UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

DIRECCIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

TEMA: “El aprendizaje significativo en relación del contenido matemático en la modalidad de Ciclo Básico Acelerado en el Colegio Municipal Cotocollao.”

Trabajo de Investigación
Previa a la obtención del Grado Académico de Magíster en Docencia Matemática

Autor : Lic. Milton Eduardo Coronel Sánchez

Director : Ing. Mg Washington Medina Guerra

Ambato – Ecuador

2014

Al Consejo de Posgrado de la Universidad Técnica de Ambato

El tribunal receptor de la defensa del trabajo de investigación con el tema: "El aprendizaje significativo en relación del contenido matemático en la modalidad de Ciclo Básico Acelerado en el Colegio Municipal Cotocollao.", presentado por: Lic. Milton Eduardo Coronel Sánchez y conformado por: Ing. MBA. Santiago Verdesoto Velasteguí, Ing. Mg. Jorge Guamanquispe Toasa e Ing. Mg. Lenin Ríos Lara, Miembros del Tribunal, Ing. Mg. Washington Medina Guerra, Director del trabajo de investigación y presidido por: Ing. Mg. Juan Garcés Chávez Presidente del Tribunal; Ing. Mg. Juan Garcés Chávez Director de Posgrado, una vez escuchada la defensa oral el Tribunal aprueba y remite el trabajo de investigación para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez
Presidente del Tribunal de Defensa

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez
DIRECTOR DE POSGRADO

Ing. Mg. Washington Medina Guerra
Director de Trabajo de Investigación

Ing. MBA. Santiago Verdesoto Velasteguí
Miembro del Tribunal

Ing. Mg. Jorge Guamanquispe Toasa
Miembro del Tribunal

Ing. Mg. Lenin Ríos Lara
Miembro del Tribunal

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema "El aprendizaje significativo en relación del contenido matemático en la modalidad de Ciclo Básico Acelerado en el Colegio Municipal Cotocollao", nos corresponde exclusivamente al Lic. Milton Eduardo Coronel Sánchez y del Ing. Mg. Washington Medina Guerra Director del Trabajo de investigación; y el patrimonio intelectual del mismo a la Universidad Técnica de Ambato.

Lic. Milton Eduardo Coronel Sánchez	Ing. Mg. Washington Medina Guerra
Autor	Director

DERECHOS DE AUTOR

Lic. Milton Eduardo Coronel Sánchez

C.C. 0602489510

DEDICATORIA

Al Todopoderoso por brindarme toda la sabiduría, la fuerza, la fortaleza y la perseverancia para culminar con éxito otro de mis objetivos académicos planteados.

A mi esposa Inés y mi hija Evelyn, por su paciencia, comprensión y apoyo incondicional en el momento que desarrollé este trabajo investigativo.

Para mi Jully y Naoko aunque a la distancia puedo sentir su apoyo moral.

A mis Padres Gonzalo y Laura, hermanos: Edison, Jhonny y Jorge de los cuales escucho siempre palabras de aliento.

Milton.

AGRADECIMIENTO

A mis profesores de la Maestría en Docencia Matemática por impartir ciencia y conocimientos, a la Dirección de Posgrado y por su digno intermedio a la Universidad Técnica de Ambato, a sus autoridades y personal administrativo, a los docentes del curso de Actualización de conocimientos, a los distinguidos miembros del Tribunal Calificador, al Ing. Mg. Washington Medina Guerra, quien con gran profesionalismo me brindó su ayuda y apoyo para el desarrollo de esta investigación.

De la misma forma agradezco a la Fundación DYA por permitirme utilizar las guías de Matemática del CBA y al colegio Municipal Cotocollao de la ciudad de Quito por brindarme su apoyo en el desarrollo del presente trabajo.

ÍNDICE DE CONTENIDOS

PÁGINAS PRELIMINARES

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CAPÍTULO VI

PROPUESTA

ANEXOS

ÍNDICE DE ILUSTRACIONES

ÍNDICE DE TABLAS

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE GUÍAS

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

DIRECCIÓN DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN RELACIÓN DEL CONTENIDO MATEMÁTICO EN LA MODALIDAD DE CICLO BÁSICO ACELERADO EN EL COLEGIO MUNICIPAL COTOCOLLAO

Autor **:** Lic. Milton Eduardo Coronel Sánchez

Director **:** Ing. Mg. Washington Medina Guerra

Fecha **:** 28 de noviembre del 2013

RESUMEN EJECUTIVO

La Matemática permite que el estudiante desarrolle habilidades y destrezas que aplicará en la vida cotidiana, las mismas se las trabaja en los salones de clase donde el proceso educativo asume el riesgo de que por diversos factores se presente la deserción escolar y por consiguiente el retraso escolar, estos efectos negativos se evidencian globalmente al final de cada año lectivo.

La fundación DYA preocupada por esta situación ha establecido el programa de Ciclo Básico Acelerado en la ciudad de Quito para nivelar este retraso escolar, este programa consiste en aprobar el ciclo básico (octavo, noveno y décimo años de educación general básica) en aproximadamente 12 meses, para ello aplica guías de estudio en la enseñanza de Matemática.

Esta investigación se fundamentó en el análisis de los contenidos Matemáticos, su incidencia en el aprendizaje significativo que se desarrolla en los estudiantes para posteriormente realizar la propuesta de corrección de las guías para de esta manera avalar la idoneidad del material con que se está trabajando.

Descriptores: Educación, Matemática, corrección, guías didácticas, ciclo básico.

TECHNICAL UNIVERSITY OF AMBATO
POSTGRADUATE DIRECTION
MASTER OF TEACHING MATHEMATICS

MEANINGFUL LEARNING IN RESPECT OF MATHEMATICAL CONTENT MODE BASIC CYCLE ACELERATE IN MUNICIPAL SCHOOL COTOCOLLAO

Author : Lic. Milton Eduardo Coronel Sánchez
Director : Ing Mg. Washington Medina Guerra
Date : November 28, 2013

ABSTRACT

The Mathematics allows that the student develops skills and proficiencies that apply in the daily life, the same that they work in the classroom where the educative process assume the risk of various factors that shows the school desertion therefore the school delay these negative effects evidence globally at the end of each lective year.

The Foundation DYA worried by this situation has established the Basic Cycle Accelerated program in the Quito city to level school delay, this program consists in approve the basic cycle (eighth, ninth, tenth year of basic education) in approximately 12 months, for this applies study guides in teaching Mathematics.

This investigation has foundation in the analysis of the mathematics contents, its incidence in the learning significant that develop in the studies to later realize the correction proposal of the guides, to this manner endorse the suitability of material with that is working.

Key words: Education, Mathematics, correction, teaching guides, basic cicle.

INTRODUCCIÓN

En la actualidad se aplican innumerables maneras de construir y desarrollar procesos que permitan certificar un aprendizaje que le sea útil al estudiante, uno de ellos consiste en la elaboración y aplicación de guías didácticas de estudio, las cuales facilita al lector aprender de una manera un tanto autónoma si no dispone de un tutor.

La precisión de los argumentos Matemáticos es fundamental en el desarrollo de una guía, acompañada con un texto lo más claro y sencillo mejorará el estudio de la asignatura.

En el capítulo I se analiza el problema generado, se indica los aspectos generales entorno a la investigación, se emiten preguntas directrices, se plantean los objetivos que se persigue. En el capítulo II se indica el marco teórico referencial que sirve como fundamento para explicar el problema hasta llegar a emitir hipótesis.

El capítulo III especifica la metodología que se aplicó, enuncia los instrumentos para saber cómo y con qué se realizó la investigación. En el capítulo IV se presentan los resultados de las encuestas, se verifica la hipótesis y en base a esta información se emiten conclusiones y recomendaciones en el capítulo V.

En el capítulo VI se desarrolla la propuesta que a criterio del investigador aportará en la solución del problema, en nuestro caso la reestructuración de las guías didácticas de Matemática.

En síntesis este trabajo investigativo tiene la finalidad de revisar los contenidos matemáticos de las guías didácticas utilizadas por los estudiantes de Ciclo Básico Acelerado del colegio Municipal Cotocollao de la ciudad de Quito y verificar su aporte en el aprendizaje significativo.

CAPITULO I

EL PROBLEMA

1.1 Tema

"EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO EN RELACIÓN DEL CONTENIDO MATEMÁTICO EN LA MODALIDAD DE CICLO BÁSICO ACELERADO EN EL COLEGIO MUNICIPAL COTOCOLLAO."

1.2. Planteamiento del problema

1.2.1. Contextualización

El grado de repitencia, deserción escolar y sobre-edad en el sistema educativo regular ha promovido otros sistemas para que los estudiantes terminen su educación básica y bachillerato, la creación de instituciones de educación a distancia y proyectos educativos de estudios donde los horarios y el currículo se acoplan a las necesidades de las personas involucradas.

El contexto social actual ejerce una gran presión sobre el sistema educativo, el problema de repitencia, deserción escolar y sobre-edad adquiere en este marco una especial relevancia, en primer lugar porque afecta a los sectores más postergados de sociedad profundizando así las desigualdades y transformándose en un obstáculo al desafío de la equidad propuesto por los Objetivos del Desarrollo del Milenio (ODM) de la O.N.U. En segundo lugar, porque su abordaje enfrenta dificultades, que son cada vez mayores.

Entre los jóvenes que aún no están escolarizados quedan aquellos que provienen de los sectores sociales marginados, de pobreza extrema y exclusión, por presentar dificultades de aprendizaje, y el desafío de integrarlos requiere de un diagnóstico más preciso, y de herramientas de acción más complejas. (Blanco, 2008).

Cómo una propuesta a esta problemática el Gobierno ecuatoriano y organizaciones nacionales e internacionales (ONG's), han desarrollado programas de educación que atienden a las individualidades de la población en riesgo con adaptaciones metodológicas y de tiempo, para compensar las dificultades en un sistema escolarizado regular.

Dentro de esto se enmarca el programa de Ciclo Básico Acelerado (CBA) operado por el Centro de Desarrollo y Autogestión (DYA) ubicado en la Granda Centeno Oe5-61 y Vasco de Contreras, sustentado y avalado por la Secretaria de Educación del Municipio del Distrito Metropolitano de Quito que representa al Ministerio de Educación Ecuatoriano.

El Centro de Desarrollo y Autogestión DYA es una organización no gubernamental sin fines de lucro radicada en Ecuador y Bolivia, apoya las iniciativas de poblaciones indígenas, campesinas y populares a través de la ejecución de proyectos de desarrollo, la realización de estudios, evaluaciones e investigaciones, del impulso de políticas y acciones que promueven el desarrollo social y económico de grupos marginados, empobrecidos y poblaciones en riesgo. (DYA, 2009).

En el campo educativo se especializan en proyectos que desarrollan metodologías en nivelación del rezago escolar, estrategias de reforzamiento y capacitación técnica, trabajando con paquetes metodológicos y materiales que se implementan en distintos ámbitos y tienen el reconocimiento del estado ecuatoriano y boliviano. Dentro de los proyectos que maneja en nuestro país están:

- Programa Ciclo Básico Acelerado – CBA. Secretaría de Educación del Municipio del Distrito Metropolitano de Quito. 2009-2012.
- Programa de Erradicación del Trabajo Infantil. Educación Básica Flexible. Ministerio de Educación, Municipio de Manta, DYA. Marzo 2010-Marzo 2011.
- Proyecto "Implementación de Educación Flexible en Chongón-Guayas". Holcim - DYA. 2009-2010.
- Proyecto "Mejoramiento de la Calidad del Bachillerato Técnico en Quisapincha". Citotusa - DYA.2009-2010.
- Proyecto "Fortalecimiento de la Calidad de la Educación Chisulchi Grande" Diners-DYA. 2009-2010.

