más inmediata que se necesita para el tema de funciones, además son herramientas excelentes para optimizar el tiempo, hacer, aplicar y documentar el trabajo de matemáticas y lo más importante para aprender y enseñar matemáticas. Permiten también nuevos enfoques en la enseñanza – aprendizaje, como la comprensión, análisis, síntesis, creatividad, la comprobación seria y formal de resultados numéricos, gráficos, que de acuerdo a la enseñanza tradicional se requiere de cálculos extensos y muy laboriosos, dando la oportunidad a las estudiantes a que se concentren en otras cosas importantes de las matemáticas como: las definiciones, axiomas y teoremas que son los pilares fundamentales de la matemática.

Pero que en ningún momento estos programas reemplazarán al docente, ya que la matemática es meramente constructiva y hay que hacer y desarrollar en el aula, para comprender y entender el significado y el por qué de las cosas.

En la Ley de Educación y Reglamento, Art. 98 literal b) manifiesta que Son deberes y atribuciones del Vicerrector **“Responsabilizarse de la planificación, evaluación y desarrollo académico y pedagógico del establecimiento, en coordinación con el rector”**.

En realidad casi nunca este artículo se cumple, muchas veces la culpa es de los propios docentes y se hace hasta lo imposible por evadir esta responsabilidad. Es deber del vicerrector, dentro del desarrollo académico y pedagógico del establecimiento, asesorar y revisar las Técnicas que son utilizadas por parte de los

docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha” para la enseñanza-aprendizaje de la matemática.

Sin duda las personas beneficiadas serán los profesores del Área de matemáticas del Instituto, ya que el docente comparte ideas comunes sobre lo que constituye una buena formación científica, técnica, humanística y que está en condiciones de satisfacer todos los requerimientos de las estudiantes, utilizando Técnicas visuales que le permitan el desarrollo y crecimiento de la persona.

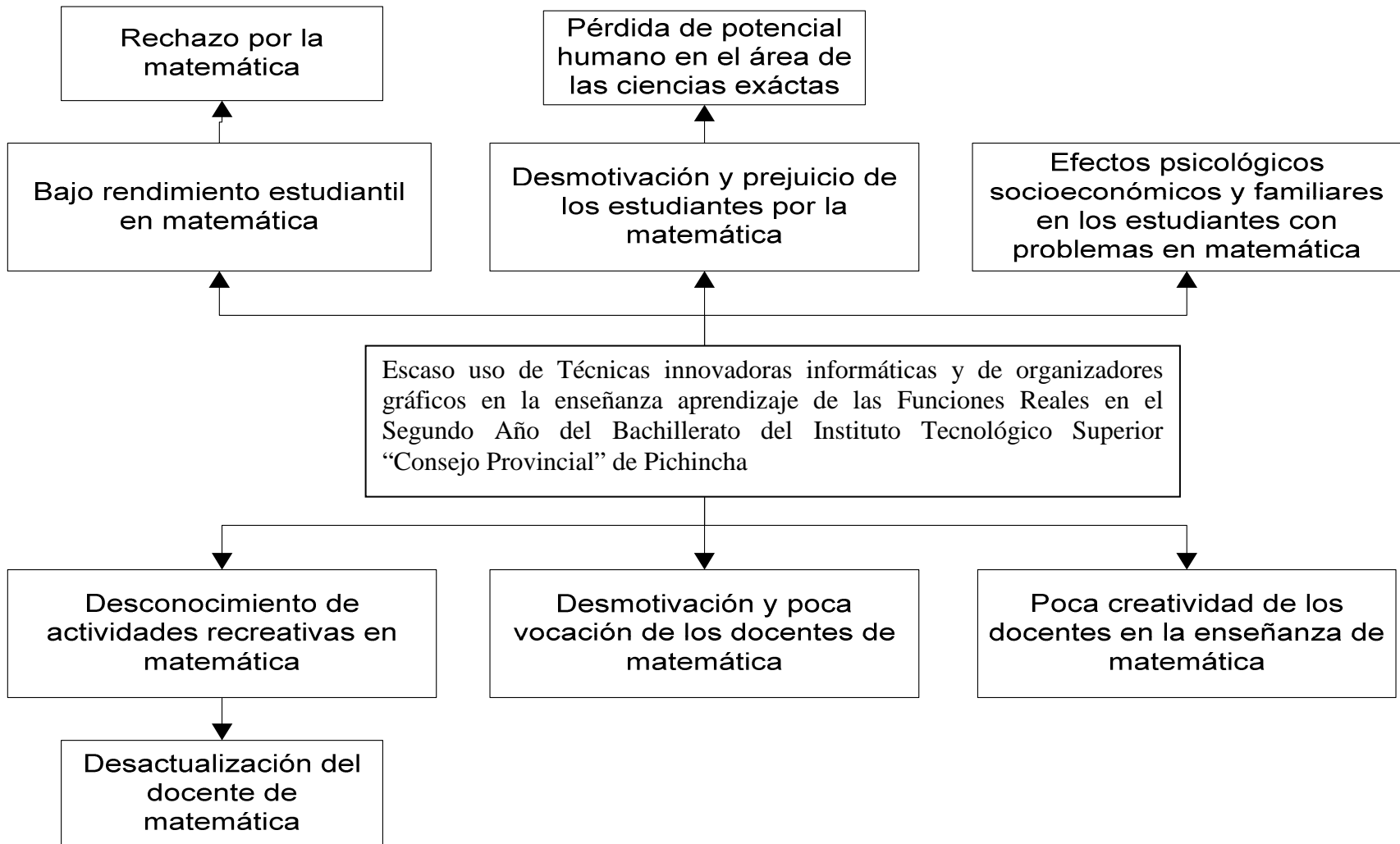
La utilización de Técnicas visuales en la actualidad son características propias de la educación de nuestro tiempo. Han surgido como reacción contra el memorismo exagerado de la escuela tradicional, que como características fundamentales era precisamente la pasividad de los estudiantes, el dogmatismo asfixiante y la ausencia de toda libertad de acción de los educandos.

**Según Benalcázar, H. (2009): “Mejorar los procesos de enseñanza aprendizaje, los métodos, los medios didácticos, el rendimiento de las estudiantes, actualizar los programas escolares, revisar las mallas curriculares, son algunas de las inquietudes, actividades, tareas, obligaciones permanentes en el sector educativo que debemos enfrentar uno de los componentes de este sector como somos los docentes.”**

El proceso educativo en cada Institución, antes del inicio de cada período escolar, se organizan, planifican, se unifican criterios, para que durante este proceso se ejecuten y sean evaluados según los objetivos y metas trazadas siguiendo una metodología apropiada, y en forma particular no se analizan las Técnicas con las que se deben tratar adecuadamente la enseñanza-aprendizaje de la matemática y de las Funciones Reales, ya que es la base fundamental para construir y desarrollar el Análisis Matemático.

## 1.2.2.-Análisis Crítico

Gráfico # 1: Árbol de Problemas  
Elaborado: El Autor



Los integrantes del área de matemáticas se reúnen antes de iniciar el año lectivo y es más cada semana se destina dos horas para la planificación, pero en ninguna de éstas se analizan las técnicas innovadoras más adecuadas para la enseñanza-aprendizaje que permitan visualizar la matemática de otra forma y se sigue con las clases teóricas, con el dictado, con la poca relación de la teoría con la práctica y solo se utiliza la calculadora científica a duras penas como instrumento de apoyo o cálculo, por tanto el desarrollo cognitivo de la estudiante no ha desarrollado, el aprendizaje memorístico sigue igual y peor aún no hay ninguna relación de la matemática con el desarrollo científico y tecnológico, a sabiendas que es la época de las innovaciones tecnológicas, que casi toda estudiante tiene un computador en casa, que el mundo del Internet está al alcance de todos.

Según encuestas y estudios realizados por el Centro de Matemáticas de la Universidad Central del Ecuador, más del 50 % de los bachilleres que ingresan a la Educación Superior Fiscal pierden el año en matemática, esto sin duda hace que no se pierda de vista al nivel secundario, muchos factores pueden estar inmersos, entre ellos, la falta de unificación de contenidos, de simbología, la axiomatización de la matemática y técnicas escritas - visuales adecuadas, e inclusive la falta de motivación, creatividad, desactualización y preparación del docente de matemática.

Esto hace que las estudiantes tengan bajo rendimiento, desmotivación y rechazo por la matemática, y las que egresan de la especialidad Física y Matemática del Instituto no sigan carreras técnicas en las universidades, y más bien opten por otras en las que el nivel de la matemática sea mínima, así lo revelan las encuestas que el Departamento de Investigación del Instituto realiza, por ejemplo de 32 egresadas, 3 están en Ingeniería Civil y solo una Arquitectura, por lo tanto la situación es muy preocupante. Así mismo existen pocas estudiantes que escogen esta carrera y las que lo hacen no encuentran la motivación adecuada y optan por cambiarse de especialidad, por consiguiente los efectos socio-económicos y familiares conocidos.

### **1.2.3.-Prognosis**

¿La poca o nada utilización de Técnicas innovadoras informáticas y de organizadores gráficos, en la enseñanza de las matemáticas, será la causa de insatisfacción y el fracaso del aprendizaje de las estudiantes del segundo año del Bachillerato del Instituto?

Si los docentes de matemática no ofrecen técnicas innovadoras para la enseñanza de la matemática acorde con la realidad y las exigencias de las nuevas tecnologías, a futuro tendrá una escasa demanda estudiantil y lo que es más tenderá a desaparecer la especialidad de Físico y Matemática y el consiguiente perjuicio de quienes les gusta la matemática a no tener acceso a carreras Técnicas en las Universidades, por tanto una persona que aporte técnicamente a la sociedad y al país.

### **1.2.4.- Formulación del Problema**

¿Cuál es la incidencia del escaso uso de Técnicas innovadoras Informáticas y de Organizadores Gráficos en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales en el Segundo Año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”?

### **1.2.5.-Preguntas Directrices**

¿Cómo es el proceso enseñanza – aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”?

¿Las Técnicas Innovadoras Informáticas y de Organizadores Gráficos permiten mejorar el aprendizaje de las Funciones Reales?

¿Es posible plantear una alternativa de solución para la problemática de las Técnicas Innovadoras Informáticas y de Organizadores Gráficos que se utilizan para la enseñanza – aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”?

¿Cuáles son las Técnicas Innovadoras que se utilizan para la enseñanza – aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”?

#### **1.2.6.- Delimitación del Problema**

**Campo:** Didáctica

**Área:** Matemática

**Aspecto:** Técnicas innovadoras informáticas y de organizadores gráficos

##### **1.2.6.1.- Delimitación Espacial:**

Esta investigación se realizará en el Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial” de Pichincha, que está ubicado en la provincia de Pichincha, cantón Quito, perteneciente a la parroquia de Chillogallo, en la Av. Ajaví Oe4 - 154 (Sector Solanda)

##### **1.2.6.2.- Delimitación Temporal:**

El presente trabajo de investigación tendrá una duración de siete meses, se iniciará la segunda quincena del mes de Noviembre del 2009, y culminará aproximadamente la primera quincena de Abril del 2010.

##### **1.2.6.3.- Unidades de Observación:**

- Vicerrectores
- Profesores del área de Matemática
- Estudiantes

### **1.3.- JUSTIFICACIÓN**

**“Sin la Técnica el hombre no existiría, ni habría existido nunca”**  
(Ortega y Gasset, Meditación de la Técnica)

La irrupción de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación o las llamadas NTIC’S, en la vida cotidiana y en la Educación, ha creado numerosas expectativas. Si, gracias a la técnica el hombre domina la naturaleza y se afirma frente a ella (Ortega), los nuevos medios inducen también vertiginosos cambios en

los modos de trabajar, divertirse, conocer y porque no en la enseñanza - aprendizaje de la matemática y en especial de las Funciones Reales. El lenguaje audiovisual y la interacción con los jóvenes, con los ordenadores en los juegos interactivos, búsqueda en Internet, conversaciones en Chat, mediatiza la interpretación de la información que llega a través de cualquier medio. La mayoría de ellos están acostumbrados a utilizar dispositivos, máquinas, teléfonos móviles y ordenadores con lo que se han habituado a un nuevo código de expresión y comunicación diferente a la tradicional.

Todo esto sugiere que los medios informáticos son instrumentos educativos que pueden favorecer la enseñanza - aprendizaje y así lo han entendido las instituciones públicas que vienen apoyando y equipando con laboratorios modernos.

En el Instituto hay tres salas de cómputo de las cuales ninguna está destinada para trabajar en matemáticas, creo que es hora de empezar y que pongan con horarios para que de manera paulatina, tanto docentes como estudiantes se vayan interesando por la utilización de esta técnica audio-visual.

La importancia de la Matemática se fundamenta en la parte socio – cultural, es decir, que la estudiante tenga una formación básica, para comprender situaciones que se presentan en la vida real, como: avances científicos, tecnológicos, de la cultura y el desarrollo del país, también como un medio de información entre personas, organizaciones e instituciones. Además, la matemática está dirigida a las personas o estudiantes para el desarrollo de la inteligencia, razonamiento, análisis, abstracción, disciplina, a la formación de mentes brillantes y científicos que aporten al desarrollo del país. Y por último la matemática está dirigida al lenguaje con el que se expresan las leyes, principios, métodos de cálculo, modelos en la misma matemática y en las otras ciencias, las ingenierías y la industria.

Mediante la utilización de técnicas innovadoras que posibiliten una mejor inter relación de la matemática con los docentes, para formar una empatía en los

ambientes del aprendizaje, tomando en cuenta que las matemáticas se utilizan en todas las actividades del ser humano, para la solución de problemas reales.

Por lo cual se hace necesario realizar este proyecto para proponer una guía de Técnicas innovadoras para la enseñanza - aprendizaje de la Matemática que será de mucha utilidad tanto a docentes del Área como a las estudiantes para lograr motivar y despertar el interés por las destrezas, habilidades y proporcionar un modo fácil y sencillo de aprender la matemática.

## **1.4.- OBJETIVOS**

### **1.4.1.- Objetivo General**

- Determinar la incidencia positiva de las Técnicas Innovadoras informáticas y organizadores gráficos en la enseñanza -aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial” de Pichincha.

### **1.4.2.- Objetivos Específicos:**

- Identificar las Técnicas Innovadoras informáticas y organizadores gráficos que contribuyan a manejar positivamente la enseñanza – aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”.
- Demostrar como es el proceso enseñanza – aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha” al aplicar técnicas innovadores informáticas y de organizadores gráficos.
- Proponer una metodología con las técnicas innovadoras informáticas y de organizadores gráficos para la enseñanza – aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”



## **CAPÍTULO II**

### **MARCO TEÓRICO**

#### **2.1.- ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS**

Revisadas las fuentes documentales bibliográficas de la Facultad de Ingeniería Civil de la Universidad Central del Ecuador, se encontró una tesis de grado con el Título “Ejercicios y Problemas propuestos y Resueltos de Funciones” realizada en septiembre del 2000, cuyo autor es Hugo Tobar.

“OBJETIVO GENERAL.- Elaborar material de apoyo para el docente de Matemática del ciclo diversificado para el estudio de funciones mediante una propuesta de ejercicios clasificados por: ejercicios didácticos, ejercicios de exposición, tareas técnicas y manipulaciones”. Pág. 2.

La intención de esta investigación no va más allá de cumplir el objetivo planteado, ya que no utiliza ningún organizador gráfico para explicar la teoría, además es muy simple. No existe la descripción y uso de ningún software matemático, que permita clarificar el comportamiento de la gráfica de cada función, como tampoco la profundidad y seriedad con la que se debe tratar este tema.

En el Internet, no se encontró temas similares o idénticas a la planteada en la presente investigación, razón por la cual se considera es un trabajo original.

#### **2.2.- FUNDAMENTACION FILOSÓFICA**

Se debe mencionar, que el presente trabajo tiene una fundamentación en el paradigma histórico-social, también llamado paradigma sociocultural o histórico-cultural, fue desarrollado por L.S. **Vigotsky** a partir de la década de 1920. Aún cuando Vigotsky desarrolla estas ideas hace varios años, es sólo hasta hace unas cuantas décadas cuando realmente se dan a conocer. Actualmente se encuentra en pleno desarrollo.

Para los seguidores del paradigma histórico-social: "**el individuo aunque importante no es la única variable en el aprendizaje. Su historia personal, su clase social y consecuentemente sus oportunidades sociales, su época histórica, las herramientas que tenga a su disposición, son variables que no solo apoyan el aprendizaje sino que son parte integral de él**", estas ideas lo diferencia de otros paradigmas.

Una premisa central de este paradigma es que el proceso de desarrollo cognitivo individual no es independiente o autónomo de los procesos socioculturales en general, ni de los procesos educacionales en particular. No es posible estudiar ningún proceso de desarrollo psicológico sin tomar en cuenta el **contexto histórico-cultural** en el que se encuentra inmerso, el cual trae consigo una serie de instrumentos y prácticas sociales históricamente determinados y organizados.

Para Vigotsky la relación entre sujeto y objeto de conocimiento no es una relación bipolar como en otros paradigmas, para él se convierte en un triángulo abierto en el que las tres vértices se representan por **sujeto, objeto de conocimiento** y los **artefactos o instrumentos socioculturales**. Y se encuentra abierto a la influencia de su contexto cultural. De esta manera la influencia del contexto cultural pasa a desempeñar un papel esencial y determinante en el desarrollo del sujeto quien no recibe pasivamente la influencia sino que la reconstruye activamente.

Gran parte de las propuestas educativas de las que se habla giran en torno al concepto de **Zona de Desarrollo Próximo (ZDP)** y al tema de la mediación.

Vigostky define la ZDP como "la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinada por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz".

Vigostky, ve en la imitación humana una nueva «**construcción a dos**» entre la capacidad imitativa del niño y su uso inteligente e instruido por el adulto en la

ZDP, de esta manera el adulto proporciona al niño auténticas funciones psicológicas superiores externas que le van permitiendo alcanzar conocimientos con mayores niveles de complejidad. Logrando así que, lo que el niño pueda hacer hoy con ayuda de un adulto, logre hacerlos mañana por sí sólo.

Por consiguiente, el papel de la interacción social con los otros (especialmente los que saben más: expertos, maestros, padres, niños mayores, iguales, etc.) tiene importancia fundamental para el desarrollo psicológico (cognitivo, afectivo, etc.) del niño-alumno.

Además de las relaciones sociales, la mediación a través de instrumentos físicos y psicológicos como: lenguaje, escritura, libros, computadoras, manuales, etc.) permiten el desarrollo del alumno. Tomando en cuenta que estos se encuentran distribuidos en un flujo sociocultural del que también forma parte el sujeto que aprende.

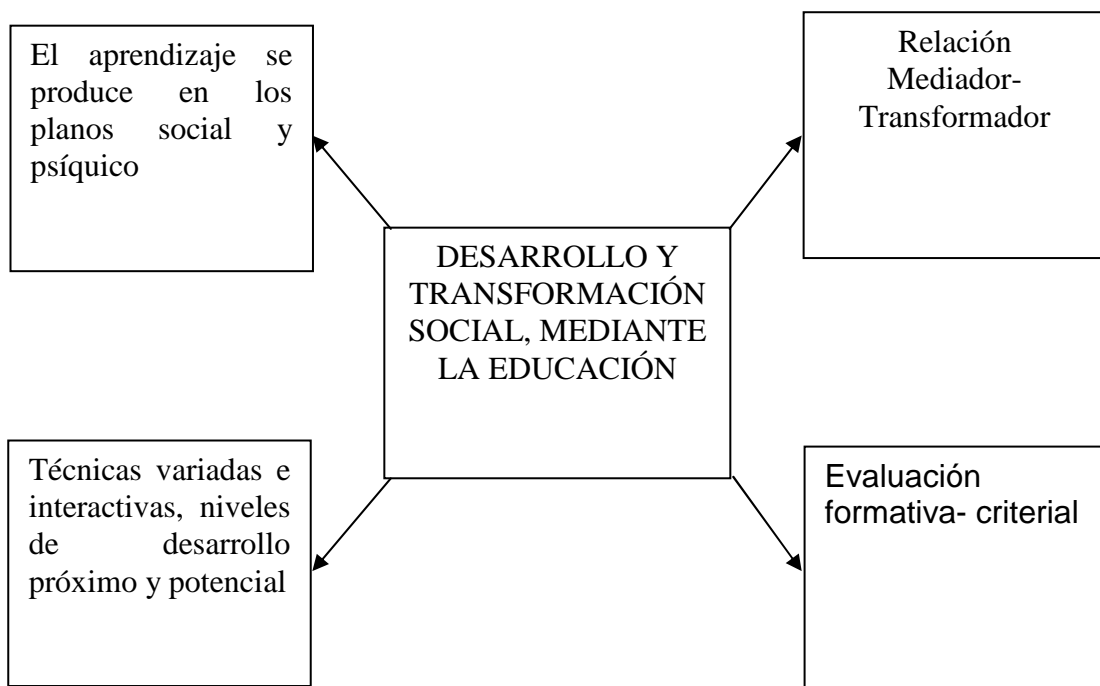
Concepción del Alumno.- El alumno debe ser entendido como un ser social, producto y protagonista de las múltiples interacciones sociales en que se involucra a lo largo de su vida escolar y extraescolar.

Concepción del Docente.- El profesor debe ser entendido como un agente cultural que enseña en un contexto de prácticas y medios socioculturalmente determinados, y como un mediador esencial entre el saber sociocultural y los procesos de apropiación de los alumnos. Así, a través de actividades conjuntas e interactivas, el docente procede promoviendo zonas de construcción para que el alumno se apropie de los saberes, gracias a sus aportes y ayudas estructurados en las actividades escolares siguiendo cierta dirección intencionalmente determinada.

El profesor deberá intentar en su enseñanza, la creación y construcción conjunta de zona de desarrollo próximo con los alumnos, por medio de la estructura de sistemas de andamiaje flexibles y estratégicos.

La educación formal debe estar dirigida en su diseño y en su concepción a promover el desarrollo de las funciones psicológicas superiores y con ello el uso funcional, reflexivo y descontextualizado de los instrumentos (físicos y psicológicos) y tecnologías de mediación sociocultural (las computadoras, etc.) en los educandos.

Cuadro # 1: Paradigma Histórico-Social



Fuente: Curso “Modelos Pedagógicos” (2009)

Desde siempre se ha discutido cuál es y sería la mejor forma de llevar adelante la Educación en el mundo y en el nuestro no es la excepción. Ahora en ésta época de la vida, lo que más importa es vivir, relacionarnos en sociedad, prepararnos un poco para el futuro, aprender lo esencial, relacionar la teoría con la práctica, para que todo tenga sentido y la matemática nos proporciona esta forma fácil y coherente de hacer las cosas.

Es necesario realizar un proceso de cambio, para mejorar la enseñanza aprendizaje de la matemática y en especial de las funciones reales, dándoles herramientas que las estudiantes puedan manipular en cualquier momento, y sin la presencia del docente, puedan seguir investigando el comportamiento de cada función y por

supuesto haciendo su propio resumen con organizadores gráficos fáciles de realizar. Por tanto es justo y necesario que nos den la oportunidad de aportar con estas nuevas formas de enseñar y adquirir los conocimientos de la matemática.

La filosofía de la Educación explica la razón de ser de la educación en la sociedad, implica insertar al ser humano en la sociedad y a partir de esta visión, desarrollar un sistema educativo que busque el bienestar y el bien saber. En otras palabras, dotar al ser humano una filosofía de vida, para que los retos de la vida los asuman con una total apertura, y pueda responder y estar al día con las nuevas innovaciones para que pueda dar sentido a su vida en esta sociedad.

### **2.2.1.- Fundamentación Ontológica**

El problema más grande de la educación en todo el país, ha sido y es el de la enseñanza – aprendizaje de la matemática en todos sus niveles y hasta en las familias, cuando los padres de familia manifiestan al frente de los (as) chicos (as), que la matemática es difícil o no me gusta, en el peor de los casos, que la matemática no sirve para nada, que ninguna relación tiene con la realidad.

De la manera tradicional como se enseñaba matemática, pueda ser que tengan razón, ya que se trataba de llenar los programas y nada más, de tal forma que se enseñaban muchos temas a medias y se aprendía de todo un poco y no se concretaba en nada, no se relacionaba con los fenómenos sociales y reales.

Es necesario proponer un cambio radical, en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática, para optar por otra imagen que el estudiante, el padre de familia y la sociedad tengan de la matemática y poder mejorar la calidad de vida del ser humano. Por tanto ésta investigación es participativa, en la cual está inmerso la sociedad educativa del Instituto.

### **2.2.2.- Fundamentación Axiológica**

Se debe educar pensando en el ser humano, respetando su orientación social, teológica, política, de tal modo que se inserte en el mundo laboral,

tecnológico vigente en la sociedad en la que se desenvuelve. De tal forma que el Modelo Pedagógico que el Instituto tiene y practica es el Socio-Cultural.

Por lo tanto, el alumno reconstruye los saberes entremezclando procesos de construcción personal y proceso auténtico de reconstrucción en colaboración con los otros que intervinieron, de una o de otra forma, en ese proceso.

Los saberes que inicialmente fueron transmitidos, compartidos y hasta cierto punto regulados externamente por otros, posteriormente, gracias a los procesos de internacionalización, termina siendo propiedad de los educandos, al grado que estos pueden hacer uso activo de ellos de manera consciente y voluntaria, fomentando la individualidad, solidaridad e igualdad de derechos en el aprendizaje.

### **2.2.3.- Fundamentación Epistemológica**

El Materialismo Dialéctico considera que el conocimiento se da a partir de la actividad, la acción y la praxis, siendo la base del conocimiento las necesidades del hombre, por esta razón se establece una relación directa entre teoría y praxis.

El hecho de trabajar sobre instrumentos de conocimiento con las operaciones intelectuales permite generar más conocimientos iniciando así una – reacción en cadena- en la producción de conocimientos que no es posible generar con la enseñanza tradicional memorística y enciclopédica, trabajando de manera adecuada se consigue que la estudiante sea autónoma en la búsqueda y generación de conocimientos.

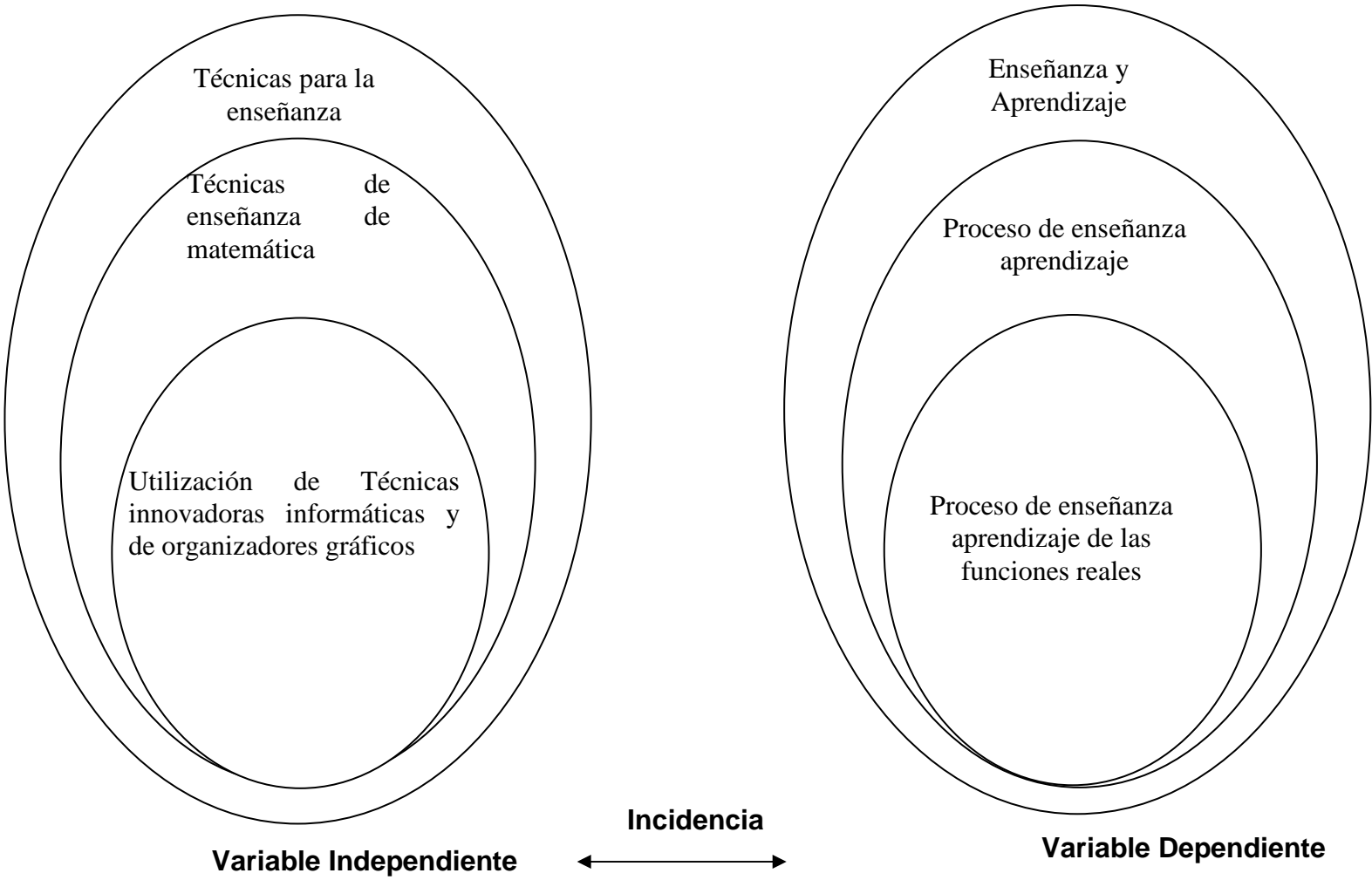
Así mismo utilizando técnicas diferentes, que cambien la concepción de la estudiante, que han tenido hasta ahora de la matemática, contribuyendo en la construcción de aprendizajes significativos y funcionales que serán en relación con la vida real y social, para alcanzar la transformación del individuo.

Por tanto es evidente la necesidad de elaborar una propuesta diferente en este proceso de enseñanza – aprendizaje de la matemática, para satisfacer las necesidades imperantes en las alumnas del Segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”.

La nueva propuesta se sustenta en enseñar matemática utilizando el Mentefacto para la teoría, el diagrama “UVE” para la práctica, así como también Software Matemático como: el Cientific Work Place, Derive o Funciones Matemáticas, para relacionar la teoría-práctica de las Funciones Reales que permitirá a la estudiante fomentar el desarrollo integral de su personalidad y relacionar directamente con las nuevas tecnologías buscando y entregando información matemática por medio de correos electrónicos.

### 2.3.- CATEGORÍAS FUNDAMENTALES

Gráfico # 2: Organizador de Variables  
Elaborado: El Autor





### 2.3.1.- Técnicas para la Enseñanza

De acuerdo a Busot (1991), referencia Bastidas (2004): la técnica es una forma particular de emplear un instrumento y/o recurso en el que se apoya la enseñanza.

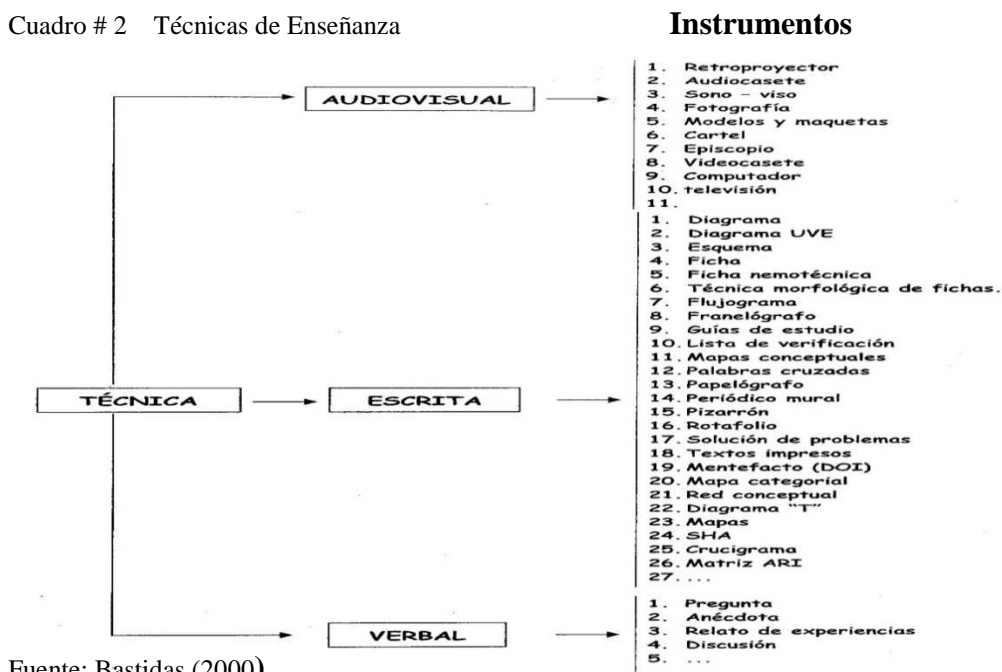
Según hace referencia Bastidas (2004) Pág. 20 “Marcano (1986), señala que el docente puede utilizar muchos recursos (ayudas externas) para facilitar en el alumno el procesamiento, codificación y recuperación de la información. Estos recursos se denominan genéricamente, procesadores de información”.

En el presente proyecto se propondrá implementar como ayuda externa o técnica, para el procesamiento y recolección de la información el Mentefacto para sintetizar la teoría de las Funciones Reales y para la codificación y recuperación de la información gráfica el Scientific WorkPlace, el Derive y un graficador de funciones elaborado bajo el enfoque constructivista donde el estudiante creará su conocimiento bajo la guía del maestro.

#### 2.3.1.1.- Clasificación de las Técnicas

Para Bastidas (2004), en su texto “Estrategias y Técnicas Didácticas” según Oviedo (1993), las técnicas se clasifican en: audiovisual, escrita y verbal.

Cuadro # 2 Técnicas de Enseñanza



Fuente: Bastidas (2000)

### **2.3.1.1.1.- Técnicas Audiovisuales**

Son el conjunto de recursos didácticos, con sus respectivos procedimientos que estimulan la atención del alumno a través de la vista o el oído o de los dos sentidos a la vez. Las técnicas audiovisuales se dividen en: proyección de imágenes y aparatos de sonido.

#### **Instrumentos**

**Retroproyector.-** Es un instrumento óptico que permite la proyección de contenidos de una lámina transparente.

**Audio casete.-** Consiste en el uso de discos y cintas grabadas sobre temas diversos.

**Sono-viso.-** Es el uso secuencial de sonidos e imágenes adecuadamente ordenadas para el estudio de un determinado contenido.

**Fotografía.-** Es el uso de imágenes impresas en el proceso de enseñanza aprendizaje.

**Maquetas.-** Es la copia tridimensional de un objeto real a una escala mucho menor

**Cartel.-** Es una lámina escrita que permite captar la atención de la estudiante, es un mensaje acompañado de gráficas.

**Episcopio.-** Es un instrumento óptico que contiene una cámara para la reproducción de materiales como: láminas, gráficos, cuerpos reales.

**Videocasete.-** Es el uso de cintas magnéticas que han sido previamente grabados con películas o programas de televisión.

**Computador.-** Maquina programable para interpretar y ejecutar una serie de operaciones relacionadas con el procesamiento de información.

**Televisión.-** Consiste en el uso de un aparato receptor de imágenes animadas acompañado de sonido.

#### **2.3.1.1.2.- Técnicas Escritas**

Son el conjunto de recursos didácticos, con sus respectivos procedimientos que estimulan la atención del alumno a través de la escritura.

**Diagrama.-** Esquema gráfico que configuran los elementos físicos de una organización o proceso.

**Diagrama uve.-** es una técnica que ayuda al estudiante a comprender la estructura del conocimiento y las formas que tienen los seres humanos de reproducir este conocimiento.

**Esquema.-** Es la utilización de un conjunto integrado de conocimientos sobre un tema determinado, esta representación puede ser gráfica o simbólica.

**Fichas.-** Es una hoja de papel o cartulina en las que se consignan instrucciones para realizar un proceso.

**Flujo grama.-** Es la forma gráfica de representar un algoritmo (conjunto finito de pasos mediante los cuales se determina una secuencia de operaciones que permiten resolver algún tipo de problemas.

**Franelógrafo.-** Es un tablero de madera forrado con franela que contiene información.

**Mapa conceptual.-** Es una representación de conceptos unidos por enlaces que forman proposiciones, permitiendo un aprendizaje significativo. Los mapas conceptuales permiten representar relaciones significativas entre conceptos.

**Palabras Cruzadas.-** Es el uso de un conjunto de palabras impresas en cartulina o en papel con el propósito de que los integrantes de los grupos, formen proposiciones, por medio de un proceso de análisis y síntesis.

**Papelógrafo.-** Es un conjunto de pliegos de papel colocadas sobre un pedestal, que permiten destacar aspectos importantes, definiciones, palabras claves, etc.

**Periódico Mural.-** Es el uso de un conjunto de impresos que se publican periódicamente en un franelógrafo y/o cartelera o en un espacio en la pared.

**Pizarrón.-** Es una superficie lisa, convenientemente preparada, de forma rectangular en la que se escribe o se dibuja.

**Rotafolio.-** Es un medio visual de gran utilidad que permite la transmisión sucesiva de un mensaje en etapas. Es una serie de hojas de papel de formato grande, los pliegos están suspendidos en forma que puedan ser volteados hacia la parte posterior con facilidad.

**Solución de Problemas.-** Es el conjunto de procesos donde se pone de manifiesto habilidades intelectuales, complejas como: análisis, organización, ejecución y evaluación, en interacción con una estructura conceptual determinada.

**Textos Impresos.-** Es el conjunto de hojas escritas que sirve al alumno como principal fuente de estudio, consulta o trabajo, para reforzar el aprendizaje.

**Mentefacto.-** Es un diagrama que permite representar la estructura interna de los conceptos, está constituido por proposiciones.

**Mapa Categorical.-** Es una representación esquemática de un argumento mediante la determinación de proposiciones que pueden ser definitorias, derivativas y argumentales.

**Red Conceptual.-** Se conoce con el nombre de red conceptual a la representación esquemática de un conjunto de conceptos y sus relaciones, puede ser de una asignatura. Se conoce también con el nombre de red semántica.

**Diagrama T.-** Es la representación esquemática de dos objetos de conocimiento. El primero en el lado izquierdo de la T (conocimiento previo) y el otro a la derecha (conocimiento nuevo), para ayudar al estudiante a comprender y determinar analogías. Una analogía es una comparación entre dos cosas para establecer semejanzas y diferencias.

**Mapas.-** Son gráficos en dos dimensiones de áreas específicas, trazados mediante el uso de escalas.

**S.H.A.-** Es la representación esquemática de las representaciones que puede tener una palabra considerando sus sinónimos, homónimos y antónimos.

**Crucigrama.-** Consiste en llenar con letras los espacios en blanco de un dibujo geométrico, de forma que leídas en sentido vertical u horizontal, dan lugar a palabras cuyo significado se sugiere.

**Matriz ARI.-** Es el uso de una matriz, filas y columnas, para presentar los atributos relevantes e irrelevantes de un ejemplo.

#### **2.3.1.1.3.- Técnicas de Estimulación Verbal**

Se entiende por técnicas verbales al conjunto de recursos didácticos con sus respectivos procedimientos que estimulan la tensión del alumno a través de la palabra. Las principales técnicas verbales son:

**Pregunta.-** Es una interrogación que se hace para que el alumno responda. Facilita la comunicación entre alumno y profesor.

**Anécdota.-** Es la narración breve de un suceso curioso o interesante, real o ficticio, con el propósito de generar un cambio de actitud.

**Relato de Experiencias.-** Es la narración ordenada clara e interesante de una vivencia social, cultural, etc., con el propósito de obtener conclusiones que permitan inferir, recomendaciones para el futuro.

**Discusión.-** Consiste en examinar mediante la participación de dos o más alumnos, exponiendo y defendiendo cada uno sus puntos de vista, los distintos aspectos de un asunto. Se exponen ideas y puntos de vista; Con libertad de crítica, discutiéndoles sin prejuicios, con honestidad, claridad, corrección, etc. Bajo la dirección del profesor.

### **2.3.2.- Técnica para la Enseñanza de la Matemática**

**“Se puede enseñar matemática pensando siempre en la creación, en la crítica y en la cooperación; se puede enseñar historia natural pensando que hay que darle al alumno el sentido crítico del fenómeno natural y suscitar en él la imaginación para entender el fenómeno, que se haga trabajo en colaboración para descubrir las causas, principios, elementos explicativos, y lo mismo hay que decir de cualquier especialidad. Siempre se puede hacer un plan creador, un plan crítico, un plan cooperativo”**

AUGUSTO SALAZAR BONDY

Manuela Vásquez Contreras (1991) afirma que “el arte de enseñar matemáticas requiere de un dominio de las matemáticas, de las técnicas de enseñanza y de los materiales disponibles. Claro está que uno no se convierte en un maestro del arte sin la debida práctica o la debida experiencia”.

El docente a parte de saber bien y dominar la materia debe tener sólidos conocimientos de técnicas que le ayuden en la elaboración y construcción del conocimiento acordes a los objetivos planteados en las diferentes unidades programadas, así como relacionar con las nuevas informaciones tecnológicas al servicio de la matemática que le permitan hacer de la enseñanza un nexo con el aprendizaje significativo de las estudiantes.

### **2.3.2.1.-Motivación.- Garantía de los Aprendizajes**

En la enseñanza de la matemática a parte de éstos elementos importantes, el docente deberá tener presente que también la motivación es una dosis aparte que todo ser humano debe tener, que estimulen e incentiven el aprendizaje de las estudiantes como lo afirma Manuela Vásquez Contreras “Para enseñar matemáticas primeramente debemos motivar a nuestros alumnos para que ellos deseen aprender”.

El aprendizaje de la matemática en la Institución se realiza en un ambiente un tanto hostil, hay necesidad de motivar las actividades estudiantiles. Hacer que responda a sus necesidades e intereses a fin de que lleve al sujeto a actuar, a querer aprender. El motivo induce, dirige y mantiene la acción. La motivación impele al organismo a actuar a fin de satisfacer una necesidad. Porque la motivación es un estado de agitación o excitación que impele a las personas a actuar es conveniente motivar a las estudiantes a estudiar, a predisponer a la estudiante hacia lo que se quiere enseñar, despertar su interés, estimular su deseo de aprender y dirigir su esfuerzo hacia metas definidas.

Comité Documental de Formación Docente (2002) “Vivir la matemática quiere decir hacerla activa, participativa, disfrutarla, tomarla como algo propio”. En el aprendizaje para que resulte atractivo, tanto individual como colectivamente debe haber la participación directa del estudiante para que logre conexiones entre el tema de estudio y la realidad en la que actúa, despertando así el interés y colaboración en la tarea asignada por el docente.

Las técnicas que se adopten para la enseñanza de la Matemática es muy importante no solo en los Segundos años del Bachillerato, sino más bien en todos los años de educación escolar, básica y media, ya que es la base fundamental e importante para el avance curricular, el rechazo a la Matemática por parte de las estudiantes es un problema muy complejo y las fallas en el proceso se arrastran desde la escuela; se puede notar que existe una sucesión de errores de: concepción, metodología y orientación; cabe aclarar que el núcleo familiar también recicla el problema del rechazo a la Matemática y que están enraizadas en

la cultura misma, de ahí que sobran razones para no esperar una aceptación masiva de la Matemática por parte de los estudiantes, se debe destacar que los primeros pasos que se dan en la escuela en Matemática, estimulan el miedo al castigo y no así la motivación por aprender; por lo general existe en el profesor un desconocimiento de las orientaciones sobre el aprendizaje de Matemática, desconoce la existencia de corrientes como el estructuralismo, el empirismo, el mecanicismo y el realismo, por tanto se orienta por la imitación o por lo que considera que es mejor y lo mejor siempre resulta lo que sus profesores practicaban; si bien desconocen la existencia de las corrientes metodológicas terminan aplicando la peor de ellas: el mecanicismo, a todos consta por propia experiencia que hay que empezar aprendiendo Cálculo Diferencial de memoria sin haber entendido las Definiciones, Teoremas y Propiedades de las Funciones Reales.

Las técnicas educativas están mal orientada o simplemente no existe, los profesores de Matemática por lo general son los más temidos porque exigen rigor y exactitud en los resultados, pareciera que la Matemática se reduce a hacer cálculos.

No se aprovecha el carácter constructivo de la Matemática para desarrollar la creatividad y las estructuras del conocimiento, es natural que cuando no existen técnicas adecuadamente orientadas se genere un rechazo inducido a esta hermosa materia, práctica y útil.

### **2.3.3.- Utilización de Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos**

**“Hay muchas maneras nuevas de aprender, por lo tanto muchas nuevas maneras de enseñar”**

**“La innovación es un proceso de gestión de cambios específicos, en ideas practicas o instrumentos, hasta su consolidación”**

**De la Torre (1998)**

Partiendo de que la utilización de las TIC permiten generar los procesos de enseñanza y aprendizaje dentro de un enfoque encaminado a crear ambientes educativos donde convergen en forma interdisciplinaria diversas áreas del



conocimiento, este proyecto se fundamenta en los aportes de estas tecnologías en los procesos didácticos de la matemática.

Los materiales educativos computarizados son materiales de aprendizaje específicamente diseñados para ser utilizados con un computador (Sánchez, 2000). En tal sentido, estos materiales permiten que los alumnos experimenten situaciones educativas motivantes que promueven el mejoramiento de la autoestima y una mayor participación en su aprendizaje.

### **2.3.3.1.- *¿Qué son las NTic's o Tic?***

Las NTIC's o TIC son las Nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación, que surgen por el avance tecnológico en todo ámbito laboral las que hacen cambiar la forma de trabajar. La introducción de las TIC's en el campo educativo han sido justificados porque como educadores y educandos se debe estar preparados para convivir con una economía globalizada de alta velocidad, competitiva e impulsada por el conocimiento que requiere un trabajo de alta calidad; con la llegada de las nuevas tecnologías a las instituciones educativas implica nuevas concepciones del proceso enseñanza – aprendizaje, lo que establece nuevos roles y responsabilidades para los estudiantes y profesores, convirtiéndose el alumno en un participante activo y constructor de su propio aprendizaje, y, el docente como un guía y facilitador del aprendizaje, variando la forma de interactuar con sus alumnos, la forma de planificar y diseñar el ambiente de aprendizaje con su respectiva evaluación.

Las TIC's aproximan a los estudiantes a la realidad de lo que quieren o tienen que aprender ofreciéndoles una noción más exacta de los hechos o fenómenos estudiados, facilitan la percepción y la comprensión de los conceptos y procedimientos economizando esfuerzos y contribuyendo al desarrollo de competencias y contenidos en forma sistemática.

Teniendo en cuenta la influencia y el impacto del desarrollo tecnológico en la sociedad, diversas instancias educativas realizaron múltiples acciones para llevar

las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación a su ámbitos de operación, y empezaron a diseñar alternativas para eficientar las estrategias pedagógicas “tradicionales”, así como para desarrollar opciones que permitieran diversificar y ampliar sus servicios educativos a un mayor número de usuarios.

Sin embargo, la realidad se impuso y demostró que para incorporar las NTIC en la educación no es suficiente con llevar los aparatos o equipos a las escuelas, se requiere de un replanteamiento integral del sistema educativo, donde los múltiples factores que lo integran (currículo, docencia, población estudiantil, administración escolar, materiales y métodos educativos y evaluación) se articulen en un modelo educativo que permita a la escuela apropiarse de la tecnología en forma tal, que se constituya en un proceso, un medio y un fin en la transmisión, producción y transformación del conocimiento.

De esta forma, se parte de la idea de que todo intento de aplicación educativa de las NTIC debe contar con un soporte pedagógico, resultado de la reflexión teórica, el conocimiento de otras prácticas y las necesidades específicas para cada caso; razones por las que no se puede hablar de modelos únicos y acabados, sino de propuestas que en su momento han dado buenos resultados a los problemas que en un lugar y tiempo determinado se presentaron.

De las experiencias más conocidas de incorporación de las NTIC se pueden identificar tres grandes usos: apoyo curricular, como recursos para el aprendizaje, y actualmente, como ambientes de aprendizaje interactivos.

a) Apoyo curricular.

- Como ayudas instructivas, que se utilizan para promover la eficacia de los mensajes del profesor. Se usan para la enseñanza colectiva. Ejemplos de estos son: cine, video, grabaciones y los materiales multimedia.

- Como sistemas instruccionales, que son interactivos y no necesitan de la relación directa entre el profesor y el alumno. Se usan para la enseñanza individual.

Ejemplos de estos son los sistemas interactivos, hipertextos, entornos virtuales, etc.

b) Recursos para el aprendizaje.

Materiales y herramientas para la presentación, análisis y evaluación de contenidos, que no necesariamente atienden una propuesta curricular concreta.

c) Ambientes de aprendizaje.

Diseñados para crear condiciones pedagógicas y contextuales favorables al aprendizaje, donde el conocimiento y sus relaciones con los individuos es el factor principal para formar una “sociedad del conocimiento”.