Estos programas los desarrolla mediante la aplicación de módulos de estudio, que son un conjunto de guías correspondientes a cada una de las áreas claves del aprendizaje: Matemática, Lenguaje, Ciencias Naturales y Estudios Sociales. Cada guía es un fascículo de 8 páginas, que contienen la ruta del proceso de enseñanza-aprendizaje expuesto, constituyéndose en una pauta sobre la que cada maestro va construyendo con los estudiantes su propio libro escolar, de ninguna manera resulta un texto convencional, ni de auto-aprendizaje que funcione solo. Es un material de apoyo a la gestión del docente que es el mediador del proceso educativo. Los contenidos responden a una malla elaborada en base al perfil de la población y se organizan a luz de los componentes del perfil de salida, que no dista del perfil de salida de la educación básica y/o bachillerato del país. (DYA, 2009).

Entre los principales objetivos del programa de Ciclo Básico Acelerado consiste en disminuir el retraso escolar y reinsertar sin inconvenientes cognitivos a los estudiantes en el sistema educativo regular para que continúen sus estudios de bachillerato en cualquier institución educativa.

A pesar de las experiencias positivas del programa, dentro del área de Matemática se registran problemas de rendimiento posterior al estudio de la materia. Al investigar las causas, apuntan al desarrollo de los contenidos y conocimientos de la guías didácticas, que no contribuyen a la consecución de aprendizajes significativos por no encontrarse debidamente articulados y correctos, convirtiéndose en una traba para el avance del proyecto, en consecuencia deben ser revisados y corregidos, asegurando con ello que el proyecto tenga el éxito esperado, puesto que abarca tanto tiempo de inversión económica, humana y sirve para el bienestar social, nacional e internacional.

El Programa de Ciclo Básico Acelerado abarca contenidos de octavo, noveno y décimo años, los estudiantes aprueban la educación básica superior en un lapso aproximado de 12 meses, obteniendo el certificado avalado por el Ministerio de Educación. Actualmente se cuenta con 18 instituciones que manejan el programa distribuidos en el Distrito Metropolitano de Quito, con un aproximado de 2000 estudiantes cada año lectivo.

El contexto social actual ejerce una fuerte presión sobre el sistema educativo, demandando una mayor capacidad de proveer a los estudiantes de recursos que les permitan una mejor inserción social, laboral, un rendimiento elevado y un pleno ejercicio de sus derechos y deberes. Es imprescindible analizar y establecer una solución a la problemática en mención.

1.2.2 Análisis Crítico

Al realizar un sondeo entre los profesores de Matemática que trabajan en los colegios municipales donde se aplica el proyecto, se comparte el criterio de que los contenidos de las guías didácticas son poco significativos para los estudiantes, se evidencia esta situación puesto que, del total de estudiantes que han terminado el programa de Ciclo Básico Acelerado y han continuado sus estudios en el bachillerato en otras instituciones educativas un 45% han presentado complicaciones en su rendimiento académico en Matemática, de los cuales un 60% se debe a problemas relacionados con sus conocimientos previos debido a la falta de aprendizajes significativos en el Ciclo Básico.

Además los contenidos matemáticos que presentan las guías no permiten desarrollar el pensamiento lógico matemático, lo que produce nuevamente la deserción escolar debido a la dificultad en el tratamiento de la asignatura, dejando de lado los objetivos del programa del Ciclo Básico Acelerado.

Otro factor a tomar en cuenta es la incorrecta secuenciación de los contenidos y errores en su desarrollo, lo que no contribuye a la articulación de nuevos y sólidos conocimientos poniendo en riesgo el programa. A los contenidos se los debe contextualizar de acuerdo a innovadoras metodologías de aprendizaje, en caso de no hacerlo estamos produciendo en nuestros estudiantes un proceso educativo memorístico y mecánico.

En este marco contextual debemos especificar que un proyecto funciona y se mantiene por sus resultados, el aprendizaje cognitivo de Matemática implica un planteamiento reflexivo para su instrucción (Maher, 2007) que relaciona el aprendizaje con la comprensión, este aprendizaje se forma secuencialmente utilizando los contenidos como instrumentos del conocimiento para desarrollar destrezas y facultades mentales superiores a medida que la nueva información se relaciona con los conocimientos previos que deberá ser apoyada con materiales adecuados para obtener aprendizajes valederos (Carpentir, 2007). Sin embargo al errar uno de los principales materiales utilizados (las guías didácticas) de la asignatura de Matemática, se está produciendo un alto porcentaje de fracaso en la reinserción escolar regular que se espera de nuestros estudiantes, la suspensión definitiva de sus estudios (deserción), representando el fracaso del programa de Ciclo Básico Acelerado.

1.2.3. Prognosis

De la reconstrucción del problema y el análisis realizado se establece que, de no revisarse, analizarse y rectificarse los contenidos de la parte Matemática de las Guías Didácticas de la asignatura utilizadas por el programa de Ciclo Básico Acelerado del DYA, los estudiantes presentaran problemas en el rendimiento y sus aprendizajes serán memorísticos, mecánicos, no razonados y por lo tanto no significativos, produciendo un bajo rendimiento, deserción y poniendo en riesgo la ejecución futura y sostenimiento del Proyecto mismo, afectando a toda la población inmersa y a la problemática educativa.

1.2.4. Formulación del Problema

¿Cómo incide el aprendizaje significativo en relación del contenido matemático en la modalidad de Ciclo Básico Acelerado en el Colegio Municipal Cotocollao?

1.2.5. Preguntas Directrices

- ¿Qué actividades de las guías didácticas de Matemática generan un aprendizaje significativo en el Ciclo Básico Acelerado?
- ¿Qué contenidos matemáticos propiciarán aprendizajes significativos de la asignatura en los estudiantes del programa del Ciclo Básico Acelerado?
- ¿Qué contenidos se deben corregir en las guías didácticas de Matemática para obtener aprendizajes significativos en la asignatura?

1.2.6. Delimitación del Objeto de Investigación

- **Delimitación de contenido.**

  - Campo: Didáctica.
  - Área : Matemática.
  - Aspecto: Contenidos en las guías didácticas de Matemática del programa de Ciclo Básico Acelerado.

- **Delimitación temporal.**

La investigación se desarrollará entre el período de mayo a septiembre de 2013.

- **Delimitación espacial.**

La investigación se realizó con los estudiantes del Ciclo Básico Acelerado del colegio Municipal “Cotocollao” de la ciudad de Quito provincia de Pichincha en el período de julio a noviembre del 2013.

1.3. Justificación.

La educación se constituye en un parámetro para medir el desarrollo de un país, en el Ecuador es un derecho del cual gozamos todos los ciudadanos, caracterizada por ser intercultural, democrática, inclusiva, incluyente y otras cualidades que pretenden el incremento de competencias suficientes para que el individuo se inserte en el campo laboral. Es obligatoria hasta el bachillerato y por consiguiente en el nivel general básico o llamado anteriormente ciclo básico.

La sociedad le ha entregado a las instituciones educativas la responsabilidad de formar ciudadanos, las mismas que deben garantizar un aprendizaje significativo, la responsabilidad no es única, los estudiantes se convierten en materia prima de las instituciones y es innegable que no todas las personas que inician un ciclo educativo lo culminan en los mismos tiempos. Cuando este fenómeno aparece nace lo que conocemos como deserción y retraso escolar causadas por diferentes factores.

Buscar alternativas viables para solucionar esta problemática se torna en una necesidad imperante, pero esas alternativas deben responder a las demandas sociales y personales, razón por la que es de suma importancia revisar los recursos y estrategias didácticas del Programa de Ciclo Básico Acelerado, ya que con él se llega a un gran número de la población afectada y en riesgo.

La importancia de esta investigación se fundamenta en realizar un análisis teórico y cognitivo de las guías de aprendizaje que son utilizadas en el proceso educativo en el CBA “Cotocollao”, para mejorar el aprendizaje de Matemática, asegurar su eficacia y el mantenimiento del proyecto que prioriza un pilar importante de la sociedad: la educación.

El presente trabajo es innovador debido a que por primera vez se realizará el análisis de las guías didácticas y su impacto en el aprendizaje significativo de Matemática en nuestros estudiantes, constituye un aporte para mejorar la calidad de educación que brindan las instituciones educativas Municipales por medio de sus docentes disminuyendo el retraso escolar que presenta la población más vulnerable de la capital.

La investigación es factible puesto que el autor dispone del aval para trabajar en el tema propuesto para la fundación DYA y el colegio Municipal "Cotocollao", por lo tanto tiene acceso a la información pertinente y cuenta con el apoyo, respaldo e impulso de las autoridades y compañeros docentes, elementos necesarios para lograr sus objetivos.

El documento final será útil para los futuros directivos, docentes, para los beneficiarios directos del programa que son todos los estudiantes del programa CBA implantado en toda la ciudad de Quito a través de sus instituciones educativas, que cada año tiene mayor cobertura, además para quien se encuentre interesado en este estudio.

1.4. Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Determinar la incidencia del contenido de las guías didácticas de Matemática en los aprendizajes significativos de los estudiantes de la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Diagnosticar los contenidos de las guías didácticas de Matemática en la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao.

- Establecer niveles de aprendizaje en los estudiantes de la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao significativamente alcanzados.

- Determinar una propuesta de reestructuración de contenidos de las guías de Matemática que posibiliten el mejoramiento de los aprendizajes significativos de los estudiantes de la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao.

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes Investigativos

Se han encontrado varios proyectos un tanto relacionados con el tema propuesto, de los cuales podemos señalar los siguientes:

“AUTOEVALUACIÓN DEL SISTEMA DE EDUCACIÓN A DISTANCIA DE LA ESCUELA DE CONTABILIDAD Y AUDITORIA DE LA UTPL, DESDE EL CRITERIO DE LOS ALUMNOS DEL CENTRO REGIONAL QUITO, COMO POLÍTICA DE MEJORAMIENTO DE LA CALIDAD DE LA EDUCACIÓN”

Autora: Mariela Eugenia Revelo M.
Año de investigación: 2003-2004

Conclusiones:

- El mejorar un mapa curricular va a servir que el estudiante de la UTPL salga preparado para enfrentar la realidad social y económica de nuestro país.
- Al analizar la estructura del currículo de las diferentes carreras nos permite observar y mejorar para alcanzar la excelencia.
- Al evaluar el desempeño de los estudiantes de la UTPL, cuando se enfrentan a la realidad socio-económica de nuestro país, su comportamiento nos va permitir, mejorar la calidad de nuestros servicios.

- Al analizar los resultados de los alumnos investigados podemos darnos cuenta de la calidad de nuestros servicios.

"ORGANIZACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LA MODALIDAD DE EDUCACIÓN A DISTANCIA EN LA UNIVERSIDAD CATÓLICA BOLIVIANA SAN PABLO – CHIQUITOS"

Autores: Ricardo Patricio Blacio Maldonado y Gerardo Vicente Torres Pereira.
Año de investigación: 2006-2007

Conclusiones:

- Brindar atención rápida y oportuna a los alumnos, mantener una comunicación constante con ellos para motivarlos a que desarrollen su proceso de auto aprendizaje autónomo, tratando de minimizar el nivel de deserción.
- Se capacite al personal de educación a distancia continuamente sobre el manejo de los diferentes recursos informáticos que se están utilizando en la modalidad de educación a distancia.

DYA y sus proyectos en Ecuador:

- Programa Ciclo Básico Acelerado – CBA. Secretaría de Educación del Municipio del Distrito Metropolitano de Quito. 2009-2014.
- Programa de Erradicación del Trabajo Infantil. Educación Básica Flexible. Ministerio de Educación, Municipio de Manta, DYA. Marzo 2010-Marzo 2011.
- Proyecto "Implementación de Educación Flexible en Chongón-Guayas" Holcim - DYA. 2009-2010.
- Proyecto "Mejoramiento de la Calidad del Bachillerato Técnico en Quisapincha". Citotusa - DYA.2009-2010.

- Proyecto “Fortalecimiento de la Calidad de la Educación Chisulchi Grande” Diners-DYA. 2009-2010.

Todos estos proyectos cuentan con el respaldo del Ministerio de Educación del Ecuador, porque han demostrado cumplir con los objetivos propuestos y el de los Gobiernos provinciales.