Los ambientes de aprendizaje pueden ser desarrollados en formas muy diversas: de ambientes totalmente reales, en salones de clase, hasta los ambientes totalmente virtuales; ambientes que pueden prescindir total o parcialmente de la intervención de un profesor o tutor; ambientes abiertos o cerrados, dependiendo del software y las redes que se conectan a él; ambientes unimediales o multimediales, dependiendo de los tantos medios que participan; ambientes con propósitos curriculares específicos, como el tratamiento de un solo tema, hasta los ambientes de propósito amplio, dentro de los cuales puede estar un currículo de carrera.

Evidentemente esta integración de las nuevas tecnologías como elementos de diversificación y mejoramiento de los entornos de aprendizaje, ha exigido a su vez un replanteamiento del proceso de enseñanza - aprendizaje y de las relaciones entre los profesores, los alumnos y el contexto.

### **2.3.3.2.- Utilización de Técnicas Innovadoras Informáticas**

Durante los últimos años las nuevas tecnologías y muy en particular los ordenadores están causando numerosos cambios en la mayoría de los aspectos de nuestra cultura y en especial en la Matemática.

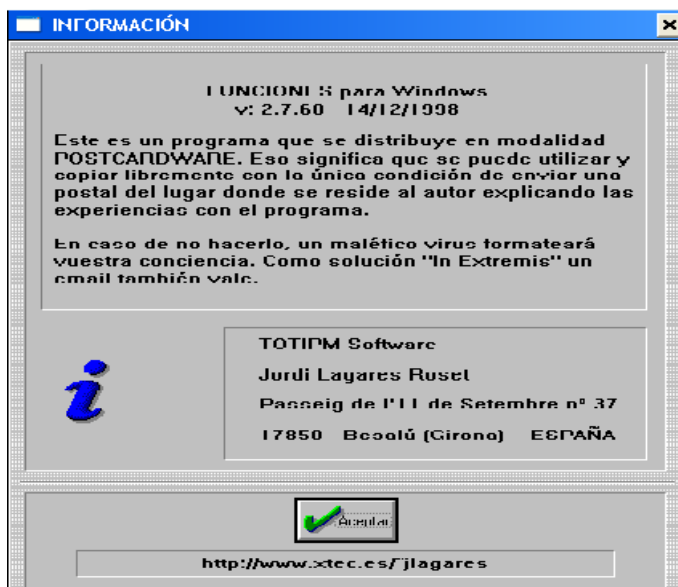
La enseñanza de las matemáticas no ha quedado ajena a estos cambios. Así, en muchos colegios y universidades de todo el país se han venido empleando

programas computacionales con el fin de mejorar la calidad de la enseñanza de una disciplina, que por su elevado grado de abstracción, es una de la más complicadas del curriculum a nivel medio.

Estos programas han provocado la aparición de numerosas experiencias didácticas, basadas fundamentalmente en la creación de laboratorios de prácticas, en los que el programa de cálculo simbólico es utilizado por los estudiantes como soporte para estudiar los hechos, definiciones, Axiomas y Teoremas matemáticos desarrollados en las clases teóricas.

Sabiendo muy bien que el Instituto tiene un laboratorio de computación, que está a disposición de la comunidad educativa y de las mismas estudiantes, que son el pilar fundamental del desarrollo social del sector estudioso del sur de la ciudad de Quito, creo que es justo y necesario el uso y manejo de esas máquinas y que de seguro contribuirá a mejorar la enseñanza – aprendizaje de toda la matemática y en todos sus niveles.

Actualmente existen numerosos programas de cálculo simbólico, elegimos un Software Libre como es el de FUNCIONES MATEMÁTICAS, cuya condición para utilizarlo es enviar un correo a <http://www.xtec.es/jlagares>. como respuesta al autor, que es el ganador del segundo lugar en el “Concurso de Programas Educativos para Ordenador” organizado por el Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid 1993



Un Software con licencia es el CIENTIFIC WORK PLACE, cuya dirección electrónica y teléfonos son los siguientes:

MACKICHAN SOFTWARE, INC.

Phone: 360-394-6033

Fax: 360-394-6039

Web: <http://www.mackichan.com>

Y una Versión del Derive 6 por tiempo limitado. En los próximos 30 días se podrá experimentar con todas las posibilidades sin ninguna restricción. Derive es una marca registrada de Software Warehouse (Texas Instruments) que tendrá que adquirir su licencia para su uso respectivo.

### **2.3.3.3.- ¿Qué es un Programa de Cálculo Simbólico?**

Los programas de cálculo simbólico, como el DERIVE y el CIENTIFIC WORK PLACE, son lenguajes de programación muy cercano al usuario, es decir, lenguajes denominados “de alto nivel”, que ofrecen unas características muy peculiares:

a) Utilizan por defecto *aritmética exacta*, es decir, permiten manipular expresiones racionales como  $1/3$ , sin necesidad de tener que operar con su expresión en coma flotante 0,333333 (aunque también se puede utilizar la aritmética en coma flotante).

b) Permiten manipular variables sin asignación, es decir, es posible manipular expresiones no numéricas, y en consecuencia expresiones algebraicas, donde los datos no han de ser valores numéricos.

c) Soportan estructuras de datos de tipo vectorial y matricial.

d) Reconoce un conjunto de funciones matemáticas que tienen una sintaxis especial. Algunas de las funciones matemáticas que se suelen utilizar son las siguientes:

Funciones trigonométricas:  $\sin(x)$ ,  $\cos(x)$ ,  $\tan(x)$ ,...

Funciones trigonométricas inversas:  $\text{asin}(x)$ ,  $\text{acos}(x)$ ,  $\text{atan}(x)$ ...

Funciones logarítmicas:  $\ln(x)$ ,  $\log(x,a)$  (log. Neperiano, logaritmo de  $x$  en base  $a$ )

Funciones exponenciales y radicales:  $\sqrt{x}$  (raíz cuadrada),  $\exp(x)$  (exponencial de  $x$ ). Algunas otras funciones:  $\text{ABS}(x)$  (módulo de  $x$ ),  $x!$  (factorial de  $x$ ),  $\text{int}(x)$ , parte entera de  $x$ .

## ABRIR VENTANAS GRÁFICAS 2D-PLOT

Para abrir una NUEVA ventana gráfica 2D bastará aplicar la secuencia de menú Ventana-Nueva Ventana 2D. Se pueden abrir tantas ventanas 2D como se desee, pero siempre debe existir al menos una ventana de álgebra. Las ventanas 2D que se desea abrir se van numerando en la línea superior de la ventana. Para observar todas las ventanas a la vez en forma de pestaña se debe aplicar *Ventana-Cascada* y observar el siguiente gráfico:

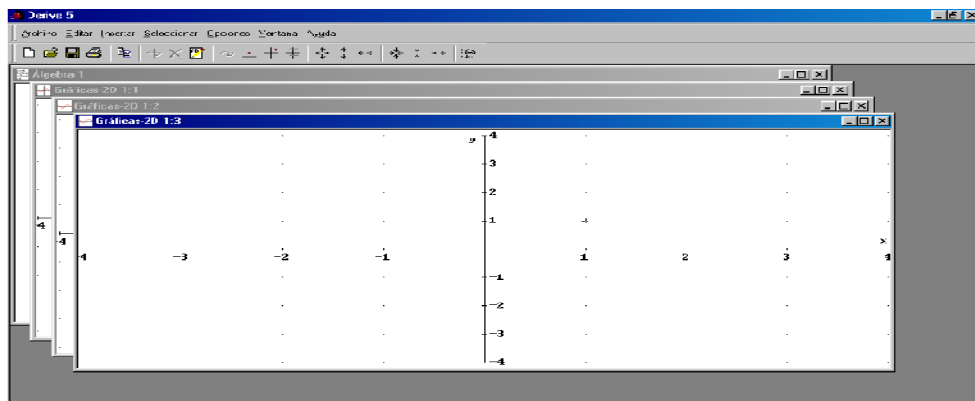
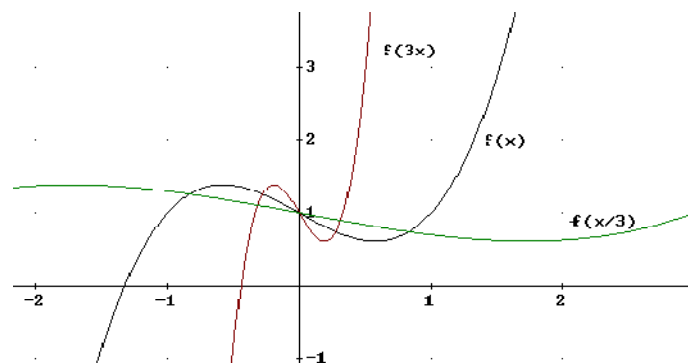


Gráfico # 3: Pantalla de Gráficos  
Fuente: Manual de Derive (2000)

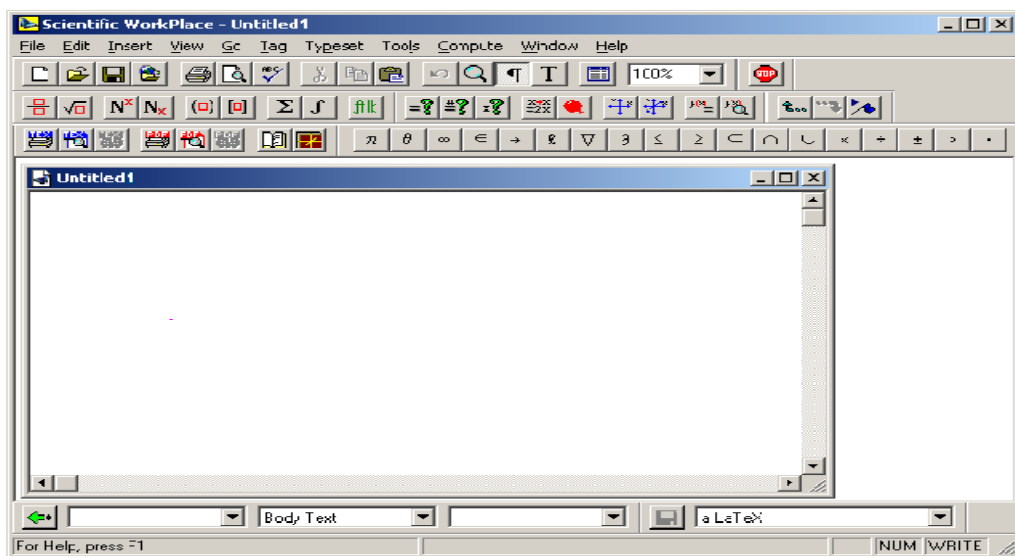
Además en una de ellas puede estar las siguientes gráficas, es decir en un mismo plano cartesiano se pueden graficar varias funciones a la vez, esto permitirá analizar, deducir y generalizar el comportamiento de las funciones reales.



Gráfico# 4: Gráfica de Funciones  
Fuente: Programa Derive

El otro programa que ayudará a cumplir con los objetivos planteados, en este proyecto es el Scientific WorkPlace, que permite elaborar documentos, resolver problemas de un alto grado de complejidad matemática, sin necesidad de tener que aprender un lenguaje de programación y mediante menús, cuadros de diálogo y botones al estilo de Microsoft Word. En definitiva, se trata de una herramienta poderosa que ayudará a observar, analizar, comprender, e intuir resultados, gráficas, etc. de una manera sencilla y práctica.

La primera ventana que se encuentra cuando se inicia Scientific WorkPlace es la ventana principal. Suele tener la siguiente forma:



Gráfico# 5: Pantalla del Scientific WorkPlace  
Fuente: Manual del Programa

Con estos esquemas de ayuda que brinda la informática, con los cuales la idea central consistía en potenciar los procesos de pensamiento sobre la base de la elaboración de estructuras de conocimientos son los organizadores gráficos.

El impacto del uso de estos esquemas influenciados por la Pedagogía conceptual, busca experiencias en la construcción de Mentefactos, redes conceptuales, pirámides, el diagrama, mapas mentales, su diseño no solamente posibilita el desarrollo de las capacidades lógicas, matemáticas y lingüísticas sino también las espaciales y creativas.

### 2.3.3.4.- Utilización de Organizadores Gráficos

Según Popper trabajó sus teorías en forma de redes lógicas de conceptos, ubicándolos en distintos niveles. Luria por su lado, utilizó los diagramas para demostrar los niveles de desarrollo de la capacidad intelectual, posteriormente Novak, desarrolló los Mapas Conceptuales. Norman (1985) trabajó con las Redes Semánticas que constituyen un modo de representar los conceptos y los acontecimientos de un sistema de memoria y una descripción apropiada de nuestro proceso de razonamiento.

Los descubrimientos de Sperry, sobre el distinto funcionamiento de los hemisferios cerebrales, derecho e izquierdo, posibilitaron ampliar la percepción acerca de la inteligencia, entonces también se empezó hablar sobre el pensamiento holístico, creativo, inventivo, lateral con estos estudios aparecen los mapas mentales. El término organizador gráfico es utilizado para referirse a una amplia variedad de diagramas, que son estrategias para un Aprendizaje activo.

#### 2.3.3.4.1.- El Mapa Conceptual

**“El mapa conceptual es una técnica creada por Joseph Novak, quien afirma que los mapas conceptuales son instrumentos para negociar significados. Para aprender el significado de cualquier conocimiento es preciso dialogar, intercambiar, compartir y a veces llegar a un compromiso”** Según afirma Pacheco Gil (2002). Pág. 77.

Según Novak, el mapa conceptual tiene tres elementos: El concepto, la proposición y las palabras de enlace.

**“Para Novak y Gowin (1988), es una representación de conceptos unidos por enlaces que forman proposiciones, permitiendo un aprendizaje significativo”.** Manifiesta Bastidas (2004). Pág. 216.

Los mapas conceptuales responden a un modelo educativo centrado en la estudiante, es decir, son ideas que posee la persona y se lo plasma en un cuadro, como si fuera un mapa, dando pistas y enlaces hasta llegar al destino o al conocimiento, esto es lo que manifiesta Vigostky, llegar al aprendizaje significativo, pasando por los conocimientos previos, nuevos y el significativo.



Es un recurso para generar aprendizajes óptimos. La estudiante está en la libertad de adicionar; suprimir o cambiar los conceptos que crea conveniente para explicitar lo que conoce y darle mayor coherencia. Al construir mapas conceptuales el estudiante hace un esfuerzo consciente para organizarlos de modo jerárquico y tomar decisión sobre conceptos supra y subordinados. Implica una elaboración intelectual, Ayuda a los estudiantes a >>aprender a aprender>> y a abandonar el aprendizaje memorístico.

El mapa conceptual representa relaciones entre conceptos y por la variedad de posibilidades, evidencia que el aprendizaje es una construcción personal, producto de las ideas que ya se tienen y del esfuerzo que se realiza por relacionarlo con lo nuevo. Da oportunidades a ejercitar tareas de inclusión, diferenciación, integración, etc. Enseña a pensar e interactuar. Posibilita activar la mente, por eso es una técnica de estudio activo que viene imponiéndose con la práctica del constructivismo.

No hay aprendizaje significativo sino contribuye al desarrollo personal. La construcción de significados involucra al alumno en su totalidad y no sólo moviliza sus conocimientos previos y su capacidad de entablar relaciones sustantivas entre estos y los nuevos contenidos.

El mapa conceptual favorece la autonomía del alumno al permitirle el control de su proceso de aprendizaje. Le permite tomar conciencia de lo que sabe, ayudándole a comprender mejor sus procesos personales de pensamiento.

#### **2.3.3.4.2.- Diagrama U.V.E o (V Heurística)**

Para Novak y Govin (1988), el diagrama UVE es una técnica para ayudar al estudiante a comprender la estructura del conocimiento y las formas que tienen los seres humanos de producir ese conocimiento, para resolver un problema o entender un procedimiento, para mejorar nuestra técnica de estudio. El diagrama tiene la forma de la UVE (V), en el vértice se sitúan los acontecimientos y objetivos, en la parte izquierda los conceptos (pensamientos), en la parte derecha

la metodología utilizada (actividad), y en la parte superior (centro) las preguntas centrales.

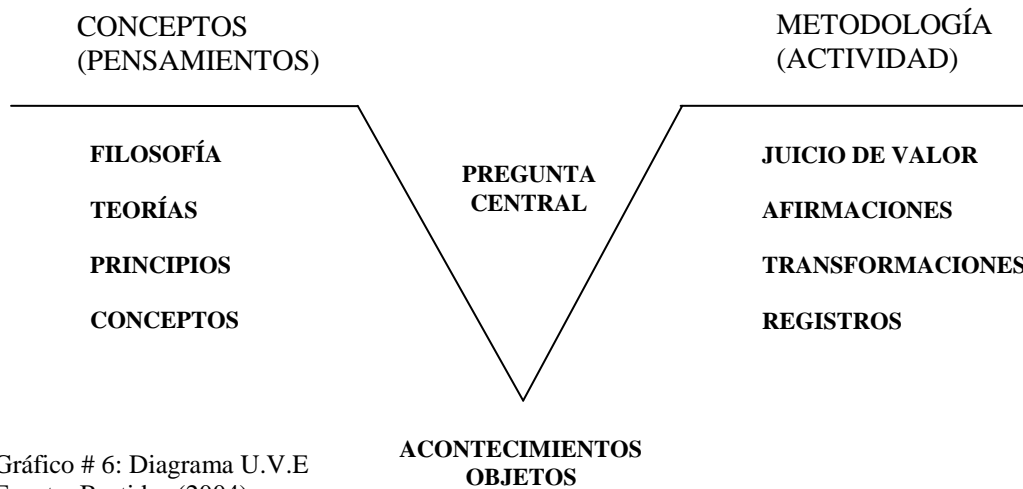


Gráfico # 6: Diagrama U.V.E  
Fuente: Bastidas (2004)

Es una técnica que permite un aprendizaje heurístico o por descubrimiento; estimula la creatividad, la resolución de problemas, la comprensión de procesos, la organización y el trabajo, según lo establece Bastidas pág. 180 (2004).

#### **2.3.3.4.3.-Mentefacto**

Los Mentefactos Según De Zubiría M., son formas gráficas, muy esquematizadas, elaboradas a fin de representar la estructura interna de los conceptos (1998, 227). Estos mentefactos tienen su base en lo que la psicología cognitiva denomina: categorías básicas, supraordinadas y subordinadas.

Las categorías tienen diferentes grados de abstracción e exclusividad, y se relacionan entre sí constituyendo sistemas jerárquicos que se denominan taxonomías (De Vega M., 1984, 327).

Los mentefactos son herramientas para organizar el conocimiento, cuya construcción exige el uso de las siguientes operaciones conceptuales: supraordinar, infraordinar, isoordinar y excluir.

Bastidas propone el nombre de Diagrama Organizador de Ideas (D. O. I)

## ELEMENTOS BÁSICOS DEL D .O. I

Los elementos básicos, se relacionan con las operaciones intelectuales, a saber:

ELEMENTOS	OPERACIÓN
1.- Concepto	
2.- Clase superior	Supraordinar
3.- Clases excluidas ( $\neq$ )	Excluir
4.- Características relevantes	Isoordinar
5.- Clasificación (versiones y variantes)	Infraordinar
6.- Proposiciones.	

El siguiente es un esquema propio del mentefacto:

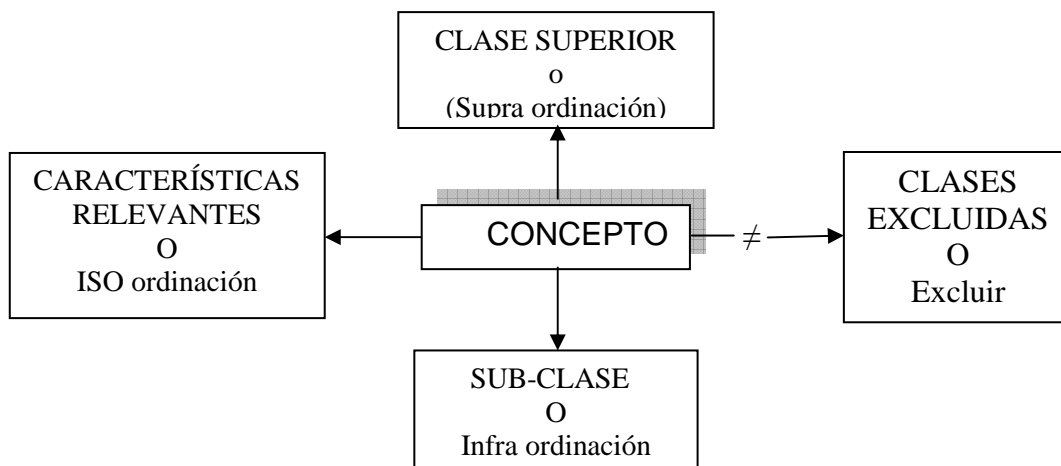


Gráfico # 7: Mentefacto  
Fuente: Curso Técnicas Educativas (2009)

Los Mentefactos representan el aporte más didáctico de la Pedagogía en todos sus tiempos. Esta palabra etimológicamente significa:

MENTE = MENTE

FACTO = PRODUCTO

De tal forma es el PRODUCTO de la MENTE.

## 2.4.- ENSEÑANZA – APRENDIZAJE

Es muy importante estar conscientes de que las personas no aprendemos solos, es por eso que se han originado los currículos, los planes de estudio, los métodos, las técnicas, etc. El Docente es el encargado de organizar ambientes agradables de estudio, experiencias educativas extraordinarias y lo más importante, es el mediador entre la estudiante y los conocimientos, y que en la actualidad se llama tutores o asesores académicos.

“Es una manera de aprender siendo crítico con las ideas y no preocuparnos por criticar las personas, animando a todos, participar activamente, escuchar las ideas de todos aunque no nos parezcan, si algún tema no está muy claro reformularlo y esperar los aportes de las demás personas para que todo el tema quede claro, intentar cambiar nuestro propio pensamiento cuando sea necesario, nos prepara para trabajar en equipo”

<http://www.buenastareas.com/ensayos/Interaprendizaje/51994.html>

Es una técnica mediante la cual los participantes buscan lograr un objetivo común, en donde el diálogo, la confrontación de ideas y experiencias, la crítica, la autocrítica y la autoevaluación se hacen instrumentos de trabajo permanente, bajo normas estrictas de respeto y consideración a los demás.

**Método de enseñanza-aprendizaje:** Componentes importantes del sistema pedagógico, es el dinamizador del proceso, dirige el aprendizaje, organiza la comunicación y la interrelación entre el docente, los estudiantes y el objeto materia del aprendizaje.

**Proceso enseñanza-aprendizaje:** El proceso de enseñanza-aprendizaje (PEA), es el proceso que en su desarrollo, resuelve el problema del desempeño de los hombres y mujeres en el seno de la sociedad, para que lleven a cabo su actividad social.

### 2.4.1.- Aprendizaje

Es el cambio actitudinal que tiene el educando luego de un proceso. Se refleja en competencias o logros.

Según **GOLEMAN Daniel**, (1998) propone un modelo de aprendizaje basándose en la distinción de las habilidades puramente cognitivas y las aptitudes personales y sociales. Goleman sugiere que las habilidades puramente cognitivas tienen su base en la [neo corteza cerebral](#). En cambio, las aptitudes personales y sociales están además relacionadas con otras zonas del cerebro, en particular con la [amígdala](#), los [lóbulos pre frontales](#) y el «centro ejecutivo del cerebro». Pág.456

De acuerdo con esto, **GOLEMAN Daniel** explica que el aprendizaje basado en las reacciones emocionales además de ser parte integral del proceso de ínter aprendizaje, sólo puede adquirirse mediante situaciones relacionadas con las experiencias emotivas de los individuos. De ahí que considere que el aprendizaje de las actividades humanas debe integrarse plenamente con la vida cotidiana para ser efectiva.

Del mismo modo, así como el aprendizaje tradicional requiere cambios de conducta, se espera que el aprendizaje emocional implique cambios en las reacciones fisiológicas, (subjetivas y conductuales relacionadas con las emociones del individuo a determinadas condiciones del entorno. Goleman llama a éste un nuevo modelo de aprendizaje. (pág. 124).

#### 2.4.1.1.- Tipos de Aprendizaje

El ser humano es capaz de múltiples aprendizajes según capacidades y experiencias de cada uno.

**SANCHEZ Efraín**, (1979) en su obra psicología de la educación enseña que los aprendizajes más destacados del ser humano son:

- Motor
- Asociativo
- Conceptual

- Creador
- Reflexivo
- Emocional y social
- Memorístico

**Aprendizaje Motor.-** Consiste en aprender a usar los músculos coordinada y eficazmente. Las actividades motrices desempeñan un papel muy importante en la vida del individuo pues vivir simplemente exige cierto grado indispensable de rapidez, precisión y coordinación de los movimientos.

La forma en cómo se debe encauzar este tipo de aprendizaje es:

- El maestro debe cerciorarse de hasta qué punto el estudiante tiene la madurez física, motriz, mental y social que requiere la misma.
- Considerar el grado de atracción y conveniencia del equipo y de los materiales.
- Cuidar los medios de comunicación entre el aprendiz y el maestro, como instrucciones orales y escritos.
- Familiarización general con el equipo, los materiales y el lugar de la instrucción.
- Realizar las demostraciones necesarias de las destrezas, dirigiendo la atención del estudiante hacia la observación cuidadosa de lo que se demuestra.
- Acción del aprendizaje para ejecutar la destreza.
- El maestro orientara el perfeccionamiento de la misma haciendo correcciones necesarias.

**Aprendizaje Asociativo.-** Consiste en adquirir tendencias de asociación que aseguren el recuerdo de detalles particulares en una sucesión definida y fija. Memorizar, es uno de los requisitos básicos para llevar a cabo este tipo de aprendizaje.

En todos los niveles de edad y en todos los grados escolares, muchos aprendizajes requieren el establecimiento de asociaciones.

Lo que el maestro debe realizar para fomentar este tipo de aprendizaje es:

- Propiciar oportunidades de práctica para fijar, hechos, símbolos, nombres, diferencias perceptivas.
- Usar todos los medios adecuados para que el estudiante capte el significado del material que va a memorizar.
- Destacar las relaciones que existan entre una cosa y la otra. Al aprender un material nuevo es recomendable buscar la forma en que éste se relaciona con el material ya conocido.
- El material se debe de presentar en un orden lógico y sistemático. Dirigir la atención del estudiante al material que memoriza.

**Aprendizaje Conceptual.**- Se logra mediante el proceso de desarrollar conceptos y generalizaciones. El elemento principal de dicho aprendizaje es la palabra tanto oral como escrita.

El significado de hechos, conceptos y generalizaciones varía, pues estos no tienen un lugar fijo y absoluto en la escala de significados.

Los conceptos representan la comprensión que el individuo logra de los aspectos generalizados y abstractos de muchas experiencias.

Para llevar a cabo este tipo de conocimientos es necesario:

- Al principio los conceptos constan de impresiones generales rudimentarias, sin mucha diferenciación y significado.
- Se debe dar tiempo al estudiante para que desarrolle sus conceptos.
- La experiencia personal respecto al fenómeno en cuestión debe ser lo más variado posible.
- Mediante la multiplicidad de las experiencias, el estudiante gradualmente integra los rasgos comunes y aumenta así la complejidad de los conceptos.

- La aplicación de los conceptos no sólo ayuda a que el discípulo los fije mejor, sino que además proporciona al maestro un medio para valorar el aprendizaje.
- La presentación de nuevos conceptos debe hacerse en términos que el educando pueda usarlos con sentido.

**Aprendizaje Creador.-** Este tipo de aprendizaje se da cuando existe un cambio de conducta en el momento en que se presenta un problema en diferentes situaciones y se encuentran soluciones originales.

De acuerdo con **SANCHEZ, Efraín**, (1998) “la actividad creadora implica tres procesos mentales: experiencia, recuerdo y expresión” (pág. 529), se necesita recibir impresiones, pensar en ellas y actuar sobre la base de ellas. La manera en cómo se puede encauzar este tipo de aprendizaje es:

Proponerles un aula diferente donde se les provee de oportunidades necesarias para la Memoria emotiva y que exista una tranquilidad que exija en este nivel afectivo.

**Aprendizaje Reflexivo.-** Este tipo de aprendizaje se complementa con el aprendizaje creador pues implica también la solución de problemas solo que aquí se pretende fomentar la actitud de indagación frente a los problemas.

Las condiciones que se requieren para fomentar este tipo de aprendizaje son:

- El docente debe de tomar en cuenta que lo que para él es un problema puede que no lo sea para el estudiante.
- El desarrollo de la conciencia respecto a los problemas puede conseguirse proporcionando al estudiante un trasfondo adecuado de experiencias ricas y variadas.
- Proporcionándoles la información y el conocimiento requerido de tal manera que pueda organizarse en generalizaciones significativas.



- Orientar al estudiante a conocer hechos o datos que guarden relación con el problema y a organizarlos significativamente.
- Estimular la búsqueda de información y de evidencias que además critiquen posponiendo el juicio o las conclusiones hasta que se hayan reunido todos los datos del caso. Orientarlos a formular posibles soluciones.

**Aprendizaje del Ajuste Emocional y Social.-** Consiste en el tipo de aprendizaje que lleva al estudiante a ajustarse a su medio físico y social de una manera satisfactoria permitiéndole un funcionamiento adecuado como persona.

El comité especial del New York Welfare elaboro una definición de lo que es un estudiante desajustado. “El estudiante desajustado es excesivamente tímido, retraído y envuelto en sus propios miedos y fantasías. Puede ser también una persona talentosa que, al sentirse solo o incomprendido, no este aprovechando hasta el máximo las oportunidades que la escuela ofrece. Es el niño inseguro, crónicamente preocupado por sus pensamientos”.

¿Qué es lo que el docente puede hacer para desarrollar una adecuada salud mental en el estudiante?

- Fomentar el buen desarrollo emocional para vivir armoniosa y fructíferamente.
- Adaptarlo a la convivencia de sus compañeros.
- Formarle un concepto de autoridad no como una fuerza a la cual debe obedecer sumisamente, sino como un influjo justo y amistoso, esencial a la sana convivencia del grupo.
- Ayudarlo a ajustarse a sus propias limitaciones para que desarrolle un sentido de confianza en sí mismo y sepa apreciar las capacidades de los demás.

**Aprendizaje Memorístico.-** Implica la capacidad de evocar ideas materiales y fenómenos. El estudiante será capaz de recordar cifras, clasificaciones, nombres, fechas, medidas.

El docente puede fomentarlo procurando que la estudiante recuerde información precisa y específica como: fechas, personas, acontecimientos

Proceso de Aprendizaje.- es una secuencia de acciones que permiten aprovechar a lo máximo lo que se aprende.

Los factores que facilitan el aprendizaje son los siguientes:

- La motivación
- La concentración
- La Actitud
- La organización
- La comprensión
- La retroalimentación

#### **2.4.1.2.- Formas de Adquirir el Aprendizaje**

El aprendizaje puede adquirirse en dos formas:

- Aprendizaje por recepción.- Se da cuando la nueva información es proporcionada al estudiante en su forma final.

Luego que recibe la información la procesa ya sea de manera significativa o repetitiva, pero esto depende del contenido de la información y de la actitud del estudiante, más no de la forma receptiva en que se lleva a cabo el aprendizaje.

- Aprendizaje por descubrimiento.- En este aprendizaje el estudiante debe descubrir el contenido, la tarea del maestro consiste en darle pistas o indicios para que lleguen por sí mismos al aprendizaje.

Estas dos formas no son excluyentes, por el contrario, se conjugan de tal manera que el aprendizaje significativo puede ser por recepción o por descubrimiento, de igual manera sucede respecto al aprendizaje repetitivo.

#### **2.4.2.- Enseñanza**

Etimológicamente procede del latín in-signare, que significa poner un signo, señalar, mostrar. Sus connotaciones van más allá del entorno educativo. Equivale a transmitir conocimientos o a instruir acciones que requieren intencionalidad y relación de comunicación. Mattos (1974) pág.49

Enseñar por tanto es un acto comunicativo por el cual el docente pone de manifiesto los objetos de conocimiento a través de la aportación de nuevas significaciones. Por eso se plantea la enseñanza como una adquisición de aprendizajes, lo que implica la participación de la alumna. La adquisición de aprendizajes se basa en la correlación entre enseñar y aprender. Lemus (1973) pág.91

Enseñar no es sólo desarrollar un conjunto de actividades sino también prestar atención, tener en cuenta lo que está ocurriendo. La conciencia, intencionalidad y deliberación son conceptos inseparables de la enseñanza, puesto que las intenciones del docente se transforman en valores o comportamientos de los alumnos. La enseñanza es una actividad normativa adaptada a ciertas condiciones éticas.

Según Aura Peña Pág. 58, manifiesta que enseñar, “es dirigir u orientar con **técnicas** apropiadas el proceso de aprendizaje a los educandos en la asignatura”.

Además enseñar es:

- 1.- PREVER Y PROYECTAR, en el proceso una organización funcional al programa, reunir el material bibliográfico y los medios auxiliares básicos.

2.- INICIAR, a los Educandos en el estudio de la Signatura estimulándolos, entregándoles la información adecuada, aclarando sus dudas, orientando su razonamiento, comprensión y dominio de la asignatura.

3.- DIRIGIR, a los alumnos en actividades apropiadas y completas, llevándolos a adquirir un dominio consciente de la Asignatura, sus problemas y relaciones.

4.- GUIAR, a los Educandos a fortalecer, integrar y fijar mejor lo han aprendido, modificando sus actitudes y conducta en la vida.

5.- DIAGNOSTICAR, los motivos de dificultades, frustración y fracaso que los Educandos pueden encontrar en el Aprendizaje de la Materia, ayudarlos a superarlas oportunamente.

6.-VALORAR Y COMPROBAR, en forma objetiva los resultados obtenidos por los alumnos en la experiencia del aprendizaje y su futura aplicación.

#### **2.4.2.1.- Enseñanza desde el Enfoque Histórico-Cultural**

“Esta propuesta está comenzando a germinar en las aulas como respuesta a la insatisfacción que viven estudiantes, docentes y padres de familia con relación al hecho educativo” Curso para docentes N<sup>o</sup> 2. Pág.31

Este malestar es evidente cuando los estudiantes de escuela no aprueban las pruebas de ingreso al colegio y los de colegio no lo pueden hacer con los de la Universidad, o peor todavía cuando el bachiller busca trabajo y en el campo laboral no puede aplicar lo poco o mucho que aprendió en el colegio.

De cambiar este proceso está bajo la responsabilidad estricta del docente en las Instituciones Educativas y es este el único responsable de la enseñanza adecuada o no de la matemática. Por tanto hay que utilizar **técnicas** innovadoras que ayuden al docente a que este fenómeno del aprendizaje ocurra de la mejor manera.

Lo que Vigotsky plantea para solucionar este problema, es que el docente se convierta en un mediador que se interponga entre el estímulo, contenido o

aprendizaje y el niño o la estudiante. El docente – mediador es el que selecciona, enmarca, organiza y planifica la aparición de estos nuevos aprendizajes significativos y sus procesos, como ya se analizó anteriormente.

### **2.4.3.- Proceso de Enseñanza Aprendizaje**

Dentro del aprendizaje como proceso creador se considera el valor del silencio, del deseo y del aburrimiento como oportunidades más que como problemas que impiden un desarrollo pleno de las actividades de enseñanza-aprendizaje como lo manifiesta Bernabéu y Goldstein (1997). “Porque el caos significa movimiento, cambio, promesa de algo nuevo; comienzo de un acto de aprendizaje y de creatividad, sustrato de todas las energías vitales en potencia”.

- El docente debe innovarse constantemente para dinamizar el proceso de inter aprendizaje utilizando nuevas herramientas del conocimiento, así como la información que proporciona el Internet.
- Es necesario que la administración de la educación se sustente en la Planificación Curricular a fin de ofrecer un servicio educativo de calidad.

#### **2.4.3.1.- Los Pilares del Aprendizaje**

La educación actual ya no se debe considerar en una sola etapa de la vida, sino debe estar presente todo el tiempo, ya no basta que un individuo acumule solo conocimientos al comienzo de su vida, sino debe estar en la capacidad de aplicar lo que aprendió durante toda su vida y ser capaz de adaptarse a un mundo en constante cambio.

La educación a lo largo de la vida se basa en cuatro pilares que son los siguientes:

- Aprender a conocer
- Aprender a hacer
- Aprender a vivir juntos
- Aprender a ser

Aprender a conocer, combinado con la cultura general suficientemente amplia con la posibilidad de profundizar los conocimientos en ciertas disciplinas lo cual es un reto de aprender a aprender para poder aprovechar las posibilidades que ofrece la educación a lo largo de la vida.

Aprender a hacer, al adquirir no solo una calificación profesional sino una competencia que capacite el individuo para hacer frente a gran número de situaciones y a trabajar en equipo. Pero también a hacer en el marco de las distintas experiencias sociales o de trabajo que se ofrecen a los jóvenes y adolescentes, bien espontáneamente a causa del contexto social o nacional bien formalmente gracias al desarrollo de la enseñanza.

Aprender a vivir juntos, desarrollando la comprensión del otro y la percepción de las formas de interdependencia -realizar proyectos comunes y prepararse para solucionar los conflictos- respetando los valores de pluralismo, comprensión mutua y paz.

Aprender a ser, para que florezca mejor la propia personalidad y tenga capacidad y condiciones de obrar con autonomía y responsabilidad personal. Con tal fin, no menospreciar en la educación ninguna de las posibilidades de cada individuo: memoria, razonamiento, capacidades físicas, aptitud para comunicar. Mientras los sistemas educativos formales propenden a dar prioridad a la adquisición de conocimientos, de otras formas de aprendizaje, importa concebir la educación como un todo.

Aprender a conocer es decir en el transcurso de la vida uno lo adquiere mediante la observación hasta comprender de que se trata. Además consiste para cada persona en aprender a comprender el mundo que le rodea, apreciando las virtudes del conocimiento y de la investigación individual y en equipo. El incremento del saber, que permite comprender mejor las múltiples fases del propio entorno, favorece el despertar de la curiosidad intelectual, estimula el sentido crítico y permite descifrar la realidad, adquiriendo al mismo tiempo una autonomía de juicio de valor. Desde esa perspectiva, se insiste en ello, es fundamental que cada

niño, adolescente, joven y adulto en cualquier parte que se encuentre, pueda acceder de manera adecuada al razonamiento científico y convertirse para toda la vida en un amigo de la ciencia. Ya que esto va cambiando minuto a minuto día tras día.

Aprender a hacer es realizar las cosas con capacidad llegando a tener un grado de competitividad, en esto se enmarca los tipos de habilidades motoras de los estudiantes desde que se inician en su vida escolar, preparándose para la sociedad que le rodea.

Pero la mayor parte de las instituciones forman estudiantes sin tener una mente emprendedora capaz de crear su propia empresa, sino que forman bachilleres para que salgan a buscar fuentes de trabajo y no para que puedan crear su propio negocio.

Aprender a convivir, se debe estudiar progresivamente a las personas primeramente conociéndonos a nosotros mismos para dominar y evitar las diferencias y actuar con madurez ante los demás, es decir no es acabar con la riqueza de la diferencia sino comprenderse del uno al otro evitando conflictos, por ejemplo la actitud del docente con el estudiante aquí en esta parte los dos siempre tienen que con vivir en armonía.

Aprender a ser, se refiere a que se tiene que tener un sentido humanístico no solo en la ciencia y lo tecnológico sino que hay que crecer como seres humanos comprendiendo lo bueno y lo malo que existe en este mundo, de igual manera se debe aplicar esta parte en la fase actitudinal para los educandos.

Metodología.- Promover un conjunto de aprendizajes significativos aplicados a la realidad del avance tecnológico con un paradigma crítico propositivo, incrementando círculos de estudio para crear el hábito de la investigación creando escenarios sociales para que los estudiantes sean capaces de solucionar problemas, el docente será un facilitador, guía, conductor de aprendizajes significativos, el estudiante desarrollará su pensamiento creativo.

Existiendo una interacción estudiantes – maestros, comunidad-entorno, a través de reuniones, actividades psicopedagógicas y sociales,

Visitas a clases para elevar la calidad de los mismos, desarrollar en los estudiantes el pensamiento inteligente, creativo, utilizando estrategias metodológicas, por lo que la metodología debe ser:

- Activa, que permita desarrollar en el educando su esfera cognitiva, motora y actitudinal – valorativa a través del aprender haciendo.
- Funcional, que los aprendizajes sean significativos que le permita al educando aplicar el conocimiento con actitud crítica y reflexiva. Que lo que aprende le sirva para la vida a fin de que los aprendizajes tengan sentido lógico y psicológico para el educando.
- Participativa que fortalezca en el educando su capacidad de SABER SER. A través de la acción educativa, del trabajo en equipo favorecer la socialización.
- Dinámica que la acción educativa se sustente en el SABER HACER. Que permita un aprendizaje a través de la experimentación.

#### **2.4.3.2.- Proceso de Enseñanza Aprendizaje de las Funciones Reales**

##### **2.4.3.2.1.- Función Real**

**“Una función real de una variable real es una regla que asocia a cada número real  $x$  de un conjunto  $D \subseteq R$ , un único elemento real  $f(x)$ , llamado imagen de  $x$  bajo  $f$ . una función tal se denota con  $f : D \subseteq R \rightarrow R$ ”** García Joe (2007). Pág.220

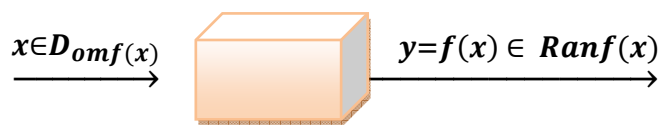
El estudio y tratamiento de las Funciones Reales, dentro de la matemática, es muy importante en el bachillerato, ya que es el pilar fundamental del Cálculo Diferencial, al igual que el factorar en el Algebra o las tablas de multiplicar en Aritmética, por tanto se inicia definiendo las funciones y como éstas son abstractas, se debe apoyar en los gráficos para interpretar y analizar el comportamiento de dichas funciones.



**Definición:** Son de la forma  $f: A \rightarrow B$ , en donde  $A \subseteq \mathbf{R}$  y  $B \subseteq \mathbf{R}; \mathbf{R}^2$ ; por tanto las funciones reales son subconjuntos de  $\mathbf{R}^2$ . Lo representamos en el plano cartesiano.

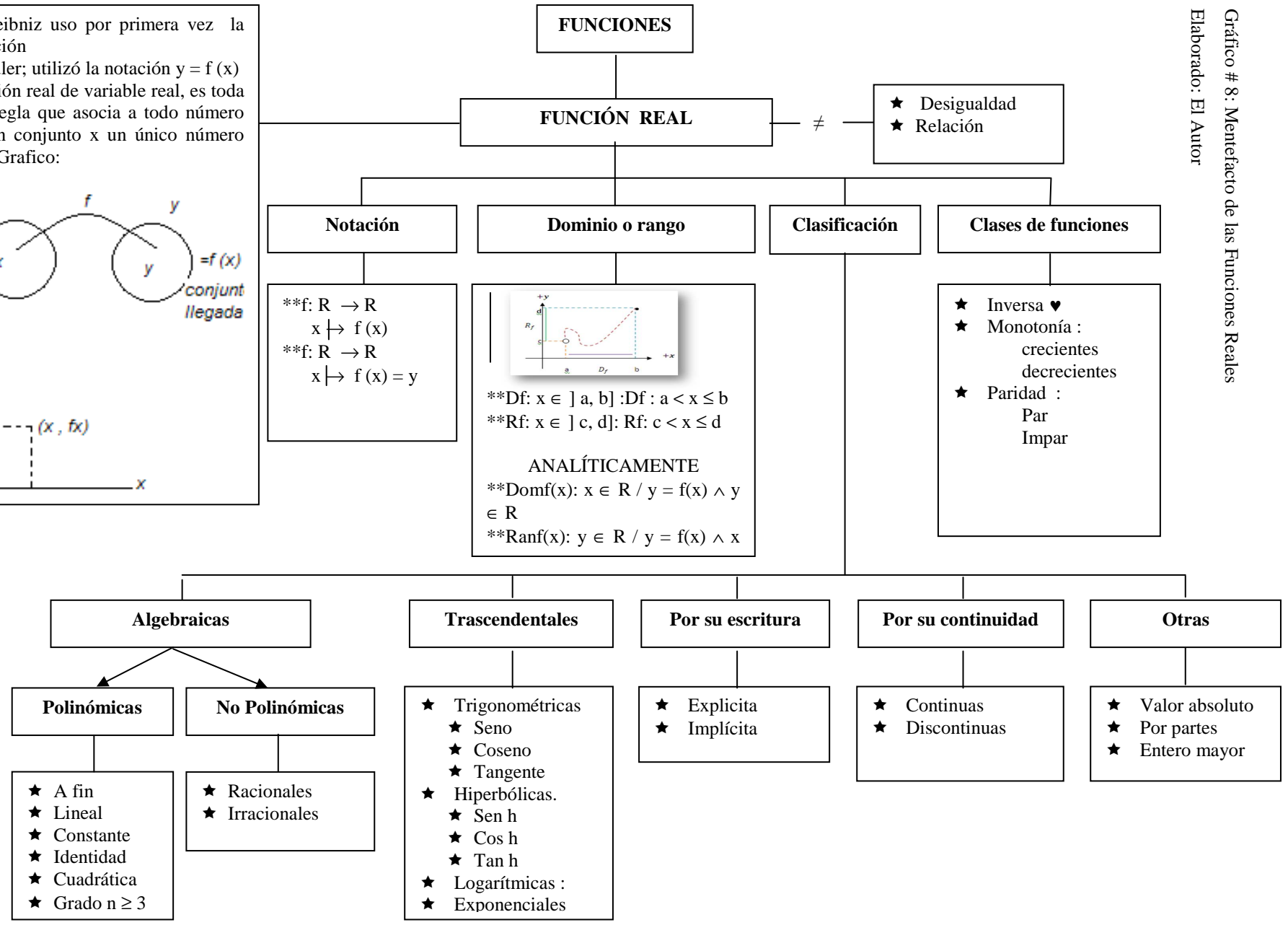
**Plano Cartesiano.-** Son rectas numéricas, dispuestas en forma horizontal y vertical.

**Gráfico:**



Hay tantas definiciones y formas de presentar a las funciones, pero la mejor, que resume casi toda la teoría es el siguiente mentefacto:

\*\*1694.- Leibniz uso por primera vez la palabra función  
 \*\*1734.- Euler; utilizó la notación  $y = f(x)$   
 \*\*Una función real de variable real, es toda relación o regla que asocia a todo número real  $x$  de un conjunto  $x$  un único número real  $y$  de  $y$  Grafico:



## 2.5.- DEFINICION DE TERMINOS BASICOS

En la actualidad existen diversos criterios y puntos de vista de términos utilizados y que ayudarán a esclarecer la investigación y éstos términos son:

**APRENDIZAJE:** Izquierdo (1997) indica que el aprendizaje significa adquirir nuevas conductas para adaptarse a nuevas situaciones. Por lo tanto, aprender no significa recepción ni repetición mecánica, sino que el sujeto accione sobre el objeto del conocimiento, contenidos, habilidades, destrezas, actitudes, sentimientos a efectos de apropiarse de él y transformarlo.

**ENSEÑANZA.-** Según Luis A. de Mattos. Pág. 32, “La enseñanza es una actividad que dirige el aprendizaje. Para enseñar bien, se necesita como profesores, tener primero una noción clara y exacta de lo que es realmente “aprender” y “enseñar”, pues existe una relación directa y necesaria, no solo teórica, sino práctica, entre estos dos conceptos básicos de la didáctica”.

**ENSEÑANZA.- (ACCION Y EFECTO DE ENSEÑAR):** Enseñar significa “mostrar algo a alguien” según Esteves (1995) y referenciado por Ms. Paco Bastidas. “acto en virtud del cual el docente pone de manifiesto los objetos de conocimiento al alumno para que éste los comprenda” pág.1 Paco Bastidas.

**ESTRATEGIAS.- (coordinar / dirigir).-** Según Bastidas P. una estrategia es la habilidad para coordinar (dirigir) el sistema Enseñanza – Aprendizaje (SEA). Generalmente responde al interrogante: ¿Cómo?”

Guía de una actividad. Procedimiento organizado, formalizado y orientado a la obtención de una meta establecida

Ej. Estrategia del aprendizaje significativo

**METODO:** Se refiere a un orden sistemático establecido para ejecutar acciones, para conducir una operación.

**TECNICAS:** Procedimientos que buscan obtener eficazmente, con una secuencia de pasos los objetivos propuestos. Hace uso de varias técnicas para conseguir objetivos.

Ej.: estudio de casos, diseño de proyectos, debates, etc.

**ACTIVIDADES:** Son acciones que se realizan dentro del proceso de una técnica, son parciales y específicas.

Ej. Discusiones en grupo, proponer hipótesis, tareas en equipo, tareas individuales, etc.

**MODELO PEDAGÓGICO:** Es la concepción que manifiesta los aspectos de una realidad educativa específica. Esa cualidad se constituye por el tipo de desarrollo humano que se aspira formar.

**MISION:** Es una Institución que brinda un servicio Integral, que cuenta con personal en continuo mejoramiento, aplicando procesos pedagógicos adecuados y que forman Bachilleres y Tecnólogos con mentalidad reflexiva, creativa, y cooperativa, comprometida con la sociedad.

**VISION:** Somos una Institución educativa de calidad, contando con personal comprometido, capacitado pedagógica, científica y tecnológicamente, aplicando un modelo pedagógico innovador para formar bachilleres y tecnólogos orientados hacia la excelencia.

**PARADIGMA:** Sistema de creencias o modelos representativos sobre un fenómeno compartido por un grupo determinado como verdaderos mientras aparece otro capaz de sustentar su propia validez.

**ENFOQUE:** Son maneras de entender y organizar la educación y el aprendizaje que sirven de base a distintos modelos pedagógicos, provienen de teorías construidas por investigadores educativos.

**MODELOS:** Son formas histórico-culturales de concreción de un paradigma o un enfoque. Hecho de enseñar y de aprender una tarea vital y creadora.

**SOCIEDAD:** La sociedad define, trasmite y refuerza las normas de comportamiento, aprueba la conducta correcta y castiga la incorrecta

La sociedad debe saber con diáfana claridad lo que espera del individuo

**COMUNICACIÓN:** Es la interacción creativa de: pensamientos, emociones, ideas abstractas o realidades concretas, mediante un recurso lúdico y estético que afina nuestra sensibilidad, como es el LENGUAJE

**CONCIENCIA:** La conciencia del hombre se desarrolla en la interacción social y en el trabajo productivo. La conciencia y la psiquis humana son producto social. El estudiante puede aprender de sus semejantes a través de su relación con ellos.

**COGNICIÓN.-** Ejercicio de las facultades intelectivas para: percibir, entender, saber, advertir, reconocer, comparar, recordar, valorar, etc.

**PROCESOS COGNOSCITIVOS.-** Comprenden el conjunto de cogniciones que tienen lugar durante el juicio, la comparación, la resolución de problemas, la originalidad, la creatividad, la fantasía y los sueños.

**RAZONAMIENTO.-** Son operaciones mentales por medio de las cuales se emiten juicios de valor y se establecen nuevas ideas. Existen algunos tipos de razonamientos: abstracto, espacial, mecánico, verbal y numérico

**PERSONALIDAD.-** Es la expresión singular, del conjunto de fenómenos diversos, mediatizados en un espacio tiempo determinado, en el cual interactúan los hombres como una formación histórico cultural creada por la actividad de producción y transformación de su realidad.

## **2.6.- HIPÓTESIS**

Las técnicas innovadoras informáticas y de organizadores gráficos mejorarán directamente la enseñanza- aprendizaje de las funciones reales en las estudiantes del segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”

## **2.7.- SEÑALAMIENTO DE VARIABLES**

### **Variable Independiente**

Utilización de Técnicas Innovadoras Informáticas y de Organizadores Gráficos

### **Variable dependiente**

Mejoramiento del proceso de Enseñanza- Aprendizaje de las Funciones Reales

## CAPÍTULO III

### METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

#### 3.1.- ENFOQUE

El enfoque de ésta investigación está orientada en el paradigma cuali – cuantitativo, porque permite la observación real de los hechos, en forma interna, sus objetivos plantea acciones inmediatas, la población es pequeña, requiere de encuestas y la participación de estudiantes, docentes y autoridades del Instituto.

#### 3.2.- MODALIDAD BÁSICA DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación responde a la **de campo** porque la recolección de datos se realizará directamente de las estudiantes, docentes y autoridades, es decir, de la realidad donde ocurren los hechos, sin manipular o controlar variable alguna.

Además se utilizará la investigación **documental** ya que tiene el propósito de basarse en la obtención y análisis de datos provenientes de materiales impresos como las encuestas.

Adicionalmente se utilizará la investigación **bibliográfica** para ampliar y profundizar diferentes enfoques, teorías, conceptualizaciones y criterios de diversos autores sobre el problema detectado, basándose en documentos, libros, revistas y otras publicaciones.

#### 3.3.- NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN

El nivel de la investigación será **exploratoria** ya que el tema no es muy estudiado, por lo que los resultados constituirán una visión aproximada de las causas y efectos del objeto en estudio.

Se apoyará en una investigación **descriptiva** ya que se realizará un estudio independiente de las variables, para relacionar después.

Por último se analizarán la causa y efecto de los hechos, mediante una investigación **explicativa** que ayuden a buscar el porqué de los hechos y poder proponer soluciones que coadyuven a mejorar la enseñanza – aprendizaje de las matemáticas en el Instituto.

### 3.4.- POBLACIÓN Y MUESTRA

En la presente investigación se trabajará con todo el universo de las estudiantes del Segundo año de la especialización de Físico Matemático, así como también con todos los docentes del Área de matemáticas y las autoridades del Instituto “Consejo Provincial” de Pichincha

Cuadro # 3 Unidades de Observación  
Elaborado: El Autor

<b>UNIDADES DE OBSERVACIÓN</b>	<b>POBLACIÓN</b>	<b>MUESTRA</b>	<b>%</b>
Estudiantes del Segundo año de Bachillerato	67	67	100
Profesores del Área de Matemáticas	12	12	100
Vicerrectores	2	2	100
Rector	1	1	100

### 3.5.- TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE INVESTIGACIÓN

La presente investigación utilizará las siguientes técnicas e instrumentos:

- La Técnica: Encuesta dirigida a docentes
- El Instrumento: Cuestionario
- La Técnica: Encuesta dirigida a docentes



CONCEPTUALIZACIÓN	CATEGORÍAS	INDICADORES	PREGUNTAS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p><b>TÉCNICAS DIDÁCTICAS.-</b></p> <p>Es el proceso de uso que permite la aplicación de métodos, procedimientos y técnicas para realizar actividades con ahorro de tiempo, dinero y que buscan obtener eficazmente, la formación académica.</p>	<p>Uso de Organizadores gráficos</p> <p>Aplicación de las NTICS</p>	<p>Uso de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Mapa conceptual</li> <li>• Mentefacto</li> <li>• Diagrama “UVE”</li> </ul> <p>Aplicación de:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• CIENTIFIC WORKPLACE</li> <li>• FUNCIONES MATEMÁTICAS</li> <li>• DERIVE</li> </ul>	<p>¿Considera Ud. que incidirán positivamente la utilización de las técnicas informáticas y los organizadores gráficos en la enseñanza-aprendizaje de la matemática?</p> <p>¿Considera Ud. que las técnicas informáticas y los organizadores gráficos pueden ser utilizados en la Matemática?</p> <p>¿Ha utilizado, la técnica escrita del Mentefacto en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática?</p> <p>¿La técnica escrita del mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en los procesos mentales de la estudiante de matemática?</p> <p>¿Considera que las técnicas audio visuales favorecerán el proceso enseñanza aprendizaje de la Matemática?</p> <p>¿Cree Ud. que la técnica verbal es la única técnica didáctica que se debe utilizar en el proceso de enseñanza aprendizaje de la matemática?</p> <p>¿Considera adecuado utilizar el programa de Funciones Matemáticas, para graficar las funciones Reales?</p>	<p>ENCUESTA</p> <p>CUESTIONARIO (escala de Liker)</p>

CONCEPTUALIZACIÓN	CATEGORÍAS	INDICADORES	PREGUNTAS	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS
<p>ENSEÑANZA-APRENDIZAJE.-</p> <p>Cada uno de los pasos del proceso que se aplica en la enseñanza-aprendizaje y la relación con la teoría - práctica de las Funciones Reales.</p> <p>Es el cambio de actitud frente a actividades a desarrollarse.</p>	<p>Proceso de Enseñanza-Aprendizaje</p> <p>Relación de la teoría con la práctica de las Funciones Reales</p>	<p>Mejora de la Enseñanza Aprendizaje</p> <p>Ejecución de Actividades</p>	<p>¿Mejorara la enseñanza aprendizaje de las funciones Reales al usar técnicas innovadoras?</p> <p>¿Cuenta el Instituto con laboratorios de computación y programas actuales que ayuden a la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?</p> <p>¿Incorpora en su práctica, procedimientos acordes al nuevo Modelo pedagógico del Instituto?</p> <p>¿Genera técnicas que permita alcanzar el dominio del conocimiento de las Funciones Reales?</p> <p>¿Organiza y conduce el proceso E-A de manera efectiva, empleando técnicas innovadoras, que aseguran la participación y solidaridad de las alumnas?</p> <p>¿Promueve que se establezcan relaciones de la teoría con la práctica de las Funciones Reales?</p>	<p>ENCUESTA</p> <p>CUESTIONARIO (escala de Liker)</p>

### 3.7.- RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

Este proceso se la realizará mediante una Encuesta, aplicando directamente los cuestionarios para la población establecida, que me ayudarán a obtener resultados en la investigación de campo.

La Encuesta constará de un saludo e instrucciones precisas, de diez ítems, cada una con cinco alternativas de respuesta, para que el encuestado tenga la facilidad y el tiempo necesario para que conteste en forma adecuada y poder sacar el mayor provecho y cumplir con lo en la matriz de operaciones de las variables. Para el proceso de recolección, procesamiento, análisis e interpretación de la información del informe final se realizo de la siguiente manera:

Cuadro # 4: Recolección de Información  
Elaborado: El Autor

<b>PREGUNTAS</b>	<b>EXPLICACIÓN</b>
¿Para qué?	Para alcanzar los objetivos propuestos en la presente investigación
¿A qué personas o sujetos?	Estudiantes del Segundo año del Bachillerato de la especialidad Físico Matemático y Docentes del Área.
¿Sobre qué aspectos?	Técnicas innovadoras empleadas por los docentes de Matemática en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.
¿Quién?	Investigador o autor del proyecto
¿Cuándo?	Segunda quincena del mes de Noviembre del 2009, y culminará aproximadamente la primera quincena de Marzo del 2010.
¿Lugar de recolección de la información?	Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial” de Pichincha
¿Cuántas veces?	Una sola vez a cada uno de los involucrados
¿Qué técnica de recolección?	Encuestas a docentes y dicentes.
¿Con qué?	Cuestionarios debidamente estructurados
¿En qué situación?	En condiciones de respeto, profesionalismo y absoluta reserva. Se hará público los resultados generales, sin revelar nombres de los actores

### **3.8.- PLAN DE PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN**

El procesamiento de la información se ejecuta de acuerdo a los siguientes pasos:

- Clasificación, selección y tabulación de los datos numéricos.
- Selección de la información cualitativa.
- Elaboración de gráficos demostrativos.
- Presentación en cuadros estadísticos.
- Análisis e interpretación de los resultados.

Realizada la selección de información se establece la relación con las variables, los objetivos y la verificación de la hipótesis planteada para establecer diferentes respuestas tendientes a solucionar el problema planteado.

## **CAPITULO IV**

### **ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS**

La información recopilada en el proceso de investigación fue procesada a través de la utilización de las técnicas de la estadística descriptiva.

Los procesos realizados fueron los siguientes:

- a) Tabulación de datos ítem por ítem (pregunta por pregunta).
- b) Elaboración de tablas o cuadros estadísticos porcentuales por c/u de los ítems.
- c) Cálculo de la Media Aritmética y la Desviación Típica que ayudarán a interpretar los resultados.
- d) Elaboración de representaciones gráficas que objetivicen los resultados cuantitativos demostrados en los cuadros.

Algunos de los ítems que sirvieron para la encuesta, se detallan en la matriz de operacionalización de la variable.

#### **4.1.- ANÁLISIS DE RESULTADOS**

Para analizar los resultados se procedió a describir e interpretar los valores cuantitativos que se encuentran en las tablas y gráficas estadísticas.

Se realizó la inferencia correspondiente determinando la conclusión parcial con respecto del ítem que se analiza.

#### 4.1.1.- Resultados Docentes

##### ÍTEM No. 1

¿Considera Ud. Que las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos pueden ser utilizados en la Matemática?

Cuadro # 5 Técnicas Informáticas

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	0	0
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	6	43
4	Casi Siempre	5	36
5	Siempre	3	21
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		2,8	

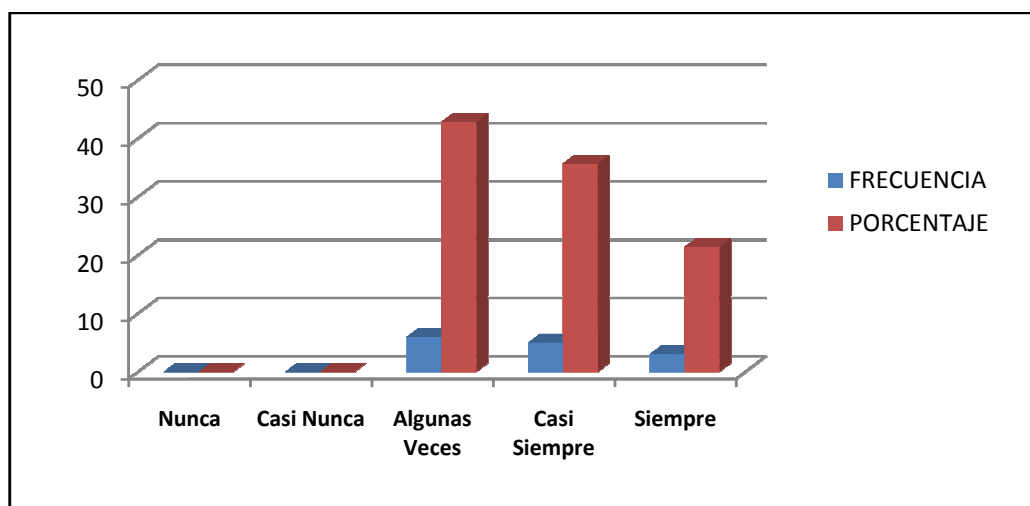


Gráfico # 9.- ¿Considera Ud. ¿Qué Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos pueden ser utilizados en la Matemática?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto "Consejo Provincial de Pichincha"

Elaborado: El Autor

#### ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 43% consideran que Algunas Veces las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos se pueden utilizar en la matemática. El 36% manifiestan que Casi Siempre y el 21% responde que Siempre se debe utilizar.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” consideran que se puede utilizar las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos en la Matemática.

### ÍTEM No. 2

¿La Técnica escrita del Mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en los procesos mentales de las estudiantes de Matemática?

Cuadro # 6: Técnica del Mentefacto

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	0	0
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	3	21
4	Casi Siempre	4	29
5	Siempre	7	50
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		2,9	

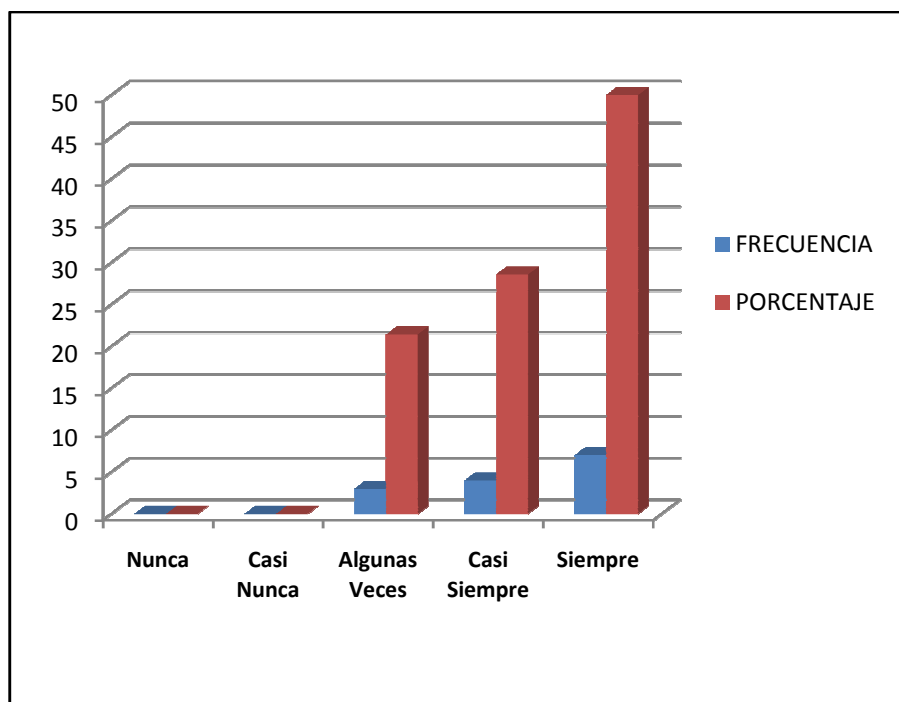


Gráfico #10: ¿La Técnica escrita del Mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en los procesos mentales de las estudiantes de Matemática?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 21% consideran que Algunas Veces la Técnica escrita del Mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en los procesos mentales de las estudiantes de Matemática, el 29% manifiesta que Casi Siempre y el 50% responde que Siempre permitirá un mejor análisis y comprensión.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” consideran que la Técnica escrita del Mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en los procesos mentales de las estudiantes de Matemática.

### ÍTEM No. 3

¿Utiliza como formato el diagrama U.V.E. para relacionar la teoría con la práctica en las clases de funciones reales?

Cuadro# 7 : Diagrama U.V.E

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	4	29
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	6	43
4	Casi Siempre	3	21
5	Siempre	1	7
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		2,4	

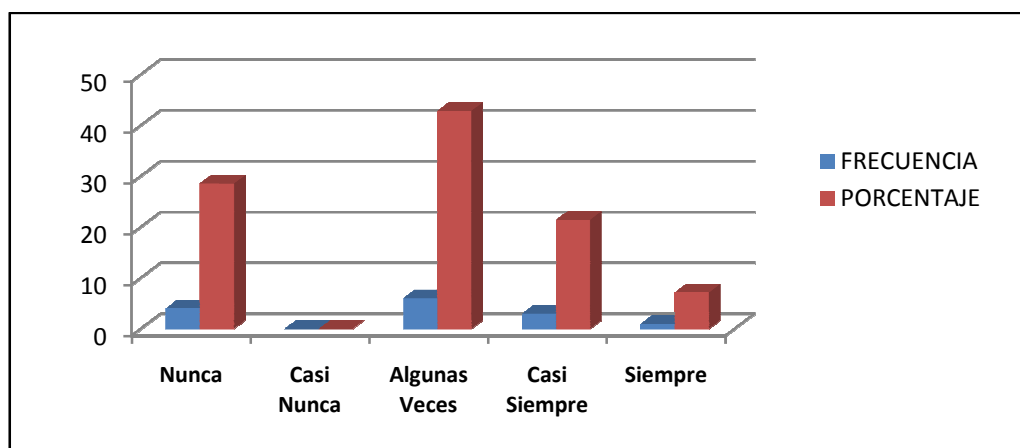


Gráfico # 11: ¿Utiliza como formato el diagrama U.V.E. para relacionar la teoría con la práctica en las clases de funciones reales?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor



## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 29% consideran que Nunca han utilizado como formato el diagrama U.V.E, el 43% Algunas Veces el 21% Casi Siempre y el 7% Siempre han relacionado la teoría con la práctica mediante el organizador gráfico U.V.E.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” consideran que no relacionan la teoría con la práctica utilizando como formato el diagrama U.V.E

### ÍTEM No. 4

¿Cree Ud. que los Organizadores Gráficos ayudarán al fortalecimiento del conocimiento teórico de las Funciones Reales?

Cuadro # 8: Organizadores Gráficos

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	0	0
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	2	14
4	Casi Siempre	5	36
5	Siempre	7	50
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		3,1	

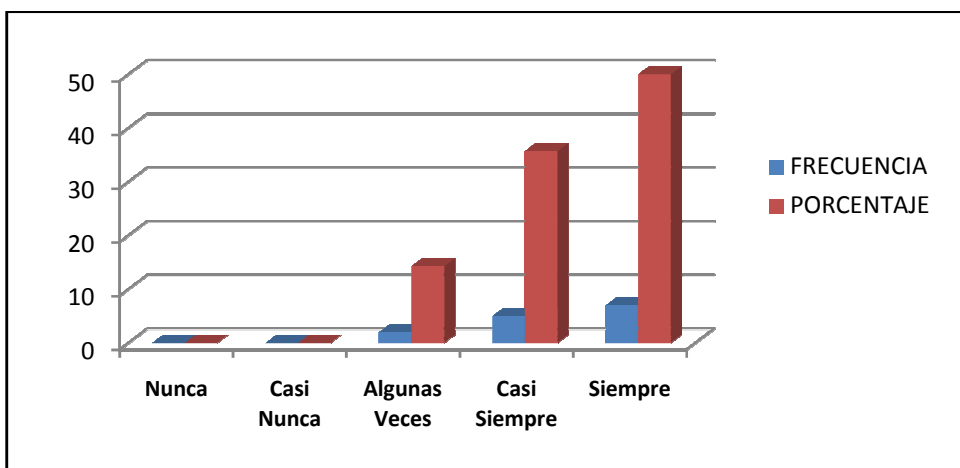


Gráfico #12. ¿Cree Ud. que los Organizadores Gráficos ayudarán al fortalecimiento del conocimiento teórico de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 14% consideran que Algunas Veces los Organizadores ayudarán al fortalecimiento del conocimiento teórico de las Funciones Reales, el 36% Casi Siempre, y el 50% manifiestan que Siempre.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” creen que los Organizadores Gráficos sí ayudarán al fortalecimiento del conocimiento teórico de las Funciones Reales.

### ÍTEM No. 5

¿Cree Ud. que la Técnica verbal es la única que se debe utilizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática?

Cuadro # 9: Técnica Verbal

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	6	43
2	Casi Nunca	4	29
3	Algunas Veces	2	14
4	Casi Siempre	1	7
5	Siempre	1	7
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		2,2	

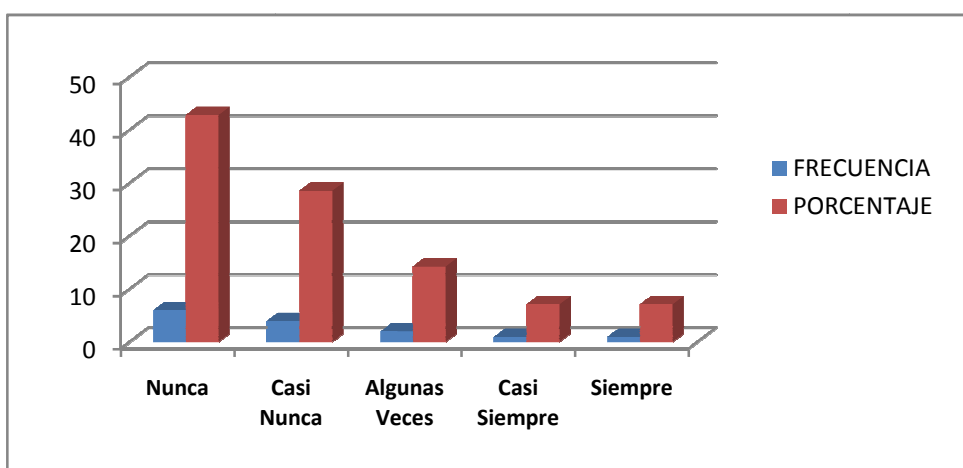


Gráfico # 13: ¿Cree Ud. que la Técnica verbal es la única que se debe utilizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 42% consideran que Nunca la Técnica Verbal debe ser la única, el 29% Casi Nunca, el 14% Algunas Veces y el 7% manifiestan que Siempre y Casi Siempre es la única Técnica que debe utilizarse en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” creen la Técnica Verbal no es la única que se debe utilizar en el proceso enseñanza-aprendizaje de la Matemática.

### ÍTEM No. 6

¿Considera que la aplicación de las Técnicas Audio-visuales favorecerá el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Cuadro # 10: Técnica Audio-Visual

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	0	0
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	4	29
4	Casi Siempre	4	29
5	Siempre	6	43
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		2,7	

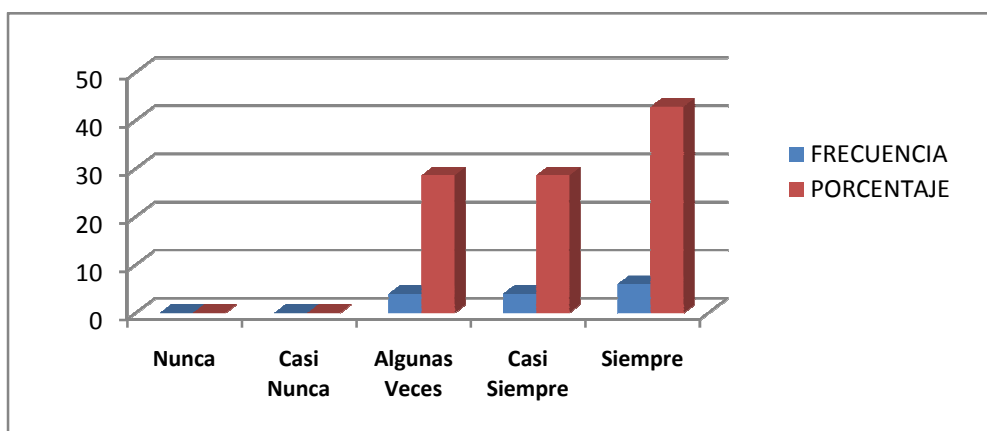


Gráfico # 14: ¿Considera que la aplicación de las Técnicas Audio-visuales favorecerá el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 29% consideran que Algunas Veces y Casi Siempre la aplicación de las Técnicas Audio-visuales favorecerán el proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales, y el 43% manifiestan que Siempre.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” consideran que la aplicación de técnicas Audio-visuales sí favorecerán el proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

### ÍTEM No. 7

¿Las Gráficas de las Funciones Reales, mejorará con el uso del Software Matemático?

Cuadro #11: Software Matemático

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	0	0
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	2	14
4	Casi Siempre	6	43
5	Siempre	6	43
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		3,0	

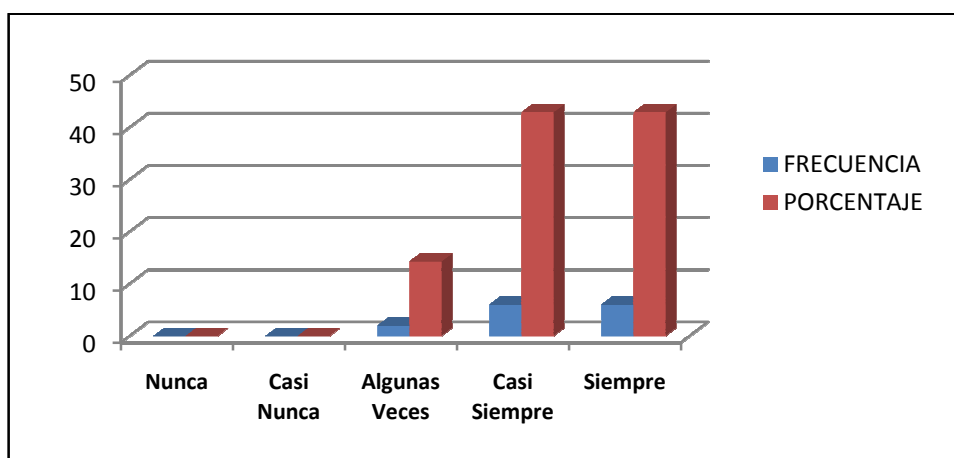


Gráfico # 15: ¿Las Gráficas de las Funciones Reales, mejorará con el uso del Software Matemático?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 14% consideran que Algunas Veces las Gráficas de las Funciones Reales, mejorarán con el uso del Software Matemático, y el 43% manifiestan que Casi Siempre y Siempre.

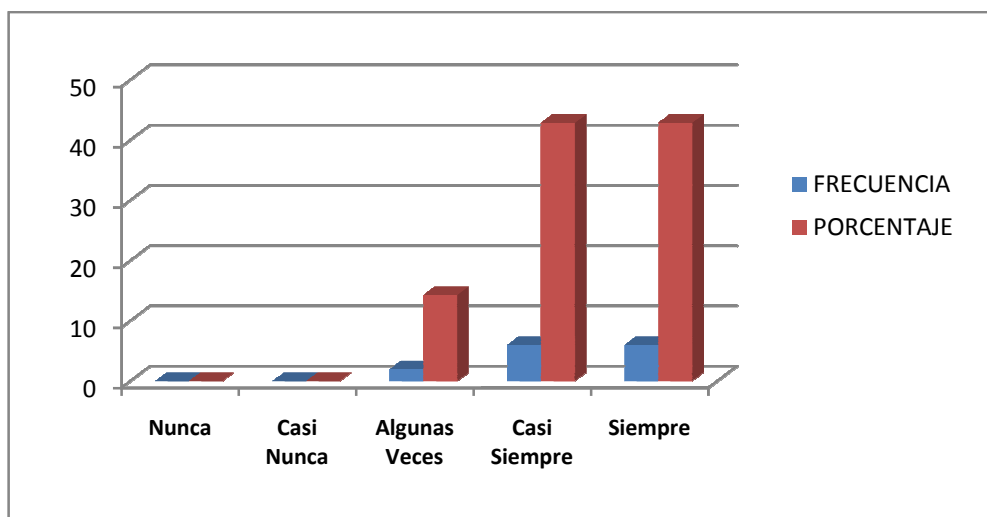
Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” consideran que las gráficas sí mejorarán con el uso del Software Matemático.

### ÍTEM No. 8

¿Promueve que se establezcan relaciones de la teoría con la práctica en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Cuadro # 12: Teoría-Práctica

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	0	0
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	2	14
4	Casi Siempre	6	43
5	Siempre	6	43
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		3,0	



Gráfica # 16: ¿Promueve que se establezcan relaciones de la teoría con la práctica en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 14% consideran que Algunas Veces las Gráficas de las Funciones Reales, mejorarán con el uso del Software Matemático, y el 43% manifiestan que Casi Siempre y Siempre.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” consideran que las gráficas sí mejorarán con el uso de Software Matemático.

### ÍTEM No. 9

¿Piensa Ud. que incidirá positivamente la utilización de las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Cuadro # 13: Incidencia Positiva

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	0	0
2	Casi Nunca	0	0
3	Algunas Veces	1	7
4	Casi Siempre	5	36
5	Siempre	8	57
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		3,6	

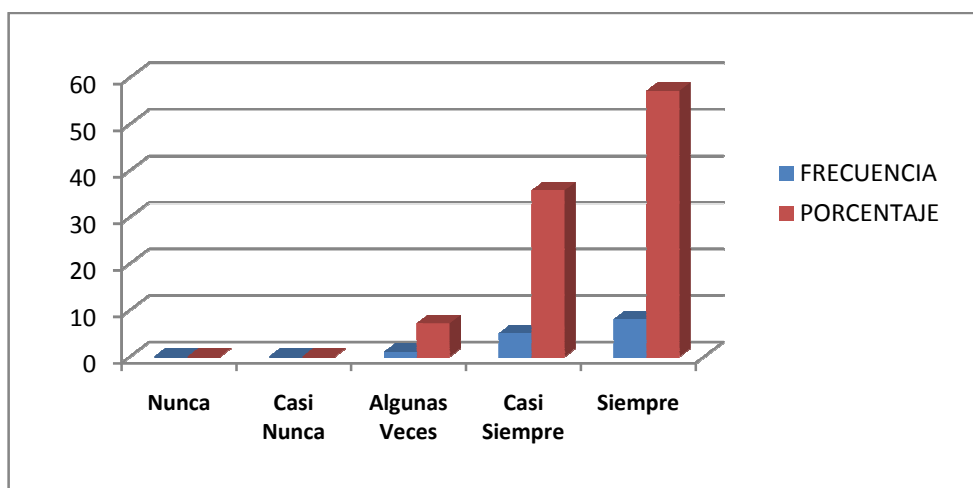


Gráfico # 17: ¿Piensa Ud. que incidirá positivamente la utilización de las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”  
Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 7% piensan que Algunas Veces incidirán positivamente las Técnicas informáticas y los Organizadores Gráficos en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales, el 36% Casi Siempre y el 57 % Siempre.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” piensan que sí incidirá positivamente la utilización de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

### ÍTEM No. 10

¿Utiliza Ud. una Guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos, para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Cuadro #. 14: Utiliza Guía

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	4	29
2	Casi Nunca	2	14
3	Algunas Veces	6	43
4	Casi Siempre	2	14
5	Siempre	0	0
TOTAL		14	100
Media		3	
Desviación		2,3	

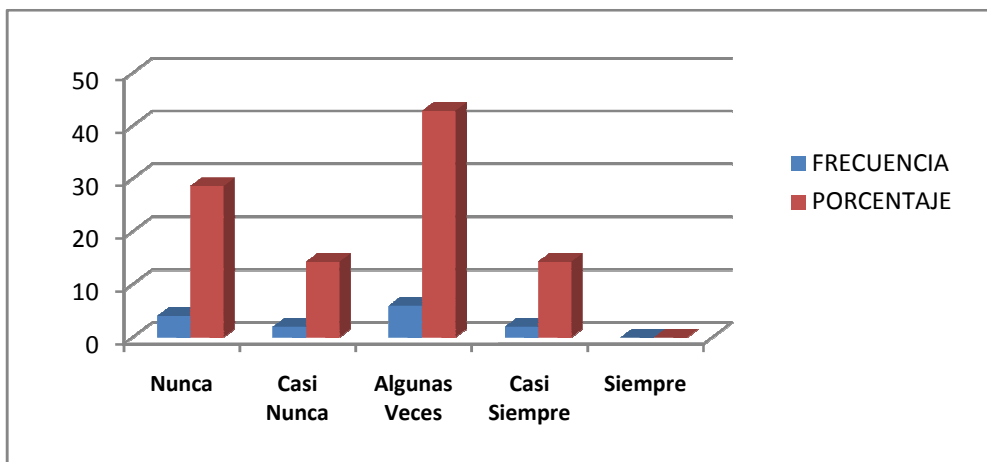


Gráfico # 18: ¿Utiliza Ud. una Guía de Técnicas Informáticas y Organizadores

Gráficos, para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta Docentes del Instituto “Consejo Provincial de pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De los 12 docentes de matemática y 2 autoridades encuestados, el 29% Nunca utilizan una guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos, el 43% Algunas Veces y el 14% Casi Nunca y Siempre.

Por tanto, los docentes de matemática y las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” no utilizan una Guía de Técnicas y Organizadores Gráficos para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

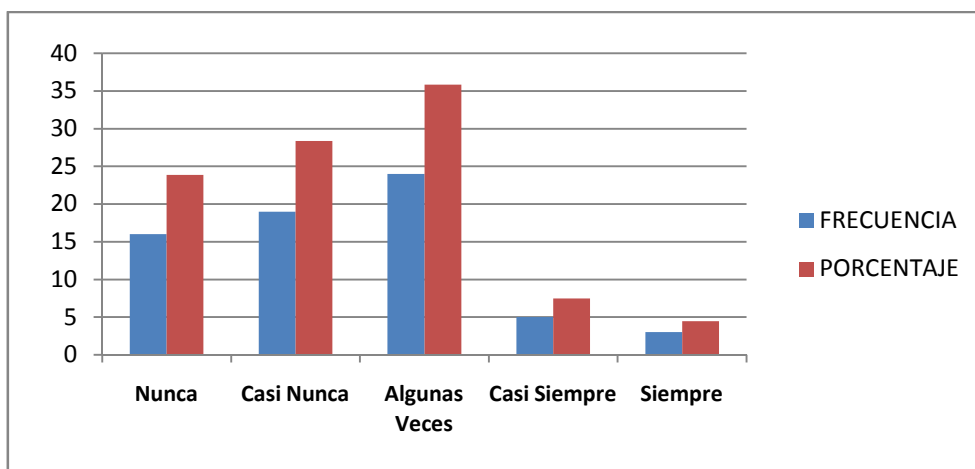
### 4.1.2.- RESULTADOS ESTUDIANTES

#### ÍTEM No. 1

¿Ha utilizado Ud. Software Matemático y Organizadores Gráficos en Matemáticas?

Cuadro #. 15: Utiliza Organizadores Gráficos

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	16	24
2	Casi Nunca	19	28
3	Algunas Veces	24	36
4	Casi Siempre	5	7
5	Siempre	3	4
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		9,1	



GRÁFICA #19: ¿Ha utilizado Ud. Software Matemático y Organizadores Gráficos en Matemáticas?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”  
Elaborado: El Autor



## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 24% Nunca han utilizado Software Matemático y Organizadores Gráficos para realizar resúmenes de la teoría Matemática, el 28% Casi Nunca, el 36% Algunas Veces, el 7% Casi siempre y el 4% Siempre.

Por tanto, las estudiantes de la especialidad Físico Matemático del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” Algunas veces han utilizado Software Matemático y Organizadores Gráficos, en las clases de Matemáticas.

### ÍTEM No. 2

¿Mejorará la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales al usar Software Matemático y Organizadores Gráficos?

Cuadro # 16: Mejorará la E-A al usar Software y Organizadores Gráficos

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	2	3
2	Casi Nunca	9	13
3	Algunas Veces	12	18
4	Casi Siempre	8	12
5	Siempre	36	54
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		13,1	

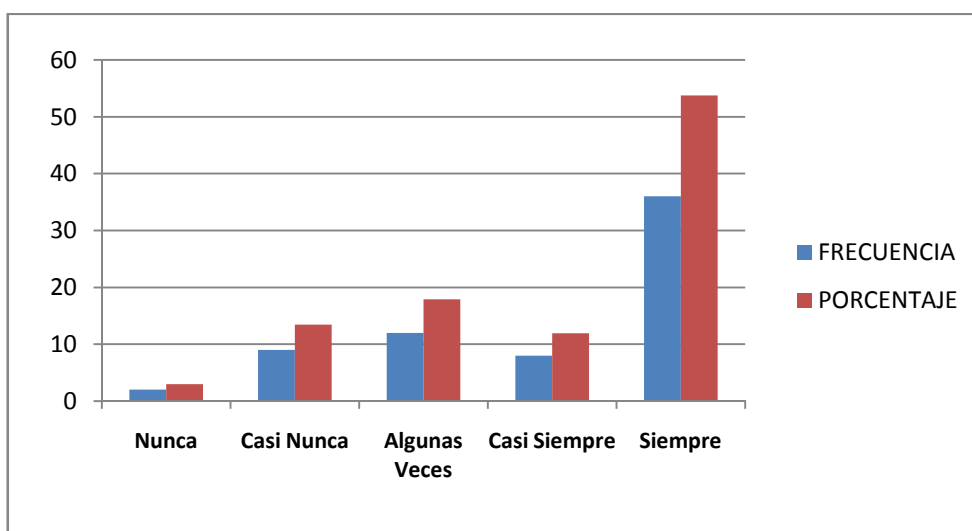


Gráfico #20: ¿Mejorará la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales al usar Software Matemático y Organizadores Gráficos?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”  
Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 13% Casi Nunca el docente de matemática utiliza tiza y pizarrón para enseñar Funciones Reales, el 18% Algunas Veces, el 12% Casi siempre, y el 54% Siempre.

Por tanto, las estudiantes de la especialidad Físico Matemático del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” manifiestan que siempre mejorará la E-A de las Funciones Reales al utilizar Software Matemático y Organizadores Gráficos.

### ÍTEM No. 3

¿El Docente de Matemática utiliza Mapas Conceptuales para enseñar Funciones Reales?

Cuadro # 17: Utiliza Mapas Conceptuales

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	34	51
2	Casi Nunca	14	21
3	Algunas Veces	14	21
4	Casi Siempre	2	3
5	Siempre	3	4
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		12,9	

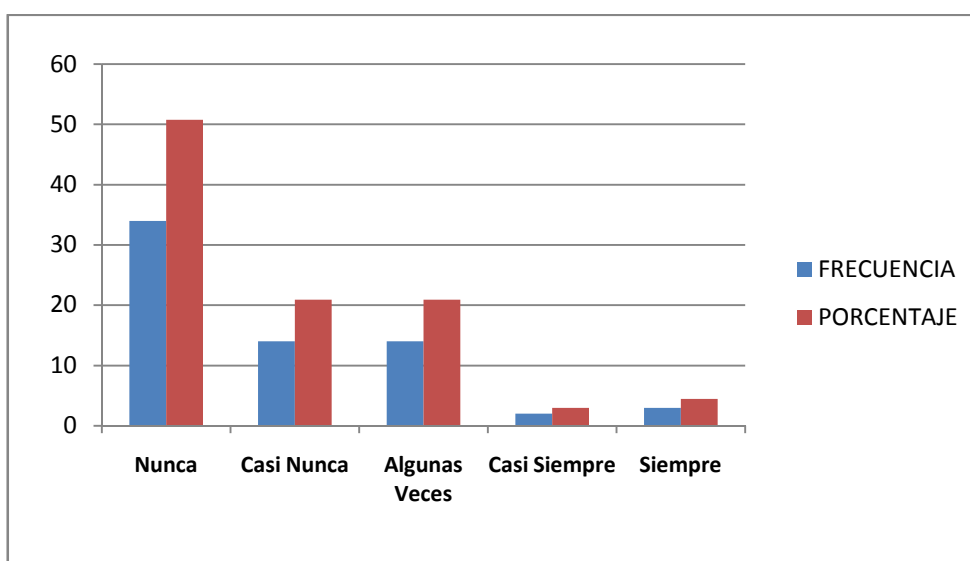


Gráfico # 21: ¿El Docente de Matemática utiliza Mapas Conceptuales para enseñar Funciones Reales?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”  
Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 51% Nunca el docente de matemática utiliza Mapas Conceptuales para enseñar Funciones Reales, el 51% responde que Casi Nunca y Algunas Veces, y el 4% Siempre.

Por tanto, el docente de matemática de la especialidad Físico Matemático del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” Casi Nunca utiliza Mapas Conceptuales para enseñar Funciones Reales.

### ÍTEM No. 4

¿El Docente de Matemática utiliza el dictado para que memorice y lo repitan las estudiantes?

Cuadro #. 18: Utiliza Dictado

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	30	45
2	Casi Nunca	20	30
3	Algunas Veces	8	12
4	Casi Siempre	3	4
5	Siempre	6	9
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		11,3	

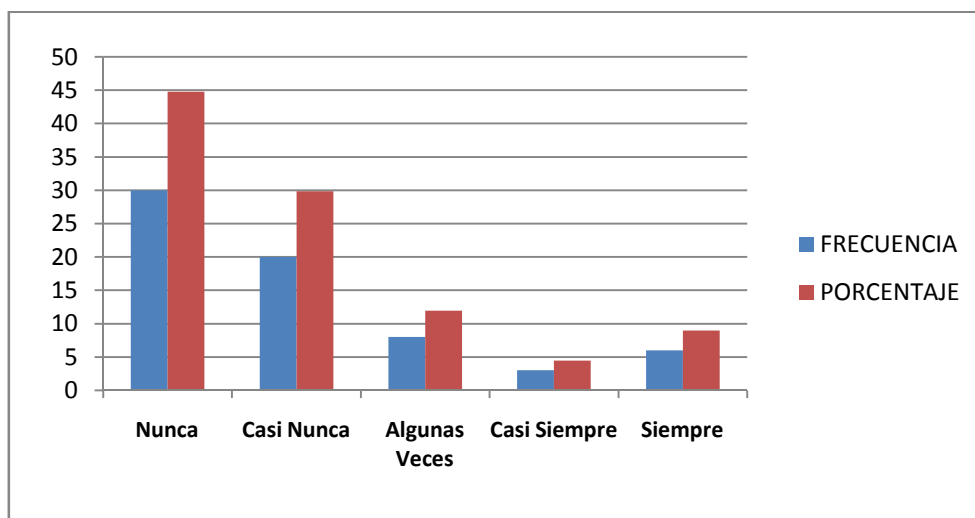


Gráfico # 22: ¿El Docente de Matemática utiliza el dictado para que memorice y lo repitan las estudiantes?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”  
Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 45% Nunca el docente de matemática utiliza el dictado, el 30% responde que Casi Nunca, el 12% Algunas Veces, y el 9% Siempre.

Por tanto, el docente de matemática de la especialidad Físico Matemático del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” Casi Nunca utiliza el dictado para que memoricen y repitan las estudiantes.

### ÍTEM No. 5

¿En el aula de clase, el Docente de Matemática le da mayor importancia a la teoría que la práctica?

Cuadro # 19: Importancia Teoría - Práctica

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	44	66
2	Casi Nunca	17	25
3	Algunas Veces	5	7
4	Casi Siempre	1	1
5	Siempre	0	0
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		18,4	

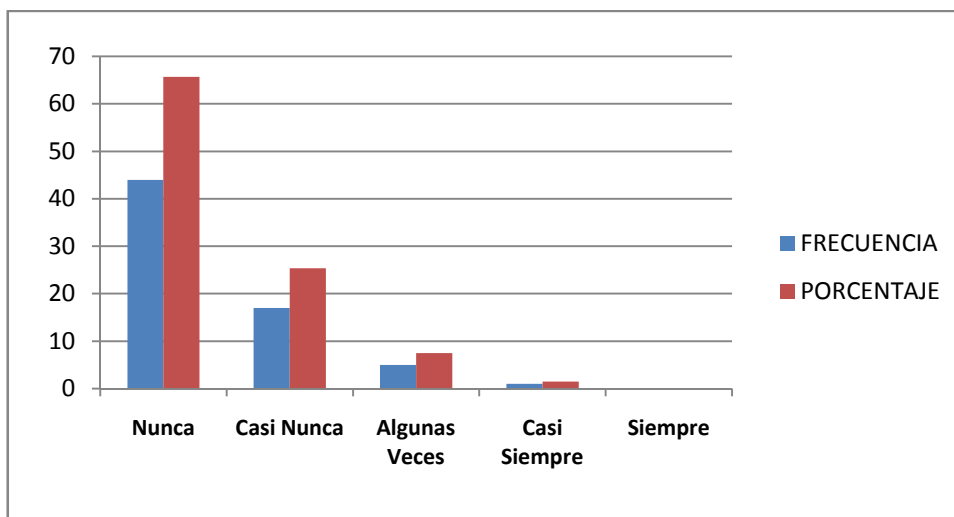


Gráfico #23: ¿En el aula de clase, el Docente de Matemática le da mayor importancia a la teoría que la práctica?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”  
Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 66% responde que el Docente de Matemática Nunca le da mayor importancia a la teoría que la práctica, el 25% manifiesta que Casi Nunca, y el 7% Algunas Veces.

Por tanto, el docente de matemática de la especialidad Físico Matemático del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” Casi Nunca le da mayor importancia a la teoría que la práctica.

### ÍTEM No. 6

¿Cuenta el Instituto con Laboratorios de Computación actuales que ayuden a la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Cuadro # 20: Laboratorios de Computación

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	45	67
2	Casi Nunca	11	16
3	Algunas Veces	5	7
4	Casi Siempre	4	6
5	Siempre	2	3
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		18,0	

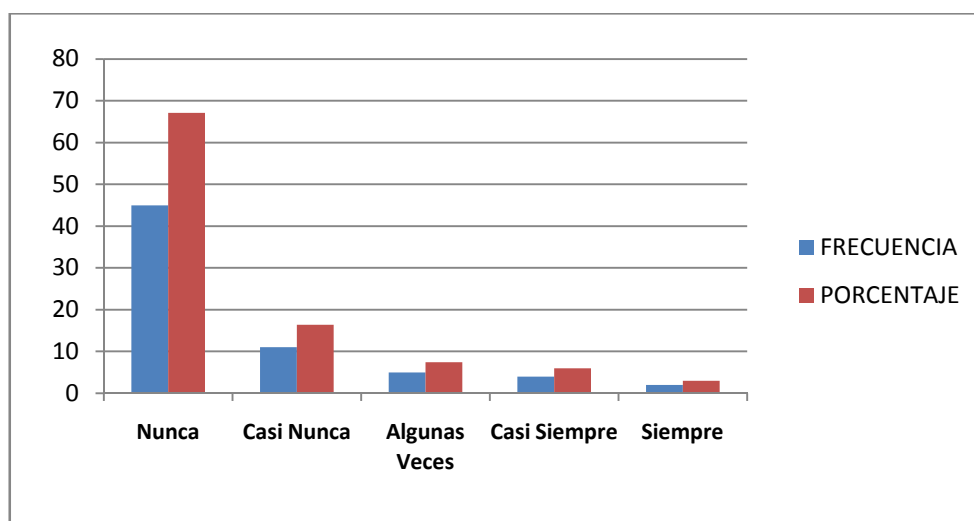


Gráfico #24: ¿Cuenta el Instituto con Laboratorios de Computación actuales que ayuden a la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 67% responde que el Instituto Nunca cuenta con Laboratorios actuales, el 16% manifiesta que Casi Nunca, y el 7% Algunas Veces.