Programas equivalentes se desarrollan a nivel internacional en Latinoamérica, específicamente en Bolivia.

2.2. Fundamentación Filosófica

En el área filosófica la investigación propuesta, se basará en los principios del paradigma filosófico crítico – propositivo, con un modelo constructivista (Ausubel, 2005).

Se considera que la educación, es un pilar fundamental en el desarrollo de la sociedad, y el constructivismo aparece en el momento en el que la ciencia, y en especial la psicología, reconocen que para el aprendizaje es importante tomar en cuenta a las características de la persona que aprende, como una individualidad.

2.2.1. Fundamentación Ontológica

Se concibe al estudiante del C.B.A del Colegio Cotocollao como un ser físico, biológico, social, político, cultural, histórico, es decir es multidimensional y multideterminado, por tanto, se lo debe orientar como una totalidad dinámica.

Donde el desarrollo de las facultades intelectuales, como la inteligencia y el pensamiento, constituyen una herramienta de un ser inacabado y perfectible, que interactúa con el entorno material, logrando grandes transformaciones (ESPOCH, 2004).

2.2.2. Fundamento Epistemológico

El conocimiento es un proceso dialéctico, contradictorio en continuo cambio y reordenamiento, sustentado en la interacción objeto-sujeto, sujeto-objeto, por lo tanto es indudable que el conocimiento repercute sobre nuestra mente y mediante formas de razonamiento construye nuevos conocimientos tornándose en una espiral progresiva. Por esto, en la educación se debe tener como fin, que el estudiante pase del saber (conocimiento) al saber pensar y más aún, al saber darle sentido al pensamiento (competencia y rendimiento). (Educación, 2004).

En nuestro Programa de Educación Básica Acelerada el conocimiento es el instrumento para el desarrollo integral del ser.

2.2.3. Fundamento Axiológico

La educación es un bien público porque sus beneficios sociales van más allá de los beneficios individuales (Comercio, 1994).

El Aprendizaje de la Matemática es un componente del crecimiento personal del estudiante, logrando influencia en su estructura actitudinal, con orden, precisión exactitud y el desarrollo de operaciones mentales que favorecen a la construcción de un proyecto de vida en la persona.

La adecuada formación integral, científica e intelectual de nuestros estudiantes es un compromiso social y una responsabilidad de la educación ecuatoriana, por eso no se debe descuidar la formación actitudinal, de los estudiantes del CBA Cotocollao, que lo conduzca a la práctica de valores como la autoestima, el respeto, la identidad nacional, la solidaridad y apoyo mutuo.

2.2.4. Fundamento Metodológico

Se postula que el método científico debe adecuarse al objeto investigado en su contexto; por lo tanto el investigador intenta superar las “recetas de investigación", para dar paso a la criticidad. El autor de este proyecto está consciente de que, las conclusiones a las que se llegaren no pueden aplicarse a todos los contextos indistintamente, por las particularidades del medio y la población en que se realizará la investigación.

2.3. Fundamentación Legal

Las leyes y acuerdos que se deben considerar en este trabajo de investigación son los siguientes:

2.3.1. Ley Orgánica de Educación Intercultural 2012

En el capítulo III " DE LOS FINES DE LA EDUCACION"

Art.3 (Mención de los fines).- Los fines de la Educación Ecuatoriana:
b) Desarrollar la capacidad física, intelectual, creadora y crítica del estudiante, respetando su identidad personal para que contribuya activamente a la transformación moral, política, social cultural y económica del país.

El Programa de Ciclo Básico Acelerado cuenta con el reconocimiento del Ministerio de Educación mediante el Acuerdo304 de la resolución No.1101 del 17 de marzo del 2008.

2.3.2. Nueva Constitución 2008

En el capítulo VII "RÉGIMEN DEL BUEN VIVIR"

Art.343.- El sistema nacional de educación tendrá como finalidad el desarrollo de capacidades y potencialidades individuales y colectivas de la población, que posibiliten el aprendizaje, la generación y la utilización de conocimientos, técnicas, saberes, artes y cultura. El sistema tendrá como centro el sujeto que aprende, y funcionará de manera flexible y dinámica incluyente, eficaz y eficiente.

En el Acuerdo Ministerial del Código de Convivencia emitida por el Ministro de Educación .Raúl Vallejo Corral, se menciona:

QUE "… de la comunidad educativa deben conocer y aplicar sus derechos y deberes, para mejorar la convivencia dentro y fuera de las instituciones educativas,…".

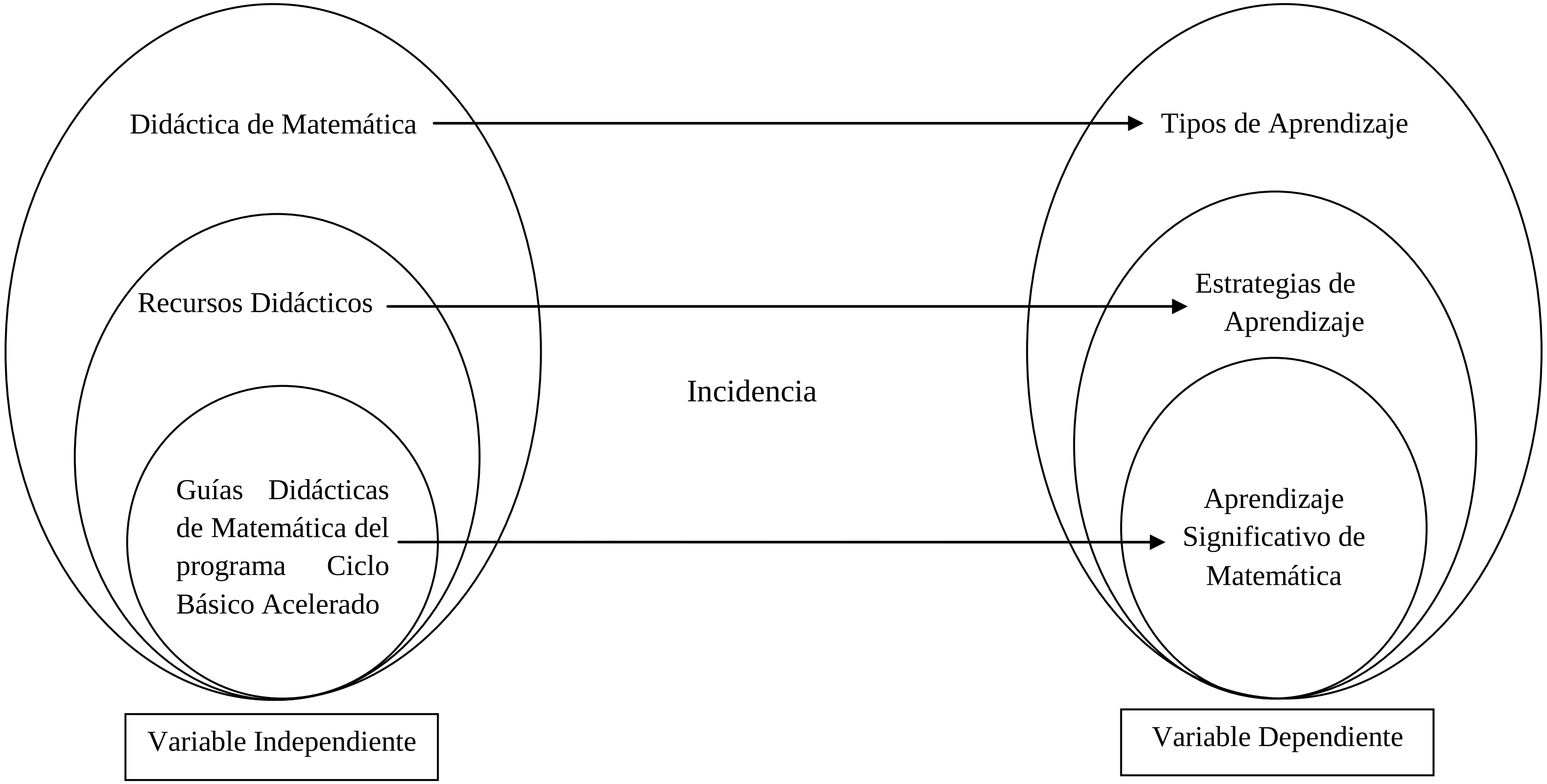
QUE "… está expuesta a violencia y maltrato, siendo la familia y la institución educativa, entre otras, reproductoras de estos esquemas de comportamientos que afectan al desarrollo integral de la personalidad del ser humano…".

Según el Código de la Niñez y la Adolescencia, publicado por Ley No. 100. En Registro Oficial 737 de 3 de Enero del 2003.

Art. 38.- "…a) Desarrollar la personalidad, las aptitudes y la capacidad mental y física del niño, niña y adolescente hasta su máximo potencial, en un entorno lúdico y afectivo".

2.4. Categorías Fundamentales

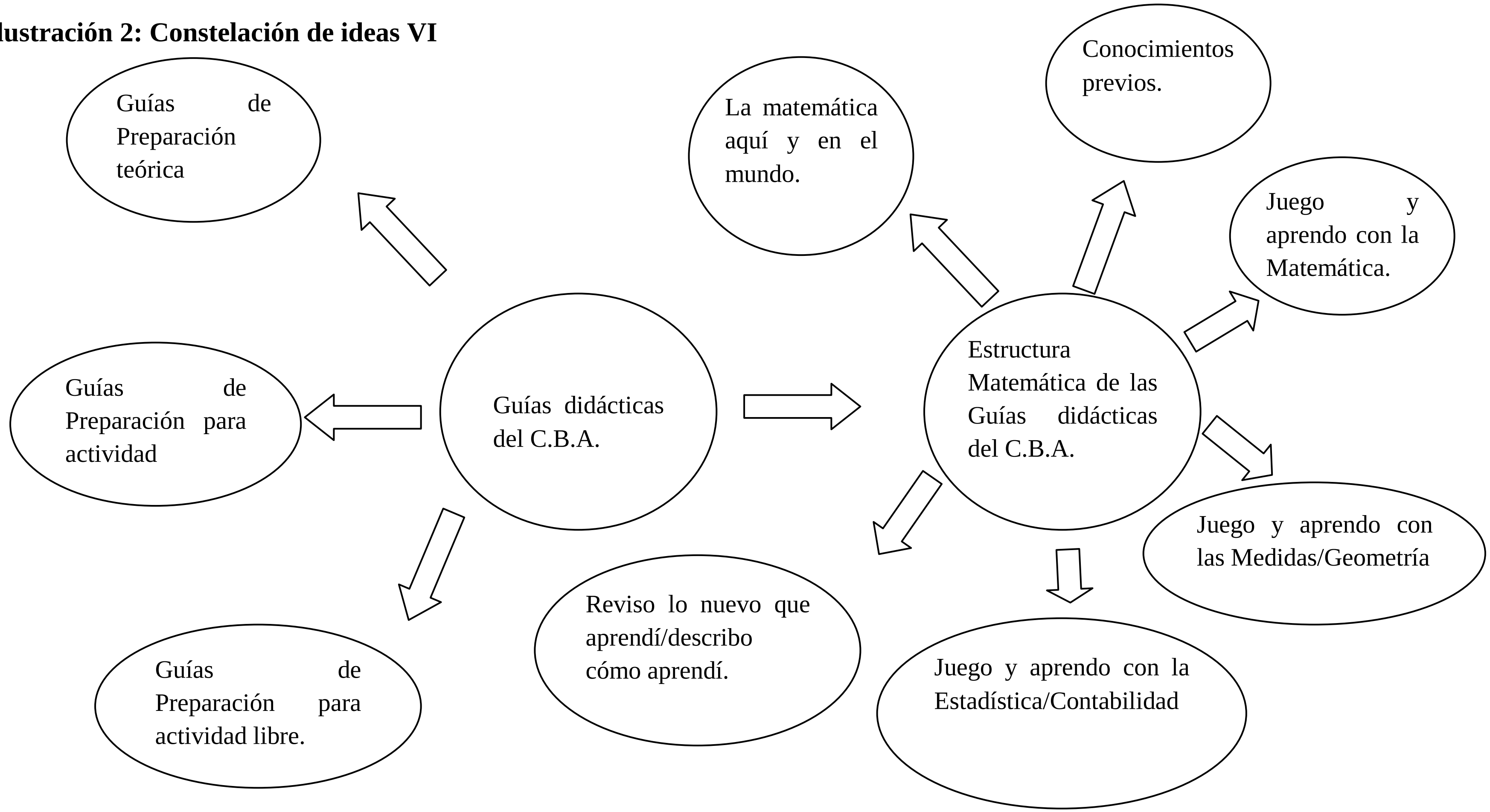
Ilustración 1: Categorías fundamentales



Elaborado por: Milton Coronel.