Por tanto, el Instituto Tecnológico “Consejo Provincial de Pichincha” Casi Nunca los Laboratorios de Computación ayudan a la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

### ÍTEM No. 7

¿En el Instituto, existe Software Matemático actualizados que aportará en mejorar la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Cuadro # 21: Existe Software Matemático

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	56	84
2	Casi Nunca	5	7
3	Algunas Veces	4	6
4	Casi Siempre	1	1
5	Siempre	1	1
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		23,9	

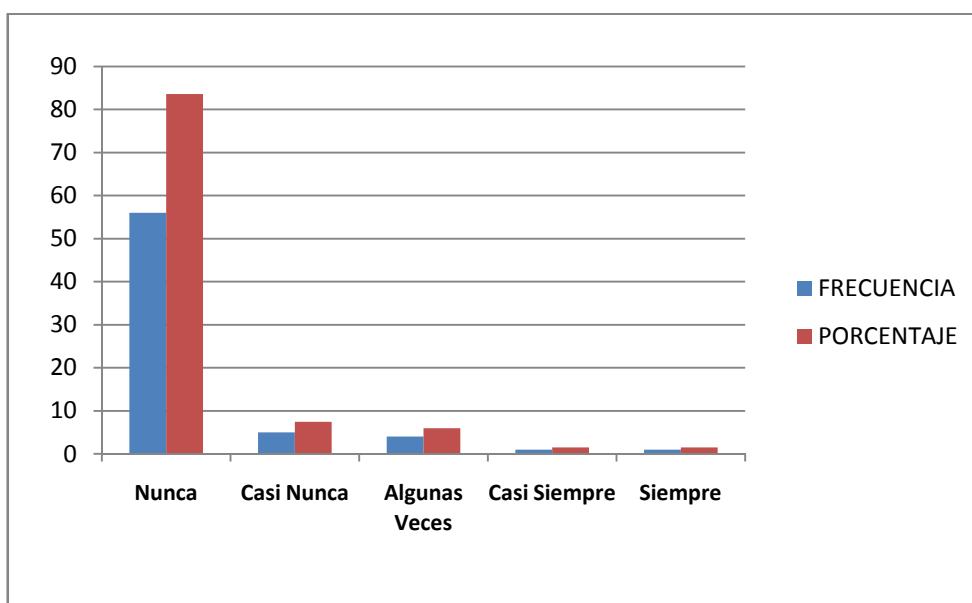


Gráfico # 25: ¿En el Instituto, existe Software Matemático actualizados que aportará en mejorar la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”  
Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 84% responde que en el Instituto Nunca existe Software Matemático actualizado, el 7% manifiesta que Casi Nunca, y el 6% Algunas Veces.

Por tanto, el Instituto Tecnológico “Consejo Provincial de Pichincha” Nunca tiene Software Matemático actualizado que aportarán a mejorar la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

### ÍTEM No. 8

¿Las gráficas de las Funciones Reales, mejorará con el uso del Graficador de Funciones Matemáticas, o el Cientific WorkPlace?

Cuadro # 22: Uso de Software Matemático

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	24	36
2	Casi Nunca	7	10
3	Algunas Veces	16	24
4	Casi Siempre	11	16
5	Siempre	9	13
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		6,8	

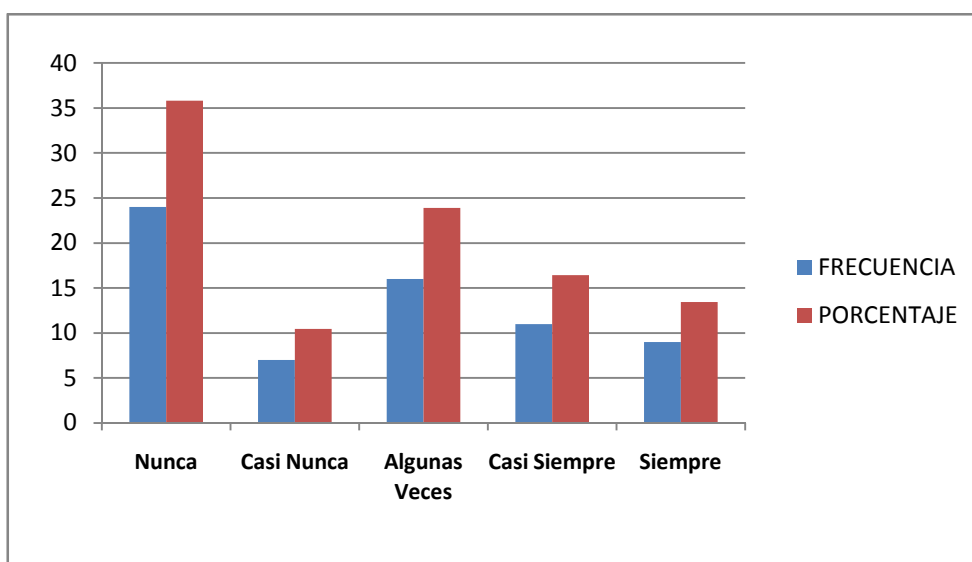


Gráfico #26: ¿Las gráficas de las Funciones Reales, mejorará con el uso del Graficador de Funciones Matemáticas, o el Cientific WorkPlace?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto “Consejo Provincial de Pichincha”

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 36% responde que las gráficas de las Funciones mejorarán con el uso de Software Matemático, el 10% manifiesta que Casi Nunca, el 24% Algunas Veces, el 16% Casi Siempre y el 13% Siempre

Por tanto, las gráficas de las Funciones Reales, Algunas Veces mejorará con el uso Software Matemático actualizado que aportarán a mejorar la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

### ÍTEM No. 9

¿Piensa Ud. que incidirá positivamente en sus conocimientos, la utilización de Software Matemático y los Organizadores Gráficos?

Cuadro # 23: Incidencia de Software y Organizadores Gráficos

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	4	6
2	Casi Nunca	3	4
3	Algunas Veces	14	21
4	Casi Siempre	20	30
5	Siempre	26	39
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		10,0	

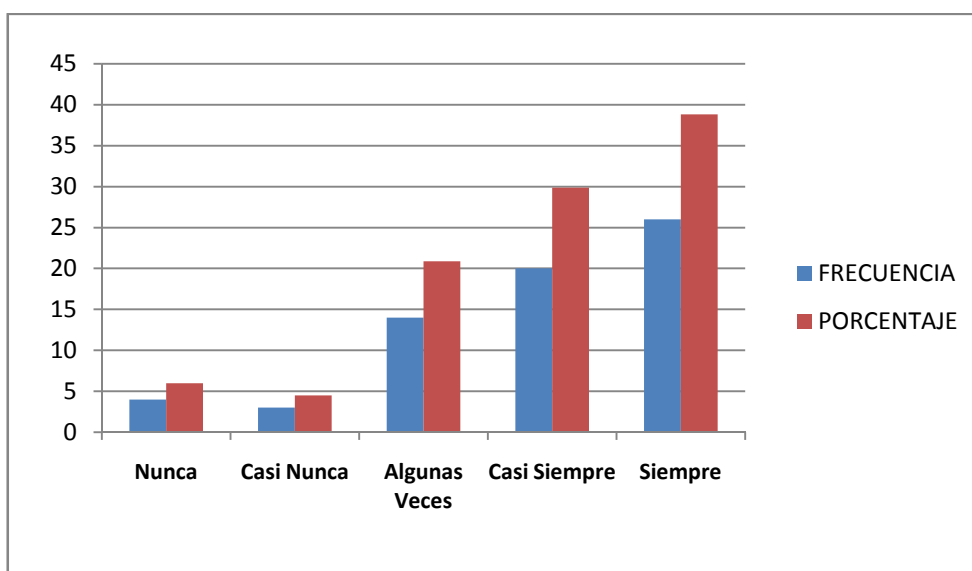


Gráfico #27: ¿Piensa Ud. que incidirá positivamente en sus conocimientos, la utilización de Software Matemático y los Organizadores Gráficos?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto "Consejo Provincial de Pichincha"

Elaborado: El Autor



## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 39% responde que siempre incidirá positivamente, el 30% manifiesta que Casi Siempre, el 21% Algunas Veces, el 6% Nunca y el 4% Casi Nunca

Por tanto, las estudiantes piensan que Siempre incidirá positivamente en sus conocimientos, la utilización del Software Matemático y los Organizadores Gráficos.

### ÍTEM No. 10

¿Utilizaría Ud. una Guía de Organizadores Gráficos y Software Matemático, para mejorar el aprendizaje de las Funciones Reales?

Cuadro # 24: Utilización de Guía

Nº	ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
1	Nunca	2	3
2	Casi Nunca	3	4
3	Algunas Veces	10	15
4	Casi Siempre	14	21
5	Siempre	38	57
TOTAL		67	100
Media		13	
Desviación		14,6	

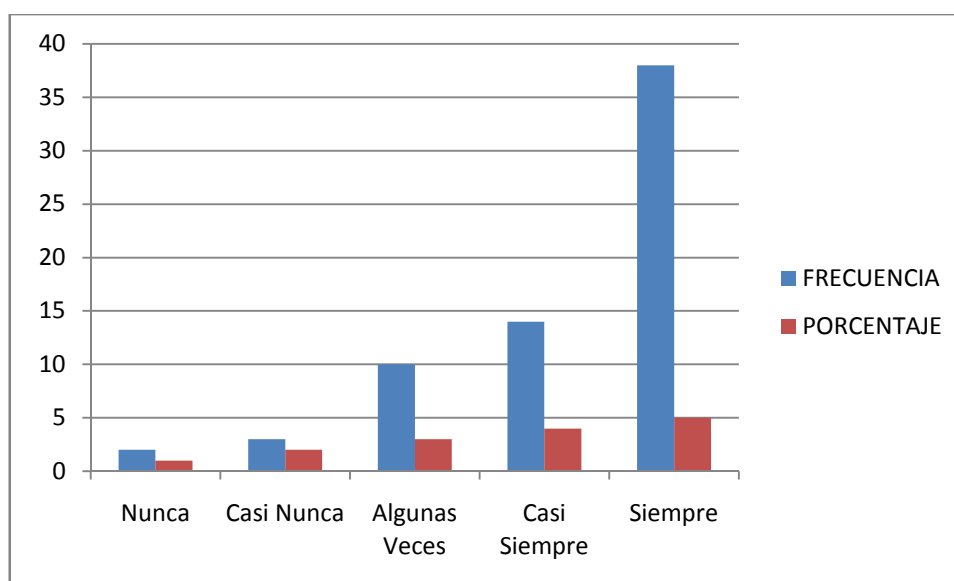


Gráfico # 28: ¿Utilizaría Ud. una Guía de Organizadores Gráficos y Software Matemático, para mejorar el aprendizaje de las Funciones Reales?

Fuente: Encuesta a estudiantes del Instituto "Consejo Provincial de Pichincha"

Elaborado: El Autor

## ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

De las 67 estudiantes encuestadas, el 57% responde que Siempre utilizarían una Guía, el 21% manifiesta que Casi Siempre, el 15% Algunas Veces, el 4% Casi Nunca y el 3% Nunca

Por tanto, las estudiantes de la especialidad del Instituto, Siempre utilizarían una Guía de Mentefactos y Software Matemático para mejorar el aprendizaje de las Funciones Reales.

### 4.2.- VERIFICACIÓN DE LA HIPÓTESIS

La hipótesis puesta a prueba en esta investigación es:

“Las técnicas innovadoras informáticas y de organizadores gráficos mejorarán directamente la enseñanza- aprendizaje de las funciones reales en las estudiantes del segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”

Las variables que intervienen en la hipótesis son:

#### **Variable Independiente**

Utilización de Técnicas Innovadoras Informáticas y de Organizadores Gráficos.

#### **Variable Dependiente**

Mejoramiento del Proceso de Enseñanza- Aprendizaje de las Funciones Reales

#### **4.2.1.- Planteamiento del Problema**

Para verificar si se aprueba o no la Hipótesis, con este Método Estadístico, se establece de la siguiente manera:

$H_0$ = Hipótesis Nula

$H_1$ = Hipótesis Alternativa o de Investigación

$H_0$ .- Afirmación o enunciado tentativo que se realiza acerca del valor de un parámetro poblacional.

$H_1$ .-Afirmación o enunciado que se aceptará si los datos muestrales proporcionan amplia evidencia de que la Hipótesis Nula es Falsa, se designa también con:  $H_i$

#### **4.2.2.- Modelo Lógico**

Para la presente investigación:

$H_0$  Las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos, no contribuyen favorablemente en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

$H_i$  Las Técnicas informáticas y los Organizadores Gráficos sí contribuyen favorablemente en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

#### **4.2.3.- Modelo Matemático**

$H_0$  :  $O = E$

$H_1$  :  $O \neq E$

#### **4.2.4.- Modelo Estadístico**

Para comprobar la hipótesis, se utilizará el Método Estadístico de Distribución del CHI CUADRADO

$$\chi^2 = \sum \left[ \frac{(O-E)^2}{E} \right]$$

#### 4.2.5.- Determinación del Nivel de Significación o de Riesgo

El valor se riesgo o de significación que se corre por rechazar algo que es verdadero en esta investigación es del 5% = 0.05

#### 4.2.6.- Cálculo del Chi-Cuadrado

##### DISTRIBUCIÓN DEL CHI CUADRADO

Probabilidad de encontrar un valor mayor o igual que el CHI CUADRADO

TABULADO:

gl = grados de libertad

0,05



Cuadro # 25: Distribución del Chi Cuadrado

Elaborado: El Autor

gl	0,001	0,0025	0,005	0,01	0,025	0,05
1	10,8274	9,1404	7,8794	6,6349	5,0239	3,8415
2	13,8150	11,9827	10,5965	9,2104	7,3778	5,9915
3	16,2660	14,3208	12,8381	11,3449	9,3484	7,8147
4	18,4662	16,4238	14,8602	13,2767	11,1433	9,4877
5	20,5147	18,3854	16,7496	15,0863	12,8325	11,0705
6	22,4575	20,2491	18,5475	16,8119	14,4494	12,5916
7	24,3213	22,0402	20,2777	18,4753	16,0128	14,0671
8	26,1239	23,7742	21,9549	20,0902	17,5345	15,5073
9	27,8767	25,4625	23,5893	21,6660	19,0228	16,9190
10	29,5879	27,1119	25,1881	23,2093	20,4832	18,3070
11	31,2635	28,7291	26,7569	24,7250	21,9200	19,6752
12	32,9092	30,3182	28,2997	26,2170	23,3367	21,0261
13	34,5274	31,8830	29,8193	27,6882	24,7356	22,3620
14	36,1239	33,4262	31,3194	29,1412	26,1189	23,6848
15	37,6978	34,9494	32,8015	30,5780	27,4884	24,9958
16	39,2518	36,4555	34,2671	31,9999	28,8453	26,2962
17	40,7911	37,9462	35,7184	33,4087	30,1910	27,5871
18	42,3119	39,4220	37,1564	34,8052	31,5264	28,8693
19	43,8194	40,8847	38,5821	36,1908	32,8523	30,1435
20	45,3142	42,3358	39,5821	37,5663	34,1696	31,4104

Para el análisis de CHI CUADRADO, se han tomado en cuenta dos ítems, los representativos, es decir, los que tienen que ver directamente con las variables, a saber: Ítems 1 y 2 receptados a las estudiantes.

Cuadro #26: Ítems 1 y 2

E-A DE LAS FUNCIONES REALES	TÉCNICAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRÁFICOS					
	NUNCA	CASI NUNCA	ALGUNAS VECES	CASI SIEMPRE	SIEMPRE	TOTAL
UTILIZACIÓN DE TÉCNICAS	16	19	24	5	3	67
MEJORA DE LA E-A	2	9	12	8	36	67
TOTAL	18	28	36	13	39	134

Elaborado: El Autor

Una vez conocidos el número de renglones ( $r = 2$ ) y las columnas ( $c = 5$ ), puede determinarse el valor crítico, los grados de libertad ( $gl$ ) y la regla de decisión.

$$gl = (\# \text{derenglones} - 1)(\# \text{decolumnas} - 1)$$

$$gl = (r - 1)(c - 1)$$

$$gl = (2 - 1)(5 - 1)$$

$$gl = (1)(4)$$

$$gl = 4$$

4

Para determinar el valor crítico para 4 grados de libertad y el nivel 0,05 (seleccionado antes), se consulta el Cuadro # 25 y se obtiene el CHI CUADRADO TABULAR que es de 9,4877

En consecuencia, la regla de decisión es: Se rechaza la Hipótesis Nula, si el valor calculado de  $X^2$  es mayor que 9,4877.

FRECUENCIA ESPERADA (E)

$$FRECUENCIA ESPERADA = \frac{(TOTAL POR ENGLÓN)(TOTAL POR COLUMNA PARACADA CELDA(E))}{GRANTOTAL}$$

$$E = \frac{67}{134} = 9$$

$$E_1 = \frac{(67)(18)}{134} = 9$$

Las frecuencias observadas (O) y las frecuencias esperadas (E) para todas las casillas en la tabla de contingencia se indican en la tabla siguiente.

Cuadro # 27: Cálculo del Chi Cuadrado

E-A DE LAS FUNCIONES REALES	TÉCNICAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRÁFICOS											
	NUNCA		CASI NUNCA		ALGUNAS VECES		CASI SIEMPRE		SIEMPRE		TOTAL	
	O	E	O	E	O	E	O	E	O	E	O	E
UTILIZACIÓN DE TÉCNICAS	16	9	19	14	24	18	5	6,5	3	19,5	67	67
MEJORA DE LA E-A	2	9	9	14	12	18	8	6,5	36	19,5	67	67
TOTAL	18	18	28	28	36	36	13	13	39	39	134	134

Elaborado: El Autor

Cálculo de CHI CUADRADO (JI)

$$x^2 = \sum \left[ \frac{(O-E)^2}{E} \right]$$

$$X^2 = \frac{(16-9)^2}{9} + \frac{(19-14)^2}{14} + \frac{(24-18)^2}{18} + \frac{(5-6,5)^2}{6,5} + \frac{(3-19,5)^2}{19,5} + \frac{(2-9)^2}{9} + \frac{(9-14)^2}{14} + \frac{(12-18)^2}{18} + \frac{(8-6,5)^2}{6,5} + \frac{(36-19,5)^2}{19,5}$$

$$X^2 = 5,444 + 1,7857 + 2 + 0,3462 + 13,9615 + 5,444 + 1,7857 + 2 + 0,3461 + 13,9600$$

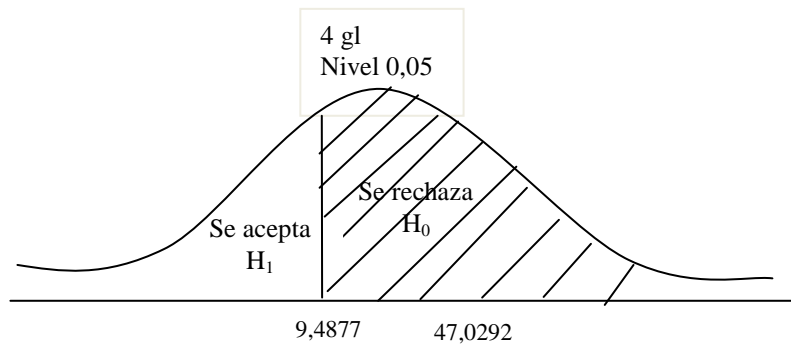
$$X^2 = 47,0292$$

Por tanto el CHI CUADRADO CALCULADO es:  $X^2 = 47,0292$

CHI CUADRADO CALCULADO > CHI CUADRADO TABULAR

$$47,0292 > 9,4877$$

### Campana de Gauss



### Decisión

Puesto que el valor calculado del CHI CUADRADO es:  $X^2 = 47,0292$  se encuentra ubicada en la región a la derecha de 9,4877, se rechaza la hipótesis Nula al nivel 0,05 y se acepta la Hipótesis Alternativa o de Investigación, es decir, Las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos sí contribuyen favorablemente en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

$47,0292 > 9,4877 \therefore$  SE RECHAZA LA HIPÓTESIS NULA

## **CAPITULO V**

### **CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES**

#### **5.1.- CONCLUSIONES**

Luego de haber procesado la información empírica recolectada en la investigación y analizados sus resultados es pertinente plantear las siguientes conclusiones:

##### **5.1.1.- Conclusiones Parciales:**

1. Las estudiantes de la Especialidad de Física y Matemática del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” no Utilizan Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos como ayuda en el aprendizaje de la Matemática.
2. Las estudiantes de la Especialidad de Física y Matemática del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” consideran que deben conocer sobre los Organizadores Gráficos para fortalecer el proceso de aprendizaje de las Funciones Reales.
3. Las estudiantes de la Especialidad de Física y Matemática del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” están de acuerdo que las Técnicas Audio-visuales favorecen el proceso de aprendizaje de las Funciones Reales
4. Las estudiantes de la Especialidad de Física y Matemática del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” están de acuerdo que las Técnicas Verbal y Escritas no son las únicas para aprender Funciones Reales.
5. Las estudiantes de la Especialidad de Física y Matemática del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” están de acuerdo que mejorará positivamente el análisis y comprensión del proceso enseñanza-



aprendizaje con la utilización del Software Matemático y los Organizadores Gráficos.

6. Las estudiantes de la Especialidad de Física y Matemática del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” indican que utilizarían una guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos, para mejorar el aprendizaje de las Funciones Reales.

#### **5.1.2.- Conclusiones Generales:**

1. Los Mentefactos y el Diagrama U.V.E constituyen Técnicas Didácticas que contribuyen al perfeccionamiento del proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales y de la matemática en general, en el Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”
2. Las Técnicas audio-visuales, escritas y verbales como técnicas didácticas forman parte del grupo de apoyo para garantizar el proceso enseñanza-aprendizaje de la materia de Matemáticas en el Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”
3. El Software Matemático y los Organizadores Gráficos incidirán positivamente en el mejoramiento y perfeccionamiento del proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales en el Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”.
4. Según la factibilidad es plausible la realización de una Guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos, pues desde el punto de vista científico, técnico, metodológico, de apoyo y de aplicación, no existen impedimentos que se opongan para realizar esta propuesta.

#### **5.2.- RECOMENDACIONES**

1. A las autoridades del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” se recomienda que se involucren en forma seria y formal en los procesos de capacitación de los profesores de Matemática, sea al inicio de cada año lectivo con cursos generales o a través de cursos específicos y puntuales que se pueden realizar en las reuniones de Área que se tiene cada semana.

2. A las estudiantes de este prestigioso Instituto se les sugiere conocer estas técnicas, pues servirán no solamente para aplicar en la Matemática sino en todo un conjunto de disciplinas o materias de la secundaria y que de seguro estarán capacitadas y convencidas de continuar sus estudios universitarios sin problemas.
3. Es justo y necesario que exista una uniformidad dentro de la simbología y lenguaje matemático, por tanto la implementación de una Guías de estudio es evidente, pues las que existen se lo hacen solo en base al criterio de los autores, cuando debe haber guías didácticas homogéneas que sean patrocinadas por el mismo Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha” que servirán a docentes y dicentes.

## **CAPITULO VI**

### **LA PROPUESTA**

#### **6.1.- TITULO**

“Guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos para la enseñanza -aprendizaje de las Funciones Reales en el segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”

#### **6.2.-DATOS INFORMATIVOS**

##### **6.2.1. Beneficiarios**

Estudiantes del Segundo año del Bachillerato de la especialidad de Físico Matemático y Docentes del Área de Matemáticas del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”

##### **6.2.2. Ubicación**

Pertenece a la parroquia de Chillogallo, en la Av. Ajaví Oe4 -154 (Sector Solanda), Ciudad de Quito, Cantón Quito, Provincia de Pichincha.

##### **6.2.3.- Tiempo Estimado para la Ejecución**

Inicio: 04 de Enero del 2010      Final: Marzo 2010

##### **6.2.4.-Equipo Técnico Responsable**

Docentes del Área de Matemáticas.

### **6.3.- ANTECEDENTES**

La educación actual atraviesa graves dificultades por lo que es necesario mejorar erradicando todo rasgo conductista; pues, enraizados en el tradicionalismo el aprendizaje se reduce al aula permitiendo la memorización de: nociones, definiciones, axiomas, teoremas, fórmulas y de leyes. Todo esto será reproducido en la clase o en las pruebas mensuales; en consecuencia, prevalece el enciclopedismo representado por el gran cúmulo de conocimientos que la estudiante tiene que aprender; con mucha razón, Paulo Freire le denominó como una concepción bancaria donde el educando tiene como acción recibir los depósitos, guardarlos, archivarlos y devolverlos cuando el profesor lo solicite.

Lo mencionado conlleva a la fragmentación del conocimiento teoría-práctica, se debe desterrar la disociación entre el pensar y el hacer, ya que la vigencia de esta desvinculación da como resultado que la estudiante piense de una forma y actúe de otra. Entonces es necesario realizar aprendizajes de calidad y no quedarnos en la palabra.

De igual forma, para mejorar los aprendizajes conviene fomentar trabajos grupales sin que esto signifique un descuido de la responsabilidad individual sino más bien favorezca al intercambio de experiencias, al desarrollo de actitudes, de respeto, de cooperación, de tolerancia y de solidaridad.

Frente a esta crisis educativa, instituciones como el Ministerio de Educación y Cultura, la UNESCO, las universidades involucradas en el quehacer educativo vienen realizando campañas para el mejoramiento de la calidad educativa. Sin embargo, no se logra consolidar estas intenciones, pues una de las alternativas es la capacitación masiva y gratuita a los docentes en pedagogías innovadoras. Esto permitirá se realice un seguimiento de la capacitación y por consiguiente la rendición de cuentas por parte del docente.

No es posible seguir hablando del uso de técnicas tradicionales; puesto que, desde la década de los setenta del siglo anterior hizo su apareamiento en el ámbito pedagógico mundial los mapas conceptuales. Hablar de estas técnicas, hace unos diez años en el país, en algunas Instituciones Educativas era una novedad; posteriormente influenciada por la Pedagogía Conceptual aparece la construcción de mentefactos y bajo el impacto de la corriente constructivista.

También es importante hablar de la cartografía mental desarrollada por Tony Buzan. Él propone la aplicación de los mapas mentales; pues, posibilita el desarrollo de capacidades lógicas, espaciales y creativas.

De esta manera, el uso de la Pedagogía Conceptual creada por Miguel y Julián De Zubiría, que son alternativas pedagógicas en busca de la formación cognitiva, expresiva y afectiva de las estudiantes, constituyó una forma cotidiana de mediación pedagógica. Por lo tanto, si se quiere mejorar la calidad educativa el Ministerio de Educación debe encargarse de la capacitación permanente de los docentes en cada especialidad

Por todo lo expuesto y considerando que se atraviesa una época de profundos cambios en todos los ámbitos del quehacer humano es necesario que las estudiantes y docentes también reemplacen sus viejas maneras de enseñar – aprender- evaluar, y las estudiantes busquen información y lo usen adecuadamente, fundamenten, apliquen y avalúen; convirtiéndose en autores de sus propios aprendizajes, es decir direccionar a la corriente constructivista, hasta llegar a lo Social. Esto significa que los docentes deben aplicar Técnicas innovadoras para optimizar el rendimiento académico.

La importancia de esta propuesta que parte de la combinación del desarrollo científico, de la técnica y de los instrumentos se resalta porque deja de lado la formación solo de carácter teórico sino práctico, de tal forma que las estudiantes tienen la oportunidad de verificar inmediatamente la teoría. En definitiva, el objetivo es que la Guía didáctica *pueda* llegar a ser una herramienta valiosa para la estudiante, para el docente y para todos los involucrados en la matemática.

#### **6.4.- JUSTIFICACIÓN**

Las dificultades que presentan los docentes y alumnos en la enseñanza – aprendizaje de la Matemática no es nada nuevo para nadie, no es problema de un lugar o de un país, se generaliza a todo el mundo. Se han hecho análisis desde distintos puntos de vistas, pedagógicos, psicopedagógicos y psicológicos para estudiar las causas que intervienen en este complejo problema, pero el mismo persiste.

La complejidad de la situación se relaciona con un conjunto de factores que impiden que este proceso se cumpla adecuadamente, partiendo del profesor que enseña la materia hasta el alumno que aprende o pretende hacerlo.

La enseñanza - aprendizaje de la Matemática ha estado siempre relacionada con un proceso místico. Sus teoremas y demostraciones llenos de verdades matemáticas que no obstante deben demostrarse, han revestido su enseñanza en una magia rara y tanto los maestros de los primeros años como los profesores universitarios hacen de esta enseñanza algo difícil de entender y por supuesto difícil de aprobar.

La educación es uno de los pilares básicos para la formación del recurso humano; sin embargo, las necesidades en el campo educativo son diversas, la práctica así lo demuestra.

La enseñanza-aprendizaje de la Matemática se ha caracterizado por la transmisión y recepción de conocimientos, únicamente teóricos, y se ha dejado de lado la parte práctica. Al cambiar esta realidad se permite que las estudiantes no sólo desarrollen habilidades y actitudes sino actividades enfocadas a la investigación, aspecto que les es requerido en los nuevos programas que trasciende a la enseñanza misma de las ciencias enfrentándolos como una ciencia viva y dinámica.

Por consiguiente, es necesario aprender nuevas formas de procesar la información para que contribuya a la formación integral de la estudiante, pues posibilita la apropiación de herramientas básicas del conocimiento y desarrolle habilidades del pensamiento que, a su vez, le permitan reconocer, interpretar, representar, explicar y aplicar la funcionalidad de lo aprendido.

Esta propuesta posibilita a las estudiantes alcancen un aprendizaje más efectivo mediante la utilización de técnicas innovadoras informáticas relacionado con los organizadores gráficos para resumir la teoría que permitan mejorar el resultado del rendimiento de la asignatura para lograr una educación integral y de calidad que desarrolle su memoria como de su pensamiento, su imaginación, su sentimiento y su acción. En otras palabras, hablamos de un aprendizaje significativo. Es importante afirmar: la matemática prepara al hombre para la vida.

Así pues ésta Guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos busca contribuir con los docentes, estudiantes y la comunidad educativa en general con una formación básica y adecuada de las Funciones Reales, poniendo como énfasis en resolver problemas que estén relacionados con el convivir diario actual y que puedan planificar su vida hacia el futuro sin temor.

## **6.5.- OBJETIVOS**

### **6.5.1.- Objetivo General**

Elaborar una Guía de Técnicas Didácticas y Organizadores Gráficos que propicien un aprendizaje crítico de las Funciones Reales en las estudiantes del Segundo año del Bachillerato del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”.

### **6.5.2.- Objetivos Específicos**

- Especificar Técnicas y Recursos Didácticos en la Guía a aplicar en el proceso de enseñanza-aprendizaje para relacionar la teoría – práctica de las Funciones Reales.
- Proporcionar una herramienta que integre Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos para docentes y estudiantes que permita una eficiente comprensión de las Funciones Reales en el proceso de enseñanza- aprendizaje.
- Fijar en las estudiantes la buena costumbre de utilizar los Mentefactos para realizar resúmenes en Matemáticas.

## **6.6.- ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD**

La elaboración de la guía de Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos en el aprendizaje crítico, reflexivo de las Funciones Reales, es una necesidad imperiosa con miras a dar bases fundamentales para el estudio del Cálculo Diferencial e Integral, a dar solución al déficit de estudiantes que ingresan y aspiramos que se mantengan en carreras Técnicas en las principales Universidades del país.

La Guía se realizará en un tiempo estimado de dos meses, período que permitirá estructurar las Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos a través de una planificación rigurosa para el segundo año de bachillerato e inmediatamente se socializará a los docentes, de tal forma que se ponga en práctica a inicios del segundo Quimestre del año en curso.

Existe la total colaboración de las autoridades y docentes del plantel, en vista que como política interna está la capacitación y mejoramiento profesional, de tal forma que mismo Instituto se empeña en organizar y realizar cursos gratuitos de mejoramiento.

La propuesta se halla respaldada por los recursos económicos y la bibliografía de fácil acceso. En consecuencia la investigación es factible de realizarlo



## **6.7.- FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICO - TÉCNICA**

“El que aprende y aprende  
y no practica lo que aprende,  
es como el que ara y ara la tierra  
y nunca siembra”.

Platón

### **6.7.1.-Pilares de la Educación.**

En el mundo globalizado ya no son suficientes los “saberes” es decir, el conjunto de conocimientos e información especializados; es indispensable además desarrollar estructuras mentales apropiadas para enfrentar situaciones diversas, por ejemplo, aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser, aprender a emprender:

APRENDER significa desarrollar “capacidades vitales” que ayuden a crecer a las personas y a las comunidades.

#### **6.7.1.1.- *Aprender a conocer.***

Principio que debe tener una aplicación secuencial, a través de una actividad positiva e investigativa de maestros y estudiantes.

#### **6.7.1.2.- *Aprender a hacer.***

Asociar el conocimiento como ciencia con lo procedimental, es decir con las habilidades intelectuales y motrices produciendo el dominio de las destrezas específicas que se enmarquen en el aprender a hacer y permitiendo el desarrollo de trabajo en equipo su capacidad de iniciativa y de asumir riesgos.

#### **6.7.1.3.- *Aprender a vivir juntos.***

Concienciar a la comunidad educativa, para que aproveche los recursos humanos, físicos y económicos existentes en el Instituto, dotándole de las herramientas necesarias para su desarrollo y crecimiento integral. Valore su identidad y se sienta orgullosa de sí misma.

#### **6.7.1.4.- Aprender a ser.**

Aprender a ser persona, un ser integrado e integral con una elevada autoestima, autónomas, responsables, críticas, solidarias, respetuosas del pluralismo con saberes apoyados en técnicas informáticas visuales.

Que valore la sociedad cultural y global con vivencia de los valores cívicos, culturales, éticos y morales.

#### **6.7.1.5.- Aprender a emprender.**

Se aplicará el enfoque socio-cultural con énfasis en el desarrollo de destrezas , iniciativa y autonomía, en un marco de pedagogía conceptual donde se establece una serie de contenidos considerados como fundamentales, con el objetivo de promover la realización del proyecto de vida de la estudiante, actuando con un código de ética personal. (Corpeducar y Supervisión de educación. UTE 2).

Según el informe DELORS de la UNESCO los Pilares de la Educación son:

“Aprender a conocer, aprender a hacer, aprender a vivir juntos, aprender a ser y aprender a emprender (adicionado por FEDERICO MAYOR, Director General de la UNESCO)” (HIDALGO. 2000. Pág.6)

Las instituciones educativas deben desarrollarse sobre la base de un Objetivo Supremo: **Aprender a aprender:** Las situaciones de aprendizaje que diseña y prepara un docente tiene eficacia en la medida que los estudiantes no solo aprendan algún contenido, sino que aprendan a aprender. Para que la estudiante deje de ser objeto de aprendizaje y se convierta en sujeto de aprendizaje es necesario que aprenda por sí mismo, ejerciendo el autocontrol y la autodirección personal, aprendiendo hábitos de estudio, desarrollando la capacidad de manejar información y producir conocimientos.

Aprender por sí mismo implica no sólo aprender constantemente sino también desaprender a la luz de las experiencias nuevas y re aprender, éste aprendizaje

propicia autonomía, capacidad, control y motivación para obtener conocimientos. Potencia el desarrollo del pensamiento, durante todas las etapas de la vida.

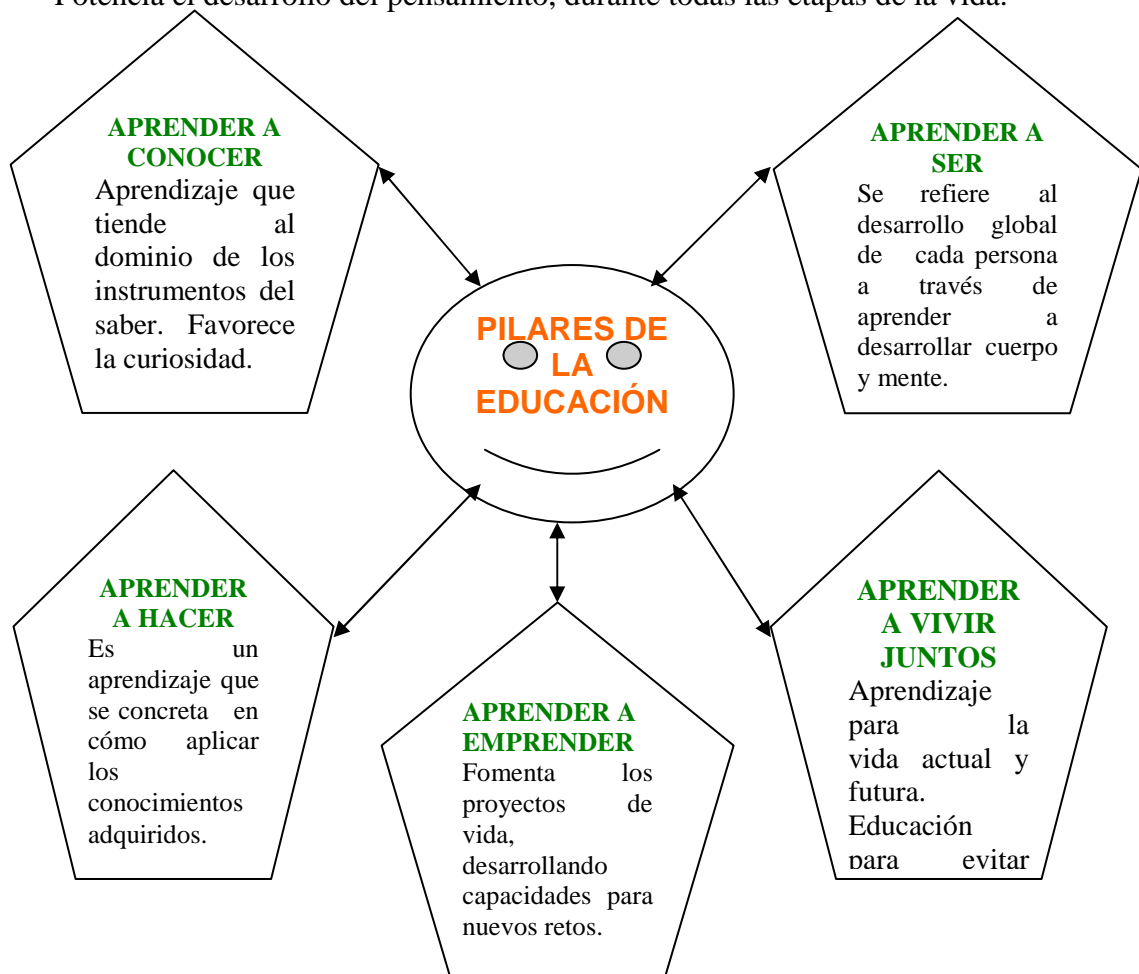


Grafico #29: Pilares de la Educación  
Elaborado: El Autor

## 6.7.2.- Metodología de la Guía

**“La Guía de trabajo o Módulo es una unidad de interaprendizaje, autosuficiente y autodidáctica, que siendo una parte de un currículum, desarrolla holísticamente un tema y proporciona la información necesaria para adquirir, destrezas, actitudes, conocimientos y valores”. Marlan. 1999**

### 6.7.2.1. ¿Cómo Estudiar la Guía?

La guía se estudiara en forma secuencial, es decir partiendo primero con reflexiones, con frases célebres reconocidas, se identificarán claramente los objetivos, luego una breve introducción, una síntesis de los contenidos y las actividades a realizarse utilizando organizadores gráficos tanto de enseñanza como de aprendizaje, luego de lo cual se comienza detallando en forma específica cada uno de los temas.

Se pone énfasis en la parte formal de la matemática, utilizando una nomenclatura adecuada y simple, sin descuidar la profundidad y seriedad en cada uno de los temas a tratarse, es decir, debe haber una sincronización o correspondencia entre ellos para lograr el fin u objetivo propuesto cual es dotar a las estudiantes de Técnicas e instrumentos educativos que logren concatenar la manera de estudiar en forma afectiva y efectiva.

#### **6.7.2.2.- *¿Cómo Dirigirse con la Guía?***

Para la utilización de la guía se puede ayudarse del índice general, en el cual están detalladas las tres unidades que contempla la propuesta, que son: Técnicas Didácticas, Recursos Didácticos y Funciones Reales. Las unidades tienen reflexiones, motivaciones, objetivos, antecedentes, contenidos, luego el desarrollo de cada uno de los contenidos, un resumen con un Mentefacto para la parte teórica y un diagrama “UVE” para la comparación de la teoría con la práctica.

La guía está hecha para ser útil a estudiantes y docentes del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”, a personas que guste de las ciencias exactas. Además puede servir para la docencia en sí a fin de que realicen sus labores ahorrando tiempo y esfuerzo.

Los temas que se han acordado proponer en esta guía didáctica se deben a la utilidad práctica que tienen para el desenvolvimiento de la estudiante, pues uno de los cambios importantes que se está introduciendo en los nuevos modelos pedagógicos es la sustitución de los textos o compilaciones realizadas por los profesores de cada asignatura por Guías Didácticas, las que se convierten en piezas claves para identificar a la estudiante con el material de estudio, el mismo que fomentara potenciar sus destrezas y disminuir las limitaciones de los textos base que se presentan. Por lo que la Guía Didáctica será una herramienta valiosa que complemente y dinamice su aprendizaje; con la utilización de creativas estrategias didácticas, que puedan incluso simular y reemplazar la presencia física del profesor y generar un ambiente de diálogo, para ofrecer al estudiante diversas posibilidades que mejoren la comprensión y el auto aprendizaje.

Los contenidos de cada unidad incluyen temas y subtemas propuestos y que deberán ser investigados por las estudiantes y por los interesados en estos temas, dependiendo de la profundidad que se le quiera dar a cada uno de los temas propuestos.

Igualmente se listan un grupo considerable de ejercicios que deberán desarrollar las estudiantes con la ayuda del docente, para que dinamicen y faciliten su aprendizaje.

Luego se incluye el desarrollo pedagógico, en el que consta todo el contenido científico de la guía, que en este caso lo conforman las tres unidades previamente listadas y que son en su mayor parte un aporte de carácter teórico-práctico recopiladas tanto de la bibliografía existente así como de las experiencias recogidas por el investigador.

### **6.7.2.3.- *Objetivos de la Guía***

#### **Objetivo General**

Las estudiantes de la Especialidad estarán en capacidad de:

- Establecer lineamientos de lo que significan, las Técnicas y los Recursos Didácticos, aplicados a las Funciones Reales que ayuden a un proceso de enseñanza aprendizaje significativo, a las estudiantes del Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”.

#### **Objetivos Específicos**

1. Adquirir un acercamiento Teórico a las Técnicas Didácticas que permitan conocer su Definición, características, clasificación y aplicación a casos concretos.
2. Describir las Técnicas y Recursos Didácticos para aplicar en el proceso enseñanza aprendizaje de las Funciones Reales.
3. Aplicar las Técnicas y Recursos Didácticos adecuadamente a la Matemática y en especial a las Funciones Reales.

#### **6.7.2.4.- Recomendaciones Metodológicas**

Esta guía comprende tres grandes áreas de estudio, sintetizadas en tres unidades, las mismas que pueden servir a todas las estudiantes de matemática que empiecen su estudio formal en carreras Técnicas o en un seminario de capacitación para facilitar tanto a profesores como estudiantes para familiarizarse con las Técnicas Didácticas, y los recursos como complemento a fin de perfeccionar el proceso enseñanza aprendizaje para que la transmisión y el auto aprendizaje sea cada vez más eficiente.

La preocupante disminución de estudiantes a la que ha llegado la especialidad, exige a los profesionales del área de matemática y a las autoridades, asumir una actitud de superación permanente, es por ello que esta guía debe ser tomada en cuenta, pues sirve a la vez como modelo a otras asignaturas propias del pensum de estudios, así como para un constante perfeccionamiento de la profesional una vez salido de las aulas secundarias, es por ello que esta investigación comienza por sistematizar lo que son, técnicas y recursos, los que servirán en el proceso de superación profesional pedagógico de los profesores y estudiantes.

Desde este punto de vista, esta guía sobre Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos en el proceso de enseñanza aprendizaje de las Funciones Reales servirá para la enseñanza de este tema y muchos más, pues, toma en cuenta las diferentes técnicas didácticas y los recursos existentes en el plantel como laboratorios de computación, sala de audio visuales, además se puede analizar casos especiales, participación en grupo, investigación, etc., sin descuidar la importancia que tienen las clases magistrales. Todo esto para lograr mejores resultados en las clases de corte teórico, por lo se aboga en general por el uso de técnicas activas para su enseñanza, particularmente el uso de medios audiovisuales, organizadores gráficos y de ejercicios prácticos, personales, para que la estudiante, en este caso de la especialidad se familiarice con ellas para aplicarlas en futuras necesidades las que por seguro se presentarán a diario.

### **6.7.2.5.- Partes que Componen una Guía**

Según Lalaleo, Pág.211. Una guía o módulo, tiene las siguientes partes:

#### **1. CARÁTULA.-** Contiene los siguientes elementos:

Datos informativos de la institución educativa

Logotipo del área, especialidad o materia

Unidad, lección y listado de contenidos

Área, materia, curso

Número de módulo

#### **2. MOTIVACIÓN**

La motivación puede ser un gráfico, frases, preguntas, fábulas, anécdotas, trabalenguas, relato de un problema, etc.

#### **3. OBJETIVOS**

Contará el listado de objetivos operacionales a ser conseguidos en cada módulo, deben ir de acuerdo a las destrezas, habilidades o capacidades que se desean desarrollar en los alumnos.

#### **4. INSTRUCCIONES DEL PROCESO**

Comprenden todas las indicaciones, observaciones, pasos o etapas a seguir en el desarrollo del módulo, puede haber un espacio para que el educador realice las indicaciones correspondientes sobre cómo resolver la experiencia de aprendizaje.

#### **5. DESARROLLO DEL CONTENIDO**

a) Los contenidos e informaciones que deben aprender el alumno, deben intercalarse armónicamente con las diferentes actividades concretas de aprendizaje

b) Cuando se trata de un trabajo de investigación, el módulo debe tener la respectiva con todas las instrucciones claras y precisas

c) Las instrucciones y los contenidos deberán ser con vocabulario claro, accesible y sencillo para el alumno.

d) Se puede intercalar uno o varios cuestionarios evaluativos tanto del auto desempeño en la investigación, como sobre el producto de la misma.

e) Las destrezas, contenidos, valores, cuestionarios y objetivos deben estar íntimamente relacionados.

f) Para que la guía o el módulo de aprendizaje sea llamativo, dinámico ameno, atractivo para el alumno, debe estar diagramado y elaborado con un aserie de ilustraciones, cuadros, curiosidades, y colores.

g) Se recomienda hacerlo pensando en el nivel evolutivo y de dificultad del alumno.

## 6. EVALUACIÓN

RECUERDE: Evaluar es valorar, estimar, apreciar la adquisición de las destrezas, contenidos y actitudes, las cuales deben ser demostradas como consecuencia del proceso de trabajo de interaprendizaje

Cada módulo tendrá diseñado varios mecanismos de control y valoración del proceso y producto del aprendizaje al nivel personal, grupal o del educador.

Es aconsejable diseñar varios cuestionarios, trabajos prácticos, informes, observaciones personales, etc. Que pueden o no ser conocidos previamente por los alumnos.

## 7. VOCABULARIO

Es un espacio donde se escriben las palabras que de acuerdo a la edad de los alumnos y a los conocimientos previos, pueden o no ser entendidas.

## 8. BIBLIOGRAFÍA

El sistema modular de aprendizaje, deja abierta una puerta amplia para la profundización e investigación de nuevos aprendizajes, temas, informaciones, procesos, actitudes o contenidos que despierte el trabajo modular, por ello es aconsejable una ficha bibliográfica de los textos de consulta para la guía o módulo.

### 6.7.3.- Programa de Estudios

#### Ficha Técnica.

Institución	:	Instituto Tecnológico Superior “Consejo Provincial de Pichincha”
Sección	:	Matutina



Especialidad	:	Físico Matemático
Área	:	Físico Matemático
Asignatura	:	Matemática
Horas semanales	:	7
Profesor	:	Marcelo Analuisa T.
Año Lectivo	:	2009 – 2010

#### **6.7.4.- Contenidos**

UNIDAD UNO.- TÉCNICAS DIDÁCTICAS

UNIDAD DOS.- RECURSOS DIDÁCTICOS

UNIDAD TRES.-FUNCIONES REALES

#### **6.7.5.- Recursos**

Los recursos humanos, materiales y económicos que se requerirá para la implementación de esta propuesta son los siguientes:

- En el Área de Matemáticas del Instituto somos doce docentes, con un Jefe o coordinador que es el encargado de coordinar y supervisar todas las actividades tanto de estudiantes como de docentes, quien deberá trabajar conjuntamente con el Vicerrector de la Sección Matutina para procurar unificar los contenidos y las Técnicas a utilizarse en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Matemática y en particular de las Funciones Matemáticas en los Segundos años de la especialidad y proyectarse que se extienda éste tema en toda la Institución.
- En lo que se refiere a los recursos materiales no es necesario especificarlos debido a que no se requiere de equipos y otros materiales sofisticados que no sean los habituales en todos las asignaturas, como es el uso de tiza líquida, Infocus, computadoras y de ser posible un retroproyector u otras ayudas audiovisuales que estén acorde con la más avanzada tecnología existente y que el Instituto lo dispone.
- En cuanto a los recursos económicos las estudiantes no harán otro egreso que no sea el que constituye el costo de materiales fotocopiados de la guía y

copias de materiales de estudio y consulta adicional, pues la bibliografía insinuada están al alcance en las bibliotecas del Instituto y de las Universidades de la capital de la República o también existe la facilidad que muchos de los temas también se pueden consultar en las páginas web de internet.

#### **6.7.6.- Evaluación**

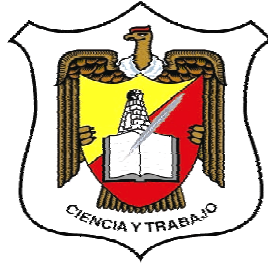
La evaluación será de tres tipos: la diagnóstica, procesal y la sumativa, todas ellas ligadas íntimamente al proceso de enseñanza. Aprendizaje, es decir a la participación individual, grupal, relación interpersonal, de tal forma que la estudiante tenga una nota mensual, y regirse al estatuto interno del Instituto y por ende del Ministerio de Educación. De tal forma que la evaluación se la realizará de acuerdo a la participación del estudiante dentro del proceso para finalmente verificar el cumplimiento del objetivo general propuesto para la asignatura.

Las evaluaciones serán acumulativas y se tomarán en cuenta el grado de participación en clases, su actitud positiva, aseo personal, la entrega puntual y el cumplimiento de los trabajos e investigaciones realizadas, la participación en los seminarios, talleres o paneles que se organicen dentro del marco de actividades de la materia.

#### **6.8.- DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA**

**ESTRUCTURA DE LA GUÍA.-** La guía consta en las dos primeras Unidades: Título de la Unidad, Motivación, Objetivos, Contenidos, Técnicas, Desarrollo de los Contenidos, Vocabulario

En la Tercera Unidad: Título, Motivación, Objetivos, Contenidos, Técnicas de Enseñanza, Proceso Metodológico, Desarrollo del Contenido, Organizadores Gráficos, Cómo utilizar Software Matemático, Ejercicios resueltos-propuestos, Talleres, Evaluaciones y Vocabulario. De la misma forma los Subtemas



**INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR  
“CONSEJO PROVINCIAL DE PICHINCHA”**

---

“GUÍA DE TÉCNICAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRÁFICOS  
PARA LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES REALES EN  
EL SEGUNDO AÑO DEL BACHILLERATO DEL INSTITUTO  
TECNOLÓGICO SUPERIOR “CONSEJO PROVINCIAL DE PICHINCHA”

---

---

**AUTOR**

**Lic. Marcelo Analuisa T.**

**AMBATO - ECUADOR**

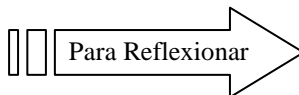
**2010**

# UNIDAD UNO

## 1.1.- TITULO DE LA UNIDAD.-

**TÉCNICAS DIDACTICAS**

## 1.2.- MOTIVACIÓN.-



“Sin la Técnica el hombre no existiría,  
ni habría existido nunca”

(Ortega y Gasset)

## 1.3.- OBJETIVOS.-

Al término de esta unidad las estudiantes estarán en capacidad de:

- ♣ Reconocer las diferentes Técnicas Didácticas que pueden utilizarse para la enseñanza aprendizaje de las Funciones Reales
- ♣ Discernir sobre cual Técnica es la más aconsejable para utilizar en este proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

## 1.4.- CONTENIDOS.-

Antecedentes.- Definición.- Técnica de estimulación verbal.- técnica expositiva.- técnicas escritas.- mentefacto.- ¿cómo se construye?- esquema del mentefacto.- ejemplo de mentefacto.- diagrama “UVE”.- ¿cómo se construye?- esquema de la “UVE”.-ejemplo de la “UVE”.- técnica audio visual.- software matemático.- funciones matemáticas.- scientific workplace.- objetivos de las prácticas.- metodología.- descripción del software.- instalación.- ¿cómo dibujar una función?.- vocabulario

## 1.5. TÉCNICAS DE ENSEÑANZA

Técnica de Estimulación Verbal.- Expositiva.- Discusión  
Técnica escrita.- Mentefacto.- Diagrama “V”.-  
Técnica Audio-Visual.- Sala de Cómputo.- Infocus

## **1.6.- DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS.-**

### **1.6.1.- Antecedentes**

Es de indicar que los métodos y las técnicas constituyen recursos necesarios para el proceso de la enseñanza aprendizaje, pues son los vínculos de realización ordenada, metódica y adecuada de la misma.

Los métodos y técnicas tienen por objeto hacer más eficiente la dirección del aprendizaje. Con ellos pueden ser elaborados los conocimientos, adquiridas las habilidades e incorporados con menor esfuerzo los ideales y actitudes que una institución educativa debe proporcionar a sus educandos, y luego de ello cada profesional debe utilizar a su libre discreción.

### **1.6.2.- Definiciones**

En el Diccionario Enciclopédico de Educación se manifiesta (2004)

**“Técnica-Proceso que permite la aplicación de métodos, procedimientos y recursos para la realización de una actividad con ahorro de tiempo, energía y dinero es decir con eficacia. Técnica curricular-normas y procedimientos sistemáticos para el diseño y operatividad del currículo (Pág. 333).**

Táctica. Es la optimización del uso de recursos para alcanzar una situación planificada”. (p. 332). Si se hace mención acerca de las técnicas para la enseñanza aprendizaje existen un sinnúmero, siendo uno de los puntos más necesarios en éste proceso, con ellas se logra motivar a la estudiante, mantenerlo atenta, hacen que el aprendizaje no se convierta en una actividad de tortura sino más bien en algo agradable, deben ser escogidas acorde al grupo, al tema, etc. El término táctica se refiere a la utilización adecuada de los recursos, en el campo educativo ésta palabra debe ser también tomado en cuenta por su significado.

Las técnicas didácticas matizan la práctica docente ya que se encuentran en constante relación con las características personales y habilidades profesionales del docente, sin dejar de lado otros elementos como las características del grupo, las condiciones físicas del aula, el contenido a trabajar y el tiempo.

Las técnicas didácticas forman parte de la didáctica. En este estudio se conciben como el conjunto de actividades que el docente estructura para que la estudiante construya el conocimiento, lo transforme, lo problematice, y lo evalúe; además de participar junto con el estudiante en la recuperación de su propio proceso. De este modo las técnicas didácticas ocupan un lugar medular en el proceso de enseñanza aprendizaje, son las actividades que el docente planea y realiza para facilitar la reconstrucción del conocimiento.

### **1.6.3.- Técnicas de Estimulación Verbal**

Se entiende por técnicas verbales al conjunto de recursos didácticos con sus respectivos procedimientos que estimulan la tensión del alumno a través de la palabra.

#### **1.6.3.1.- Técnica Expositiva**

La exposición como aquella técnica que consiste principalmente en la presentación oral de un tema. su propósito es "transmitir información de un tema, propiciando la comprensión del mismo" para ello el docente se auxilia en algunas ocasiones de encuadres fonéticos, ejemplos, analogías, dictado, preguntas o algún tipo de apoyo visual; todo esto establece los diversos tipos de exposición que se encuentran presentes y que se abordan a continuación: exposición con preguntas, en donde se favorecen principalmente aquellas preguntas de comprensión y que tienen un papel más enfocado a promover la participación grupal.

##### **1.6.3.1.1.- Descripción**

Es la técnica bañista en la comunicación verbal de un tema ante un grupo de personas.

##### **1.6.3.1.2.- Principales Usos**

Para exponer temas de contenido teórico o informativo proporcionar información amplia en poco tiempo aplicable a grupos grandes y pequeños.

##### **1.6.3.1.3.- Desarrollo**

El desarrollo de esta técnica se efectúa en tres fases:

Inducción: en donde el docente presenta la información básica que será motivo de su exposición.

Cuerpo: en donde el docente presenta la información detallada. Esta fase es en sí misma el motivo de su intervención.

Síntesis: en donde el docente realiza el cierre de su exposición haciendo especial énfasis en los aspectos sobresalientes de su mensaje e intervención.

#### **1.6.4.- Técnicas Escritas**

Son el conjunto de recursos didácticos, con sus respectivos procedimientos que estimulan la atención de la estudiante a través de la escritura.

##### **1.6.4.1- *Mentefacto***

Es una Técnica que se realiza a base de diagramas, que representan las ideas y conocimientos en las diversas complejidades. Tienen como propósito la organización del pensamiento lógico, que le otorga la calidad de estructura mental y de síntesis.

La asimilación de conceptos mediante el desarrollo de operaciones intelectuales apropiadas en la que se reconstruyan en el aula, definiciones, axiomas, teoremas, propiedades, características importantes de las Funciones Reales, hace en la estudiante de matemáticas “aprender a aprender” y fortalecer la memoria a largo plazo, provista de significados sólidos, permanentes, generalizadores y no por información volátil, efímera y particular, es necesario que se mantenga una estrecha relación entre (¿Qué es?/ISO ordinación) y su distinción con conceptos mayores (¿A qué pertenece?/Supra ordinación), con conceptos próximos (¿Qué no es?/Exclusión), con conceptos subordinados (¿De cuántas clases es?/Infra ordinación).

Éste organizador de ideas será elaborado por las estudiantes en algunas ocasiones o el docente puede presentar ya realizado, para en conjunto con las estudiantes, tratar, analizar y obtener proposiciones, propiedades o características básicas de cada tema a tratarse.

#### 1.6.4.1.1.-¿ Cómo se Construye ?

Se sugiere los siguientes pasos, para reconstruir el mentefacto con coherencia y que su tratamiento tenga significado en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales.

1.- Verificar si existe un conocimiento previo del concepto (concepto primitivo) o preconcepto, su forma de utilización y cuestionarlo para que se sustente bien el nuevo concepto (motivación).

2.- Favorecer el nuevo concepto, mediante la comprensión de:

- La definición, nomenclatura, propiedades y características básicas (ISORDINACIÓN) de las funciones reales
- Su inclusión, que es un concepto mayor o más general (SUPRAORDINACIÓN), en este caso Funciones
- Sus distinciones, contrastes o diferenciaciones con el tema central, pero que tengan que ver con el tema general o mayor. Es bueno poner los siguientes temas a verse o algunos ya tratados. Con los cuales se preste a confusión o contrarios (EXCLUSIÓN)
- Se incluyen la clasificación de acuerdo al comportamiento y condiciones gráficas de cada función. (Modelo Gráfico) ( INFRAORDINACIÓN)
- Insistir en la EXCLUSIÓN, para delimitar bien el tema central, dando ejemplos de lo que es y de lo que no es, con fin que la estudiante pueda ver claramente de qué manera estos ejemplos responden o no a la definición precisa del tema central.
- Asociar el nuevo concepto con otros ya tratados, para formar generalizaciones, cuestionamientos, diferenciaciones y semejanzas entre ellos.
- Solicitar a las estudiantes utilizar adecuadamente el concepto, en nuevos contextos (otras materias) con el fin de evaluar su correcto uso y si es beneficioso o no su APLICACIÓN.



1.6.4.1.2.- Esquema del Mentefacto

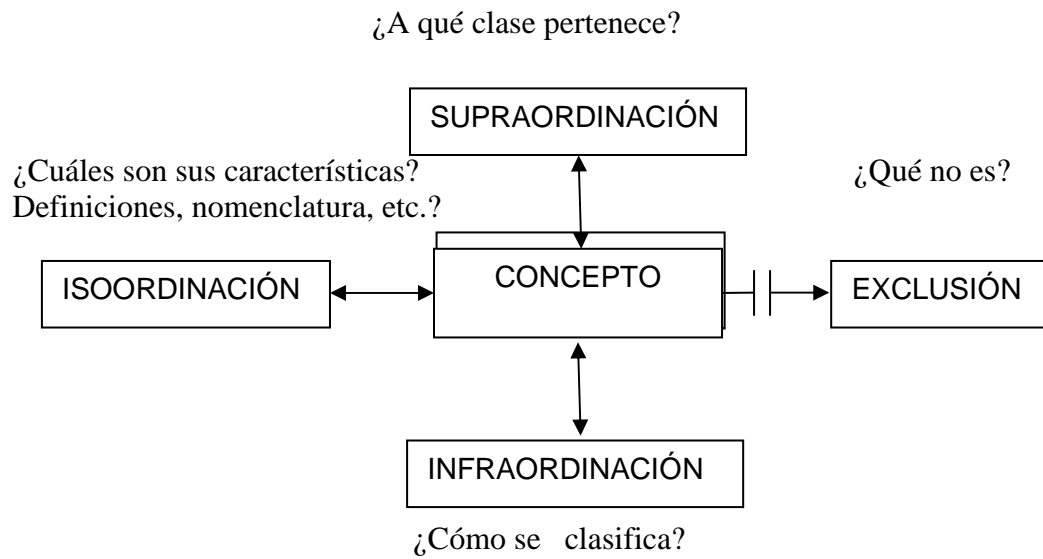


Grafico #30 Mentefacto  
Elaborado. El Autor

En el siguiente ejemplo de Mentefacto se reúne gran parte de la teoría de la Función Cuadrática.

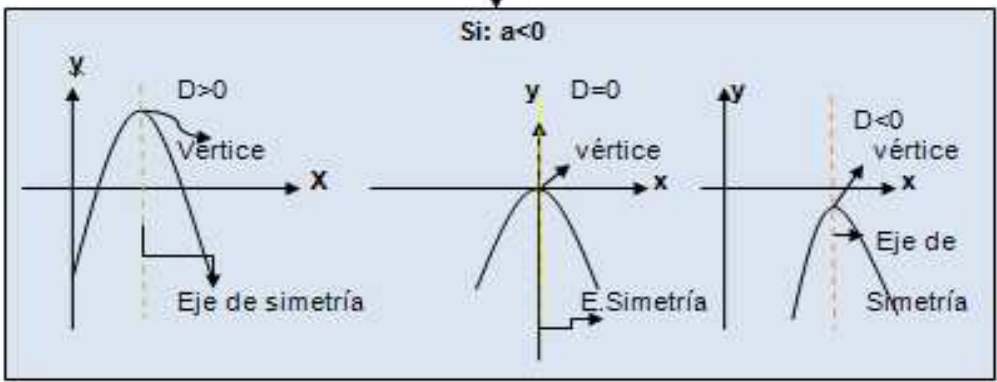
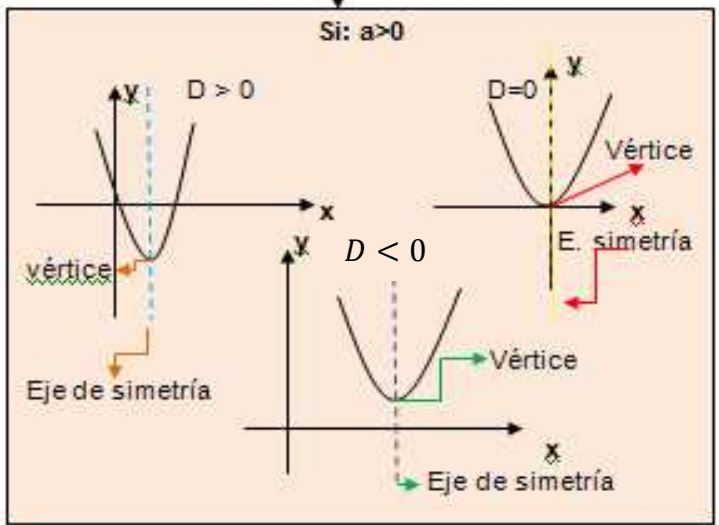
$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$   
 $a \neq 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}$

- El valor de c, corta al eje de las y
- los gráficos son cóncavos (parábola) hacia arriba o abajo
- Vértice  $\rightarrow v \left[ -\frac{b}{2a}; p \left( -\frac{b}{2a} \right) \right]$   
 $v \left[ -\frac{b}{2a}; \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right]$
- Eje de simetría

**Funciones Algebraicas**

**Función Cuadrática**

- $\neq$
- Función lineal
  - La grafica es una línea Recta
  - Función constante
  - Ecuación cuadrática



#### **1.6.4.2.- Diagrama U.V.E o la “V” Heurística**

Su creador es Bob Gowin en 1977, tiene un formato preestablecido, diseñado especialmente para el aprendizaje de las ciencias, y que se ha aplicado con excelentes resultados a estudiantes desde los doce años en adelante.

Es una Técnica que permite un aprendizaje heurístico o por descubrimiento, estimula la creatividad, la reconstrucción de problemas, la comprensión de procesos, la organización y el trabajo simple pero fructífero.

Después de haber presentado una técnica orientada a potenciar la capacidad de “aprender a aprender”, con un organizador de ideas que permite resumir la teórica, surge la necesidad de relacionar la teoría con la práctica, que permita a la estudiante “aprender haciendo” e ir comprendiendo paso a paso la información que recibe, es decir, que capte, distinga y reconstruya la información teórica con ejercicios prácticos relacionados con las Funciones Reales.

El organizador de ideas será elaborado por las estudiantes, en forma grupal e individual con la ayuda y control del docente. Este trabajo permite que la matemática se reconstruya en el aula, que sea base fundamental del razonamiento y que sirva para elaborar temas futuros.

Utiliza el método Inductivo, es decir, de las partes al todo, de manera secuencial va desarrollando el pensamiento formal de la estudiante que investiga y que genera su propio conocimiento.

##### **1.6.4.2.1.- ¿Cómo se Construye ?**

1. En todo proceso sea de solución de problemas o reconstrucción de hechos, es importante partir de una o varias preguntas centrales que serán los cuestionamientos que guíen la búsqueda, es el objeto de estudio. Se ubica en el centro de la “V” (pregunta)
2. En la parte izquierda del diagrama se desarrolla la dimensión teórica, que son las estructuras del pensamiento y que se relaciona con la pregunta

central. Puede estar definiciones, fórmulas establecidas, teoremas, etc. Para su desarrollo es útil buscar en Textos, Revistas de Matemática, Internet, etc.

3. Al lado superior derecho, en la zona de práctica se ubica los juicios de valor (conclusiones), resolución, comparación paso a paso con la teoría. Es el esfuerzo intelectual por englobar o reordenar el conocimiento científico y relacionar la teoría con la práctica.
  
4. Al final se extrae una conclusión general, que proviene de la teoría y la práctica, que será ubicada en el inferior de la “V” y al centro. Es la concepción personal a la ha llegado y la cual hay que generalizar con otros ejemplos, para que el aprendizaje sea a largo plazo.

**1.6.4.2.2.- Esquema del Diagrama “UVE”**

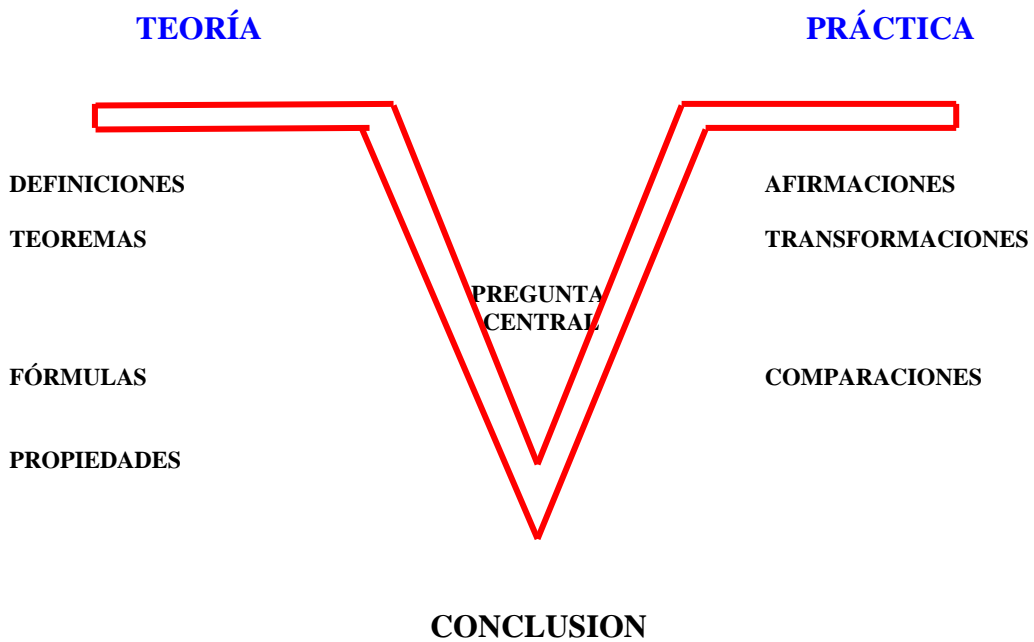
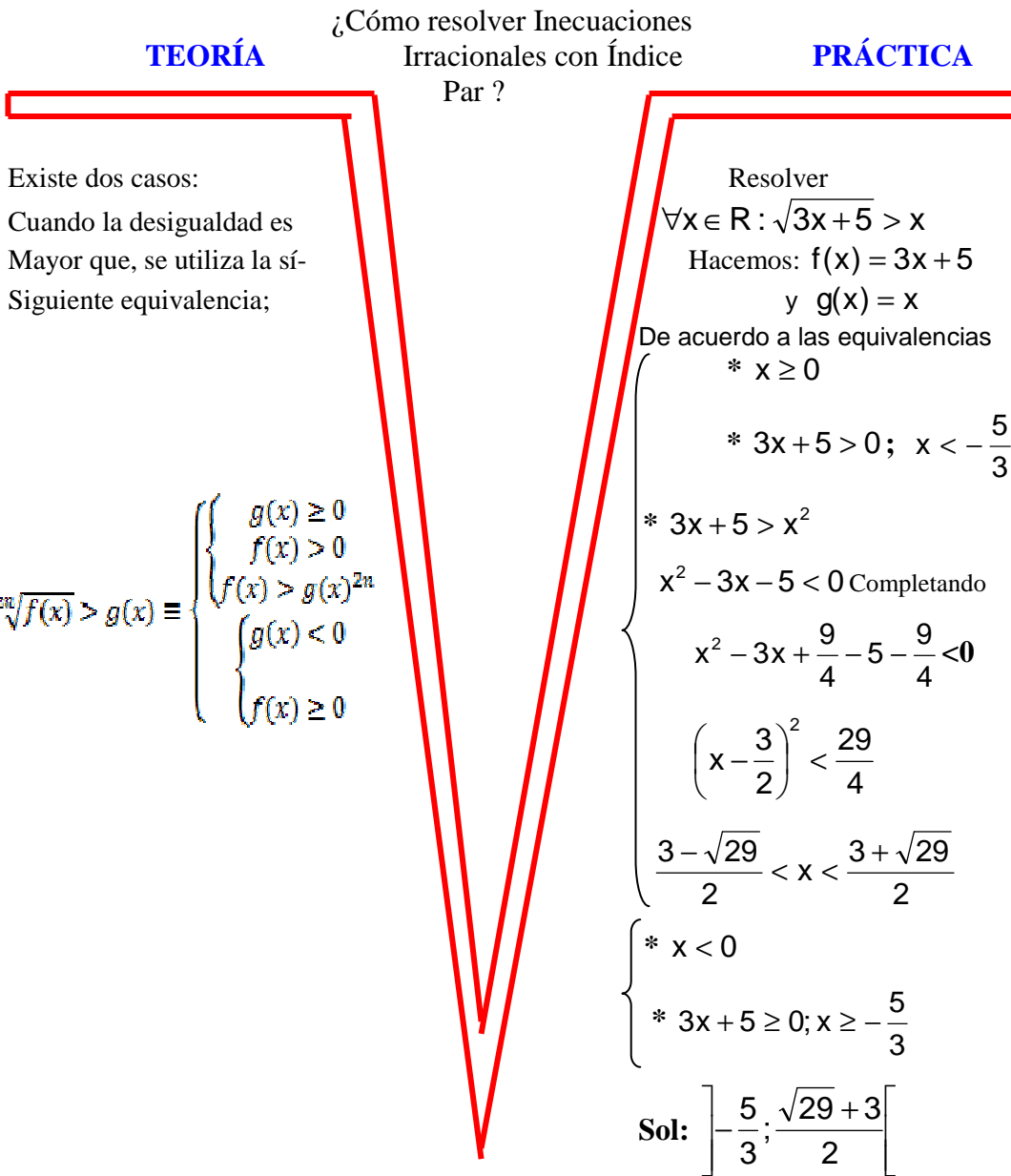


Grafico # 32: DIAGRAMA “V”  
Elaborado. El Autor

1.6.4.2.3.- Ejemplo del Diagrama “UVE”



**Esta equivalencia solo  
 Funciona para índice par  
 Y cuando es Mayor que.**

Grafico # 33: Inecuación Irracional  
 Elaborado. El Autor

### **1.6.5.- Técnica Audiovisual**

Son el conjunto de recursos didácticos, con sus respectivos procedimientos que estimulan la atención de la estudiante a través de la vista o el oído o de los dos sentidos a la vez.

#### **1.6.5.1.- Software Matemático**

Para mejorar ostensiblemente este proceso de cambio, se utilizará la sala de audiovisuales y el laboratorio de computación, aquí se instalará el Software Matemático para cubrir las necesidades elementales de cada tema a tratarse, entre el más importante está las FUNCIONES MATEMÁTICAS Y EL CIENTIFIC WORK PLACE, por varios motivos fundamentales:

1. La **facilidad de su aprendizaje**: no necesita muchos conocimientos previos de Informática, y se puede aprender a utilizar en un corto espacio de tiempo, sin necesidad de invertir muchas horas en la lectura de los manuales, ya que la nomenclatura matemática es Universal.
2. La **sencillez de su entorno de trabajo**, ya que permite ejecutar los comandos vía menú, o a través de la edición de los mismos por pantalla.

#### **1.6.5.2.- Objetivos de las Prácticas.**

- 1.- Desarrollar mediante estos programas los contenidos fundamentales de la asignatura de Matemáticas correspondientes a los Segundos años del Bachillerato de la especialidad Físico Matemático del Instituto Superior “Consejo Provincial de Pichincha”
- 2.- Motivar mediante RESOLUCION DE PROBLEMAS, la utilización de este programa para desarrollar técnicas de resolución de problemas, relacionados con los temas de estos años de estudio a nivel general.
- 3.- Optimizar el tiempo en el trazo de gráficas de Funciones Reales muy complicadas.

### **1.6.5.3.- Metodología**

A lo largo del resto del año escolar, se desarrolla dos tipos de actividades:

1. Actividades manipulativas de introducción al programa.

Consistirán en actividades de contenido matemático que introduzcan en el manejo de los cálculos algebraicos fundamentales, a través de los cuales se podrá manipular, en algunas ocasiones de forma gráfica, los conceptos y principios matemáticos tratados en la asignatura.

2. Resolución de ejercicios de contenido matemático y gráfico, a través de los cuales la alumna podrá diseñar diversas técnicas de resolución, gracias a la utilización de estos programas.

3.-Realización de sus propios resúmenes matemáticos, utilizando estos programas.

4.- Además de ello, se puede graficar varias funciones a la vez, es decir en un mismo plano cartesiano, esto permitirá analizar, deducir y generalizar el comportamiento de las funciones reales.

### **1.6.5.4.-Descripción del Software Matemático.- Funciones Matemáticas**

FUNCIONES para Windows es un programa que representa funciones definidas de forma explícita o de forma numérica mediante una tabla de doble entrada.

Su campo de aplicación es la asignatura de Matemáticas, en cualquier dominio donde aparezca el tema FUNCION. Incluso puede utilizarse en otras materias en que se trabaja dicho concepto, como FÍSICA, QUÍMICA, ESTADÍSTICA, ECONOMÍA.

Permite estudiar, dada una función, TODO (casi todo), lo que hay en las programaciones oficiales de la asignatura de Matemáticas, durante TODA la enseñanza primaria y secundaria.

Su principal objetivo es ayudar a las estudiantes a aprehender una gran mayoría de los conceptos ligados con las funciones. Así, la mayoría de las opciones de los menús son referencias directas ligadas a éstos, es decir: (una función) Imagen, Anti imagen, Raíces, Discontinuidades aisladas, Máximos, Mínimos, Puntos de inflexión, Derivada en un punto, Integral definida, Integral de línea, Intervalos de crecimiento, Intervalos de decrecimiento, Intervalos de concavidad, Intervalos de convexidad, Función derivada, Segunda derivada, Función integral, Cortes y Área entre dos funciones.

También, creemos, puede facilitar el aprendizaje de otros conceptos relacionados con el tema FUNCIÓN, no necesariamente matemáticos y, lo que es más importante, su interrelación. Eso es darse cuenta de lo importante del tema en otros campos y cómo puede ayudar un concepto matemático a resolver problemas no matemáticos.

#### **1.6.5.4.1.- Pasos para Instalar el Software Matemático.- Funciones Matemáticas**

1.- Insertamos CD en la unidad

2.- Clic derecho en carpeta



3.- Buscamos Ícono



hacemos Clic

4.- Despliega cuadro de diálogo



5.- Hacemos Clic en





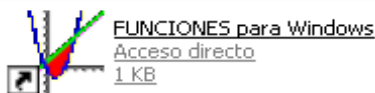
6.- Aparece cuadro de diálogo, que le pregunta que el programa de instalará en el disco duro

7.- Hacemos Clic en



8.- Aparece otro cuadro de dialogo, que le pregunta si desea instalar el manual, clic en Sí

9.- Hacer Clic en



y aceptamos todo

Lo que nos pregunte y listo a disfrutar de éste programa

#### **1.6.5.4.2.- ¿Cómo Dibujar una Función?**

Al arrancar el programa, aparece un cuadro de diálogo denominado FUNCIONES - Entrada de datos. Este es el diálogo de control principal del programa.

Escriba una función, por ejemplo "SEN(X)". Pulse <RETURN> o haga clic en el botón Aceptar. Inmediatamente aparecerá la ventana FUNCIONES y se dibujará la función.

Si pulsa sobre el menú "1 fu.", accederá a toda una serie de opciones que podrá ejecutar sobre la función dibujada: Imagen, Anti imagen, Raíces, Discontinuidades aisladas, Máximos, Mínimos, Puntos de inflexión, Derivada en un punto, Integral definida, Integral de línea, Intervalos de crecimiento, Intervalos de Decrecimiento, Intervalos de concavidad, Intervalos de convexidad, Función derivada, Segunda derivada, Función integral.

Si quiere cambiar las funciones o los valores de los ejes, escoja dentro del menú ARCHIVO la opción Cambiar funciones o parámetros refiriéndose a los valores de los ejes.

Si termina el proceso de dibujar una o más gráficas, encontramos los típicos botones:

**Minimización.** La ventana queda reducida a su icono. Esto es muy útil para despejar el área de trabajo cuando empleamos varias aplicaciones juntas o, incluso, cuando trabajamos con varios programas FUNCIONES para Windows simultáneamente.

**Maximización.** Muy interesante para utilizar toda la pantalla para representar los gráficos.

La esquina inferior derecha sirve para dimensionar la ventana. Con ella podremos dar al gráfico el tamaño que deseemos.

Creemos que la forma habitual de trabajar debe ser con la ventana maximizada. No la utilizaremos cuando queramos ejecutar varias veces el programa o bien cuando queramos darle un cierto tamaño al dibujo, cuando, por ejemplo, queramos incluirlo en algún texto.

Pulsando en cualquier punto de la ventana FUNCIONES, con el botón izquierdo del ratón, aparecen señaladas las coordenadas de dicho punto.

## **1.7.-VOCABULARIO**

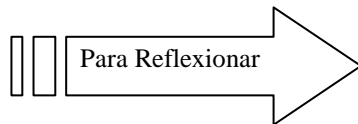
Return	Software
Imagen	Anti-imagen
Técnica	Método
Isordinación	Supraordinación
Exclusión	Infraordinación
Máximos	Mínimos
Puntos de Inflexión	Discontinuidad

# UNIDAD DOS

## 2.1.- TÍTULO DE LA UNIDAD

RECURSOS DIDACTICOS

## 2.2.- MOTIVACIÓN



**“Si lo escucho lo olvido  
Si lo veo lo recuerdo  
Si lo hago lo sé  
Si lo descubro lo uso”  
(Anónimo)**

## 2.3.- OBJETIVOS

Al término de esta unidad los estudiantes estarán en capacidad de:

- ♣ Conocer los recursos didácticos que pueden utilizarse para la enseñanza aprendizaje de las Funciones Reales.
- ♣ Discernir sobre cual recurso es la más aconsejable para utilizar en este proceso enseñanza aprendizaje.

## 2.4.- CONTENIDOS

Definición.- función de los recursos didácticos.- descripción de algunos recursos didácticos.- pizarrón.- pintarrón.- franelógrafo.- material gráfico.- proyector de cuerpos opacos.- proyector de exposiciones fijas.- cañón (infocus).- proyector de acetatos.- videos casetera y televisión.- los recursos y las nuevas tecnologías.- la enseñanza asistida en computadora.- uso didáctico en el campo de la matemática.- el CD-ROM y el dvd-rom.- internet.- uso didáctico.- conferencia telemática.- elementos a considerar.- perfil del nuevo docente frente a las n´tics.- vocabulario

## 2.5.- TÉCNICAS DE ENSEÑANZA

Técnica de Estimulación Verbal.- Expositiva.- Discusión  
Técnica Audio-Visual.- Sala de Cómputo.- Infocus

## **2.6.- DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS**

### **2.6.1.- Antecedentes**

Los recursos didácticos conocidos también como medios, en el proceso de enseñanza-aprendizaje son esenciales, gracias a ellos los aprendizajes se hacen significativos, la forma más inteligente de aprender es construyendo esquemas mentales u organizadores gráficos, el docente debe tomar en cuenta que son diferentes en cada individuo. si se ponen en funcionamiento todos los sentidos se tendrá más éxito, es decir, se lograrán interiorizar los conocimientos con más facilidad a que si solo escucho se correría el riesgo de que se queden en lo memorístico pero si escucho, veo, acudo al tacto serán duraderos, su selección debe ser acertada con el fin de motivar a las estudiantes.

### **2.6.2.- Definición**

Los recursos o medios didácticos son canales que facilitan el aprendizaje. El material concreto no es nada más que un recurso, o medio de comunicación más accesible que la palabra.

El aprehender es el resultado de la interacción entre la estudiante, los materiales y la investigación o búsqueda de nociones y conceptos de modo que se verifican en él, las etapas del aprendizaje, yendo de lo concreto a lo abstracto, de lo conocido a lo desconocido, de lo cercano a lo lejano, del menos al más, de abajo hacia arriba, de lo falso a lo verdadero, de lo teórico a lo práctico o viceversa; todo esto motivado por el recurso que constituye el enlace entre lo que se dice y lo que se hace.

**“Todo acto de inteligencia implica un juego de operaciones y éstos no llegan a funcionar verdaderamente (producir pensamientos) en la medida en que hayan sido preparados por actos reales” Piaget**

Durante mucho tiempo el docente ha buscado que la estudiante aprenda lo máximo posible y para ello se ha valido de distintos medios como mapas, diagramas, películas, transparencias y en la actualidad por ejemplo medios

electrónicos como blogs, wikis, presentaciones multimedia, pizarras eléctricas, software matemático, etc. Todos estos recursos le han permitido hacer más claros y accesibles sus temas.

Los recursos didácticos permiten:

- Presentar los temas o conceptos de una manera objetiva, clara, precisa y accesible.
- Proporcionar a la estudiante medios variados de aprendizaje.
- Estimular el interés y la motivación del grupo.
- Acercan a las estudiantes a la realidad y a darle significado a lo aprendido.
- Permiten facilitar la comunicación. Complementan las técnicas didácticas y economizan tiempo y esfuerzo

### **2.6.3.- Función de los Recursos Didácticos**

La inclusión de los recursos didácticos en un determinado contexto educativo exige que el profesor o el Equipo Docente correspondiente tengan claros cuáles son las principales funciones que pueden desempeñar los medios en el proceso de enseñanza -aprendizaje. Señalamos a continuación diversas funciones de los medios:

- **Función innovadora.** Cada nuevo tipo de recursos plantea una nueva forma de interacción. En unas ocasiones provoca que cambie el proceso, en otras refuerza la situación existente.
- **Función motivadora.** Se trata de acercar el aprendizaje a los intereses de las estudiantes y de contextualizarlo social y culturalmente, superando así el verbalismo como única vía.
- **Función estructuradora de la realidad.** Al ser los recursos mediadores de la realidad, el hecho de utilizar distintos medios facilita el contacto con distintas realidades, así como distintas visiones y aspectos de las mismas.
- **Función configuradora de la relación cognitiva.** Según el medio, el tipo de operación mental utilizada será diferente.

- **Función facilitadora de la acción didáctica.** Los recursos facilitan la organización de las experiencias de aprendizaje, actuando como guías, no sólo en cuanto nos ponen en contacto con los contenidos, sino también en cuanto que requieren la realización de un trabajo con el propio medio.
- **Función formativa.** Los distintos medios permiten y provocan la aparición y expresión de emociones, informaciones y valores que transmiten diversas modalidades de relación, cooperación o comunicación.

La tecnología avanza y también el material educativo. Mucho de los materiales se han vuelto multimedia, por ello es necesario que los docentes se capaciten para que vayan a la par con los adelantos tecnológicos y sepan usar estos medios en pro de la educación.

A partir de la consideración de la plataforma tecnológica en la que se sustenten, los medios didácticos, y por ende los recursos educativos en general.

#### **2.6.4.- Descripción de algunos recursos o medios didácticos recomendables para la enseñanza de la matemática.**

##### **2.6.4.1.- Pizarrón**

Ante todo, la tiza seca o líquida y el pizarrón siguen siendo instrumentos de enorme valor en la enseñanza en todos los niveles, y en todas partes. Debemos decir que todavía no han sido reemplazados. Merece señalarse, sin embargo, que varios adelantos de la era informática se han inspirado en esta tecnología tan antigua como eficiente. De alguna forma la computadora en la enseñanza tiende a ocupar el mismo "nicho didáctico" que la tiza y el pizarrón. Se desearía imitar su bajo costo, accesibilidad y versatilidad gráfica (dibujos y textos).

##### **2.6.4.2.- Pintarrón**

En una sala de reuniones presenciales, un pintarrón puede actuar como espacio compartido donde se plasman y corrigen las ideas del grupo.

##### **2.6.4.3.- Magnetógrafo**

El magnetógrafo es una pizarra cuyo tablero es una plancha de hierro,

sobre ella se adhieren pequeños imanes (los magnetogramas) Se utilizan en la Educación Básica..

#### **2.6.4.4.- Franelógrafo**

El franelógrafo está constituido por un tablero formado de tejido de franela. Su material de paso son los franelógramas, constituidos por el mismo material, aunque sus dorsos son autoadhesivos.

#### **2.6.4.5.- Material Gráfico**

Libros de texto y consulta, códigos, enciclopedias, diccionarios (palabras e imágenes), novelas, cuentos, cómics, periódicos, revistas, carteles, láminas, planos, mapas.

#### **2.6.4.6.- Proyector de Cuerpos Opacos**

El proyector de cuerpos opacos u opacoscopio puede proyectar cualquier tipo de objetos y documentos. Requiere el oscurecimiento total de la sala.

#### **2.6.4.7.- Proyector de Exposiciones Fijas**

El retroproyector proyecta imágenes fijas a plena luz. Puede sustituir en muchos casos a la pizarra, con la ventaja de que el profesor puede traer los documentos elaborados y realizar la comunicación de cara a los alumnos. Asimismo, puede ser utilizado fácilmente por los alumnos, usando material de paso adquirido o elaborado por ellos mismos.

#### **2.6.4.8.- Cañón (infocus)**

Es un medio de comunicación audiovisual, se ayuda de diapositivas que se realizan en la computadora y son proyectada, tienen movimiento y diversos colores. Ha sustituido al proyector de acetatos.

#### **2.6.4.9.- Proyector de Acetatos**

Es un medio de enseñanza que se hace en papel acetato, y se proyecta en la pared, para mostrar la información del docente. Este recurso ya no es utilizado en nuestro medio.

#### **2.6.5.10.- Videos Casetera y Televisión**

Como instrumento pedagógico, enseña al alumno a ver, leer, interpretar y

enjuiciar la imagen, ayudándole a la percepción y comprensión de la realidad.

### **2.6.5.- Los recursos o medios didácticos y las nuevas tecnologías en el proceso de inter-aprendizaje**

Entendemos por Nuevas Tecnologías todos aquellos medios que surgiendo de la unión entre los avances informáticos y tecnológicos contribuyen a la mejora del inter-aprendizaje.

La implantación de las nuevas tecnologías en nuestra sociedad ha modificado sustancialmente nuestra vida cotidiana. No cabe duda de que nos hallamos inmersos en la era de revolución de las comunicaciones. Es una época en la que un número de tecnologías nuevas y en desarrollo influyen profundamente en la industria de las comunicaciones y la sociedad.

En la actualidad las Nuevas Tecnologías de la Información y la Comunicación, nos están ofreciendo otras posibilidades y escenarios para re-pensar y replantear la formación y el trabajo. La tele formación y el teletrabajo nos ofrecen solventar, en cierta medida, algunos problemas.

La comunicación también se hace más fluida gracias al empleo de herramientas tales como el correo electrónico, foros de debate, grupos de discusión, etc. para resolver dudas, intercambiar opiniones, etc.

Está claro que los recursos o medios didácticos son todos aquellos instrumentos que, por una parte, ayudan a los docentes en su tarea de enseñar y por otra, facilitan a los estudiantes el logro de los objetivos de aprendizaje.

Describiremos los medios basados en el uso de las Nuevas Tecnologías; dos razones apoyan esta decisión: por un lado, la gradual importancia e impacto de las Nuevas Tecnologías de la información y la Comunicación (NTIC) en la sociedad de nuestros días, y, por otro, las especiales características de estas tecnologías en los procesos de aprendizaje autónomo o asistidos.

Así me atrevo a afirmar que los medios y recursos didácticos pueden considerarse



como herramienta de ayuda para llevar a cabo la tarea formativa, siempre que se haga un uso correcto y adecuado de ellos.

Analizaremos seguidamente algunos de estos medios basados en el uso de las Nuevas Tecnologías:

Enseñanza Asistida por Computadora (E.A.C.).

- CD-ROM.
- DVD.
- Internet.

#### **2.6.5.1.- Enseñanza Asistida en Computadora**

La **Enseñanza Asistida por Computadora (E. A. C)**: Es una metodología que posibilita y facilita la adquisición de contenidos de formación a través de un programa de computadora.

Uno de los aspectos formales más interesantes de la E. A. C es el de establecer un diálogo con el usuario a partir de la sucesión de preguntas y respuestas, permitiendo al estudiante avanzar a su propio ritmo y estar enrolado activamente.

La E. A. C se puede considerar una unidad formativa impartida por computadora que está fundamentada en los siguientes principios pedagógicos: actividad, individualización, progresión, retroalimentación inmediata, el valor del error, aplicación inmediata de lo aprendido.

#### **2.6.5.2.- Uso Didáctico en el Campo de la Matemática:**

La Enseñanza Asistida por Computadora ofrece indudables ventajas en el campo de la formación. Como hemos dicho anteriormente, puede facilitar la adquisición de unos contenidos a través de un programa de computadora, de tal forma que, el usuario–estudiante es la receptora de esos contenidos, y el programa de computadora sustituye en un determinado momento al docente en sus funciones de:

- Transmitir conocimientos.
- Aportar ejemplos y ejercicios prácticos.

- Controlar el aprendizaje de las estudiantes y proporcionarles una información inmediata sobre sus resultados.
- Basada en la interactividad y en el auto aprendizaje, es para muchos una solución eficaz para superar los problemas de la distancia, la adecuación a las necesidades de las estudiantes y a las limitaciones de tiempo.

### **2.6.5.3.- El cd-rom y el dvd-rom**

Brevemente lo podemos definir como, soporte físico para la publicación de información en soporte digital. El nombre viene de las palabras inglesas Compact Disc Read Only Memory, (Memoria en disco compacto de sólo lectura). Pueden almacenar textos, imágenes animadas e inanimadas y sonido.

Los CD- ROM, tienen su antecedente en el CD, Disco Compacto de música, soporte habitual para la música en nuestros días. Tienen en común el tamaño de los discos (12 cm), su método de grabación, y el material de que están compuestos.

Los CD-ROM se utilizan sobre todo para editar el contenido bases de datos de toda clase, enciclopedias, diccionarios, directorios, bibliografías, periódicos, publicaciones... y para la edición de obras de consultas.

Sin embargo, con el paso del tiempo cada vez es mayor la necesidad de almacenamiento requerida por los usuarios, por lo que si el volumen de datos que podía almacenar un CD era una de las grandes ventajas del mismo, ahora se está convirtiendo en una desventaja. De esta forma, el resultado de la búsqueda de un nuevo sistema ha sido el DVD.

- DVD-Vídeo, destinado al campo doméstico y firme candidato a reemplazar los actuales reproductores de vídeo.
- DVD-ROM, que sustituirá a los actuales CD-ROM.
- DVD-R, re-escrible una sola vez.
- DVD-RAM, en él se podrá re-escibir cuantas veces se quiera.

#### **2.6.5.4.- Internet**

Internet es una red mundial de redes de ordenadores, que permite a éstos comunicarse de forma directa, compartiendo información y servicios a lo largo de la mayor parte del mundo.

El internet carece de sede, está donde quiera que haya alguien conectado. A medida que se van conectando a ella más y más redes, más y más ordenadores, su trama se extiende por todo el mundo, formando la famosa "telaraña mundial".

Internet abarca más de 160 países, incluyendo miles de redes académicas, gubernamentales, comerciales, privadas, etc. El número de redes, ordenadores y usuarios conectados a Internet es una polémica viva donde las más diversas cifras no paran de escucharse. Lo que sí es cierto es que éste crece diariamente.

Señalaremos brevemente algunas de las características que han determinado la creciente red no es propiedad de nadie, sino que es simplemente un conjunto de redes interconectadas que pueden ser públicas, privadas, internacionales, dedicadas a la investigación o al entretenimiento, etc.

Es sin duda el fenómeno tecnológico de más envergadura de finales del siglo XX. Desde su inicio como una red de investigación y de uso militar, ha pasado a convertirse en la auténtica precursora de las superautopistas de la información por donde se transmiten:

Imágenes tanto fijas (todo tipo de dibujos y fotografías) como en movimiento (videos, imágenes animadas, etc.), e incluso imágenes en tres dimensiones  
popularidad de este sistema:

Realización de la mayoría de los procedimientos mediante documentos de Hipertexto, que permiten navegar intuitivamente por las distintas fuentes de información mediante los hiperenlaces.

- Uso de técnicas multimedia. Un documento de hipertexto puede combinar textos, imágenes, vídeo, sonido, etc.

- Los progresivos avances en los programas diseñados para navegar por Internet, que facilitan cada vez más el uso de los recursos, tales como Netscape Navigator o Internet Explorer.
- La interactividad, no sólo se puede recibir información, sino que también es posible enviarla.

#### **2.6.5.4.1.- Uso Didáctico**

Internet puede ser un recurso de gran ayuda, puesto que todos los servicios que esta red nos ofrece pueden sernos de utilidad en la formación.

A grandes rasgos, estos son los principales usos de Internet en la formación:

- La información, en la red es posible encontrar la más variada información acerca de todos los temas imaginables, desde los más generales, tales como deporte, cine,... hasta las disciplinas científicas más especializadas. De esta forma podemos buscar la información que queramos transmitir a nuestros alumnos sobre cualquier tema de actualidad, o bien pedir a ellos que realicen una búsqueda.
- Comunicación con otros ordenadores y personas, con la posibilidad de efectuar intercambios de cartas, imágenes, ficheros, conversaciones de voz y videoconferencia en tiempo real. Esta comunicación se establece a través de servicios como correo electrónico, transferencias de ficheros, news, etc. Acceso a recursos informáticos, posibilidad de utilizar los medios de hardware y software disponibles en distintas instituciones y bibliotecas en cualquier parte del mundo.
- Además día a día crece el número de ofertas formativas a través de Internet. Todo esto hace que nuestros hábitos cotidianos y nuestra manera de concebir la educación cambie, y podamos pensar en Internet como una herramienta de ayuda para el proceso de enseñanza.

#### **2.6.5.5.- Conferencia Telemática**

La conferencia telemática permite el intercambio de información entre terminales de alumnos separados geográficamente, incluso en países diferentes. La conexión se realiza utilizando las Redes de Transmisión de Datos por Conmutación de Paquetes.

A través de la conferencia telemática los estudiantes pueden dar y recibir información, intercambiar opiniones, expresar puntos de acuerdo, generar ideas, resolver problemas, etc. La comunicación tiene lugar a través de la escritura y lectura de mensajes en la computadora.

Los máximos inconvenientes de este sistema se encuentran en la falta de contacto social entre los alumnos, ya que es difícil llegar a conocer al interlocutor sólo a través de mensajes escritos.

#### **2.6.6.- Elementos a considerar**

Al elaborar un programa de un curso, o de un módulo, el formador, después de haber decidido qué método y técnicas debe adoptar, se encontrará con que debe decidir, ¿qué medios?, ¿en qué momento?, ¿cómo?, ¿por qué?, etc.; en definitiva, qué recursos o medios didácticos utilizar para enriquecer y hacer más eficaz la enseñanza.

El docente es responsable de que la introducción de los medios en el aula se haga de manera eficiente. Por ello es importante tener en cuenta que, la introducción de los medios y recursos didácticos en contextos formativos de la matemática no debe consistir en una mera integración física de aparatos e instrumentos tecnológicos, sino que debe suponer un verdadero cambio e innovación en los actos de enseñanza.

Algunos de los criterios que el docente secundario debe tener en cuenta en la selección de los medios pueden ser los siguientes:

- Objetivos perseguidos, ya que toda selección de medios y estrategias de enseñanza debe realizarse en función de éstos. Dependiendo de lo que pretendamos: que la estudiante practique, que aprenda nuevos contenidos, que realice alguna actividad, etc., será más adecuado el uso de unos de-terminados medios.
- Contenidos que se desean transmitir, según sea la naturaleza de los contenidos, serán más factibles de poder ser transmitidos por unos u otros medios. Por ejemplo, si se trata sólo de presentar información a las estudiantes de algún tema específico podemos hacer uso de un vídeo, si de lo contrario necesitamos explicar algo complejo, como el funcionamiento de un aparato o maquinaria, podemos basar nuestra explicación en transparencias, fotografías, etc.
- Medios de los que disponemos en nuestro centro o entidad, (los recursos son muchos y variados, por lo que puede que algunos no estén a nuestro alcance, como por ejemplo ordenadores, vídeos, etc.).
- Características y necesidades de los alumnos, nivel sociocultural, edad, nivel de conocimientos, etc.
- Coste, tanto material, como de tiempo y esfuerzo necesario para el uso y manejo del medio. Por ejemplo, puede suponer más coste y esfuerzo recurrir a un ordenador que a un proyector de diapositivas.