2.4.1. Constelación de ideas de la variable independiente

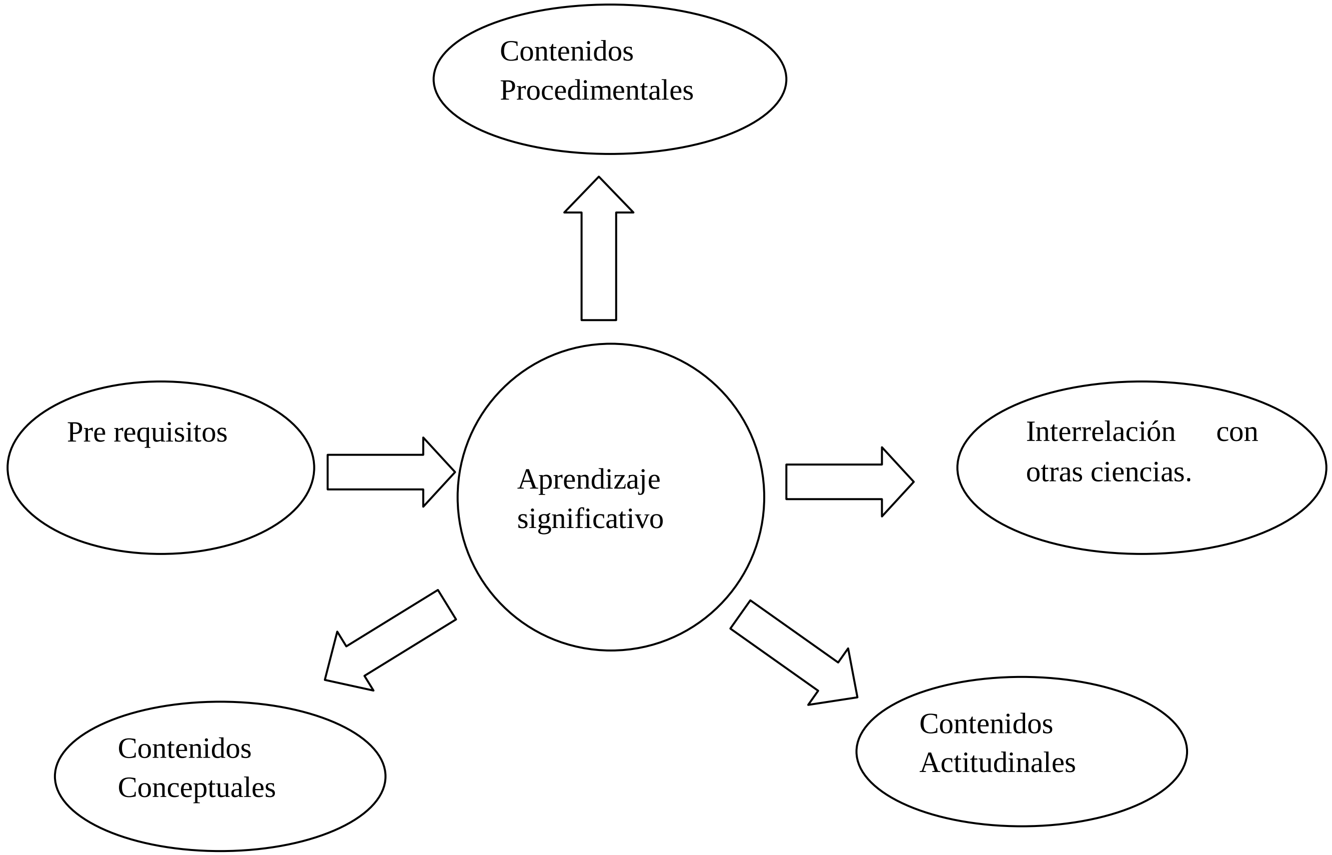
Ilustración 2: Constelación de ideas VI



Elaborado por: Milton Coronel.

2.4.2. Constelación de ideas de la variable dependiente

Ilustración 3: Constelación de ideas VD



Elaborado por: Milton Coronel.

2.5. Planificación Curricular

Para conceptualizar la planificación curricular debemos iniciar con la inquietud: ¿Qué es planificar? Es el proceso que consiste en programar todos los pasos para obtener un producto de calidad, en nuestro caso organizamos le proceso educativo para obtener estudiantes aptos para continuar sus estudios de bachillerato.

Planificar consiste en proyectarse al futuro, preveer las acciones tendientes a obtener resultados dejando de lado toda improvisación, se diría que planificar es pensar hacia delante. Antes de definir la planificación curricular es necesario definir algunos tipos de currículo.

2.5.1. Tipos de Currículo

2.5.1.1. Currículo Abierto.-Aquel que permite la flexibilidad y diversificación curricular, flexibilidad debido a que tiene en cuenta los intereses, perspectivas de los alumnos, y diversificable debido a que se adecúa a las características de cada realidad educativa.

2.5.1.2. Currículo Cerrado.- Debido a que no permite innovación alguna. Es una característica del currículo de formación de las instituciones armadas.

2.5.1.3. Currículo Único.-Aquel que permite la unificación de criterios curriculares para varios países, un ejemplo es la propuesta curriculares de los países que integran la comunidad económica europea.

2.5.1.4. Currículo Oculto.- Aquel que se emplea para trasmitir de manera indirecta algún tipo de concepción (Marchán, 2006).

"…la planificación curricular se ocupa solamente de determinar que debe hacerse, a fin de que posteriormente puedan tomarse decisiones prácticas para su implantación. La planificación es un proceso para determinar "adonde ir" y establecer los requisitos para llegar a ese punto de la manera más eficiente y eficaz posible” (Kaufman, 1989).

“Planificar es la acción consistente en utilizar un conjunto de procedimientos mediante los cuales se introduce una mayor racionalidad y organización en acciones y actividades previstas de antemano con las que se pretende alcanzar determinados objetivos, habida cuenta de la limitación de los medios” (Egg, 2005)

2.5.2. Concepto de Planificación Curricular

Comprende el proceso de previsión, realización y control de las diversas actividades involucradas, que intervienen en un hecho, fenómeno o proceso determinado.

La planificación debe ser entendida como un proceso encaminado a la consecuencia de resultados determinados con anterioridad, partiendo de necesidades y ajustándose a los medios disponibles. Así se entiende el que no exista una definición única.

Planificación curricular es el proceso de previsión de las acciones que deberán realizarse en la institución educativa con la finalidad de vivir, construir e interiorizar en experiencias de aprendizaje deseables en los estudiantes. Debemos orientar todos los esfuerzos al diseño y elaboración del plan curricular, en el cual están estructurados todos los componentes (campos) que debieran ser considerados.

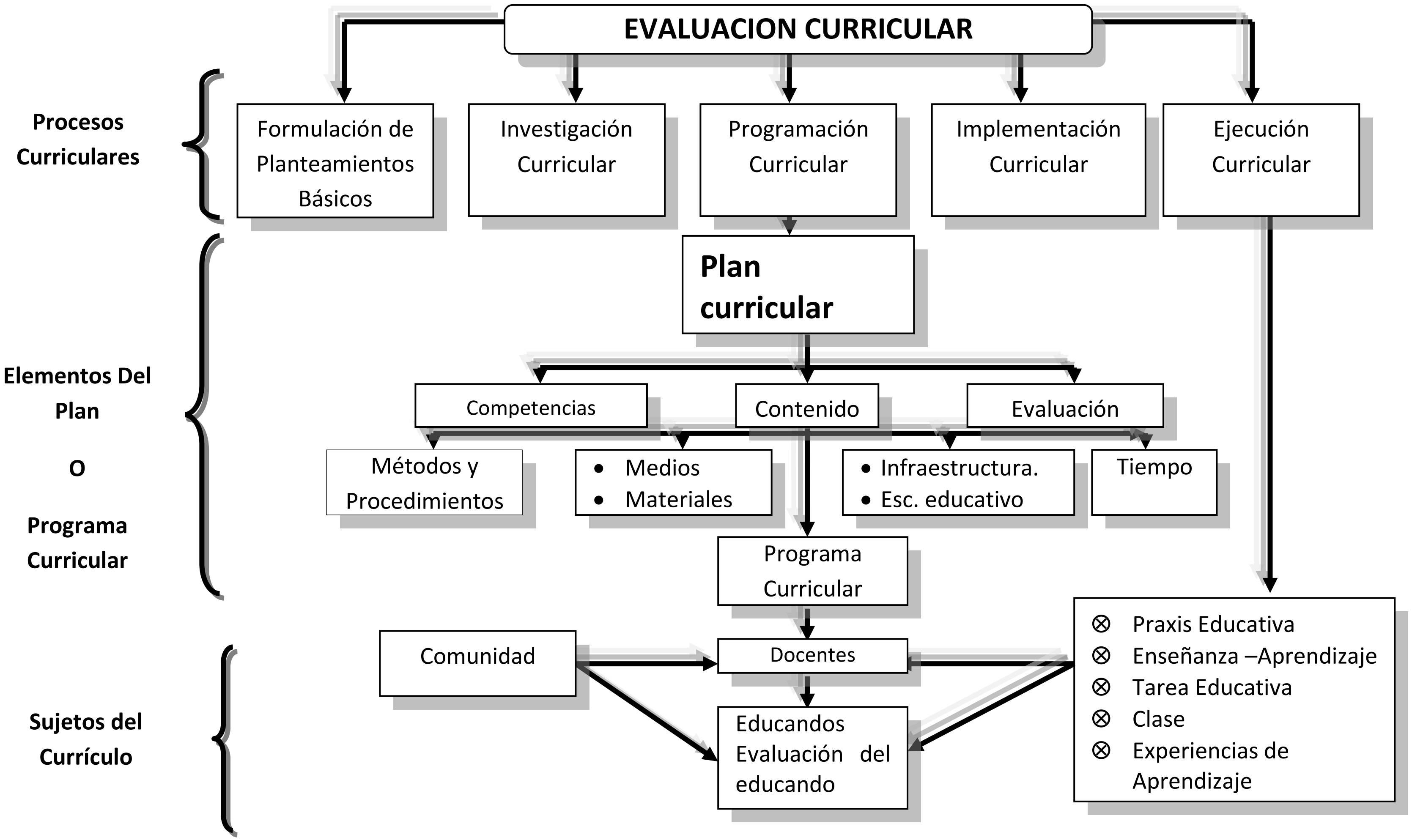
Los elementos que intervienen en el proceso educativo son: objetivos y/o competencias, contenidos, actividades, métodos, procedimientos y técnicas, medios y materiales educativos (recursos didácticos), escenario educativo, tiempo y diseño (propuesta) de evaluación. Asimismo, en el proceso de planificación curricular intervienen los sujetos de la educación en una acción dinámica y permanente.