### **2.6.7.- El Perfil del nuevo docente frente a las Nuevas Tecnologías**

El perfil del profesor secundario se verá considerablemente afectado por estos nuevos entornos virtuales. Según González (2001), para desempeñar con eficacia su labor, debe adquirir ciertas habilidades:

- Formación **EN** medios:
  - Conocer equipos e infraestructura informática y de comunicaciones.
  - Conocer programas básicos como el sistema operativo, procesador de textos, hoja de cálculo, bases de datos o herramientas.
- Formación **CON** medios:

- Utilizar habitualmente el correo electrónico y la navegación por las redes.
- Encontrar recursos identificando su idoneidad educativa en portales, buscadores o listas de distribución.
- Formación **PARA** los medios:
  - Crear contenidos con características multimedia e hipertexto.
  - Adaptar contenidos y actividades convencionales al contexto telemático

### **2.6.8.- Vocabulario**

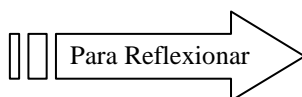
Recurso	Material
Internet	Conferencia
CD-ROM	D.V.D
NTICS	Infocus
Magnetógrafo	

# UNIDAD TRES

## 3.1.- TÍTULO DE LA UNIDAD

### FUNCIONES REALES

## 3.2.- MOTIVACIÓN



“No hay ninguna rama de la matemática, por abstracta que sea, que no pueda aplicarse algún día a los fenómenos del mundo real”  
( N. Lobachevski)

## 3.3.- OBJETIVOS

### General

Al finalizar el estudio de esta unidad, las estudiantes estarán en capacidad de:

- ♣ Manejar el cálculo diferencial de las funciones de una variable real, tanto desde el punto de vista teórico como de su aplicación física.
- ♣ Valorar la importancia de la matemática como herramienta del profesional, como formación y desarrollo intelectual.

### Específicos

- ♣ Utilizar adecuadamente la definición, propiedades, dominio y rango de las funciones reales.
- ♣ Comprobar con el Software Matemático las gráficas y resultados de las Funciones Reales
- ♣ Resumir en Organizadores Gráficos la teoría, práctica de las Funciones Reales

## 3.4.- CONTENIDOS

Antecedentes.- historia.-definición.- notación.-dominio y rango.- ¿es o no función?.- clasificación de las funciones reales.-actividades.- mentefacto de las funciones reales.- ejercicios resueltos-propuestos.- evaluación.- vocabulario

## 3.5.- TÉCNICAS DE ENSEÑANZA

Técnica de Estimulación Verbal.- Expositiva.- Discusión

Técnica escrita.- Mentefacto.- Diagrama “V”.- Resolución de ejercicios por las estudiantes.

Técnica Audio-Visual.- Software Matemático.- Funciones Matemáticas



### **3.6.- PROCESO METODOLÓGICO:**

Previos:

- a) Motivación por parte del docente
- b) Conversar sobre los pre-requisitos que se necesitan para el estudio de las funciones reales (desigualdades e inecuaciones)

Con el texto:

- a) Realice una lectura contextualizada de la teoría de las funciones Reales, subraye los aspectos más importantes.
- b) Comentar el texto relacionando con la especialidad
- c) Explicar cómo se va construyendo la teoría de funciones reales
- d) Asociar la teoría con la parte simbólica y formal de la matemática.

De refuerzo y evaluación:

- a) En forma concreta y simple, siguiendo los pasos anotados anteriormente, Estructure en un organizador gráfico (mentefacto) con la ayuda del docente, toda la teoría de las funciones reales.
- b) Resolver la evaluación correctamente.

### **3.7.- DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS**

#### **3.7.1.- Antecedentes**

En el presente trabajo se detallan las características fundamentales de cada Función Real y las relaciones con las diferentes ciencias y sus aplicaciones.

Todas las actividades de la vida diaria, están relacionadas con la matemática, es decir la matemática es real, es importante en todos los campos económicos, financieros, sociales, políticos, etc. Por ejemplo, el pago del consumo de energía, agua, telefonía, está en función del consumo mensual o el precio del mercado está

en función de la demanda de la mercadería. En estos ejemplos se relacionan dos variables, y la teoría de las funciones no es más que el estudio, análisis y relación entre variables.

El estudio, análisis y comprensión de las funciones ha sido muy importante en todos los tiempos, es la introducción para el tratamiento del Cálculo Diferencial e Integral, que todos los Físicos, químicos, biólogos, economistas, médicos, sociólogos, psicólogos e ingenieros lo utilizan para el tratamiento de las variables en sus respectivos campos y tratan de entender el porqué de éste comportamiento.

Los temas que ayudará la comprensión de las funciones reales es el conjunto de los Números Reales, teoremas, axiomas, desigualdades, inecuaciones, los intervalos como un subconjunto de los Reales, entre los más importantes.

Al final de cada función tratada se resumirá con un organizador gráfico y se dará realce a la utilización del Software Matemático, para analizar el comportamiento de funciones especiales que nos ahorrará tiempo y esfuerzo en bosquejar sus gráficas.

### **3.7.2.- Historia**

La palabra función, en relación con la matemática lo utilizó por primera vez GOTTFRIED LEIBNIZ (1646-1694), que fue uno de los pioneros en los métodos de Cálculo. Pero se atribuye a LEONHARDO EULER (1707-1783) quien introdujo la conocida Notación  $f(x)$ .

Sus trabajos e investigaciones contribuyeron para el desarrollo de una de las ramas más poderosas de la matemática, que es el ANÁLISIS MATEMÁTICO

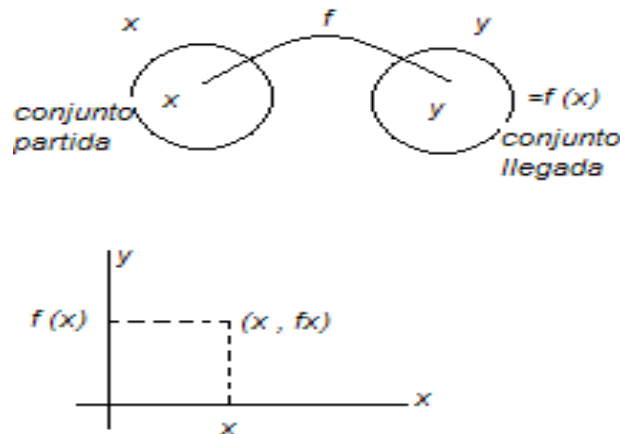
El desarrollo de los pueblos y sus habitantes está en función de su educación, economía y política ésta correspondencia entre una magnitud y otra, se llama FUNCIÓN.

### 3.7.3.- Definición de Función

Una función real de variable real, es toda relación o regla que asocia a todo número real  $x$  de un conjunto  $X$  un único número real  $y$  de  $Y$ .

Si está dado en pares ordenados, es Función si no se repite la primera componente

Grafico:



Una función consiste en dos conjuntos, *dominio o conjunto de partida*, **eje  $x$**  y *rango o conjunto de llegada*, **eje  $y$** , y una regla que asigna a cada elemento del dominio exactamente un elemento del rango. A cada elemento del rango debe serle asignado por lo menos un elemento del dominio. Si la relación entre dos variables  $x$  y  $y$  es una en la que para cada valor de  $y$  hay exactamente un valor de  $x$ , se dice que  $y$  es una función de  $x$ . Es decir:  $y = f(x)$

Una función, en matemáticas, es el término usado para indicar la relación o correspondencia entre dos o más cantidades, estas cantidades se llaman variables, que el matemático Alemán Lejeune- Dirichlet (1805-1859), define a la variable como “Un símbolo que representa un número dentro de un conjunto de ello”

La variable  $X$ , a la que se asignan libremente valores, se llama variable independiente, mientras que la variable  $Y$ , cuyos valores dependen de la  $X$ , se llama variables dependientes. Los valores permitidos de  $X$  constituyen el Dominio de la función y los valores que toma  $Y$  constituye su recorrido o rango de la función

### 3.7.3.1.- Notación

Varia nomenclaturas para llamar o nombrar a las funciones reales, las principales son:

1.-  $f: R \rightarrow R$

$$x \rightarrow f(x) = y$$

2.-  $R \xrightarrow{f} R$

$$x \rightarrow f(x) = y$$

3.-  $f: R \rightarrow R$

$$x \rightarrow f(x)$$

$$f: R \rightarrow R$$

$$x \rightarrow f(x) = y$$

SE LEE:

Sea  $f$  una función de los Reales en los Reales, tal que:  $f$  de  $x$  es igual a... o también

$y$  está en Función de  $x$

$\updownarrow$  V: Dependiente      V: Independiente

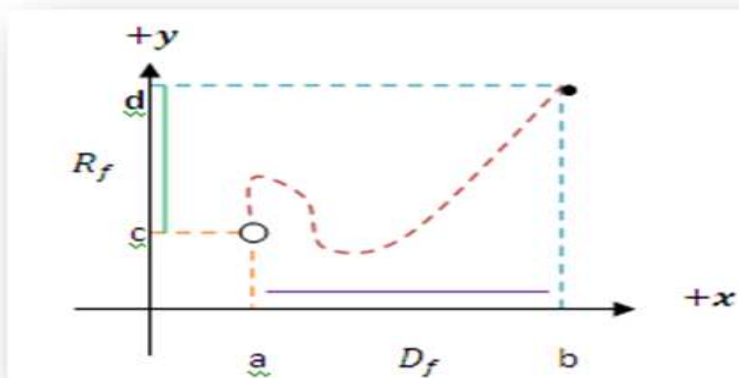
### 3.7.3.2.- Dominio y Rango de la Función Real

En todas las funciones reales de variable real, el Dominio se simboliza  $Domf(x)$  y el Rango  $Ranf(x)$  se puede determinar de dos maneras: **gráficamente y analíticamente**

#### 3.7.3.2.1.- Gráficamente

El  $Domf(x)$  se observa en el eje de las  $x$

El  $Ranf(x)$  en el eje de las  $y$



### 3.7.3.2.2.- Analíticamente

- a) Los denominadores deben ser diferente de cero
- b) Las expresiones afectadas por una raíz par deben ser no negativas

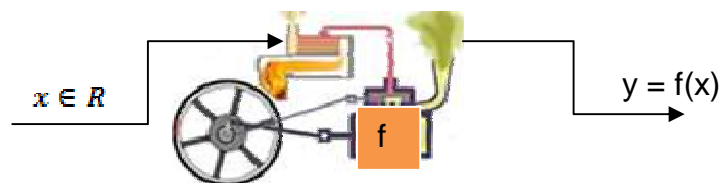
Para determinar de utilizan las siguientes expresiones matemáticas.

Para el Dominio:  $Domf(x) = \{x \in X / y = f(x) \wedge y \in Y\}$

Y para el Rango:  $Ranf(x) = \{y / y = f(x) \wedge x \in Domf(x)\}$

Una forma práctica y útil de ver y entender la definición de Función, es relacionando con el funcionamiento de una máquina.

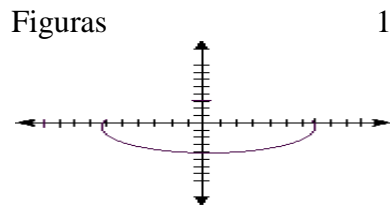
Una Función es una máquina que procesa números Reales y de ahí el nombre de Función Real



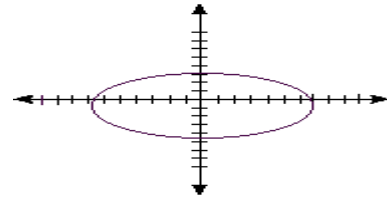
Se debe tener cuidado qué clase de números se pone en la máquina, para que ésta procese sin problema, depende de la función en tratamiento.

### 3.7.3.3.- *¿Es o no función gráficamente?*

Una gráfica determina un conjunto de pares ordenados con números reales correspondientes a las coordenadas de los puntos en la gráfica. Este conjunto de pares ordenados, determinados por la gráfica, puede o no puede definir una función. Por lo tanto, una línea vertical no puede intersectar la gráfica de una función en más de un punto.



**Figura 2**



La figura 1 define una función, mientras que la figura 2 no define una función

Por lo que la matemática, se encarga de estudiar esta relación o correspondencia, mediante las Funciones Reales de variable Real, porque muchos problemas de Administración, Economía, Biología y de otras ciencias, se modelan mediante funciones lineales, cuadráticas y de las funciones polinómicas, se utilizan para modelar algunas aplicaciones de fabricación de herramientas y máquinas, etc.

### **3.7.4.- Clasificación de las Funciones Reales**

#### 3.7.4.1.- Funciones Algebraicas

##### 3.7.4.1.1.- Funciones Polinómicas

Función Afín

Función Lineal

Función Identidad

Función Constante

Función Cuadrática

Función Polinómica con grado

##### 3.7.4.1.2.- Funciones No Polinómicas

Función Racional

Función Irracional

#### 3.7.4.2.- Funciones Especiales

##### 3.7.4.2.1.- Función Valor Absoluto

##### 3.7.4.2.2.- Función Por Partes

##### 3.7.4.2.3.- Función Entero Mayor

#### 3.7.4.3.- Funciones Trascendentales

- 3.7.4.3.1.- Función Logarítmica
- 3.7.4.3.2.- Función Exponencial
- 3.7.4.3.3.- Funciones Trigonométricas
  - Función Seno
  - Función Coseno
  - Función Tangente
- 3.7.4.3.4.- Funciones Hiperbólicas
  - Función seno Hiperbólico
  - Función coseno Hiperbólico
  - Función Tangente Hiperbólica
- 3.7.4.4.- Funciones Por su Escritura
  - 3.7.4.4.1.- Función Explícita
  - 3.7.4.4.2.- Función Implícita
- 3.7.4.5.- Función por su Continuidad
  - 3.7.4.5.1.-Funciones Continuas
  - 3.7.4.5.2.- Funciones Discontinuas.
- 3.7.4.6.- Funciones Monótonas
  - 3.7.4.6.1.-Funciones Crecientes
  - 3.7.4.6.2.- Funciones Decrecientes
- 3.7.4.7.- Funciones por su Paridad
  - 3.7.4.7.1.- Función Par
  - 3.7.4.7.2.- Función Impar
- 3.7.5.- Álgebra de Funciones
- 3.7.6.- Composición de Funciones

### **3.8.- VOCABULARIO**

Función	Variable
Dominio	Rango
Variable Independiente	Variable Dependiente
Software	

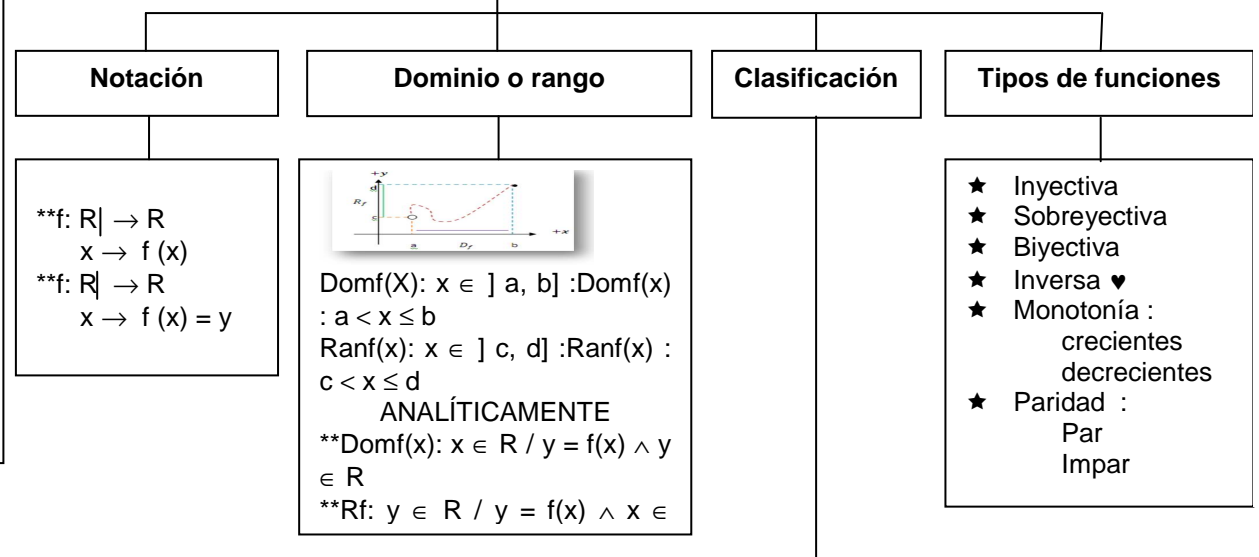
**3.8.- MENTEFACTO DE LAS FUNCIONES REALES**

Gráfico # 34.- Menteefacto de las Funciones  
Elaborado: El Autor

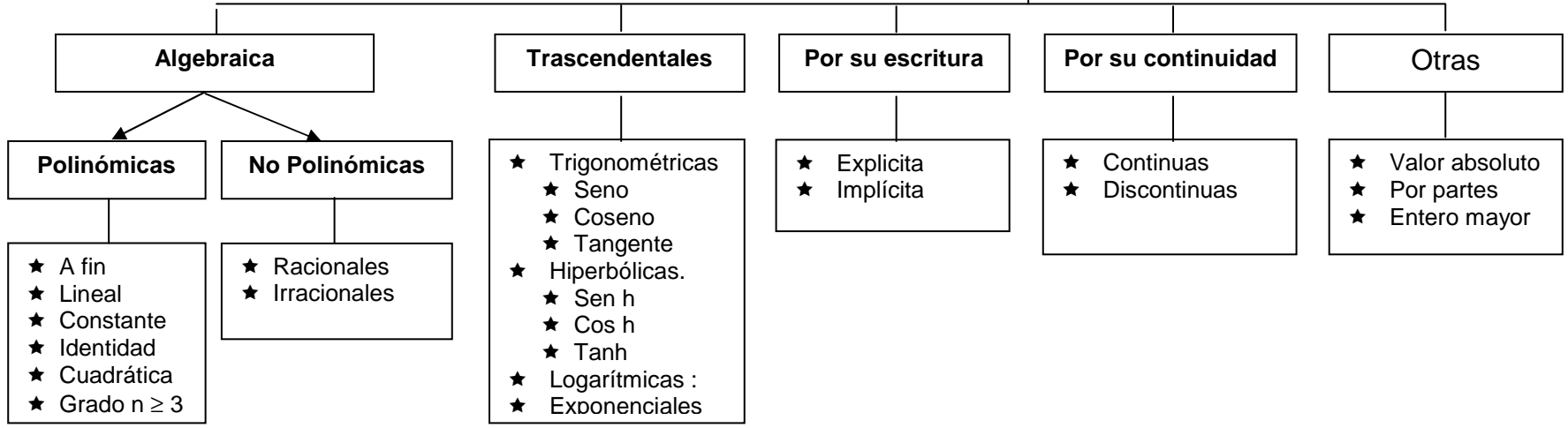
**FUNCIÓN**

**FUNCIONES REALES**

- ★ Inecuaciones
- ★ Ecuaciones



\*\*1694.- Leibniz uso por primera vez la palabra función  
 \*\*1734.- Euler; utilizó la notación  $y = f(x)$   
 \*\*Una función real de variable real, es toda relación o regla que asocia a todo número real  $x$  de un conjunto  $x$  un único número real  $y$  de  $y$  Grafico:





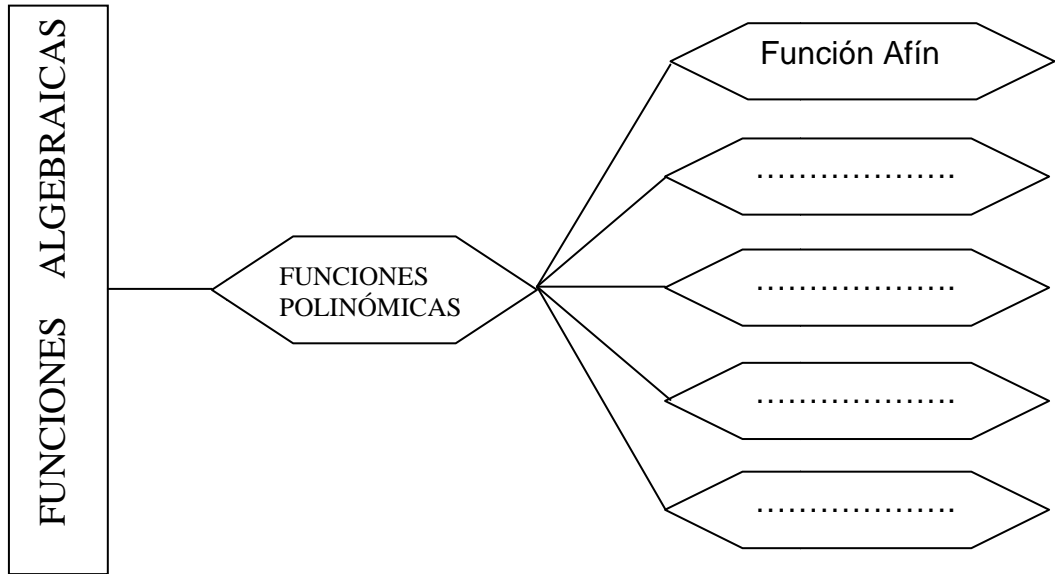


**INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR  
"CONSEJO PROVINCIAL"  
EVALUACIÓN**

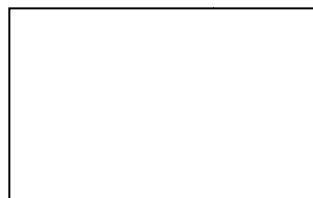
NOMBRE.....MATERIA.- MATEMÁTICAS  
CURSO.-.....PROF.....

**“Estudia no solo para saber algo más, Si no para saber mejor”  
(Anónimo)**

- a) Complete el organizador gráfico con la clasificación de las funciones algebraicas: (1 Pts) Cada laguna



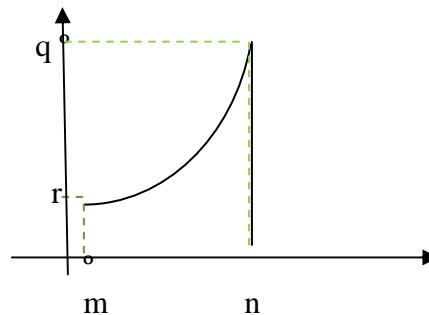
- b) Complete (1 Pts) Cada laguna



Sea  $f$  una función de los Reales en los Reales, tal que: .....  
o también

V: .....      V: .....

- c) Escriba de dos formas el Dominio y Rango de la siguiente gráfica (2,5 Pts. Cada forma)

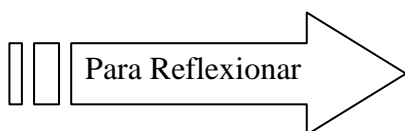


# Función Real

## TÍTULO DEL SUBTEMA

### FUNCIÓN AFÍN

#### MOTIVACIÓN



“Se debe hacer todo tan sencillo como sea posible,  
pero no más sencillo”

(Albert Einstein)

“Somos enanos, pero estamos encaramados en  
hombros de gigantes”

(Isaac Newton)

#### OBJETIVOS:

Definir la Función Afín

Encontrar el Dominio y Rango de la Función Afín

Dibujar las Gráficas de la Función Afín

Utilizar los organizadores Gráficos para resumir la teoría de la Función Afín

Utilizar Software Matemático para comprobar y graficar funciones Afines

#### CONTENIDOS

Función afín.-definición.-álgebra de los infinitos.-dominio y rango de la función.-  
ecuaciones lineales.- inecuaciones lineales.-gráficas.- mentefacto de la Función  
afín.-comparación de la teoría con la práctica en el diagrama “v”.-Cómo utilizar  
software Matemático.-aplicaciones

#### TÉCNICAS DE ENSEÑANZA

**Técnica de Estimulación Verbal.**- Expositiva.- Discusión

**Técnica escrita.- Mentefacto.**- Diagrama “V”.- Resolución de ejercicios por  
parte de las estudiantes

**Técnica Audio-Visual.**- Software Matemático.- Funciones Matemáticas

#### DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

##### Antecedentes

La Función Afín es muy importante en la relación que tiene con otras ciencias, con la economía cuando se trata de analizar las leyes de la oferta y la

demanda, los ecónomos se basan en la linealidad de esta función, con la Física cuando se estudia el movimiento rectilíneo uniforme, con la Estadística, cuando se relaciona la relación y correlación entre dos variables, etc.

El estudio de esta función se facilita, en vista que las estudiantes ya lo han tratado de alguna forma en otras materias. Se hará un resumen con un Organizador Gráfico en donde constan la definición, nomenclatura, características, gráficas y lo que no tiene relación.

Para Graficar, en primera instancia se trabajará con coeficientes enteros, hasta mejorar la ubicación de estas rectas en el plano cartesiano, para más adelante, crear ejercicios con coeficientes distintos y poder entrar en el campo de los números Reales.

El conocimiento de enlace entre el conocimiento previo y el nuevo es la definición de pendiente ( $m$ ) de una recta, basta recordar la definición de tangente de un ángulo y decir que:

$$m = \tan \alpha \quad \text{y}$$

$$\tan \alpha = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

Esto para graficar la función, sin la molesta tabla de valores o la ubicación de pares ordenados en el plano cartesiano.

### **Definición**

Se Define a la Función Afín de la forma:  $f: R \rightarrow R$   
 $x \rightarrow f(x) = ax + b ; a \neq 0; a, b \in R$

O de la forma :  $f: R \rightarrow R$   
 $x \rightarrow f(x) = mx + b ; m \neq 0; m, b \in R$

En donde el coeficiente “m” tiene un significado geométrico, indica la inclinación de la recta o es la pendiente de ésta con respecto a la dirección positiva del eje OX.

$$m = \frac{y - y_1}{x - x_1}$$

$b$  es el intercepto con el eje  $y$ , tenemos entonces un punto por el que pasará la recta.

Recta.- Distancia más corta entre dos puntos.

Pero también en forma general tenemos:

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \rightarrow f(x) = a_1x + a_2; a_1 \neq 0; a_1, a_2 \in \mathbb{R}$$

### Algebra de los Infinitos:

Son ciertas “operaciones” o ideas generales que debemos tener sobre las operaciones con los Infinitos. En realidad el  $\pm\infty$  no son números, apenas son símbolos o ideas intuitivas que tenemos para representar cantidades que van y vienen del infinito, por tanto son símbolos matemáticos. Ejemplos:

$$\forall k \in \mathbb{R}$$

$$1.- +\infty + k = k + \infty = +\infty + \infty = +\infty$$

$$2.- -\infty + k = k + (-\infty) = -\infty + (-\infty) = -\infty$$

$$3.- k \cdot \infty = \infty, k = (-k)(-\infty) = (-\infty)(-k) = +\infty; k > 0$$

$$4.- k(-\infty) = (-\infty)k = (-k)(+\infty) = (+\infty)(-k) = -\infty; k > 0$$

$$5.- \infty \cdot \infty = (-\infty)(-\infty) = +\infty$$

$$6.- (+\infty)(-\infty) = (-\infty)(+\infty) = -\infty$$

$$7.- \frac{k}{+\infty} = \frac{k}{-\infty} = 0$$

$$8.- \frac{+\infty}{k} = \frac{-\infty}{k} = \infty$$

$$9.- \frac{k}{0} = \infty$$

$$0. \infty = \infty$$

**Porque infinito no es un número, sólo es un símbolo que indica una cantidad grande o pequeña**

### Dominio y Rango

Al dominio de una función en forma general, se simboliza por  $Domf(x)$  y al rango por  $Ranf(x)$

Sea  $f$  la función definida por:  $f(x) = ax + b$ ;  $a \neq 0$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ . Hallar el Dominio y Rango de la Función

Para encontrar el dominio de la función, utilizamos la definición matemática de dominio, a saber:

$$Domf(x) = \{x \in \mathbb{R} / y = f(x) \wedge y \in \mathbb{R}\}$$

$$y = ax + b \wedge y \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < y < \infty$$

$$\begin{aligned}
-\infty < ax + b < \infty \\
-\infty - b < ax + b - b < \infty - b \\
-\infty < ax < \infty \\
-\frac{\infty}{a} < \frac{ax}{a} < \frac{\infty}{a} \\
-\infty < x < \infty \\
x \in ]-\infty; \infty[
\end{aligned}$$

$x \in R$  Entonces el Dominio de la Función Afín, es el conjunto de los Reales.

Para encontrar el Rango, utilizamos la definición matemática del Rango, a saber:

$$Ran(x) = \{y / y = f(x) \wedge x \in Df\}$$

$$\begin{aligned}
y = ax + b \quad y \quad x \in ]-\infty; \infty[ \\
-\infty < x < \infty \\
-\infty \cdot a < ax < a \cdot \infty \\
-\infty < ax < \infty \\
-\infty + b < ax + b < \infty + b \\
-\infty < \underbrace{ax + b}_{f(x)} < \infty \\
-\infty < f(x) < \infty \\
y \in ]-\infty; \infty[
\end{aligned}$$

$$Ranf(x): y \in R \quad o \quad y \in ]-\infty; \infty[$$

Por tanto el dominio y rango de la función afín es el conjunto de los Reales

### Ecuaciones Lineales

Si:  $f(x) = 0$  entonces la función se convierte en ecuación, a saber:  
 $ax + b = 0$  ;  $a \neq 0$ ;  $a, b \in R$  Resolviendo para encontrar el valor de la incógnita tenemos:

$$x = -\frac{b}{a}; a \neq 0$$

Que es la raíz de la ecuación y corta al eje de las  $x$  en este valor y tenemos el otro punto por el que podemos trazar la recta y que es la gráfica buscada de la Función Afín.

## Desigualdades Lineales

• Si:  $f(x) > 0$  entonces la función se convierte en una inecuación, a saber:  
 $ax + b > 0$  ;  $a \neq 0$ ;  $a, b \in R$  resolviendo la inecuación tenemos:

$$x > -\frac{b}{a}; a \neq 0 \quad \text{O} \quad ]-\frac{b}{a} < x < \infty[ \quad \text{o también: } x \in ]-\frac{b}{a}; \infty[$$

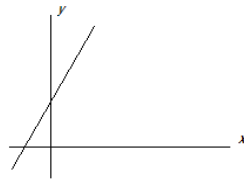
• Si:  $f(x) < 0$   
 $ax + b < 0$  ;  $a \neq 0$ ;  $a, b \in R$

$$x < -\frac{b}{a}; a \neq 0 \quad \text{O} \quad ]-\infty < x < -\frac{b}{a}[ \quad \text{o también: } x \in ]-\infty; -\frac{b}{a}[$$

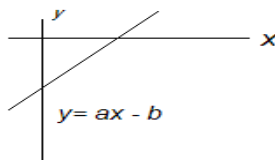
## Gráficas

Bosquejo general de las gráficas de esta función:

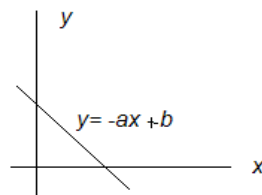
**Si:  $a > 0 \wedge b > 0$**



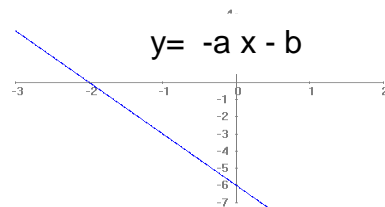
**Si:  $a > 0 \wedge b < 0$**



**Si:  $a < 0 \wedge b > 0$**



**Si:  $a < 0 \wedge b < 0$**

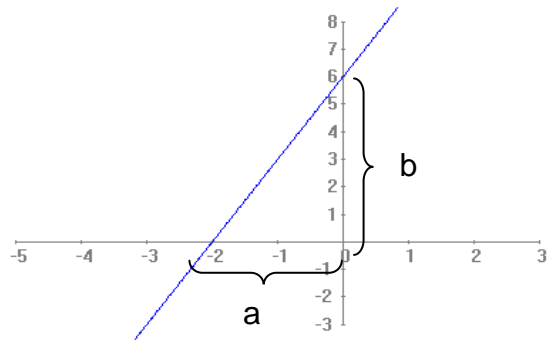


Para graficar una función Afín, es suficiente encontrar dos puntos y luego se une con una línea recta.

Pendiente de la gráfica:  $m = \tan \alpha = \frac{b}{a}$

Si:  $x = 0 \Rightarrow y = b$

Si:  $y = 0 \Rightarrow x = a$



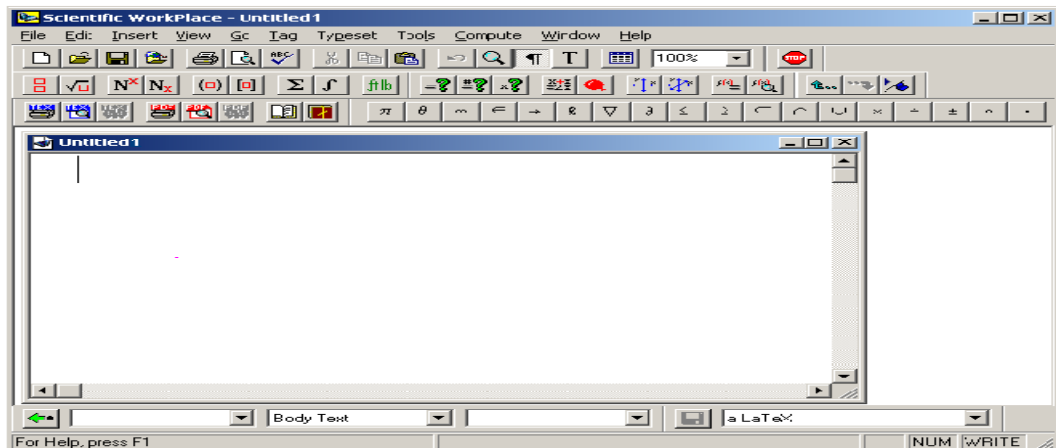
## CÓMO UTILIZAR EL SOFTWARE MATEMÁTICO (CIENTIFIC WORK PLACE) PARA REALIZAR GRÁFICAS DE FUNCIONES

Debido a lo importante que se vuelve utilizar una computadora, recurrimos al programa Cientific WorkPlace, el cual nos brinda de acuerdo a procedimientos establecidos, la oportunidad de desarrollar en forma veloz y precisa, una gran variedad cálculos y lo que nos compete cómo graficar funciones reales que se presentan a continuación.

1.- Luego que este instalado el programa, y creado el acceso directo en el escritorio

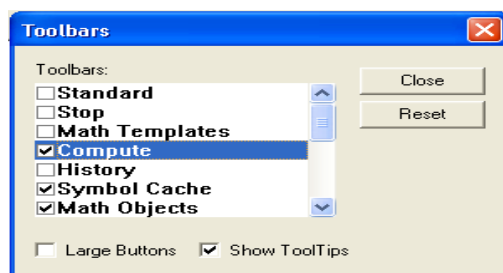



2.- Buscamos el ícono y hacemos doble clic izquierdo, al tiempo que se despliega la pantalla.




3.- Buscamos el ícono éste sirve para escribir solo texto. Hacemos Clic derecho y cambia a color rojo

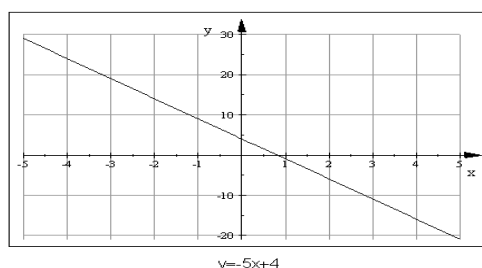
4.- Ya podemos escribir nomenclatura matemática. Para obtener más símbolos; despliegue **View** y escoja **Toolbars**



5.- En el cuadro Seleccionar **Compute** y se despliega el ícono  que sirve para graficar funciones directamente

Ejemplo: Graficar  $y = -5x + 4$ . Escribimos  $y = -5x + 4$  e inmediatamente

Clic derecho en  que es lo mismo que: Plot 2D rectangular y muestra la gráfica:



#### PROCESO METODOLÓGICO:

Previos:

- Motivación por parte del docente
- Conversar sobre los pre-requisitos que se necesitan para la utilización del Software Matemático.

Con el texto:

- Realice una lectura comprensiva de la teoría de la función Afín, subraye los aspectos más notables.
- Comentar el texto relacionando con la especialidad y la vida diaria
- Explicar cómo se va construyendo la teoría de la función afín
- Asociar la teoría con el software matemático

De refuerzo y evaluación:

- Estructure en un organizador gráfico (mentefacto) con la ayuda del docente, toda la teoría de la función afín
- Con la ayuda del diagrama “UVE”, relacionar la teoría y un ejercicio práctico para calcular el dominio y rango de la función.
- Resolver el taller propuesto, y conteste la evaluación correctamente.



- ♣ Se Define:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = ax + b; a \neq 0; a, b \in \mathbb{R}$
- ♣ También:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = mx + b; m \neq 0; m, b \in \mathbb{R}$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = a_1x + a_2; a_1 \neq 0; a_1, a_2 \in \mathbb{R}$
- ♣ Las gráficas son Rectas inclinadas a la derecha o izquierda, depende del signo de  $a$
- ♣ Si  $f(x) = 0$ ; entonces  $ax + b = 0$  es una ecuación.
- ♣  $x = \frac{-b}{a}$  es Punto de Intersección con eje  $x$  y es solución de la ecuación
- ♣ Si  $f(x)$  es mayor o menor que cero; entonces  $ax + b$  es una inecuación.
- ♣  $Dom f(x) = x \in ]-\infty; \infty[$
- ♣  $Ran f(x) = y \in ]-\infty; \infty[$

**FUNCION ALGEBRAICA**

**Función Afín**

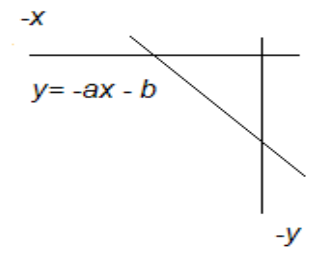
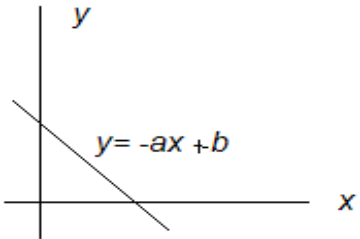
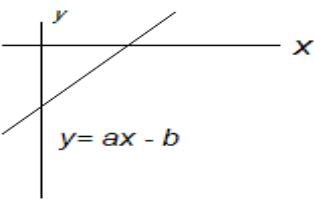
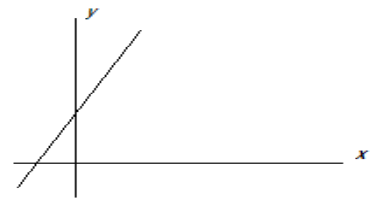
**Ecuación Inecuación**

**Si:  $a > 0 \wedge b > 0$**

**Si:  $a > 0 \wedge b < 0$**

**Si:  $a < 0 \wedge b > 0$**

**Si:  $a < 0 \wedge b < 0$**



## COMPARACIÓN DE LA TEORÍA CON LA PRÁCTICA

¿Cómo encontramos el

**TEORÍA**

**Df y Rf de la Función**

**PRÁCTICA**

Afín?

Sea:  $y = ax + b$

**Encontrar del Domino**

$$Df = \{x \in \mathbb{R} / y = f(x) \wedge y \in \mathbb{R}\}$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < y < \infty$$

$$-\infty < ax + b < \infty$$

$$-\infty - b < ax + b - b < \infty - b$$

$$5 - 5 < \infty - 5$$

$$-\infty < ax < \infty$$

$$-\frac{\infty}{a} < \frac{ax}{a} < \frac{\infty}{a}$$

$$-\infty < x < \infty$$

$$x \in ]-\infty; \infty[$$

**Encontramos el Rango**

$$Ran(fx) = \{y / y = f(x) \wedge x \in Domf(x)\}$$

$$y = ax + b \quad y \quad x \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < x < \infty$$

$$-\infty \cdot a < ax < a \cdot \infty$$

$$-\infty < ax < \infty$$

$$-\infty + b < ax + b < \infty + b$$

$$-\infty < \underbrace{ax + b}_{f(x)} < \infty$$

$$-\infty < f(x) < \infty$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$Ranf(x): y \in \mathbb{R} \quad o \quad y \in ]-\infty; \infty[$$

$$y = 3x + 5$$

**Encontrar Domf(x)**

$$Df = \{x \in \mathbb{R} / y = f(x) \wedge y \in \mathbb{R}\}$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < y < \infty$$

$$-\infty < 3x + 5 < \infty$$

$$-\infty - 5 < 3x + 5 - 5 < \infty - 5$$

$$-\infty < 3x < \infty$$

$$-\frac{\infty}{3} < \frac{3x}{3} < \frac{\infty}{3}$$

$$-\infty < x < \infty$$

$$x \in \mathbb{R} \quad o \quad Domf(x) = x \in ]-\infty; \infty[$$

**Encontramos el Rango**

$$Ranf(x) = \{y / y = f(x) \wedge x \in Domf(x)\}$$

$$y = 3x + 5 \quad x \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < x < \infty$$

$$-\infty \cdot 3 < 3x < 3 \cdot \infty$$

$$-\infty < 3x < \infty$$

$$-\infty + 5 < 3x + 5 < \infty + 5$$

$$-\infty < \underbrace{3x + 5}_{f(x)} < \infty$$

$$-\infty < f(x) < \infty$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$Ranf(x): y \in \mathbb{R} \quad o \quad y \in ]-\infty; \infty[$$

**FUNCIÓN AFÍN**

♣  $Domf(x) = x \in ]-\infty; \infty[$

♣  $Ranf(x) = y \in ]-\infty; \infty[$

Gráfico # 36: Ejercicios con la "UVE"

Elaborado: El Autor

## EJERCICIOS RESUELTOS

Algunos ejercicios son tomados de textos como: Fundamentos de Matemática de la ESPOL, ALLENDOFFER y Otros

### 1.- Sea $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$X \rightarrow f(x) = 3x+2$ , Encuentre  $\text{Dom}f(x)$ ,  $\text{Ran}f(x)$  y Gráfico

$$\text{Dom}f(x): x \in \mathbb{R} \quad \text{ó} \quad -\infty < x < \infty$$

$$\text{Ran}f(x): \quad -\infty < x < \infty$$

$$-\infty \cdot 3 < 3x < \infty \cdot 3$$

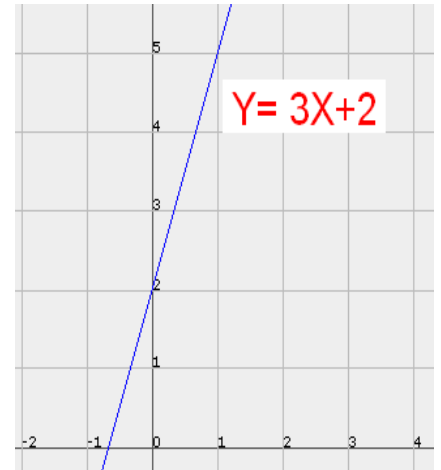
$$-\infty < 3x < \infty$$

$$-\infty + 2 < x + 2 < \infty + 2$$

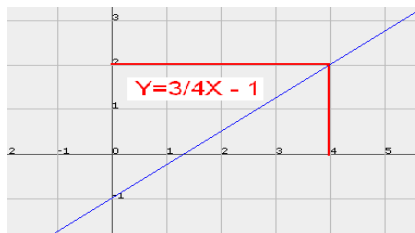
$$-\infty < 3x + 2 < \infty$$

y

$$\text{Ran}f(x): y \in \mathbb{R} \quad \text{ó} \quad -\infty < y < \infty$$



### 2.- Sea $f(x) = 3/4x - 1$ GRAFIQUE



3.- Verifique si es o no función, en caso de no serlo, redefina y encuentre el dominio y rango de la función.

$$f. [-2, 4] \rightarrow [-7, 15]$$

$$x \rightarrow f(x) = -3x + 5$$

$$4 \leq x \leq -2$$

$$4(-3) \leq -3x \leq (-2) \cdot (-3)$$

$$-12 \leq -3x \leq 6$$

$$-12 + 5 \leq -3x + 5 \leq 6 + 5$$

$$-7 \leq -3x + 5 \leq 11$$

No es Función

$$\text{Ran}f(x): [-7, 11]$$

Redefiniendo la función

$$-7 \leq y \leq 15$$

$$-7 \leq y - 3x + 5 \leq 15$$

$$-7 - 5 \leq -3x \leq 15 - 5$$

$$-12 \leq -3x \leq 10$$

$$-12 / -3 \leq x \leq 10 / 3$$

$$4 \geq x \geq -10/3$$

Función Redefinición

$$f: [-10/3 ; 4] \rightarrow [-7 ; 15]$$

$$x \rightarrow f(x) = -3x + 5$$

$$\text{Dom}f(x) = -10/3 \leq x \leq 4$$

4.- Si  $y = 2x + 3$  con  $-1 \leq x \leq 4$  entonces encontrar el valor máximo de  $y$  cuando  $x$  es:

a) 0

b) 2

c) 3

d) 4

$$y = 2x + 3$$

$$y = 2(4) + 3$$

$$y = 11$$

5.- La ecuación de oferta de un artículo es  $x = ay - b$  donde  $a$  y  $b$  son constantes positivas ( $a$  y  $b > 0$ )  $y$  = precio;  $x$  es la cantidad de demanda. Hallar el precio si la cantidad de demanda es  $50 - b$

$$x = ay - b \quad \Rightarrow \quad y = \frac{x + b}{a}$$

$$y = \frac{50 - b + b}{a}$$

$$y = \frac{50}{a}$$

6.- Una heladería ofrece un servicio de entrega a domicilio con un cargo fijo de \$ 0.75 por envío y \$ 18.00 por kilo de helado. Si la función que representa esta situación es  $h(x) = 0.75 + 18x$  ¿Cuántos kilogramos se ha entregado en un envío, si se cobro \$ 45.75 ?

a) 3 kg

b) **2.5 kg**

c) 1.5 kg

d) 0.75

$$h(x) = 18x + 0.75$$

$$45.75 = 18x + 0.75$$

kg

$$\frac{45.75 - 0.75}{18} = x$$

$$x = 2.5 \text{ kg}$$

TALLER

1.- Una empresa de telefonía móvil ofrece un servicio con un abono fijo mensual de \$12 por 6 horas de comunicación por cada minuto que el cliente se exceda se le cobre \$2.03 dicha compañía utiliza esta fórmula:  $f(x) = 0.03x + 12$ . ¿Qué representa  $x$  en ella?

- a) La cantidad de horas de que se ha utilizado el servicio de un mes
- b) La cantidad de minutos que ha utilizado el servicio de un mes
- c) La cantidad de minutos que se ha excedido en el uso del servicio en un mes
- d) La cantidad de dinero es a donar

.....  
.....  
.....

8.- El peso es esperado de una ballena adulta (en toneladas) se relaciona con su longitud en pies mediante en la función  $f(x) = 17x - 42.8$  donde  $x$  representa la longitud de la ballena y  $y$  su peso. El peso aproximado de la ballena de 30 pies

- a) 4 toneladas
- b) 6 toneladas
- c) 8 toneladas
- d) 9 toneladas

.....  
.....  
.....

9.- Un vendedor de perros calientes, sabe que si vende cada uno a \$2.5 vendería 90, mientras que si los vende a \$3.0 vendería tan solo 65 perros. Asumiendo que la ecuación de la demanda es lineal. Determinar:

- a) La función de Demanda
- b) El ingreso al vender 100 perros.

.....  
.....  
.....



**INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR**  
**“CONSEJO PROVINCIAL”**  
**EVALUACIÓN**

NOMBRE.....MATERIA.- MATEMÁTICA  
CURSO.-.....PROF. MARCELO ANALUISA T.

**“Se tarda mucho tiempo en Olvidar, lo que mucho tiempo llevó aprender”**  
(Séneca)

1.- Analíticamente, verifique si es o no función, en caso de no serlo, redefina y encuentre Domf(x) , Ranf(x) , además grafique. (3 Pts.)

$$f : ]-2,2[ \rightarrow ]0,5[$$

$$x \mapsto f(x) = -2x + 4$$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

2.- Sea:  $f : [-8,-1] \rightarrow ??$  (3 Pts.)

$$x \mapsto f(x) = -3x - 3 . \text{ Hallar el Ranf}(x)$$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

3.- (Aplicación a la vida diaria). En la ciudad de Guayaquil existían 1420 médicos trabajando al 1 de enero de 1994. Después de n años, el número de médicos D que trabajan en la ciudad, viene dado por:  $D(n) = 1420 + 100n$ . (5 Pts.)

- a) ¿Cuántos médicos trabajan en la ciudad a comienzos del año 2004?  
b) ¿En qué año hubo por primera vez más de 2000 médicos trabajando en la ciudad?

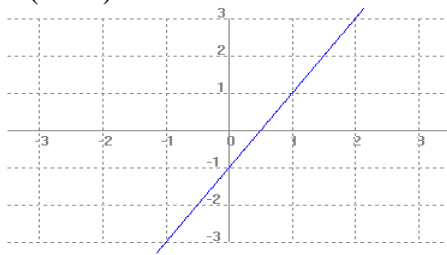
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

4.- Una heladería ofrece un servicio de entrega a domicilio, con un cargo fijo de \$0,75 por envío y \$2,50 por kilo de helado. Si la función que representa esta situación es  $h(x) = 2,5x + 0,75$ . ¿Cuál es el costo de haber realizado 16 envíos?

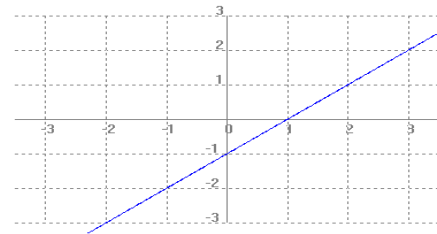
.....(4Pts)  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

5.- ¿Cuál de las gráficas representa a la función:  $f(x) = 2x - 1$  : Marque con un visto (2,5 Pts.)

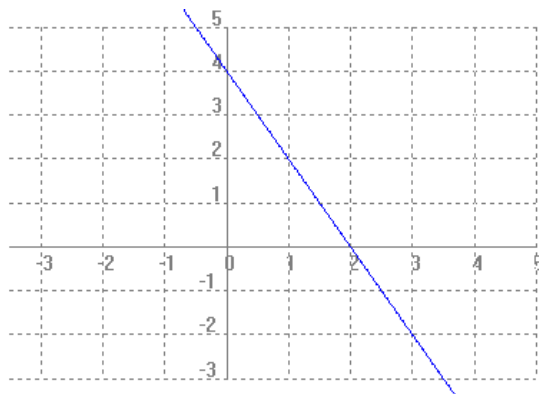
a) ( )



b) ( )



6.- Encuentre la función correspondiente a la gráfica: (2,5 Pts.)



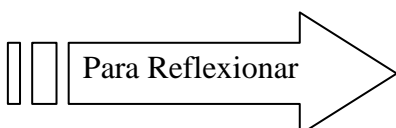
.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

# Función Real

## TÍTULO DE LA SUBTEMA

### FUNCIÓN LINEAL

## MOTIVACIÓN



“La Matemática es la reina de las ciencias y la teoría de los números es la reina de la Matemática”

( F. Gauss)

“Un investigador sin sustento teórico es como un caminante a ciegas”

(LAG)

## OBJETIVOS

Definir la Función Lineal

Encontrar el Dominio y Rango de la Función Lineal

Dibujar las Gráficas de la Función Lineal

Utilizar los organizadores Gráficos para resumir la teoría de la Función Lineal

Utilizar Software Matemático para comprobar y graficar Funciones Lineales

## CONTENIDOS

Función lineal.-definición.-dominio y rango de la función.- ecuaciones lineales.- inecuaciones lineales.-gráficas.-ejercicios.-aplicaciones

## TÉCNICA DE ENSEÑANZA

**Técnica de Estimulación Verbal.**- Expositiva.- Discusión

**Técnica Escrita.**- Mentefacto.- Diagrama “V”.- Resolución de ejercicios por parte de las estudiantes

**Técnica Audio-Visual.**- Software Matemático.- Funciones Matemáticas

## DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

### Antecedentes

Son muy parecidas las Funciones Afín y Lineal excepto que ésta pasa por el origen y muchos problemas requieren el uso de las ecuaciones lineales, haciendo  $f(x) = 0$  para el entendimiento de ciertos fenómenos reales.



## Definición

Sea  $f$  una función definida por:  $f: R \rightarrow R$

$$x \rightarrow f(x) = ax; \quad a \neq 0; \quad a \in R \quad \text{Se}$$

llama Función Lineal, en donde:  $a \neq 0$  y  $a \in R$ , a diferencia de la Afín, no tiene coeficiente  $b$ , por tanto ésta gráfica para por el origen de ejes cartesianos.

Pero también a la función lineal se define como:  $f: R \rightarrow R$

$$x \rightarrow f(x) = mx; \quad m \neq$$

$0; \quad m \in R$

Además se tiene también que:  $f: R \rightarrow R$

$$x \rightarrow f(x) = a_1x; \quad a_1 \neq 0; \quad a_1 \in R$$

De éstas formas se pueden encontrar como definiciones de función lineal. Las gráficas son Rectas inclinadas a la derecha o izquierda, depende del signo de  $a$  y pasa por el origen.

## Ecuación Lineal

- ♣ Si  $f(x) = 0$ ; entonces  $ax = 0$  es una ecuación. Por tanto  $x = \frac{0}{a}$  y  $x = 0$ , que es el Punto de Intersección con eje  $x$  y es la solución de la ecuación.

## Inecuación Lineal

- ♣ Si  $f(x)$  es mayor o igual a cero; entonces  $ax$  es una inecuación.

$$ax \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$x \in ]0, \infty[$$

- ♣ Si  $f(x)$  es menor o igual a cero; entonces  $ax$  es una inecuación

$$ax \leq 0$$

$$x \leq 0$$

$$x \in ]-\infty, 0[$$

## Dominio y Rango

¿Cómo encontramos el

**TEORÍA**

*Domf(x) y Ranf(x)* de la Función

**PRÁCTICA**

Lineal?

Sea:  $y = ax$

**Encontrar del Domino**

$$Df = \{x \in \mathbb{R} / y = f(x) \wedge y \in \mathbb{R}\}$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < y < \infty$$

$$-\infty < ax < \infty$$

$$-\frac{\infty}{a} < \frac{ax}{a} < \frac{\infty}{a}$$

$$-\infty < x < \infty$$

$$x \in ]-\infty; \infty[$$

**Encontramos el Rango**

$$Ranf(x) = \{y / y = f(x) \wedge x \in Domf(x)\}$$

$$y = ax \quad y \quad x \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty \cdot a < a \cdot x < a \cdot \infty$$

$$-\infty \cdot a < ax < a \cdot \infty$$

$$-\infty < ax < \infty$$

$$-\infty < \underbrace{ax + b}_{f(x)} < \infty$$

$$-\infty < f(x) < \infty$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$Ranf(x): y \in \mathbb{R} \quad \text{o} \quad y \in ]-\infty; \infty[$$

$$y = 5x$$

**Encontrar Domf(x)**

$$Df = \{x \in \mathbb{R} / y = f(x) \wedge y \in \mathbb{R}\}$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < y < \infty$$

$$-\infty < 5x < \infty$$

$$-\frac{\infty}{5} < \frac{5x}{5} < \frac{\infty}{5}$$

$$-\infty < x < \infty$$

$$Domf(x) = x \in ]-\infty; \infty[$$

$$Domf(x) = x \in ]-\infty; \infty[$$

**Encontramos el Rango**

$$Ranf(x) = \{y / y = f(x) \wedge x \in Domf(x)\}$$

$$y = 5x \quad \wedge \quad x \in ]-\infty; \infty[$$

$$-\infty < x < \infty$$

$$-\infty \cdot 5 < 5x < 5 \cdot \infty$$

$$-\infty < 5x < \infty$$

$$-\infty < \underbrace{5x}_{f(x)} < \infty$$

$$-\infty < f(x) < \infty$$

$$y \in ]-\infty; \infty[$$

$$Ranf(x): y \in \mathbb{R} \quad \text{o} \quad y \in ]-\infty; \infty[$$

**FUNCIÓN LINEAL**

♣  $Domf(x) = x \in ]-\infty; \infty[$

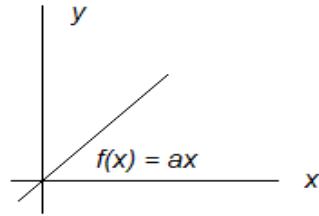
♣  $Ranf(x) = y \in ]-\infty; \infty[$

Gráfica # 37 : Dominio Función Lineal  
Elaborado: El Autor

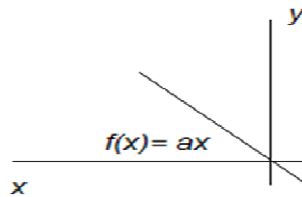
## Gráficas

Sea  $f(x) = ax$

Si:  $a > 0$  la recta está inclinada a la derecha y pasa por el origen

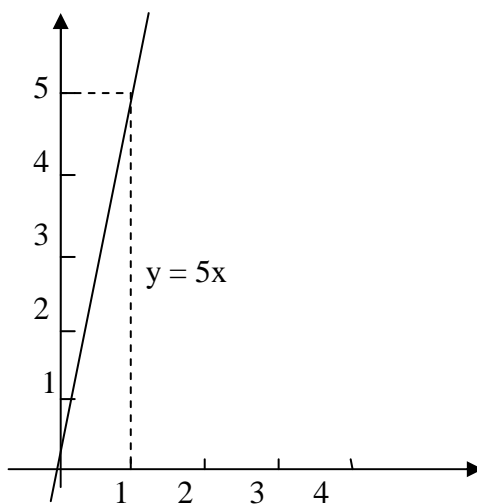


Si:  $a < 0$  la recta en la gráfica está inclinada a la izquierda, pasa por el origen



## Ejercicios Resueltos

1.  $y = 5x$ ;  $\text{Dom}f(x)$ ;  $\text{Ran}f(x)$  ^ gráfico



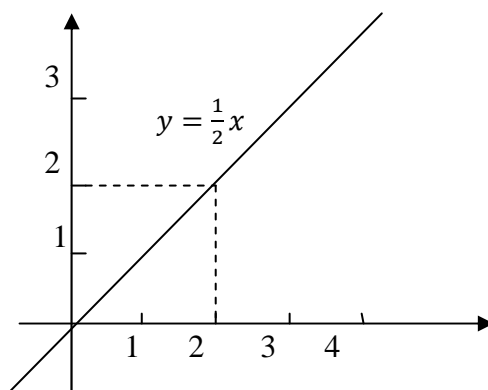
$$\text{Dom}f(x): -\infty \leq x \leq \infty$$

$$-\infty \leq 5x \leq \infty$$

$$\text{Ran}f(x): -\infty \leq 5x \leq \infty$$

$$\text{Ran}f(x): -\infty \leq y \leq \infty$$

2.  $y = \frac{1}{2}x$  Df, Rf ^ grafico



$$\text{Dom}f(x): -\infty \leq x \leq \infty$$

$$-\infty \leq \frac{1}{2}x \leq \infty$$

$$\text{Ran}f(x): -\infty \leq \frac{1}{2}x \leq \infty$$

$$\text{Ran}f(x): -\infty \leq y \leq \infty$$

3.  $y = -3x$  Hallar:  $Domf(x) \wedge Ranf(x)$

$$Domf(x): -\infty \leq x \leq \infty$$

$$-\infty (-3) \leq -3x \leq \infty (-3)$$

$$Ranf(x): -\infty \leq -3x \leq \infty$$

$$Ranf(x): -\infty \leq y \leq \infty$$

## PROCESO METODOLÓGICO

### Previos:

- a) Motivación por parte del docente
- b) Conversar sobre los pre-requisitos que se necesitan para la utilización del Software Matemático.

### Con el texto:

- a) Realice una lectura comprensiva de la teoría de la función Lineal, subraye los aspectos más notables.
- b) Comentar el texto relacionando con la especialidad y la vida diaria
- c) Explicar cómo se va relacionando la teoría- práctica con un diagrama “UVE” para calcular el dominio y rango de la función lineal.
- c) Asociar la teoría con el software matemático (práctica)

### De refuerzo y evaluación:

- a) Estructure en un organizador gráfico (mentefacto) con la ayuda del docente, toda la teoría de la función lineal
- b) Calcular el dominio y rango de la función lineal.
- c) Realice todas las gráficas en el software matemático.

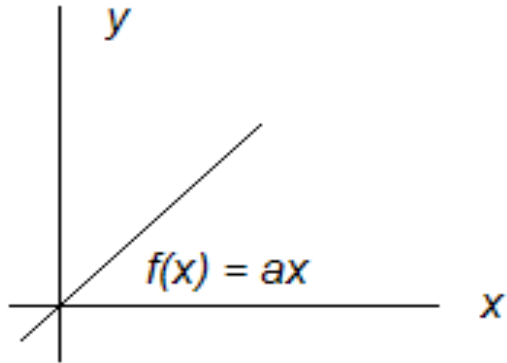
- ♣ Se Define:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = ax; a \neq 0; a \in \mathbb{R}$
- ♣ También:  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = mx; m \neq 0; m \in \mathbb{R}$
- $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = a_1x; a_1 \neq 0; a_1 \in \mathbb{R}$
- ♣ Las gráficas son Rectas inclinadas a la derecha o izquierda, depende de  $a$  y pasa por el origen
- ♣ Si  $f(x) = 0$ ; entonces  $ax = 0$  es una ecuación.
- ♣  $x - \frac{0}{a}$  es Punto de Intersección con eje  $x$ .  
 Es solución de la ecuación
- ♣ Si  $f(x)$  es mayor o menor que cero ; entonces  $ax$  es una inecuación.
- ♣  $D_f: x \in ]-\infty; \infty[$
- ♣  $R_f: y \in ]-\infty; \infty[$

**FUNCIÓN ALGEBRAICA**

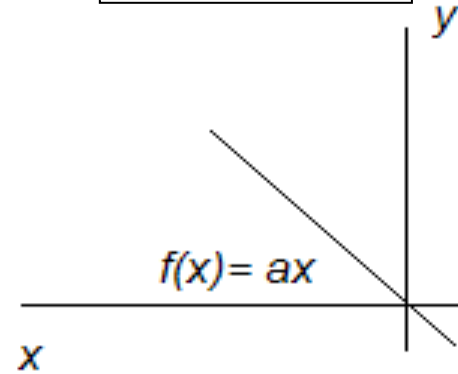
**Función lineal**

- ★ Ecuación
- ★ Inecuación
- ★ Cónica

**Si:  $a > 0$**



**Si:  $a < 0$**

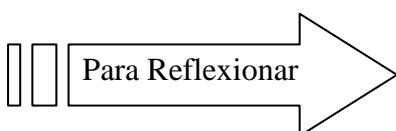


# Función Real

## TÍTULO DEL SUBTEMA

### FUNCIÓN IDENTIDAD

## MOTIVACIÓN



“Los pueblos marchan al término de su grandeza  
con el mismo paso que camina su educación”  
(Simón Bolívar)

“El caos es la ley de la naturaleza; el orden,  
El sueño de los hombres”  
(Henry Adams)

“Una conciencia limpia es una voluntad  
de hierro”  
(Eleanor Doan)

## OBJETIVOS

Definir la Función Identidad

Encontrar el Dominio y Rango de la Función Identidad

Dibujar las Gráficas de la Función Identidad

Utilizar los organizadores Gráficos para resumir la teoría de la Función Identidad

Utilizar Software Matemático para comprobar y graficar la Función Identidad

## CONTENIDOS

Función identidad.-definición.-dominio y rango de la función identidad.-  
ecuaciones lineales.-inecuaciones lineales.-gráficas.-ejercicios.-aplicaciones

## TÉCNICAS DE ENSEÑANZA

**Técnica de Estimulación Verbal.**- Expositiva.- Discusión

**Técnica escrita.**- Mentefacto.- Diagrama “V”.- Resolución de ejercicios por las  
estudiantes

**Técnica Audio-Visual.**- Software Matemático.- Funciones Matemáticas

## DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

### Antecedentes

Son muy parecidas a las Funciones Afín y Lineal excepto que ésta pasa por el origen y muchos problemas requieren el uso de las ecuaciones lineales, haciendo  $f(x) = 0$  para el entendimiento de ciertos fenómenos reales.

Se aplican en la Física, Economía, Geometría, entre las más importantes.

### Definición

A la Función Identidad se define de las siguientes formas:

1.-  $f: R \rightarrow R$   
 $x \rightarrow f(x) = ax; a = \pm 1$

2.-  $f: R \rightarrow R$   
 $x \rightarrow f(x) = mx; m = \pm 1$

3.-  $f: R \rightarrow R$   
 $x \rightarrow f(x) = a_1x; a_1 = \pm 1; \text{ Donde } a, a_1, m = \pm 1$

Es decir son rectas que pasan por el origen y están inclinadas a la derecha o izquierda depende si es  $\pm 1$

### Ecuación

Si  $f(x) = 0$ ; entonces  $ax = 0$  es una ecuación, por tanto  $x = 0$  es la solución y el punto de intersección con el eje  $x$

### Inecuación

♣ Si  $f(x)$  es mayor o igual a cero ; entonces  $ax$  es una inecuación.  $a = 1$

$$x \geq 0$$

$$x \geq 0$$

$$x \in ]0, \infty[$$

♣ Si  $f(x)$  es menor o igual a cero ; entonces  $ax$  es una inecuación.  $a = 1$

$$ax \leq 0$$
$$x \leq 0$$
$$x \in ]-\infty, 0[$$

### **PROCESO METODOLÓGICO:**

#### **Previos:**

- a) Motivación por parte del docente
- b) Conversar sobre los pre-requisitos que se necesita y lo parecido que es con la función Lineal.

#### **Con el texto:**

- a) Realice una lectura comprensiva de la teoría de la función Identidad, subraye los aspectos más notables.
- b) Comentar el texto relacionando con la especialidad y la vida diaria
- c) Explicar cómo se va relacionando la teoría- práctica con un diagrama “UVE” para calcular el dominio y rango de la función identidad.
- d) Asociar la teoría con el software matemático (práctica)

#### **De refuerzo y evaluación:**

- b) Estructure en un organizador gráfico (mentefacto) con la ayuda del docente, toda la teoría de la función Identidad.
- b) Calcular el dominio y rango de la función Identidad.
- c) Utilice el software matemático para realizar las gráficas

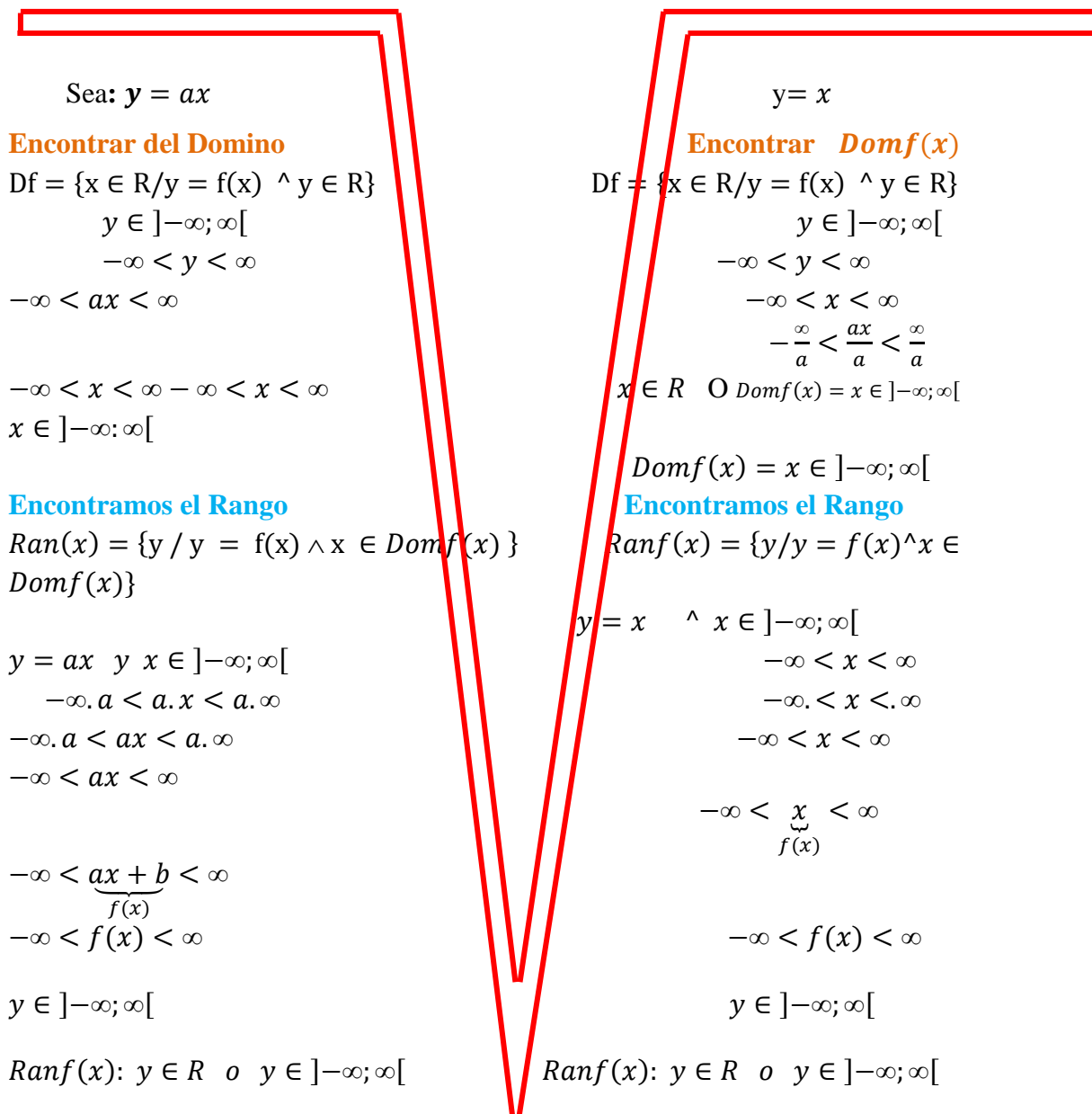


## Dominio y Rango

### ¿Cómo encontramos el *Domf(x)* y *Ranf(x)* de la Función Identidad?

#### TEORÍA

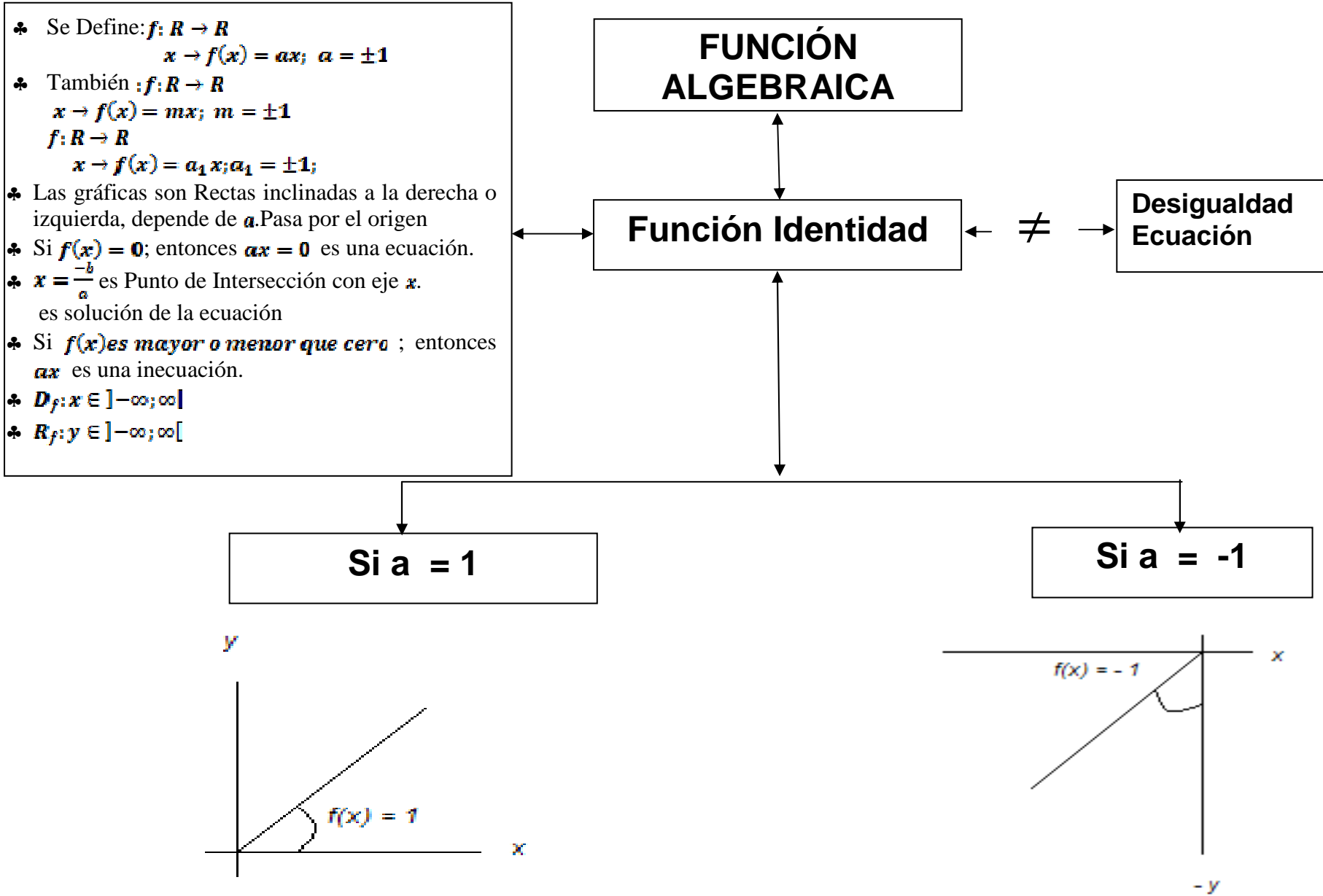
#### PRÁCTICA



**FUNCIÓN IDENTIDAD**

- ♣  $Domf(x) = x \in ]-\infty; \infty[$
- ♣  $Ranf(x) = y \in ]-\infty; \infty[$

Gráfica # 39: Dominio Función Identidad  
Elaborado: El Autor

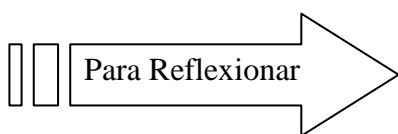


# Función Real

## TÍTULO DEL SUBTEMA

### FUNCIÓN CUADRÁTICA

## MOTIVACIÓN



¿Has traído ante mí a un hombre que no sabe contar sus dedos?  
(Del libro de los Muertos)

“Hay que educar a los niños para no tener que castigar a los hombres”  
(Pitágoras)

## OBJETIVO

Definir la Función Cuadrática

Encontrar el Dominio y Rango de la Función Cuadrática

Dibujar las Gráficas de la Función Cuadrática

Utilizar los organizadores Gráficos para resumir la teoría de la Función Cuadrática

Utilizar Software Matemático para comprobar y graficar Funciones Cuadráticas

## CONTENIDOS

Función cuadrática.-definición.- elementos.-dominio y rango de la función cuadrática.- ecuaciones e inecuaciones cuadráticas.-Cómo graficar funciones con Software Matemático.- mentefacto de funciones cuadráticas.-ejercicios.- aplicaciones

## TÉCNICAS DE ENSEÑANZA

**Técnica de Estimulación Verbal.**- Expositiva.- Discusión

**Técnica escrita.**- Mentefacto.- Diagrama “V”.- Resolución de ejercicios por las estudiantes

**Técnica Audio-Visual.**- Software Matemático.- Funciones Matemáticas.- Cientific WorkPlace

## DESARROLLO DE LOS CONTENIDOS

### Antecedentes

El estudio de las funciones cuadráticas resulta de mucho interés no sólo en la matemática, sino también en física y en otras áreas del saber como por ejemplo: la trayectoria de una pelota lanzada al aire, cuando una partícula es lanzada con velocidad inicial con respecto al tiempo, la trayectoria que describe un río al caer desde lo alto de una montaña, en los puentes colgantes que se encuentran suspendidos en uno de los cables amarrados a dos postes fijos, etc.

Es aplicada en la ingeniería civil, para trazos de parábolas en las construcciones. Los biólogos utilizan las funciones cuadráticas para estudiar los efectos, nutricionales de los organismos, etc.

### Definición

La Función cuadrática se define como:

$$f: R \rightarrow R$$
$$x \rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c; a \neq 0; a, b, c \in R$$

Sus gráficas son curvas llamadas parábolas cuyas características son:

Si  $a$  es mayor a cero es cóncava y admite un mínimo. Si  $a$  es menor a cero es convexa y admite un máximo.

$c$  es el punto de intersección con el eje  $y$ .

Las Intersecciones con el eje  $x$ : se obtiene resolviendo la ecuación de segundo grado. (Si las hay) que dependerá del Discriminante de la ecuación

### Elementos

VÉRTICE.- Puntos de la curva donde la función alcanza un máximo o un mínimo

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(x) = a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) \text{ Sacando factor común}$$

$$f(x) = a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} \right)$$

$$f(x) = a \left[ \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) - \left( \frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a} \right) \right]$$

$$f(x) = a \left[ \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) \right]$$

$$f(x) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - a \left( \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right)$$

$$f(x) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

El Vértice de la Parábola:  $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2-4ac}{4a}\right)$  o lo que es lo mismo:

$$V\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

### Eje de Simetría de la Parábola

Todas las parábolas que proceden de dibujar una función cuadrática tienen un eje de simetría vertical, se obtiene de la primera componente del par ordenado del Vértice:

$$x = -\frac{b}{2a}$$

### Forma Canónica

Toda función cuadrática puede ser expresada mediante el cuadrado de un binomio de la siguiente manera:

$f(x) = a(x - h)^2 + k$  A esta forma de expresión se la llama forma canónica. Siendo  $a$  el coeficiente principal y el par ordenado  $(h; k)$  las coordenadas del vértice de la parábola. Para llegar a esta expresión se parte de la forma polinómica y se realiza el siguiente procedimiento:

• Dado:

$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

Se extrae  $a$  como factor común en el término cuadrático y en el lineal.

$$f(x) = a \left( x^2 + \frac{b}{a}x \right) + c$$

Se completa el trinomio cuadrado perfecto, sumando y restando para no alterar la igualdad.

$$f(x) = a \left( x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} \right) + c - \frac{b^2}{4a}$$

Se factoriza formando el cuadrado de un binomio.

$$f(x) = a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 + c - \frac{b^2}{4a} \quad \text{sustituyendo:}$$

$$h = \frac{-b}{2a}, \quad k = c - \frac{b^2}{4a}$$

la expresión queda:

$$f(x) = a(x - h)^2 + k$$

### Forma Factorizada

Si el Discriminante es mayor o igual a cero, siempre es posible factorizar. Por tanto;  $f(x) = a[x^2 + (x_1 + x_2)x + (x_1x_2)]$  Reemplazando la suma y producto de raíces

$$f(x) = a[x^2 + x_1x + x_2x + x_1x_2]$$

$$f(x) = a [(x^2 + x_1x) + (x_2x + x_1x_2)]$$

$$f(x) = a[x(x + x_1) + x_2(x + x_1)]$$

$$f(x) = a[(x + x_1)(x + x_2)] \text{ Donde } x_1, x_2 \text{ son raíces de la ecuación}$$

### Dominio y Rango

El dominio se puede determinar de dos formas: gráficamente y analíticamente, es decir en la función de la forma:  $f(x) = ax^2 + bx + c$  todos los números reales pueden entrar, por tanto  $Domf(x): x \in \mathbb{R}$

Para el Rango, se consideran dos casos:

i)  $a > 0$

$$a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 \geq 0$$

$$a \left( x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \geq -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\underbrace{a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}}_{f(x)} \geq -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y = f(x)$$

$$\therefore \text{Ranf}(x) = \left[-\frac{\Delta}{4a}, \infty\right]$$

ii)  $a < 0$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \leq 0$$

$$a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a} \leq -\frac{\Delta}{4a}$$

$$\underbrace{a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{\Delta}{4a}}_{f(x)} \leq -\frac{\Delta}{4a}$$

$$y = f(x)$$

$$\therefore \text{Ranf}(x) = \left]-\infty, -\frac{\Delta}{4a}\right]$$

### Ecuación de Segundo Grado

Si  $f(x)=0$ , entonces:  $ax^2 + bx + c = 0$  es una ecuación

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$\left(\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}\right) = \frac{0}{a}$$

$$\left(x^2 + \underbrace{\frac{b}{a}}_{x_1+x_2=-\frac{b}{a}} x + \underbrace{\frac{c}{a}}_{x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}}\right) = 0 \quad \left(\frac{b}{2a}\right)^2 \rightarrow \text{Importante}$$

$$\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right) = 0 \quad \text{Completando el Trinomio Cuadrado Perfecto}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = 0$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$$

$$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$  Es la fórmula para obtener las raíces de la ecuación y son puntos de corte con eje  $x$

$\Delta = D = b^2 - 4ac$  Se llama Discriminante

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$D > 0 \rightarrow 2$  raíces reales y diferentes

$D < 0 \rightarrow 2$  raíces imaginarias y diferentes

$D = 0 \rightarrow 2$  raíces reales iguales

### Suma y producto de las raíces de la ecuación de Segundo Grado

Suma de las Raíces:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a} ;$$

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

Producto de las raíces:

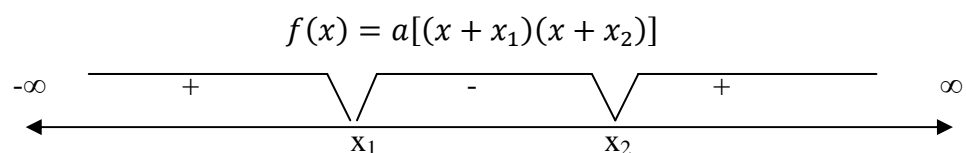
$$x_1 \cdot x_2 = \left( \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right) \left( \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)$$

$$x_1 \cdot x_2 = \left( -\frac{b}{2a} \right)^2 - \left( \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 ;$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

### Inecuación de Segundo Grado

Si:  $f(x) \leq 0$ , entonces:  $ax^2 + bx + c \geq 0$  es una inecuación, factorando, tenemos:





Si  $f(x) \leq 0$  entonces la respuesta se considera el intervalo con el signo negativo.

Si  $f(x) \geq 0$  se considera el o los intervalos con el signo positivo.

### **PROCESO METODOLÓGICO:**

#### **Previos:**

- a) Motivación por parte del docente
- b) Conversar sobre los pre-requisitos que se necesitan para el tratamiento de la función, ecuación e inecuación de Segundo Grado (Cuadrática)

#### Con el texto:

- a) Realice una lectura comprensiva de la teoría de la función cuadrática,  
Subraye los aspectos más notables.
- b) Comentar el texto relacionando con la especialidad y la vida diaria
- c) Explicar cómo se va construyendo la teoría de la función cuadrática
- d) ¿Cómo graficar funciones cuadráticas con la ayuda del Software Matemático

#### **De refuerzo y evaluación:**

- a) Compare los elementos de la función y ecuación de segundo grado
- b) Estructure en un organizador gráfico (mentefacto) con la ayuda del docente, toda la teoría de la función cuadrática
- c) Resumir en un Diagrama “UVE” la teoría-práctica, para encontrar el vértice y eje de simetría de la función cuadrática
- d) Utilizar el Software Matemático para graficar funciones cuadráticas
- e) Resolver el taller, los ejercicios propuestos y la evaluación correctamente

a) Estructure un cuadro comparativo entre la Función y Ecuación cuadrática

Cuadro #28: Función vs. Ecuación  
Elaborado: El Autor

COMPARACIÓN ENTRE LA FUNCIÓN Y ECUACIÓN CUADRÁTICA	
FUNCIÓN	ECUACIÓN
$f(x) = ax^2 + bx + c$	$ax^2 + bx + c = 0$
$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$	$\left(\frac{ax^2}{a} + \frac{bx}{a} + \frac{c}{a}\right) = \frac{0}{a}$
$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)$	$\left(x^2 + \frac{\frac{b}{a}}{x_1+x_2=-\frac{b}{a}}x + \frac{\frac{c}{a}}{x_1x_2=\frac{c}{a}}\right) = 0 \quad \left(\frac{\frac{b}{a}}{2}\right)^2$
$f(x) = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right)\right]$	$\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right) = 0$ Completando el Trinomio Cuadrado Perfecto
$f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)\right]$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right) = 0$
$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)$	$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$
$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$	$x + \frac{b}{2a} = \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$
Eje de Simetría es: $x = -\frac{b}{2a}$	$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
El Vértice de la Parábola: $V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ o lo que es lo mismo:	$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Es la fórmula para obtener las raíces de la ecuación.
$V\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$	$D: b^2 - 4ac$ Se llama Discriminante
Si el Discriminante es mayor o igual a cero, siempre es posible factorizar. Por tanto;	$\Delta = b^2 - 4ac$
$f(x) = a[x^2 + (x_1 + x_2)x + (x_1 \cdot x_2)]$	$D > 0 \rightarrow 2$ raíces reales y diferentes
$f(x) = a[x^2 + x_1x + x_2x + x_1x_2]$	$D < 0 \rightarrow 2$ raíces imaginarias y diferentes
$f(x) = a[(x^2 + x_1x) + (x_2x + x_1x_2)]$	$D = 0 \rightarrow 2$ raíces reales iguales
$f(x) = a[x(x + x_1) + x_2(x + x_1)]$	Suma de las Raíces: $x_1 + x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} + \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
$f(x) = a[(x + x_1)(x + x_2)]$ Donde $x_1, x_2$ son raíces de la ecuación	$x_1 + x_2 = \frac{-2b}{2a} ; x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$
	Producto de las raíces: $x_1 \cdot x_2 = \left(\frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)\left(\frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)$
	$x_1 \cdot x_2 = \left(-\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}\right)^2 ; x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

b) En base a la teoría y siguiendo los pasos anotados anteriormente, Estructure en un organizador gráfico (mentefacto) con la ayuda del docente, toda la teoría de las funciones cuadráticas

$F: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$   
 $a \neq 0 \quad a, b, c \in \mathbb{R}$

- El valor de  $c$ , corta al eje de las  $y$
- los gráficos son cóncavos (parábola) hacia arriba o abajo
- Vértice  $\rightarrow v \left[ -\frac{b}{2a}; p \left( -\frac{b}{2a} \right) \right]$   
 $v \left[ -\frac{b}{2a}; \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right]$
- Eje de simetría

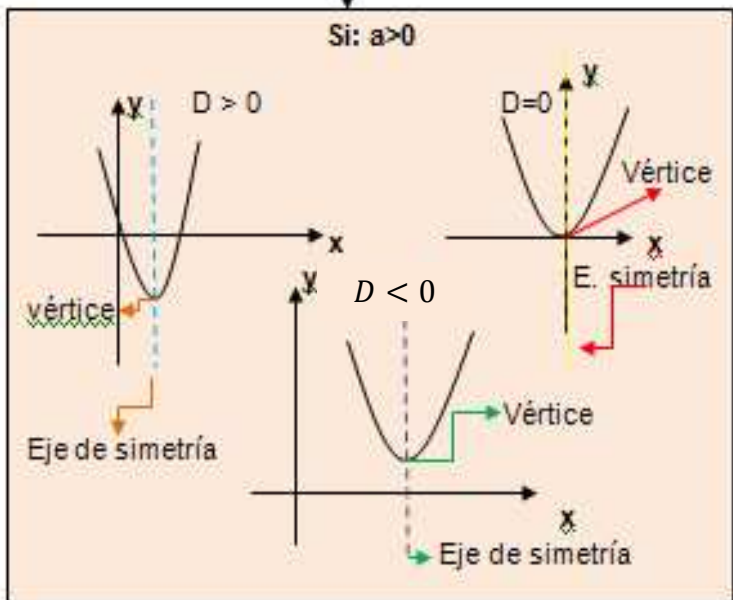
**Funciones Algebraicas**

**Función Cuadrática**

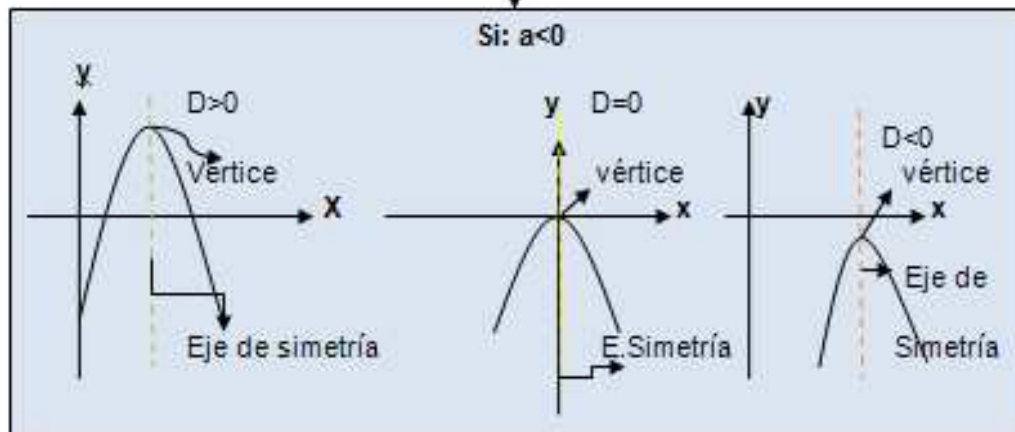
$\neq$

- Función lineal
- La grafica es una línea: Recta
- Función constante
- Ecuación cuadrática

Si:  $a > 0$



Si:  $a < 0$



- c) Siguiendo los pasos anotados anteriormente en el cuadro de comparaciones, Estructure en un organizador gráfico (Diagrama “UVE”) con la ayuda del docente, un ejercicio para encontrar el vértice y eje de simetría de la función:  $f(x) = -3x^2 + 6x - 3$

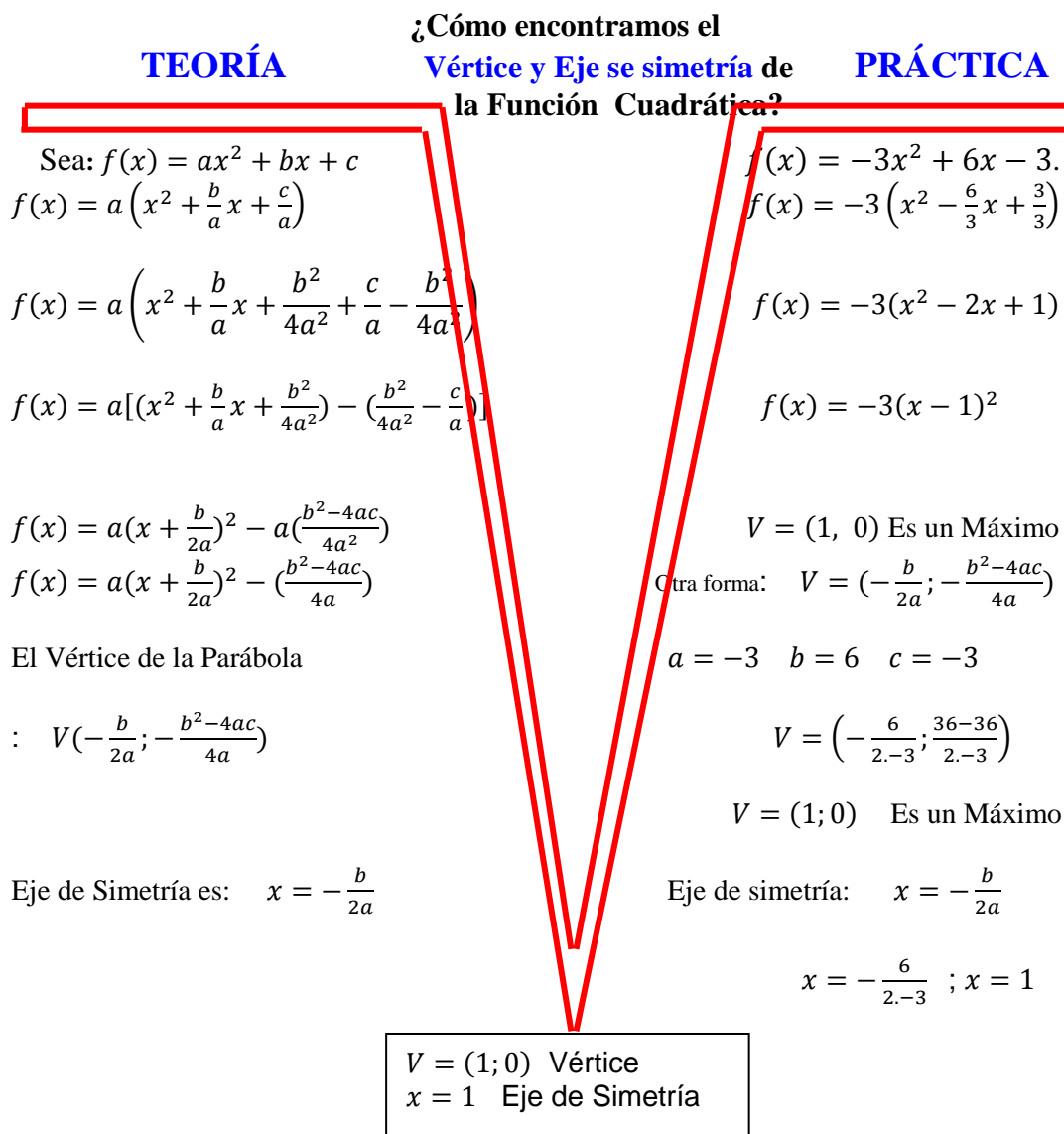


Gráfico # 42: Vértice Función cuadrática  
Elaborado: El Autor

## Pasos para Graficar una Función Cuadrática

1.- Encontramos los puntos de intersección con los ejes, resolviendo los sistemas:

$$y = ax^2 + bx + c ; y = 0$$

$y = ax^2 + bx + c ; x = 0$  O utilizamos las fórmulas de la suma y el producto de las raíces.

2.- Determinamos las coordenadas del Vértice y decidir si es un máximo o un mínimo.

$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2-4ac}{4a}\right) \text{ O lo que es lo mismo: } V\left(-\frac{b}{2a}; f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$$

3.- Determinamos el eje de simetría:  $x = -\frac{b}{2a}$

## Propiedades de la Elaboración de Gráficas

### TRASLACIÓN HORIZONTAL

Sea  $f$  una función cuya regla de correspondencia es:  $y = f(x)$  entonces  $y = f(x+k)$ , es una nueva función que genera una gráfica que se traslada horizontalmente, dependiendo del valor de  $a$ .

Si:  $k > 0$  La gráfica se desplaza a la izquierda

Si:  $k < 0$  La gráfica se desplaza a la derecha.

Ejemplo:

Graficar las funciones:

1.-  $f(x) = x^2 - 3$

2.-  $f(x) = (x + 4)^2 - 3$

3.-  $f(x) = (x - 4)^2 - 3$

## Cómo utilizar el software matemático (Funciones Matemáticas) para realizar gráficas

Ya que siempre llama la atención la utilización de Software Matemáticos, ahora graficamos funciones matemáticas con el programa FUNCIONES MATEMÁTICAS, el cual nos brinda la oportunidad de desarrollar en forma

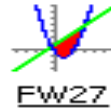
rápida y precisa en un solo plano cartesiano, hasta seis gráficas y cada una se identifica con diferente color, por lo que seguimos los siguientes pasos:

1.- Luego de estar instalado el programa, y creado el acceso directo en el escritorio



2.- Buscamos el ícono Funciones Matemáticas y hacemos doble clic derecho.

3.- Buscar y hacer clic en el Graficador:



4.- **Aceptar** en dos ocasiones seguidas, hasta que despliegue el cuadro de dialogo **Funciones: Entrada de datos**

Origen eje X	-7.5	Origen eje Y	-5
Unidad eje X	1	Unidad eje Y	1
Final eje X	7.5	Final eje Y	5

F(x) =  
G(x) =  
H(x) =  
I(x) =  
J(x) =  
K(x) =

Aceptar Cancelar iniciar ejes función numéj. Ayuda

5.- En la parte superior, se puede cambiar los valores y seleccionar el Dominio y Rango de las funciones a convenir.

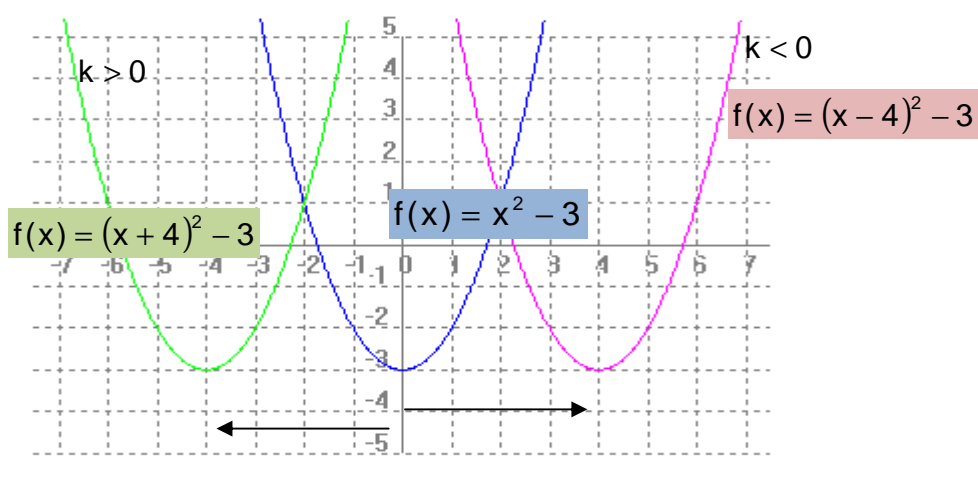
6.- Mientras que en la parte inferior, se escribe las funciones a graficar. Para escribir una función polinómica de grado  $n \geq 2$  el exponente de éstas se digita con 

ALT	94
-----	----

7.- En la **Entrada de Datos** escribir las funciones:  $x^2-3$ ;  $(x-4)^2-3$  y  $(x+4)^2-3$  (Sin el signo =) y queda la cuadro de diálogo

FUNCIONES - ENTRADA DE DATOS			
Origen eje X	-7.5	Origen eje Y	-5
Unidad eje X	1	Unidad eje Y	1
Final eje X	7.5	Final eje Y	5
F(X) =	x^2-3		
G(X) =	(x+4)^2-3		
H(X) =	(x-4)^2-3		
I(X) =			
J(X) =			
K(X) =			

8.- Hacer clic en  que se encuentra en la parte inferior izquierda y se despliega los siguientes gráficos:



### Traslación Vertical

Sea  $f$  una función, cuya regla de correspondencia es:  $y = f(x)$  entonces  $y = f(x) + k$  es una nueva función que genera una gráfica que se traslada verticalmente.