2.5.2.1. Características de la Planificación Curricular

Todo proceso de planificación se caracteriza por los siguientes rasgos:

- Es un proceso integral, ya que abarca estructuralmente a todos los niveles, procesos, campos, elementos curriculares y sujetos que en ella intervienen.
- Participativa, porque en su diseño y desarrollo intervienen las autoridades, profesores, estudiantes y la comunidad de una determinada institución educativa.
- Orgánica, ya que es una etapa o fase de la planificación curricular que debe realizarse por los docentes, ya que está normado y es imprescindible en todo proceso de enseñanza aprendizaje
- Permanente, puesto que no es un proceso ocasional, estático, sino continuo que se desarrolla paralelo a todo el proceso educativo.
- Flexible porque se considera que el plan curricular no es algo rígido ni inmutable, debe posibilitar los cambios que el diagnóstico del entorno o realidad del estudiante requieran.
- Es un proceso con objetivos, tareas concretas según el nivel y modalidad educativa de acuerdo a las necesidades de la institución.
- Se estructura en base a diseños o fases, conservando los principios de la administración, pedagógicos y del área curricular.
- Tiene en cuenta las características de la realidad educativa en la cual se desarrollará el proceso educativo, como parte del proceso organizacional, en concordancia con los fines y objetivos de esta.
- Tiene como finalidad: organizar de manera racional y coherente el proceso educativo.
- Presenta diversos enfoques como sistema, proceso administrativo y organizacional.

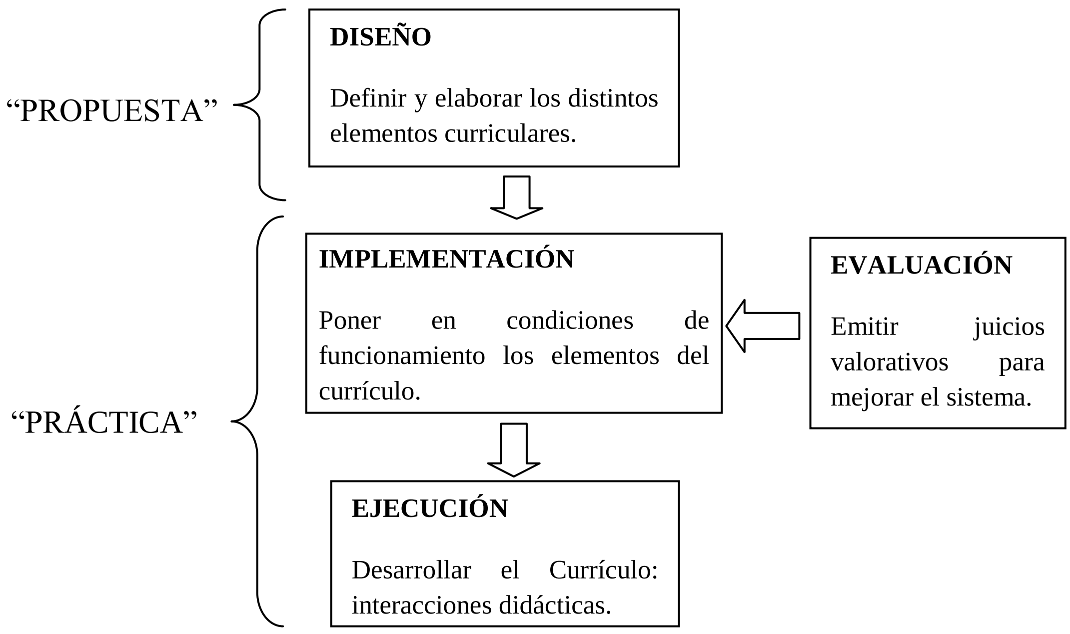
Ilustración 4: Planificación curricular: Procesos, elementos y sujetos del currículo.



2.5.2.2. Proceso en la planificación curricular

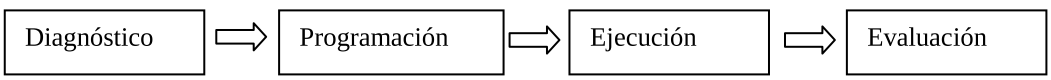
El currículo pasa por una serie de micro procesos que causan la modificación a lo largo del tiempo de sus elementos, los procesos del currículo son: Diseño, implementación, ejecución y evaluación, todos ellos constituyen una fase de un mismo objeto de estudio lo que revela la naturaleza dinámica del currículo (Chadwich, 2007)

Ilustración 5: Procesos Curriculares



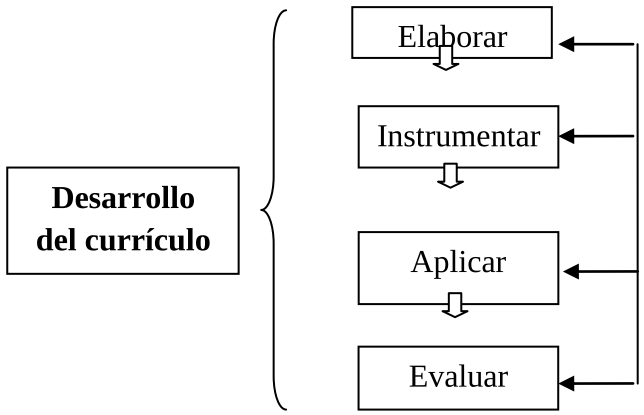
El proceso de planificar no es un acto rígido, cuya aplicación resulte constante en todos los casos y universalmente para quienes quieren planificar, no obstante existe un procedimiento de actuación que prácticamente se mantiene constante en cada uno de los modelos, el cual podemos sintetizar en el siguiente esquema (Sancho, 1995).

Ilustración 6: Proceso de Planificar



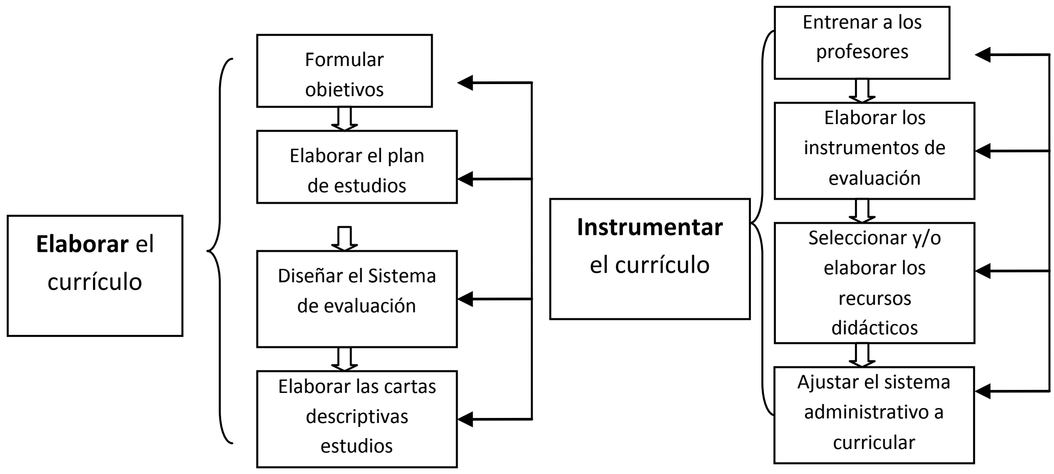
Por otro lado no consideran el diagnóstico como fase previa al proceso sino como algo que necesariamente debe hacerlo el planificador y que es parte inherente antes de iniciar todo proceso de planificación (Aznar, 2007).

Ilustración 7: Desarrollo del Currículo



Para el autor, según el esquema presentado, la elaboración, instrumentación y evaluación del currículo, son funciones que corresponden al subsistema de planeación de una institución educativa; mientras que la aplicación del currículum corresponde a una función del sistema de enseñanza. En cada uno de estos procesos corresponde la realización de determinadas tareas, que resumiremos a continuación:

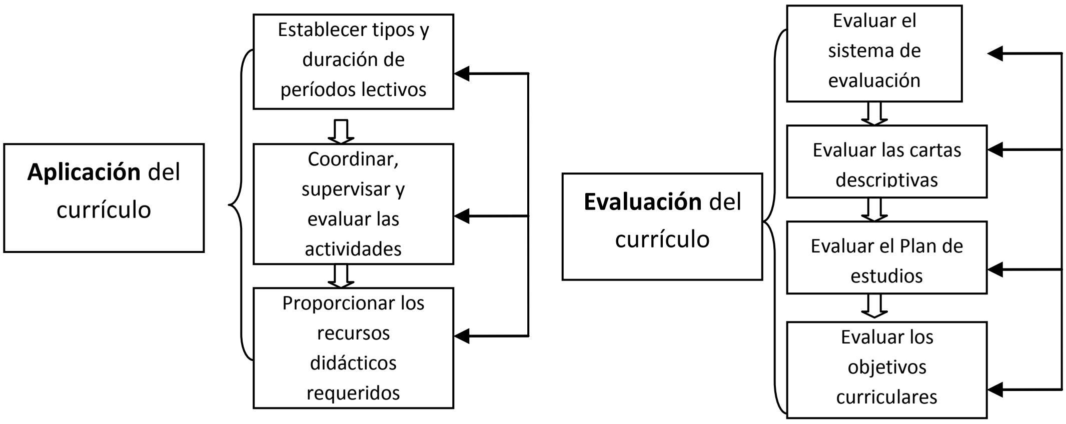
Ilustración 8: Procesos del Currículo (A)



Elaborado por: Ana Bonifaz

La Aplicación del currículo, implica necesariamente una adaptación a casos concretos según la realidad de la institución educativa, de los sujetos que en él intervienen y del contexto de la realidad en que se desenvuelve, incluye la realización de determinadas actividades.

Ilustración 9: Procesos del Currículo (B)



Elaborado por: Ana Bonifaz

La Evaluación del currículo, va permite establecer su valor como recurso normativo principal de un proceso concreto de enseñanza-aprendizaje, para determinar la conveniencia de consérvalo, modificarlo o sustituirlo.

Esta actividad por formar parte de la planificación curricular debe caracterizarse por ser: deliberada, sistemática y permanente, desde el momento en que se inicia la construcción del currículo. Además se hace necesario distinguir dos facetas de la evaluación curricular: la evaluación formativa y la evaluación acumulativa, distintas en cuanto al tipo de información disponible en el momento de emitir un juicio de valor, pero idénticas en el propósito de valorar el currículo.

A través de la evaluación acumulativa se puede distinguir cuatro tareas fundamentales que se debe evaluar, la congruencia entre los diversos elementos que conforman el currículo, a lo que denominaremos coherencia interna, aquella que existe entre los objetivos, contenidos, actividades, metodología, criterios e instrumentos de evaluación (coherencia interna horizontal); y la relación que existen entre los lineamientos de doctrina curricular y los demás procesos del currículo, a esto último llamaremos coherencia interna vertical (Aznar, 2007).

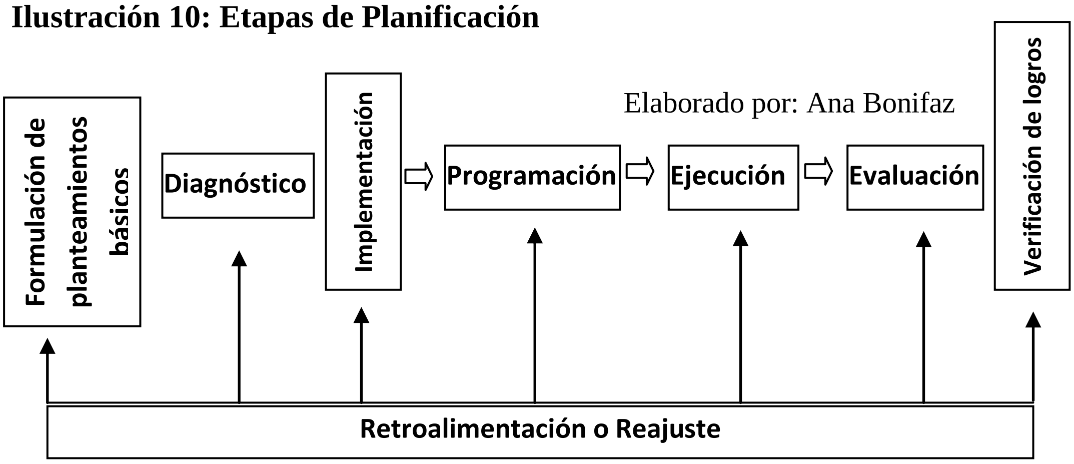
La coherencia externa, está delimitada por la relación y congruencia que debe existir entre el diseño curricular y su adecuación a las condiciones sociales de la institución educativa.

En dependencia de los sujetos que lleven a cabo la evaluación del currículo, podemos considerar: una evaluación interna y evaluación externa.

La evaluación interna, es llevada a cabo por algunos o todos los sujetos que laboran dentro de la institución educativa y, la evaluación externa, cuando la realizan expertos de otras instituciones. Ambos tipos de evaluación deben conllevar a la formulación de juicios de valor lo más objetivos posibles para la posterior adecuada y oportuna toma de decisiones en beneficio del logro de los objetivos propuestos en la formulación de lineamientos de doctrina curricular.

El proceso incluye etapas concretas de la planificación y fases o sub-etapas que anteceden o enlazan una etapa con otra como aspectos inherentes al proceso se considera la formulación de planteamientos básicos previos al inicio del desarrollo de cada etapa y la retroalimentación como aspecto intervinientes en todo proceso, así como fases o sub-etapas de implementación y verificación de resultados, desde un punto de vista holístico e integral podemos resumirlo en el siguiente esquema:

Ilustración 10: Etapas de Planificación



Elaborado por: Ana Bonifaz

2.6. Fundamentación científica de la variable independiente

2.6.1. La Didáctica de la Matemática como disciplina científica

Dentro de la comunidad de investigadores que, desde diversas disciplinas se interesan por los problemas relacionados con la educación Matemática, se ha destacado en los últimos años principalmente en Francia, un grupo donde sobresalen los nombres de Brousseau, Chevallard, Vergnaud que se esfuerza en realizar una reflexión teórica sobre el objeto y los métodos de investigación específicos en Didáctica de la Matemática. En junio de 1993 se celebró en París un coloquio titulado "Veinte años de Didáctica de las Matemáticas en Francia: homenaje a Guy Brousseau y Gérard Vergnaud". Constituye un hito en esta comunidad de investigadores, aunque también podría tomarse el año 1970 con la creación de los primeros IREM: Institutos para la Investigación de la Enseñanza de las Matemáticas, conjuntamente con la publicación de los primeros artículos de Brousseau.

Otro acontecimiento reciente fue la realización del I Congreso Internacional sobre la teoría antropológica de lo didáctico: "Sociedad, Escuela y Matemática: las aportaciones de la TAD", realizado en octubre del 2005 en Baeza, España. El propósito de este congreso fue reunir a los investigadores que trabajan actualmente en el campo de la TAD (Teoría Antropológica de lo Didáctico) para hacer un balance tanto de los resultados y avance en los últimos 25 años de la investigación fundamental, como del desarrollo del sistema de enseñanza y la formación docente. El comité científico estuvo formado por Artaud, Bosch, Chevallard, Godino, Espinoza, Estepa, Gascón, Orús, Ruiz Higueras y Contreras de la Fuente.

Este equipo de investigadores son los que contribuyen a una concepción llamada por sus autores "fundamental" de la Didáctica, que presenta caracteres diferenciales respecto de otros enfoques: concepción global de la enseñanza, estrechamente ligada a la Matemática y a teorías específicas de aprendizaje, y búsqueda de paradigmas propios de investigación, en una postura integradora entre los métodos cuantitativos y cualitativos.

Como característica de esta línea puede citarse el interés por establecer un marco teórico original, desarrollando sus propios conceptos y métodos y considerando las situaciones de enseñanza y aprendizaje global. Los modelos desarrollados comprenden las dimensiones epistemológicas, sociales y cognitivas, tratan de tomar en cuenta la complejidad de las interacciones entre el saber, los estudiantes y el profesor, dentro del contexto particular de la clase.

El primer concepto creado por G. Brousseau, que formó parte de los demás desarrollos, es el de la Teoría de las Situaciones, formulada en su primera fase a principios de los setenta, desarrollada en una segunda fase hasta la publicación de la tesis de Brousseau y seguida por los aportes de Chevallard en términos de instituciones y de las relaciones con el saber. Brousseau establece que: "La Didáctica de la Matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto la enseñanza, evidentemente en lo que ellas tienen de específico de la Matemática"

Los resultados en este dominio, son cada vez más numerosos; tratan los comportamientos cognitivos de los estudiantes, pero también los tipos de situaciones empleados para enseñarles y sobre todo los fenómenos que genera la comunicación del saber. La producción o el mejoramiento de los instrumentos de enseñanza encuentran aquí un apoyo teórico, explicaciones, medios de previsión, de análisis, sugerencias y aún dispositivos y métodos. Presentaremos, a continuación, una síntesis de los principales conceptos ligados a esta línea de investigación, en palabras del propio Brousseau.

"... la teoría de situaciones estudia: la búsqueda y la invención de situaciones características de los diversos conocimientos matemáticos enseñados en la escuela, el estudio y la clasificación de sus variantes, la determinación de sus efectos sobre las concepciones de los alumnos, la segmentación de las nociones y

su organización en procesos de aprendizaje largos, constituyen la materia de la didáctica de las matemáticas y el terreno al cual la teoría de las situaciones provee de conceptos y de métodos de estudio. Para los profesores como para los alumnos, la presentación de los resultados de estos trabajos renueva su conocimiento así como la idea que tienen de las matemáticas, y esto incluso si es necesario desarrollar todo un vocabulario nuevo para vincular las condiciones en las que emergen y se enseñan las nociones matemáticas básicas, con la expresión de dichas nociones en la cultura matemática clásica".(Aznar, 2007).

Los didactas que comparten esta concepción de la didáctica relacionan todos los aspectos de su actividad con las Matemáticas. Se argumenta, para basar ese enfoque, que el estudio de las transformaciones de la Matemática, bien sea desde el punto de vista de la investigación o de la enseñanza, siempre ha formado parte de la actividad del matemático, de igual modo que la búsqueda de problemas y situaciones que requieran para su solución una noción Matemática o un teorema.

El sistema didáctico en sentido estricto, como formado esencialmente por tres subsistemas: **el profesor, el alumno y saber enseñar**. Un aporte de la Teoría de las Situaciones Didácticas (TSD) al estudio de los procesos de aprendizaje de las Matemáticas en el contexto escolar es la inclusión, en el clásico triángulo didáctico "maestro, alumno, saber", de un cuarto elemento: **el medio**.

El medio (*milieu*) se define como el objeto de la interacción de los alumnos: es la tarea específica que deben llevar a cabo, y las condiciones en que deben realizarla, es decir, el ejercicio, el problema, el juego, incluyendo los materiales, lápiz y papel u otros. En una acepción un poco más amplia, el medio al que el alumno se enfrenta incluye también las acciones del maestro, la consigna que da, las restricciones que pone, las informaciones y las ayudas que proporciona, y podríamos agregar, las expectativas que tiene sobre la acción de los alumnos y que mediante mecanismos diversos, transmite. Es decir, es el subsistema sobre el cual actúa el alumno (materiales, juegos, situaciones didácticas, etc.)(Johsua, 2002).

Además está el mundo exterior a la escuela, en el que se hallan la sociedad en general, los padres, los matemáticos, etc. Pero, entre los dos, debe considerarse una zona intermedia, la **noosfera**, que, integrada al anterior, constituye el sistema didáctico en sentido amplio, y que es lugar, a la vez, de conflictos y transacciones por las que se realiza la articulación entre el sistema y su entorno. La noosfera es por tanto *"la capa exterior que contiene todas las personas que en la sociedad piensan sobre los contenidos y métodos de enseñanza"*.

Estos conceptos tratan de describir el funcionamiento del sistema de enseñanza -y de los sistemas didácticos en particular- como dependientes de ciertas restricciones y elecciones. Asimismo, tratan de identificar dichas restricciones y poner de manifiesto cómo distintas elecciones producen modos diferentes de aprendizaje desde el punto de vista de la construcción por los alumnos de los significados de las nociones enseñadas.

La teoría que estamos describiendo, en su formulación global, incorpora también una visión propia del aprendizaje matemático, aunque pueden identificarse planteamientos similares sobre aspectos parciales en otras teorías (Educ.ar, 2011).

2.6.2. Recurso didáctico

Un recurso didáctico es cualquier material que se ha elaborado con la intención de facilitar al docente su función y a su vez la del estudiante, los recursos de enseñanza han evolucionado a través del tiempo y hoy en día están presentes con mayor relevancia en el ámbito educativo. La necesidad de llevar a los estudiantes experiencias y conocimiento significativo, potenciar sus habilidades intelectuales e incentivar a la manifestación de ideas, actitudes y sentimientos son algunas de las razones que han permitido incorporar estos medios en el proceso de enseñanza aprendizaje (García, 2005).

Los avances científicos y tecnológicos han dado lugar a una nueva sociedad, de igual manera evolucionaron los diversos medios de enseñanza, los cuales se han diseñado para ofrecer nuevos y mejores recursos que puedan ser utilizados por el docente y el estudiante en pro de la participación activa, la motivación del estudiante, la retención de información, la concentración y el auto aprendizaje.

La escuela ha considerado los medios de comunicación visual, audiovisual y auditivos como generadores de conocimiento y de apoyo para la transmisión de numerosas informaciones, los cuales han asumido un papel de soportes coadyuvantes y motivadores para el tratamiento de los contenidos del currículo.

Como los recursos didácticos deben utilizarse en un contexto educativo, surge la interrogante: ¿Qué funciones o características tienen los recursos didácticos?, para responder lo resumiremos en seis funciones:

1. Presentar la información clara y guiar la atención y los aprendizajes.
2. Aportar información y contenidos relevantes, e ilustraciones sin sobrecargas, agentes distractores, colores, formas, inusuales y poco atractivas, otros.
3. Explicar en forma sencilla los objetivos educativos que se persiguen.
4. Organizar la información en: resúmenes, síntesis, y mapas conceptuales, para facilitar la comprensión.
5. Preguntas y ejercicios para orientar la relación de los nuevos conocimientos con los conocimientos anteriores de los estudiantes para desarrollar habilidades, y tareas intelectuales.
6. Crear entorno y ambientes para la expresión y creación e imaginación.

2.6.3. Clasificación de los recursos

2.6.3.1. Medios audiovisuales

Medios audiovisuales son los medios de comunicación social que tienen que ver directamente con la imagen como la fotografía y el audio. Los medios audiovisuales se refieren especialmente a medios didácticos que, con imágenes y grabaciones, sirven para comunicar mensajes y contenidos específicos.

La televisión, el cine y los videos, en el contexto educativo, son poderosos medios para el aprendizaje. Resultados de investigaciones desarrolladas demuestran que dentro de los valores educativos que contienen, están los siguientes: programas televisivos, películas y videos apropiados, da por resultado un mayor aprendizaje en menos tiempo y una mayor retención de lo aprendido, que se da a partir del lenguaje de las imágenes en movimiento y mensajes atractivos, que despiertan el interés por aprender, motiva la actividad del conocimiento, desarrolla la creatividad y estimula la fantasía, y acelera el ritmo de la clase.

El uso de la televisión, del cine y el video en el aula de clases, ofrecen además toda una serie de ventajas al maestro para desarrollar su proceso didáctico educativo:

- Permiten mostrar situaciones históricas presentes y futuras.
- Muestran realidades lejanas en el tiempo y en el espacio.
- Integran imagen, movimiento, color y sonido a realidades complejas.
- Mantienen la atención de los estudiantes.
- Posibilitan procesos de retroalimentación en forma grupal.
- Se pueden realizar análisis y comparaciones con la realidad de cada uno, de acuerdo a sus propias experiencias.
- Permiten la interactividad en la clase.
- Se pueden reutilizar cuantas veces sea necesario.
- Proporcionan un punto de vista común.
- Integran otros medios de enseñanza.
- Transmiten información como explicación, aclaración o refuerzo de determinados contenidos que se vayan a impartir.
- Muestran hechos y situaciones para comprobar determinados procesos.
- Desarrollan el sentido crítico y la lectura activa de éstos medios como representaciones de la realidad.
- Permiten adquirir, organizar y estructurar conocimientos teniendo en cuenta el proceso comunicativo y semántico que utilizan los medios audiovisuales.