Si:  $k > 0$  la gráfica se traslada hacia arriba

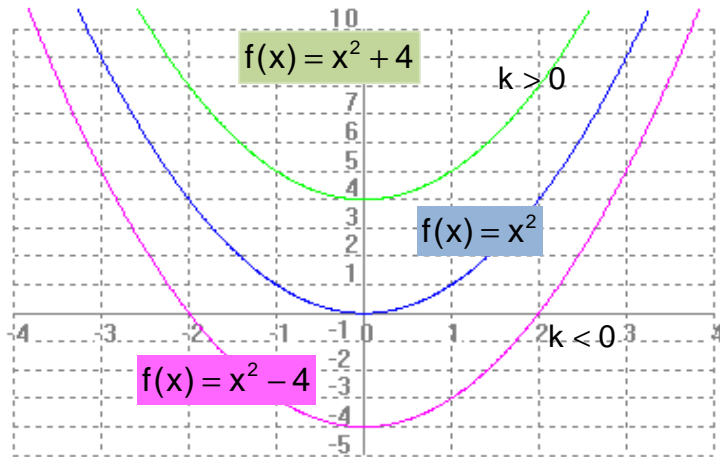
Si:  $k < 0$  la gráfica se traslada hacia abajo.

Ejemplo: Graficar:

1.-  $f(x) = x^2$

2.-  $f(x) = x^2 + 4$

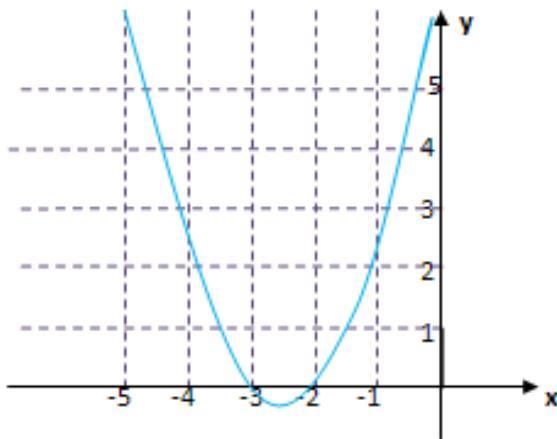
3.-  $f(x) = x^2 - 4$



4.- Realice las siguientes aplicaciones

1.-  $f(x) = ax^2 + bx + c$  Hallar:

- a) el valor de b y c
- b)  $\text{Dom}f(x)$  y  $\text{Ran}f(x)$
- c) Vértice
- d) Eje de simetría
- e) La función, convierta en ecuación y analice los resultados



a) Por grafica

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = -3$$

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

$$-2 - 3 = \frac{-b}{a}$$

$$-5 = \frac{b}{1}$$

$$b = 5$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$(-2)(-3) = \frac{c}{1}$$

$$6 = c$$



b)

$$\begin{array}{ll} (x+3)(x+2) > 0 & (x+3)(x+2) \leq 0 \\ x+3 \geq 0 & x+3 \leq 0 \\ x \geq -3 & x \leq -3 \\ x \geq -2 & x+2 \leq 0 \\ \text{Sol: } [-6, \infty +[ & x \leq -2 \end{array}$$

c)  $f(x) = x^2 + 5x + 6$

$$v = \left( -\frac{b}{2a}; \frac{-b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

$$v = \left( -\frac{5}{2a}; \frac{-b^2 - 4(1)(6)}{4(1)} \right)$$

$$v = \left( -\frac{5}{2}; \frac{1}{4} \right)$$

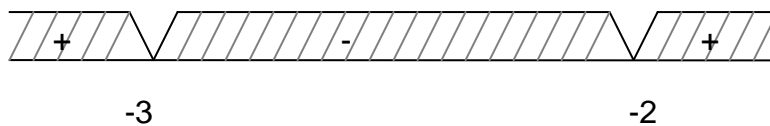
$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$x = -\frac{5}{2(1)}$$

$$x = -\frac{5}{2}$$

e)

$$\begin{array}{ll} x^2 + 5x + 6 \geq 0 & x^2 + 5x + 6 \leq 0 \\ (x+3)(x+2) \geq 0 & (x+3)(x+2) \leq 0 \\ \\ x+3 \geq 0 & x+3 \leq 0 \\ x \geq -3 & x \leq -3 \\ \\ x+2 \geq 0 & x+2 \leq 0 \\ x \geq -2 & x \leq -2 \end{array}$$



5.- Dada la función:  $f(x) = 1 + 3x - 4x^2$  hallar

- a) Los pares ordenados de intersección con el eje x
- b) el vértice de la función
- c) Domf(x) y Ranf(x)
- d) Eje de la Simetría
- c) Bosqueje la grafica de la Función

a)

$$1 + 3x + 4x^2 = 0$$

$$+ 4x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$(4)^2 + 3(4x) - 4 = 0$$

$$(x + 1)(4x - 1) = 0$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$4x = 1$$

$$x = \frac{1}{4}$$

b)

$$v = \left( -\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a} \right)$$

$$v = \left( -\frac{3}{2(-4)}; -\frac{(3)^2 - 4(-4)(1)}{4(-4)} \right)$$

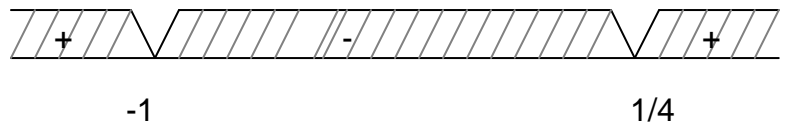
$$v = \left( \frac{3}{8}; \frac{25}{16} \right)$$

c) Domf(x)

$$-4x^2 + 3x + 1 \geq 0$$

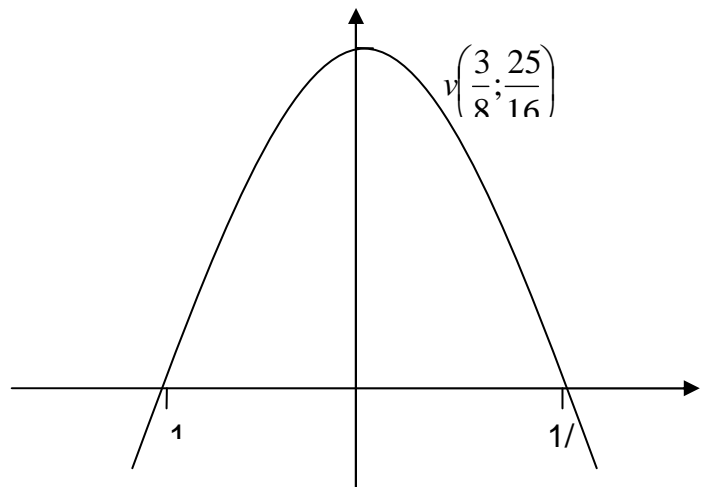
$$4x^2 + 3x + 1 \leq 0$$

$$(x + 1)(4x - 1) \leq 0$$



$$Domf(x) = \left[ -1; \frac{1}{4} \right]$$

b) por la grafica



$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{3}{8}$$

6.- Un objeto que lanza hacia arriba, llega a una altura de  $n$  metros pasados  $t$  segundos donde  $h(t) = 30t - 5t^2$

a) ¿Después de cuantos segundos alcanza el objeto su máxima altura?

b) ¿Cuál es la altura que alcanza el objeto?

c) bosqueje la grafica de lanzamiento.

a)  $h(t) = -5t^2 + 30t$

$$v = \left( -\frac{b}{2a}; 4f\left(-\frac{b}{2a}\right) \right)$$

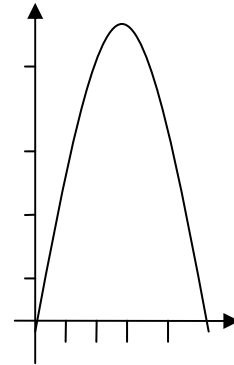
$$v = (3; 45)$$

$$45 = -5t^2 + 30t$$

$$5t^2 - 30t + 45 = 0$$

$$5(t^2 - 6t + 9) = 0$$

$$(t - 3)^2 = 0$$



b)  $h \text{ max} = 45m$

a)  $t_1 = 3 \text{ segundos}$   
 $tR = 3$

7.- En la ecuación:  $2x^2 - 12x + c = 0$  el valor de  $c$  para que las raíces sean iguales debe ser:

- a) 18      b) -18      c) 9      d) -9      e) ningún valor

$$2x^2 - 12x + 18 = 0$$

$$f(x) = 2x^2 - 12x + 18$$

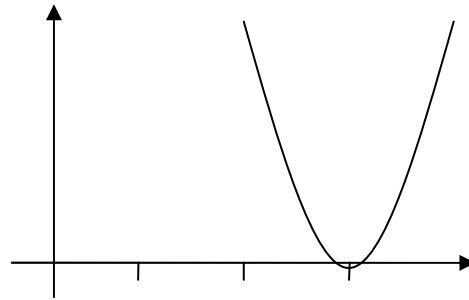
$$2x^2 - 12x + 18$$

$$(2x - 6)(2x - 6) = 0$$

$$(x - 3)(2x - 6) = 0$$

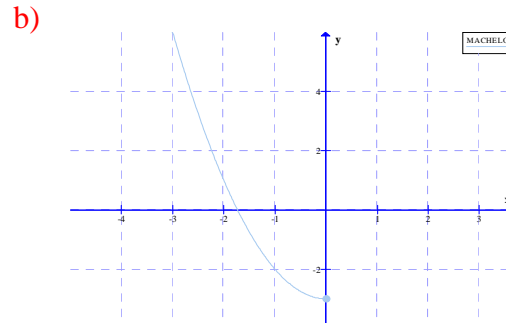
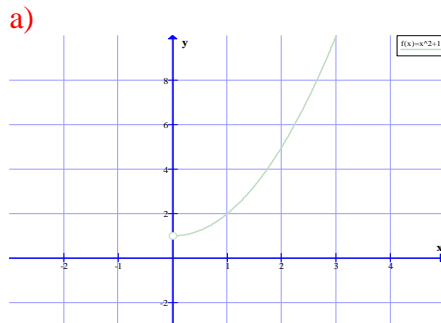
$$x_1 = 3$$

$$x_2 = 3$$

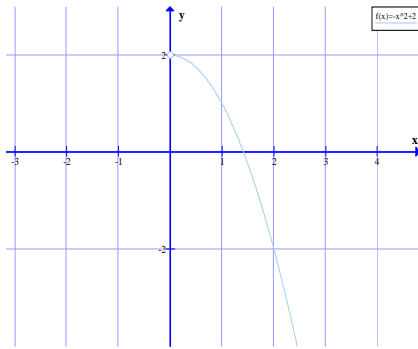


**TALLER**

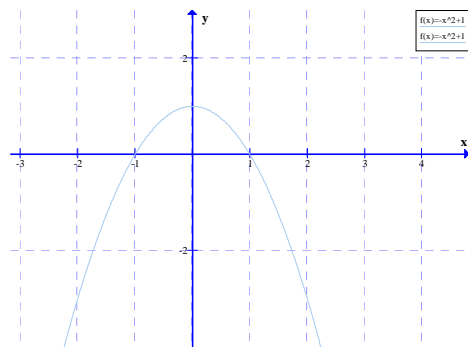
1.- En la siguientes gráficas: Encuentre:  $Domf(x)$  ,  $Ranf(x)$  , Eje de Simetría, Vértice y Defina la Función



c)



d)



## EJERCICIOS

En los problemas del 1 al 6 encontrar: Vértice, Puntos de Intersección, Eje de Simetría, Dominio, Rango y Graficar

1.-  $f(x) = -3x^2 + 6x - 3$ .

2.-  $f(x) = x^2 - 9$ .

3.-  $f(x) = -2x^2 - 4x + 4$ .

4.-  $f(x) = 6x - x^2; x \in [0,6]$

5.-  $f(x) = 3x^2 - 2x + 5; x \in [0,4]$

6.-  $f(x) = 2x - 2x^2; x \in [0,8]$

7.- Se  $f$  una función definida por:  $f(x) = x^2 - 6x + 1$ . Donde:  $f(x) \in ]0,6]$ . Hallar del Dominio de la Función.

8.- Una empresa de limpieza calcula su ingreso mensual, cuando la tarifa es de  $x$  dólares mensuales, con la función:  $f(x) = 200x \cdot (90 - x)$ . Determinar si:

a) El ingreso mensual de la empresa supera los \$200.000, cuando la tarifa es de \$10

b) El ingreso de la empresa es a lo sumo de \$ 250.000, cuando la tarifa es de \$30

c) una tarifa de \$ 10 genera el mismo ingreso que una tarifa de \$80

d) Una tarifa de \$80 genera un ingreso mayor que una tarifa de \$50

9.- Un proyectil se dispara verticalmente hacia arriba. Su altura en metros sobre el suelo,  $t$  segundos después del disparo, está por:  $S(t) = -5 \cdot t^2 + 10t$

Si otro proyectil es disparado en iguales condiciones pero a 10 metros del suelo. ¿Cuál será la función que describe este movimiento?

11.- Dada la Función:  $f(x) = 1 + 3x - 4x^2$ . Hallar:

a) Los pares ordenados de Intersección con el eje  $x$  y  $y$

- b) El Vértice de la Función
- c)  $D_f$  y  $R_f$
- d) Eje de simetría
- e) Bosqueje la gráfica de la Función.

12.- Un objeto que se lanza hacia arriba, llega a una altura de  $h$  metros pasados  $t$  segundos, donde  $h(t) = 30t - 5t^2$ .

- a) ¿Después de cuántos segundos alcanza el objeto su máxima altura?
- b) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el objeto?
- c) Bosqueje la gráfica del lanzamiento

13.-En la ecuación:  $2x^2 - 12x + c = 0$ , el valor de  $c$  para que las raíces sean iguales debe ser:

- a) 18                      b)-18                      c) 9                      d) -9
- e) ningún valor

Convierta en función y grafique

14.- Considere las funciones:  $f(x) = x^2 - 8x + 12$  y  $g(x) = -x^2 + 8x - 12$ .

- a) Sin graficar ¿Puede comparar las gráficas de las dos funciones?
- b) ¿Las gráficas tienen las mismas intersecciones del eje x? Explique
- c) Grafique las dos funciones en el mismo plano cartesiano

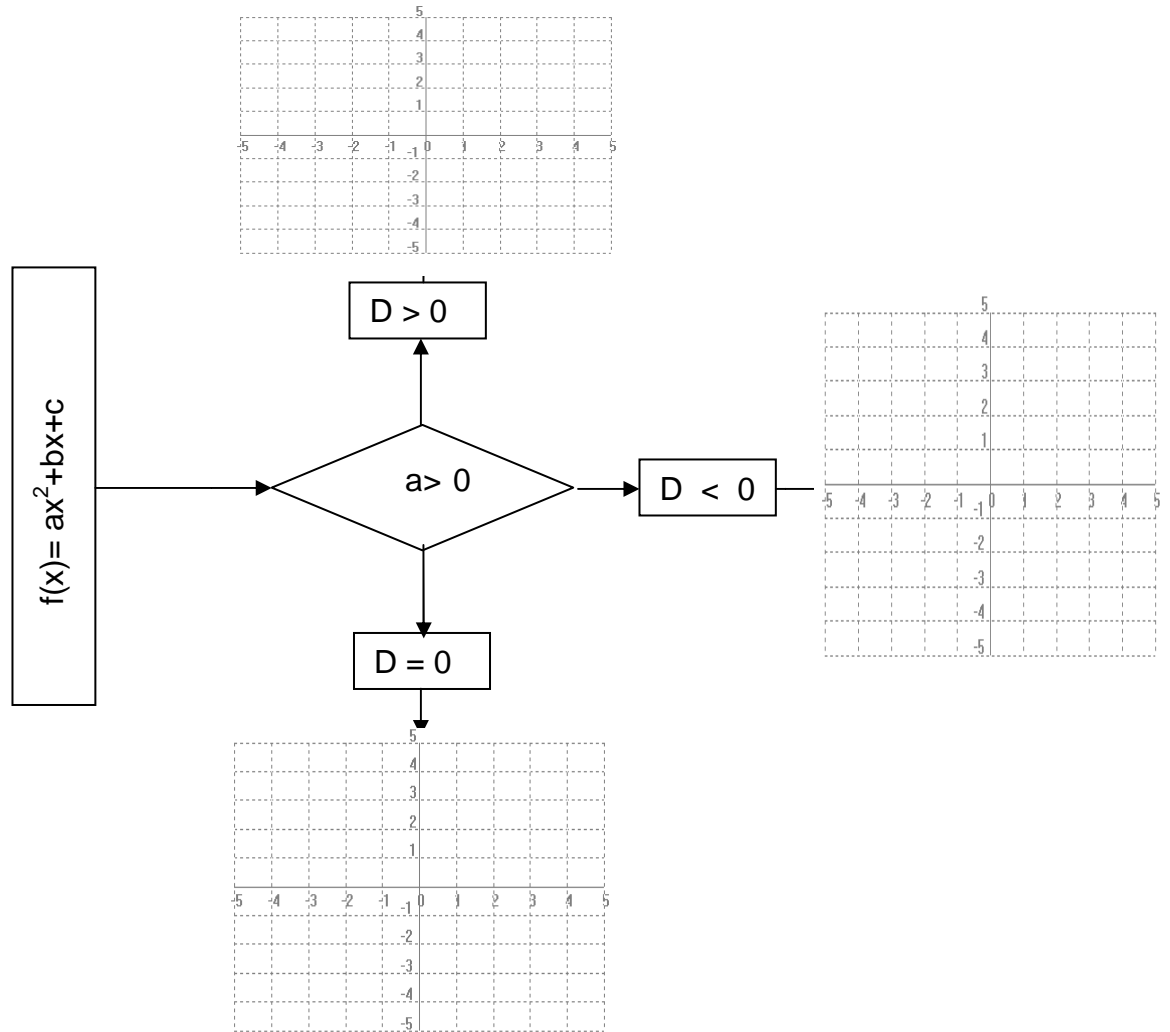


**INSTITUTO TECNOLÓGICO SUPERIOR  
“CONSEJO PROVINCIAL”  
EVALUACIÓN**

NOMBRE.....MATERIA.- MATEMÁTICA  
CURSO.-.....PROF.....

**“He sido un Hombre afortunado, nada en la vida me fue fácil”**  
( Freud)

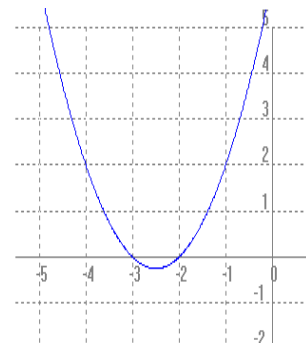
- a) Analice gráficamente, en forma general la función cuadrática  
 $f(x) = ax^2 + bx + c$  cuando  $a > 0$  (5Pts)



- b) El siguiente diagrama, muestra parte de la gráfica, de una Función Cuadrática:  $f(x) = x^2 + bx + c$ . (5Pts)

Hallar:

- a) El valor de  $b$  y  $c$
- b)  $D_f$  y  $R_f$
- c) Vértice



- d) Eje de Simetría
- e) La Función, convierta en Inecuación y analice los resultados
- c) Complete el Diagrama “UVE” encontrando el vértice y eje de simetría de la función:  $f(x) = x^2 + 3x + 2$ . (5Pts)

¿Cómo encuentra el

**TEORÍA**

Vértice y Eje de simetría de **PRÁCTICA**

La Función  $f(x) = x^2 + 3x + 2$ ?

Sea:  $f(x) = ax^2 + bx + c$   
 $f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right)$

$$f(x) = a\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)$$

$$f(x) = a\left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) - \left(\frac{b^2}{4a^2} - \frac{c}{a}\right)\right]$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - a\left(\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}\right)$$

$$f(x) = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

El Vértice de la Parábola

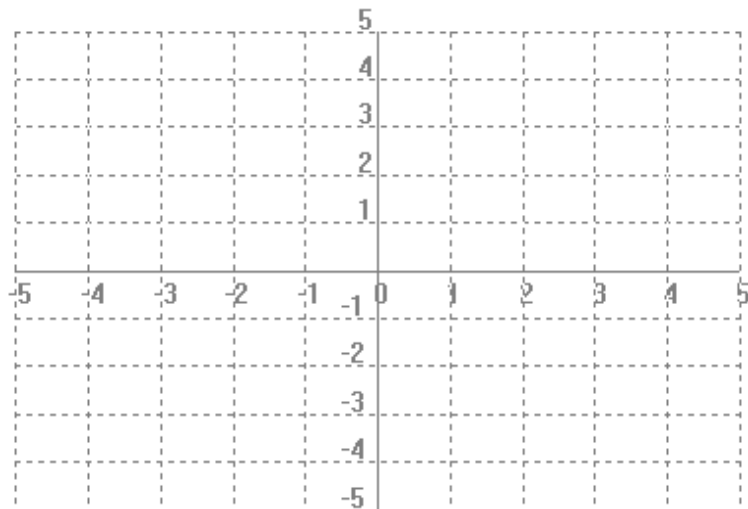
$$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$$

Eje de Simetría es:  $x = -\frac{b}{2a}$

$$f(x) = x^2 + 3x + 2.$$

-----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----  
 -----

- d) Bosqueje la gráfica de la función anterior (5Pts)



**NOTA.-** El análisis y estudio de las demás funciones reales, se realizará de igual o mejor forma a la desarrollada hasta aquí, ya que resulta por demás extenso su tratamiento de cada una de éstas y el volumen físico que ello conlleva, sin embargo hay dos funciones la Exponencial y la Logarítmica que es de vital importancia presentar en Mentefactos la teoría, en vista que son las más utilizadas y su comprensión es muy escasa, pero que con la ayuda del Software Matemático, esto se hace sencillo.



# Función Real

“La acción es el paso siguiente a la palabra”  
(Anónimo)

## FUNCION EXPONENCIAL

### PROCESO METODOLÓGICO:

#### Previos:

- c) Motivación por parte del docente
- d) Conversar sobre los pre-requisitos que se necesitan para el estudio de las funciones Exponenciales y logarítmicas

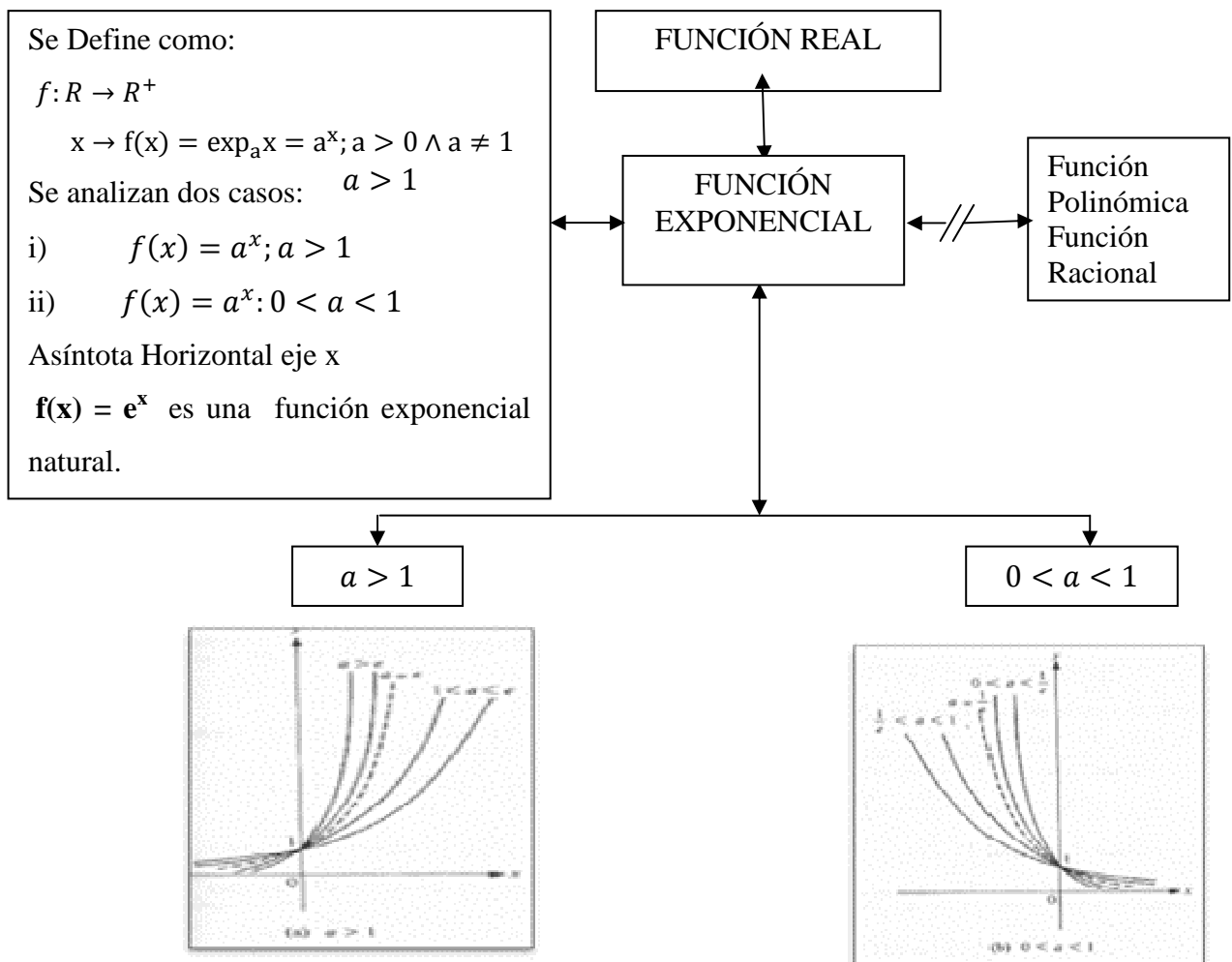
#### Con el texto:

- b) Investigue todo sobre la teoría y gráficas de las funciones exponenciales y logarítmicas
- c) Diferencias y semejanzas entre las dos funciones

#### De refuerzo y evaluación:

- c) Resuma en un Mentefacto y compare con el realizado en clases
- d) Proponga ejercicios

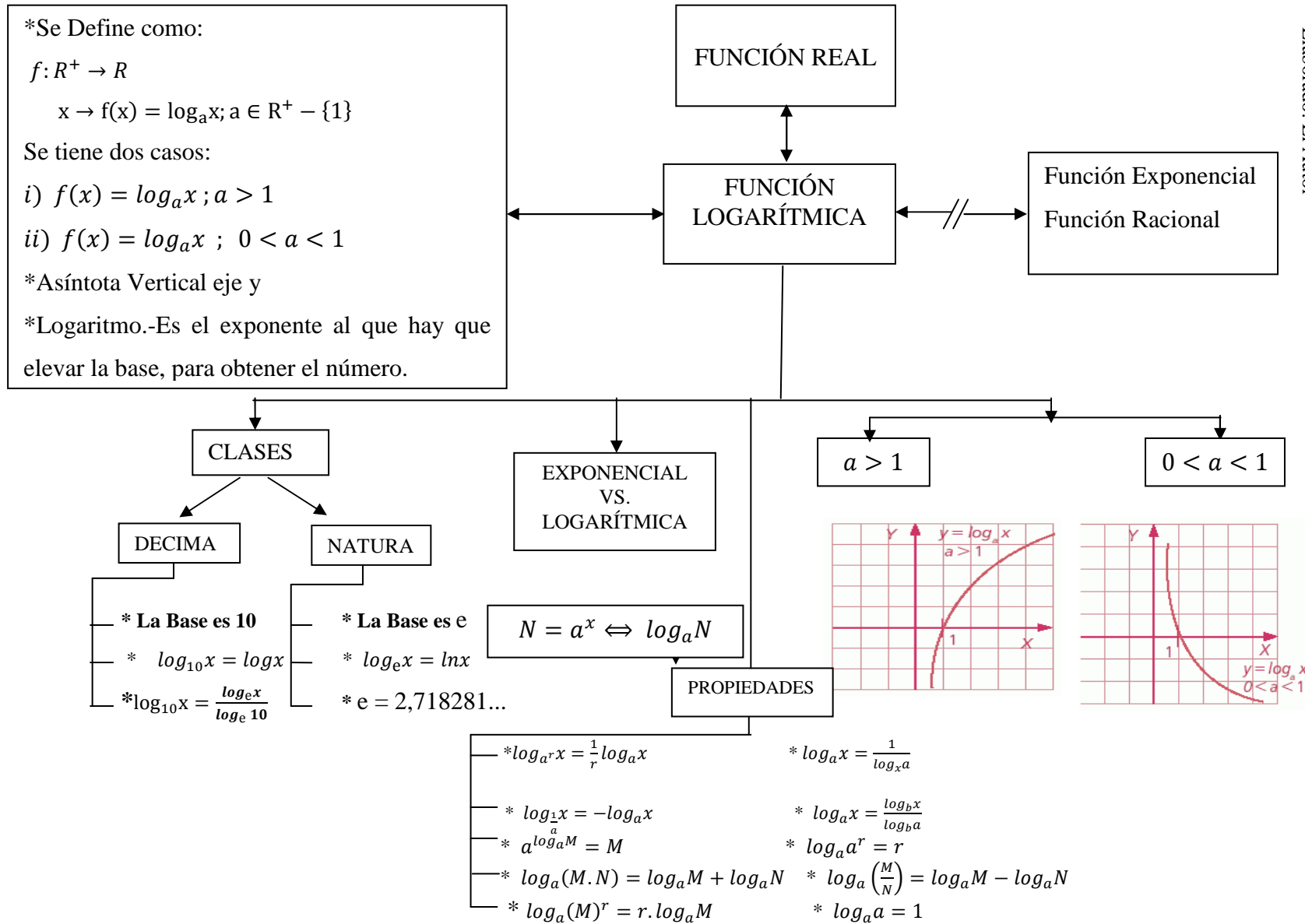
Gráfico #43: Mentefacto Función Exponencial  
Elaborado: El Autor



# Función Real

## FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Gráfico # 44: Menefacto de la Función Logarítmica  
Elaborado: El Autor



## 6.8.- OPERACIONALIZACIÓN DE LA PROPUESTA

La presenta propuesta, será llevada a la práctica a través de un proceso continuo de planificación, capacitación y evaluación.

Cuadro # 29: Operativización  
Elaborado: El Autor

<b>ADMINISTRACION DE LA PROPUESTA</b>			
<b>ORGANIZACIÓN</b>	<b>CONFORMACION</b>	<b>FASE DE RESPONSABILIDAD</b>	<b>MONITOREO</b> <b>EVALUACION</b>
Consejo Directivo	Rector Vicerrectores Docentes	Organización previa del proceso. Diagnóstico situacional. Direccionamiento estratégico participativo	
Áreas de estudio	Jefe de Área Estudiantes	Discusión y aprobación Programación operativa Ejecución del proyecto	

**6.9. - PLAN OPERATIVO DE LA PROPUESTA**  
**ELABORACIÓN DE UNA GUÍA DE TÉCNICAS Y ORGANIZADORES**

Cuadro # 30: Plan Operativo  
 Elaborado: El Autor

OBJETIVOS	CONTENIDOS	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO	RESPONSABLES	EVALUACIÓN
Trabajar en el área de matemáticas para conseguir el laboratorio de computación para matemáticas	Diseño de la propuesta de enseñanza con software de matemático de las Funciones Reales	-Elaboración de la solicitud propuesta del programa. -Diseño e impresión de la propuesta -Socialización del plan	-Humanos. Autoridades Docentes - Materiales Oficio Copias	Marzo 2010 -Primera semana	-Autoridades -Jefe de Área -Miembros del Área	-Presentación de oficios y propuesta de la metodología y objetivos.
Proporcionar a los docentes y estudiantes de la especialidad una guía de Técnicas Didácticas	-Técnicas Audiovisuales y Escritas. -Funciones Reales	-Socializar y capacitar a los docentes y estudiantes de matemáticas sobre su uso -Elaboración de las técnicas más apropiadas para el uso en las Funciones Reales	-Humanos. Docentes Estudiantes -Tecnológicos Audiovisuales Laboratorio de computación Infocus -Materiales Documentos Copias	Marzo 2010 -Segunda semana Reuniones de Área	-Docentes del Área	Ejecución de la capacitación a los docentes y estudiantes de matemática
Determinar los organizadores gráficos apropiados y la elaboración correcta para la aplicación con las Funciones Reales	Describir la estructura del Mentefacto y el Diagrama "UVE"	Relacionar adecuadamente las Técnicas escritas con la teoría - práctica de las Funciones Reales	-Humanos Docentes Estudiantes -Tecnológicos Audiovisuales. Laboratorio de Computación Auditorio.	Marzo 2010. -Tercera semana Horario de clases	Docentes y estudiantes del Área	Predisposición de estudiantes para el trabajo.
Motivar la utilización de la guía y el laboratorio de computación a estudiantes y docentes de la especialidad	Manejo de las Técnicas audiovisuales y el software matemático	-Socializar en las clases de matemáticas su utilización -Graficar funciones reales	-Humanos Docentes Estudiantes -Tecnológicos Audiovisuales. Laboratorio de Computación	Marzo 2010. -Tercera y Cuarta semana Horario de clases	Docentes y estudiantes del Área	Clases demostrativa

## 6.10.- PREVISIÓN DE LA EVALUACIÓN

La evaluación se realizará, cumpliendo los procesos regulares, es decir siguiendo los tres pasos que son: Inicial, procesal y final.

**Evaluación Inicial o Diagnóstica.**- Al inicio de cada tema se realiza esta evaluación, que es muy importante para contar o desechar elementos que soporte el trabajo a realizarse.

**Evaluación Procesal.**- Durante la etapa de desarrollo, se realizará un proceso o seguimiento al desarrollo de la guía.

**Evaluación Final o Sumativa.**- Se lo realizará en un foro abierto tanto a docentes como a dicentes, a más de las evaluaciones mensuales que tendrá una calificación cuantitativa.

Cuadro # 31 Previsión de la Evaluación

Elaborado: El Autor

<b>PREGUNTAS BÁSICAS</b>	<b>EXPLICACIONES</b>
Quienes solicitan evaluar?	Las autoridades: Vicerrector, Jefe de Área
Porque evaluar?	Determinar el grado de aplicabilidad de la propuesta
Para que evaluar?	Para verificar si se alcanzaron o no los objetivos y mejorar la propuesta
Que evaluar?	Técnicas Didácticas empleadas por docentes y dicentes en el proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales
Quien evalúa?	El investigador y docente de Segundo año de matemática
Cuando evaluar?	En todo momento y al final de la aplicación de la guía
Como evaluar?	Desarrollando organizadores gráficos
Con que se evalúa?	Con cuestionarios debidamente estructurados en los que estén teoría-práctica

## 6.11.- PRESUPUESTO DE LA PROPUESTA

El presupuesto para la elaboración de la propuesta:

Cuadro # 32 : Presupuesto

Elaborado: El Autor

Nº	DETALLE	VALOR UNITARIO	TOTAL
1	Transcripciones	30	30
2	Fotocopias	25	25
3	Papel bond	12	12
4	Tinta Impresora	20	20
5	Internet	24	24
6	Transporte	15	15
7	CD's	4	4
8	Anillados	4	4
9	Empastados	30	30
10	Carpetas	2	2
11	Tutorías	300	300
12	Marcadores	5	5
13	Imprevistos	150	150
<b>Total</b>		<b>621</b>	<b>621</b>

## 6.12.- FINANCIAMIENTO

Los recursos deben ser asignados por el propio esfuerzo personal y el Instituto Tecnológico Superior "Consejo Provincial de Pichincha".

## BIBLIOGRAFÍA

- ANDINO, I. (2001). *Propuesta Curricular Alternativa*. Quito: U.C.E.
- ADELL, Jordi. (1997). Tendencias en la sociedad de las tecnologías de la ÁVILA, Información.
- ALLENDOERFER, Carl B.- Matemáticas Universitarias, Cuarta Edición. Edit. McGRAW-HILL.- Bogotá
- BASTIDAS, Paco (2000) *Estrategias y técnicas didácticas*. 1 Ed. Quito: Editorial Colegio Mejía.
- BARROSO, Julio. (2003). Las nuevas tecnologías de la información y la comunicación y la formación del profesorado universitario. [En línea: <http://www.cibereduca.com/>]. III Congreso Internacional Virtual de Educación, CiberEduca.com. (Consultado el 2 de junio de 2004).
- BASTIDAS, P. (2004). *Estrategias y Técnicas Didácticas*. Quito
- BENITO. “Aprendizaje significativo y Metodología activa”, LIMA San Marcos 1999
- CABERO, Julio. (1994). Nuevas tecnologías, comunicación y educación.
- COMUNICAR: Grupo pedagógico Andaluz, octubre, no. 3. pp. 14-24.
- CORPEDUCAR Y SUPERVISIÓN DE EDUCACIÓN. UTE 2
- CURSO PARA DOCENTES. N<sup>o</sup> 2. (2009)¿Qué es enseñar y qué es aprender? Grupo Santillana S.A
- DICCIONARIO ENCICLOPÉDICO DE EDUCACIÓN (2004)
- EDUTECH, Revista Electrónica de Tecnología Educativa, n<sup>o</sup> 7, noviembre
- GARCÍA, Joe.- Pre cálculo.- Quito.- 2007
- GALINDO, Edwin.- Matemáticas Superiores.- Pre cálculo Parte 1.-Prociencia Editores.-
- HIDALGO, Washington.-Estadística Básica.- Editorial HIDALGO.- EDISOL
- LALALEO, Marco.- (1999) *Estrategias y Técnicas Constructivas de Aprendizaje*.- Quito.- Primera Edición Quito.- 2007
- LÁZARO, Moisés.- Números Reales.-Editorial Mosquera.-Perú.- 1997
- MARTÍNEZ, Miguel.- Geometría Analítica.- Primera edición en Español.- Editorial

MUÑOZ. (2002). Educación y Nuevas Tecnologías, un espacio de colaboración latinoamericana. Revista de Tecnología y Comunicación Educativa, Año 16, No. 34-35, julio 2001-junio2002, ILCE, México.

MATTOS, Luis.- Compendio de Didáctica.

MORALES, Gonzalo. (2004).El Giro Cualitativo de la Educación. Colombia

NERECI,1978. Hacia una didáctica general dinámica”. EDITORIAL KAPELUZ.

Buenos Aires – Argentina

MATEMÁTICAS BÁSICAS.- ESPOL.- Para Bachillerato.- Instituto de Ciencias

Matemáticas.- 2006.- Guayaquil

PACHECO, Oswaldo (2000).Diseño de Tesis. Guayaquil

PACHECO, Oswaldo. (2002). Teoría y Práctica de Proyectos Educativos. Editorial

PEÑA, Aura. Didáctica General. Universidad de Guayaquil, Facultad de Filosofía, Letras y Ciencias de la Educación.

ROMO, Luis.“Métodos de Experimentación Científica”, EDITORIAL UNIVERSITARIA. Quito – Ecuador – 1973

SALINAS, Galecio.- Álgebra Superior.-Primera Edición.- Riobamba.-2006

SABINO, C. (2000). *El Proceso de la Investigación*. Caracas, Venezuela:

SAMPIERI, R. (2003). Metodología de la Investigación. México: Mc Graw Hill.

SULLIVAN, Michael.- Pre cálculo.- Cuarta Edición.- Editorial Prentice Hall

TAMAYO Y TAMAYO, M. (2001). *El Proceso de la Investigación Científica*

TERÁN, G. (2006). *El Proyecto de Investigación, ¿Cómo Elaborar?*

TOBÓN, S. Enfoque Socio cognitivo Complejo.



## **Direcciones Internet**

Los medios audiovisuales en España. [En línea:

[http://www.lmi.ub.es/te/any91/cabero\\_santander/p2.html#capitol4](http://www.lmi.ub.es/te/any91/cabero_santander/p2.html#capitol4)] Encuentros nacionales

"Las nuevas tecnologías en la educación", Santander, septiembre de 1991.

<http://www.buenastareas.com/ensayos/Interaprendizaje/51994.html>

<http://www.monografias.com/trabajos14/comer/comer.shtm>

<http://www.buenastareas.com/ensayos/Interaprendizaje/51994.html>

<http://www.xtec.es/jlagares>

<http://www.mackichan.com>

Los medios audiovisuales en España. [En línea:

[http://www.lmi.ub.es/te/any91/cabero\\_santander/p2.html#capitol4](http://www.lmi.ub.es/te/any91/cabero_santander/p2.html#capitol4)] Encuentros nacionales "las nuevas tecnologías en la educación", Santander, septiembre de 1991.

## ANEXO 1



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO**  
**CENTRO DE ESTUDIOS DE POST – GRADO**  
**MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**  
 ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES DE MATEMÁTICA

**OBJETIVO:** Identificar con exactitud, si el docente al utilizar Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la enseñanza de la Matemática, permitirá mejorar el desempeño de las estudiantes.

### INDICACIONES

- Lea detenidamente cada enunciado y conteste con sinceridad en el casillero correspondiente a la alternativa que está en la tabla de valoración.
- Consigne su criterio en todos los temas con una X.
- La encuesta es anónima

<i>TABLA DE VALORACIÓN</i>				
<b>1</b>	2	3	4	5
<b>Nunca</b>	Casi nunca	Algunas Veces	Casi siempre	Siempre

## **CUESTIONARIO**

TÉCNICAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRAFICOS APLICADOS A LA ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES REALES		VALORACIÓN				
		1	2	3	4	5
1	¿Considera Ud. que las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos pueden ser utilizados en la Matemática?					
2	¿La Técnica escrita del Mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en los procesos mentales de las estudiantes de Matemática?					
3	¿Utiliza como formato el Diagrama U.V.E para relacionar la teoría con la práctica en las clases de Funciones Reales?					
4	¿Cree Ud. que los Organizadores Gráficos ayudarán al fortalecimiento del conocimiento teórico de las Funciones Reales?					
5	¿Cree Ud. que la Técnica verbal es la única que se debe utilizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática?					
6	¿Considera que la aplicación de las Técnicas Audio-visuales favorecerá el proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?					
7	¿Las Gráficas de las Funciones Reales, mejorará con el uso del Software Matemático?					
8	¿Promueve que se establezcan relaciones de la teoría con la práctica en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?					
9	¿Piensa Ud. que incidirá positivamente la utilización de las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?					
10	¿Utilizaría Ud. una Guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos, para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?					

GRACIAS

## ANEXO 2



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO**

**CENTRO DE ESTUDIOS DE POST – GRADO**

**MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA

**OBJETIVO:** Identificar con exactitud, si el docente al utilizar Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la enseñanza de la Matemática, permitirá mejorar el desempeño de las estudiantes

### INDICACIONES

- Lea detenidamente cada enunciado y conteste con sinceridad en el casillero correspondiente a la alternativa que está en la tabla de valoración.
- Consigne su criterio en todos los temas con una X.
- La encuesta es anónima

**TABLA DE VALORACIÓN**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Nunca</b>	Casi nunca	Algunas Veces	Casi siempre	Siempre

### **CUESTIONARIO**

TÉCNICAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRÁFICOS APLICADOS A LA ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES REALES.		VALORACIÓN				
		1	2	3	4	5
1	¿Ha utilizado Ud. Software Matemático y Organizadores Gráficos en Matemáticas?					
2	¿Mejorará la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales al usar Software Matemático y Organizadores Gráficos?					
3	¿El Docente de Matemática utiliza Mapas Conceptuales para enseñar Funciones Reales?					
4	¿El Docente de Matemática utiliza el dictado para que memorice y lo repitan las estudiantes?					
5	¿En el aula de clase, el Docente de Matemática le da mayor importancia a la teoría que la práctica?					
6	¿Cuenta el Instituto con Laboratorios de Computación actuales que ayuden a la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?					
7	¿En el Instituto, existe Software Matemático actualizados que aportará en mejorar la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?					
8	¿Utiliza el Graficador de Funciones Matemáticas o el Scientific WorkPlace, para graficar Funciones Reales?					
9	¿Piensa Ud. que incidirá positivamente en sus conocimientos, la utilización de Software Matemático y los Organizadores Gráficos?					
10	¿Utilizaría Ud. una Guía de Organizadores Gráficos y Software Matemático, para mejorar el aprendizaje de las Funciones Reales?					

GRACIAS

### ANEXO 3



## UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO CENTRO DE ESTUDIOS DE POST – GRADO MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

### ENCUESTA DIRIGIDA A DOCENTES DE MATEMÁTICA

**OBJETIVO:** Identificar con exactitud, si el docente al utilizar Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la enseñanza de la Matemática, permitirá mejorar el desempeño de las estudiantes.

### INDICACIONES

- Lea detenidamente cada enunciado y conteste con sinceridad en el casillero correspondiente a la Alternativa que está en la tabla de valoración.
- Consigne su criterio en todos los temas con una X.
- La encuesta es anónima

**TABLA DE VALORACIÓN**

<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>Nunca</b>	Casi nunca	Algunas Veces	Casi siempre	Siempre

## **CUESTIONARIO**

TÉCNICAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRAFICOS APLICADOS A LA ENSEÑANZA- APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES REALES		VALORACIÓN				
		1	2	3	4	5
1	¿Considera Ud. que las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos pueden ser utilizados en la Matemática?	0	0	6	5	3
2	¿La Técnica escrita del Mentefacto permitirá un mejor análisis y comprensión en los procesos mentales de las estudiantes de Matemática?	0	0	3	4	7
3	¿Utiliza como formato el Diagrama U.V.E para relacionar la teoría con la práctica en las clases de Funciones Reales?	4	0	6	3	1
4	¿Cree Ud. que los Organizadores Gráficos ayudarán al fortalecimiento del conocimiento teórico de las Funciones Reales?	0	0	2	5	7
5	¿Cree Ud. que la Técnica verbal es la única que se debe utilizar en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Matemática?	6	4	2	1	1
6	¿Considera que la aplicación de las Técnicas Audio-visuales favorecerá el proceso enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?	0	0	4	4	6
7	¿Las Gráficas de las Funciones Reales, mejorará con el uso del Software Matemático?	0	0	2	6	6
8	¿Promueve que se establezcan relaciones de la teoría con la práctica en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?	0	0	2	6	6
9	¿Piensa Ud. que incidirá positivamente la utilización de las Técnicas Informáticas y los Organizadores Gráficos en la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?	0	0	1	5	8
10	¿Utilizaría Ud. una Guía de Técnicas Informáticas y Organizadores Gráficos, para facilitar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?	4	2	6	2	0

## ANEXO 4



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO**  
**CENTRO DE ESTUDIOS DE POST – GRADO**  
**MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**  
 ENCUESTA DIRIGIDA A ESTUDIANTES DE MATEMÁTICA

**OBJETIVO:** Identificar con exactitud, si el docente al utilizar Técnicas Innovadoras Informáticas y Organizadores Gráficos, en la enseñanza de la Matemática, permitirá mejorar el desempeño de las estudiantes

### INDICACIONES

- Lea detenidamente cada enunciado y conteste con sinceridad en el casillero correspondiente a la Alternativa que está en la tabla de valoración.
- Consigne su criterio en todos los temas con una X.
- La encuesta es anónima

<i>TABLA DE VALORACIÓN</i>				
1	2	3	4	5
<b>Nunca</b>	Casi nunca	Algunas Veces	Casi siempre	Siempre

## **CUESTIONARIO**

TÉCNICAS INFORMÁTICAS Y ORGANIZADORES GRÁFICOS APLICADOS A LA ENSEÑANZA-APRENDIZAJE DE LAS FUNCIONES REALES.		VALORACIÓN				
		1	2	3	4	5
1	¿Ha utilizado Ud. Software Matemático y Organizadores Gráficos en Matemáticas?	16	19	24	5	3
2	¿Mejorará la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales al usar Software Matemático y Organizadores Gráficos?	2	9	12	8	36
3	¿El Docente de Matemática utiliza Mapas Conceptuales para enseñar Funciones Reales?	34	14	14	2	3
4	¿El Docente de Matemática utiliza el dictado para que memorice y lo repitan las estudiantes?	30	20	8	3	6
5	¿En el aula de clase, el Docente de Matemática le da mayor importancia a la teoría que la práctica?	44	17	5	1	0
6	¿Cuenta el Instituto con Laboratorios de Computación actuales que ayuden a la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?	45	11	5	4	2
7	¿En el Instituto, existe Software Matemático actualizados que aportará en mejorar la enseñanza-aprendizaje de las Funciones Reales?	56	5	4	1	1
8	¿Utiliza el graficador de Funciones Matemáticas o el Cientific WorkPlace, para graficar Funciones Reales?	24	7	16	11	9
9	¿Piensa Ud. que incidirá positivamente en sus conocimientos, la utilización de Software Matemático y los Organizadores Gráficos?	4	3	14	20	26
10	¿Utilizaría Ud. una Guía de Organizadores Gráficos y Software Matemático, para mejorar el aprendizaje de las Funciones Reales?	38	14	10	3	2