- Fomentan y estimulan la imaginación. Aunque toda imagen se delimita y se presenta de una manera exuberante, detallada que transforma la realidad, la combinación de estos recursos con otros medios dentro del aula, pueden generar e incitar la imaginación y creatividad del estudiante, con una orientación precisa y objetiva del docente.

En la utilización didáctica de los medios audiovisuales se encuentra la actitud que los profesores deben tener durante la utilización de los contenidos e informaciones a través de programas, documentales, películas, videos en clase, la relación y evaluación de los contenidos dominados por los alumnos y los presentados por el medio audiovisual, la interacción entre las actividades posteriormente realizadas por el profesor a la observación y atención de contenido.

2.6.3.2. Medio visuales

Son medios textuales o impresos, con el nacimiento de la imprenta a finales del siglo XV, se genera un recurso capaz de plasmar en forma condensada y sintetizada la cultura y el conocimiento.

Gracias a la imprenta y al afán de democratizar las ideas se impulsó un modelo de escolaridad basado en el aprendizaje por medio de los textos escolares. Sin embargo hoy día se pueden encontrar diversos materiales impresos que transmiten información mediante el lenguaje escrito, aunque muchas veces se encuentra acompañado de imágenes o dibujos que lo complementan.

Actualmente estos medios continúan siendo utilizados en su mayoría, considerándose entre ellos: Los libros de texto, diccionarios, catálogos, manuales, cuadernos de trabajo, periódicos, revistas, documentos históricos, las guías didácticas, mapas, afiches, murales, etc.

Es posible realizar una clasificación en función de los beneficiarios de los medios textuales de la siguiente manera:

1. Material orientado al profesor: dentro del cual se incluyen todos aquellos recursos elaborados con el fin de orientar al profesor, por ejemplo, las guías didácticas y las guías curriculares.
2. Material orientado al alumno: dentro del cual se encuentra todo el material textual, que persigue brindar algún tipo de experiencia que conduzca al aprendizaje del estudiante, algunos son los libros de texto, las guías didácticas y el material de lecto-escritura.

2.6.3.3. Medios auditivos

Estos medios emplean el sonido como la modalidad de codificación de la información. El uso de este medio en el aula de clase ha dado lugar a la creación de los laboratorios de idiomas, que han permitido desarrollar habilidades auditivas para el manejo de lenguas extranjeras. Por otro lado se ha beneficiado la educación preescolar y primaria con la utilización de estos medios, para estimular la imaginación de los niños con cuentos grabados o musicales.

Se pueden encontrar dos grupos de medios de enseñanza que utilizan el sonido, estos son:

- Los medios de enseñanza que utilizan el sonido en medios naturales: se refiere a todos aquellos sonidos que se captan directamente de la experiencia o de la interacción con el ambiente, algunos ejemplos son: el sonido de las aves, los instrumentos musicales y los ruidos cardiacos o respiratorios.
- Los medios de enseñanza que utilizan el sonido en medios técnicos: en este grupo entran todos los recursos que permiten conservar el sonido para su posterior uso, algunos son: Software educativos, cd`s, radio, mp3 y otros.

Estos medios de enseñanza están presentes en nuestro ambiente y es deber de los profesores, los estudiantes, las instituciones y la comunidad, velar porque se utilicen las estrategias didácticas adecuadas, que permitan integrar estos recursos y cumplir de la mejor manera con los objetivos propuestos a favor del proceso de enseñanza aprendizaje.

2.6.3.4. Los medios materiales

Los materiales didácticos. Son aquellos materiales que se utilizan en el aula y pueden ser materiales permanentes de trabajo, materiales informativos, materiales ilustrativos y materiales experimentales. Llamamos materiales didácticos aquellos medios o recursos concretos que auxilian la labor de instrucción y sirven para facilitar la comprensión de conceptos durante el proceso de enseñanza-aprendizaje, ejemplo: pizarrón, rotafolio.

Los materiales didácticos permiten:

- Presentar los temas y conceptos de una manera objetiva y clara.
- Proporcionar al aprendiz medios variados de aprendizaje.
- Estimular el interés y la motivación del grupo.
- Acercar a los participantes a la realidad y darán significado a lo aprendido.
- Facilitar la comunicación.
- Complementar las técnicas didácticas.
- Economizar tiempo.

2.6.4. Guías didácticas

Los materiales didácticos escritos de manera general y específicamente la guía de estudio, constituyen un soporte principal en el aprendizaje autónomo del estudiante, siendo la auto preparación, precisamente, una de las formas organizativas en el proceso de enseñanza aprendizaje (PEA). Mediante la resolución de las guías de estudio, el estudiante de manera gradual y sistemática va incorporando los nuevos conocimientos y reforzando los ya adquiridos (Delgado, 2008).

La guía de estudio debe conjugar los contenidos propios de las asignaturas, para la cual se ha hecho, con elementos de orientación (la tarea docente), que permitan al estudiante realizar el estudio independiente. Se debe diseñar por cada unidad didáctica o temas que conlleven a la construcción de un conocimiento determinado y al desarrollo de actitudes y hábitos. Esta herramienta de estudio debe colegiarse en los colectivos de asignatura para dar la horizontalidad del PEA.

Hay autores que afirman, a los cuales nos anexamos, que los materiales didácticos, en los que comprendemos a las guías de estudio, que para que estos tengan calidad deben de tener implícitos los siguientes parámetros:

- Elementos introductorios, que lleva la introducción al tema y los objetivos, pudiéndosele adicionar el esquema conceptual del mismo.
- Elementos de contenido, el contenido y la tarea docente a realizar, o sea las actividades de aprendizaje.
- Elementos retroalimentadores, como la bibliografía básica y complementaria y algunas preguntas de autoevaluación o ejercicios.

Otros elementos importantes a tener en cuenta en la guía, es que debe establecer un vínculo entre los conocimientos ya adquiridos por el estudiante y la nueva información que va a aprender.

La guía se recomienda que se diseñe de manera que sea como una conversación didáctica, que orienta y adentra al estudiante en el tema o contenido, indicándole que va a hacer, si debe leer, redactar, establecer paralelismos, hacer mapas o esquemas conceptuales, interrelacionarlo con otras materias, disciplinas o asignaturas, dónde lo debe buscar, etc. Estas orientaciones expresan las ¨ayudas¨ que se le da al estudiante y que pueden ser:

1. Anteriores.- Son las que se hacen antes que el estudiante comience la lectura del texto básico, contextualizando para cada capítulo, tema o contenido.
2. Paralelas.- Como su nombre lo indica las ayudas que se brindan progresivamente mediante el desarrollo del tema.
3. Posteriores.- Dadas a la orientación de la revisión de los contenidos.

Hay un conjunto de orientaciones generales que previamente pueden ayudar al estudiante a que su aprendizaje sea significativo, cuando le indicamos al estudiante que lea minuciosamente, según la Dra. Bernardo, es identificar las ideas claves, empleando el método de comprensión de lectura (sujeto lógico, predicado lógico), que significa ¿De quién o quiénes se habla? y ¿Qué se dice de aquello que se habla? Esto implica identificar o definir el fenómeno o proceso, explica, comparar y jerarquizar. Para identificar las ideas claves hay que preguntar: ¿qué es?, ¿cómo es?, ¿por qué es? (Bernardo, 2004).

Otro aspecto importante descrito por esta doctora, es cómo elaborar un resumen, que para ello debe: realizar la lectura de todo el material bibliográfico indicado, seleccionar las ideas claves y relacionarlas, así como expresar con fluidez y precisión el contenido de la información. Para comparar debe, identificar los objetos, fenómenos, procesos o hechos, determinar qué compara, o sea ¿cómo es?, precisar las características y expresar las diferencias y semejanzas. Después de versar sobre aspectos necesarios que contiene una guía de estudio, describiremos cada uno de sus componentes:

2.6.4.1. Datos Informativos

1. Guía de estudio (especificando el número de la misma, que debe ser consecutivo con las demás).
2. Nombre del profesor.
3. La asignatura.
4. Tema (título del mismo)
5. Sumario (todos los aspectos)

2.6.4.2. Introducción.- En esta debe aparecer un bosquejo sobre el tema en cuestión, su importancia para la profesión, indicadores significativos, si tuviera, (ejemplo: las afecciones cardiovasculares poseen una gran incidencia en Cuba y el mundo, así como altos indicadores de mortalidad), motivación, nexos con otros temas o asignaturas y los conocimientos previos necesarios para el tema.

2.6.4.3. Objetivos.- Los mismos se enuncian con un verbo en infinitivo que denote la acción o habilidad que se espera que el estudiante desarrolle, tienen que estar centrados en el que aprende, ya que es a él al que le corresponde ejecutar la acción por lo tanto deben ser alcanzables, operativos, con un solo tipo de resultado, y no, ambiguos.

Las acciones o habilidades a alcanzar por el estudiante pueden enunciarse como por ejemplo: identificar, analizar, resumir, comparar, explicar, citar, justificar, etc.

2.6.4.3. La Tarea Docente.- Es la orientación de cómo el estudiante puede alcanzar los objetivos propuestos, que no es más que la Base Orientadora para la Actividad (BOA), por lo que para darle salida a cada uno de los objetivos debe haber una BOA. Ejemplo: Para darle salida al objetivo No.1 deberá leer detalladamente en el texto básico los aspectos…, Después de analizar el mismo hará una comparación…, se pueden utilizar símbolos para identificar la actividad a realizar, como son un libro si se tratara de leer varios libros si es una revisión bibliografía u otros.

2.6.4.4. Bibliografía.- Se detallará todas las que puede consultar tanto la básica como la complementaria, puede especificar los capítulos o tomos donde puede encontrarlo.

2.6.4.5. Auto evaluación.- Una vez que el estudiante concluya su auto preparación en el o los temas se puede orientar ayudas paralelas como:

1. Preguntas encaminadas a destacar los aspectos en el tema se puede orientar.
2. Que realice comentarios que le permitan establecer la conexión del contenido sabido con aprendido en la auto preparación.
3. Analizar las dificultades o dudas que aún no han resuelto.
4. Comentar o profundizar del tema con información que de manera individual haya buscado.

2.7. Fundamentación científica de la variable dependiente

2.7.1 Aprendizaje

El aprendizaje se define como un cambio en la capacidad o disposición humana, relativamente duradero y además no puede ser explicado por procesos de maduración. Este cambio es conductual, lo que permite inferir que sólo se logra a través del aprendizaje (Hunt, 2001).

Puede definirse el aprendizaje como un cambio en la conducta, relativamente permanente, que ocurre como resultado de la experiencia. Al usar la expresión "relativamente permanente", esta definición elimina la fatiga y los factores motivacionales como posibles causas del cambio. Al afirmar que el cambio se debe a la experiencia, también se excluyen como causas del cambio los factores madurativos.

2.7.2. Leyes del Aprendizaje

Según Maddox, el aprendizaje se rige por las siguientes leyes:

- Ley de la preparación: cuando una tendencia a la acción es activada mediante ajustes, disposiciones y actitudes preparatorias, el cumplimiento de la tendencia a la acción resulta satisfactorio, y el incumplimiento, molesto, entonces preparación significa prepararse para la acción: el organismo se ajusta para disponerse a actuar, como por ejemplo el animal que se prepara para saltar sobre la presa.

- Ley del ejercicio: las conexiones se fortalecen mediante la práctica (ley del uso) y se debilitan u olvidan cuando la práctica se interrumpe (ley del desuso). La fortaleza de un hábito o conexión se define entonces a partir de la probabilidad de su aparición.

- Ley del efecto: que una conexión se fortalezca o se debilite depende de sus consecuencias. Una conexión se fortalece si va acompañada luego de un estado de cosas satisfactorio. Si no, se debilita. Lo satisfactorio o no satisfactorio se mide a partir de la conducta observable, o sea si el sujeto persiste en buscar ese estado de cosas o no. Las recompensas fomentan el aprendizaje de conductas recompensadas, y los castigos o molestias reducen la tendencia a repetir la conducta que llevó a ellos.

Estas tres leyes primordiales, tienen cinco leyes subsidiarias, que Throndike consideró menos importantes: (Maddox, 2010)

- Respuesta múltiple: si el organismo no puede ensayar respuestas distintas, alcanzaría la solución correcta y no aprendería.

- Disposición o actitud: el aprendizaje está guiado por disposiciones duraderas (cultura) o momentáneas. Tales disposiciones no solo determinarán qué hará la persona, sino también que es lo que le dará satisfacción o fastidio. Por ejemplo, lo que socialmente es una recompensa, el sujeto puede entenderla como molestia o castigo.

- Predominancia de los elementos: el sujeto que aprende es capaz de reaccionar selectivamente a elementos predominantes del problema. Esto hace posible el aprendizaje analítico y por comprensión.

- Respuesta por analogía: ante un estímulo nuevo, el sujeto tiende a responder como respondía ante un estímulo semejante previo.

- Desplazamiento asociativo: si una respuesta puede mantenerse intacta a través de una serie de cambios en una situación estimulante, finalmente podrá producirse ante una situación totalmente nueva.

2.7.3. Tipos de Aprendizajes

Según Vera, los tipos de Aprendizaje son:

- **Aprendizaje innato**
  Formado por los instintos, reflejo, impulsos genéticos que hemos heredado. Nos permite aprender determinadas cosas, en interacción con el medio.

- **Por condicionamiento**
  Determinados estímulos provocan determinadas respuestas. Si los estímulos por azar o no se condicionan provocan que esta conducta inicial se refleje y se convierta un hábito.

- **Por imitación o modelaje**
  Es el que se realiza por imitación de las conductas y comportamientos de las personas. Consiste en poner en conocer las formas de actuar o de usar conocimientos para conocer más. La idea es poner en práctica lo aprendido. Por ejemplo cuando el maestro da instrucciones y ejemplifica, el estudiante imita estos procesos. El riesgo de este tipo de aprendizaje es que el estudiante no interiorice procesos y se torne en memorístico.

- **Memorístico**
  Los hechos o datos se memorizan sin comprenderlos, o relacionarlos con conocimientos previos, por medio de la repetición, no se encuentra significado a los contenidos.

- **Aprendizaje significativo**
  Es el aprendizaje donde el sujeto relaciona sus conocimientos con los nuevos dotándoles de coherencia respecto a sus estructuras cognitivas parte de cosas importantes.

- **Aprendizaje por descubrimiento**
  El sujeto no recibe los contenidos en forma pasiva, descubre los conceptos y relaciones, los ordena para adaptarlos a su nuevo esquema cognitivo.

2.7.4. Proceso de Aprendizaje.

Piaget, manifiesta que el proceso aprendizaje ocurre mediante tres procesos mentales: asimilación, desequilibrio y acomodación de conocimiento.

Asimilación**,** cuando se plantea al estudiante una situación nueva, es decir acoge nuevos estímulos externos que llegan a la mente a través de los sentidos. Desequilibrio**,** cuando en el estudiante se produce un conflicto en los esquemas mentales, que exige que se organicen y se acojan a la nueva información, éste conflicto logra que se forme nuevas estructuras para que la información se acomode en la mente y nuevamente se equilibre. Acomodación**,** se produce cuando el estudiante resuelve el conflicto con su propia actividad mental, lo que significa que asimila información y cambia las estructuras cognitivas previamente establecidas, hasta adaptarlas al nuevo contenido que percibe, la adaptación es el mecanismo por el cual una persona se ajusta a su medio ambiente. (Mena, 2009)

El Proceso del Aprendizaje parece desenvolverse a través de las siguientes fases: sincrética, analítica y sintética, La fase sincrética, es la fase que se refiere al momento en que el individuo recibe el impacto de una nueva situación, la que puede provocarle un estado de perplejidad, donde los elementos del conjunto situacional están colocados uno al lado del otro, sin mucha lógica o significación aparente. La fase analítica, es aquella donde las partes del todo son analizadas separadamente y aprehendidas en su individualidad y en sus relaciones con las partes próximas. La fase sintética, es la fase final donde las partes son unidas mentalmente, las partes pierden sus detalles para ser aprehendidas en sus aspectos fundamentales, con la situación total en que se encuentran insertas, de este esfuerzo mental resulta la representación simplificada de todas las partes en un todo. (Nérici, 2006)

El proceso de aprendizaje es una actividad individual, que se desarrolla en un contexto social y cultural, es el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan e interiorizan nuevas informaciones (hechos, conceptos, procedimientos, valores), se construyen nuevas representaciones mentales significativas y funcionales (conocimientos), que luego se pueden aplicar en situaciones diferentes a los contextos donde se aprendieron. Aprender no solamente consiste en memorizar información, es necesario también otras operaciones cognitivas que implican: conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y valorar. En cualquier caso, el aprendizaje siempre conlleva un cambio en la estructura física del cerebro y con ello de su organización funcional. Para aprender necesitamos de cuatro factores fundamentales: inteligencia, conocimientos previos, experiencia y motivación.

2.8. Estrategias de aprendizaje

Definidas de una manera amplia, las estrategias de aprendizaje son conductas o pensamientos que facilitan el aprendizaje. Estas estrategias van desde las simples habilidades de estudio, como el subrayado de la idea principal, hasta los procesos de pensamiento complejo como el usar las analogías para relacionar el conocimiento previo con la nueva información (Weistein, 1989).

Una primera aproximación a las estrategias de aprendizaje nos remite a la diferenciación entre estrategias impuestas e inducidas, principalmente referidas al estudio de textos escolares, las primeras son impuestas por el profesor o programador de textos al realizar modificaciones o manipulaciones en el contenido o estructura del material de aprendizaje, las estrategias inducidas se vinculan con el entrenamiento de los sujetos para manejar directamente y por sí mismos procedimientos que les permitan aprender con éxito.

Las estrategias impuestas son elementos didácticos que se intercalan en el texto, como resúmenes, preguntas de reflexión, ejercicios, autoevaluaciones, etc. mientras que las estrategias inducidas son aportaciones como el autointerrogatorio, la elaboración, la repetición y la imaginería, los cuales son desarrollados por el estudiante y constituyen sus propias estrategias de aprendizaje.

2.8.1. Los dos tipos de estrategias

Instruccionales (impuestas) y **de aprendizaje** (inducidas), son estrategias cognoscitivas, involucradas en el procesamiento de la información a partir de textos, que realiza un lector, aun cuando en el primer caso el énfasis se hace en el material y el segundo en el aprendiz (Barriga, 2008).

Las estrategias cognoscitivas son "las operaciones y los procedimientos que el estudiante utiliza para adquirir, retener y recuperar diferentes tipos de conocimiento y ejecución". Asimismo, indica que las estrategias cognoscitivas involucran capacidades representacionales (como la lectura, imaginería, habla, escritura y dibujo), selectivas (como la atención y la intención) y auto direccionales (como la auto programación y el auto monitoreo), y se componen de dos partes: a) una tarea cognoscitiva orientadora, y b) una o más capacidades representacionales, selectivas o auto direccionales (Rigney, 2008).

Las estrategias cognoscitivas son capacidades internamente organizadas de las cuales hace uso el estudiante para guiar su propia atención, aprendizaje, recuerdo y pensamiento. El estudiante utiliza una estrategia cognoscitiva cuando presta atención a varias características de lo que está leyendo, para seleccionar y emplear una clave sobre lo que aprende, y otra estrategia para recuperarlo. Lo más importante es que emplea estrategias cognoscitivas para pensar acerca de lo que ha aprendido y para la solución de problemas (Gagné, 2003).

Las estrategias constituyen formas con las que el sujeto cuenta para controlar los procesos de aprendizaje, de la técnica empleada depende el tipo de aprendizaje que se produzca: memorístico o significativo. Sin embargo, ambos tipos representan un continuo, de acuerdo con la teoría de Ausubel, en la cual la memorización o repetición se incorpora en las primeras fases del aprendizaje significativo. Cualquiera que sea el tipo de aprendizaje que finalmente se produzca, las estrategias ayudan al estudiante a adquirir el conocimiento con mayor facilidad, a retenerlo y recuperarlo en el momento necesario, lo cual ayuda a mejorar el rendimiento escolar (Dansereau, 2005).

2.8.2. Clasificación de las estrategias

Para estos investigadores, las estrategias cognoscitivas de aprendizaje se pueden clasificar en ocho categorías generales: seis de ellas dependen de la complejidad de la tarea, además de las estrategias meta cognoscitivas y las denominadas estrategias afectivas (Weistein, 1989).

2.8.2.1. Estrategias de ensayo para tareas básicas de aprendizaje

Existe un número de tareas educativas diferentes que requieren de un recuerdo simple. Un ejemplo de estrategia en esta categoría lo constituye la repetición de cada nombre de los colores del espectro, en un orden serial correcto. Estas tareas simples ocurren particularmente en un nivel educacional menor o en cursos introductorios. Una diferencia importante entre expertos (quienes utilizan la información de manera efectiva) y novatos (quienes aún no dominan las estrategias efectivas para recuperar y utilizar la información), parece estar relacionada con la base de conocimientos que poseen. La estructura, la organización y la integración de esta base de conocimientos es importante para la experta toma de decisiones, aun para los alumnos más inteligentes, con formas profundas de procesamiento de la información.

2.8.2.2. Estrategias de ensayo para tareas complejas de aprendizaje

Las estrategias de aprendizaje en esta categoría son más complejas y tienden a involucrar el conocimiento que se extiende más allá del aprendizaje superficial de listas de palabras o segmentos aislados de información. Las estrategias en esta categoría incluyen copiado y subrayado del material de lectura. Generalmente involucran la repetición dirigida hacia la reproducción literal. Estas actividades parecen ser particularmente efectivas cuando se ejercitan conjuntamente con otras estrategias que conducen a un procesamiento significativo de la información, tales como el uso de la elaboración, organización o el monitoreo de la comprensión.

2.8.2.3. Estrategias de elaboración para tareas básicas de aprendizaje

La elaboración involucra el aumento de algún tipo de construcción simbólica a lo que uno está tratando de aprender, de manera que sea más significativo. Esto se puede lograr utilizando construcciones verbales o imaginales. Por ejemplo, el uso de imaginería mental puede ayudar a recordar las secuencias de acción descritas en una obra, y el uso de oraciones para relacionar un país y sus mayores productos industriales. La creación de elaboraciones efectivas requiere que el alumno esté involucrado activamente en el procesamiento de la información a ser aprendida. Numerosos estudios han demostrado que esto es un prerrequisito importante para el aprendizaje significativo versus la codificación superficial para el recuerdo.

2.8.2.4. Estrategias de elaboración para tareas complejas de aprendizaje

Las actividades de esta categoría incluyen la creación de analogías, parafraseo, la utilización de conocimientos previos, experiencias, actitudes y creencias, que ayudan a hacer la nueva información más significativa. Una vez más, la meta principal de cada una de estas actividades es hacer que el alumno esté activamente involucrado en la construcción de puentes entre lo que ya conoce y lo que está tratando de aprender.

Las diferentes maneras de elaborar incluyen el tratar de aplicar un principio a la experiencia cotidiana, relacionar el contenido de un curso al contenido de otro, relacionar lo que se presentó anteriormente en una lectura a la discusión actual, tratar de utilizar una estrategia de solución de problemas a una situación nueva y resumir un argumento.

2.8.2.5. Estrategias organizacionales para tareas básicas de aprendizaje

Las estrategias en esta categoría se enfocan a métodos utilizados para traducir información en otra forma que la hará más fácil de entender. En esta categoría se incluyen, por ejemplo, el agrupamiento de las batallas de la Segunda Guerra Mundial por localización geográfica, la organización de animales por su categoría taxonómica, etc. En este tipo de estrategias, un esquema existente o creado se usa para imponer organización en un conjunto desordenado de elementos. Nótese que las estrategias organizacionales, como las de elaboración, requieren un rol más activo por parte del alumno que las simples estrategias de ensayo.

2.8.2.6. Estrategias organizacionales para tareas complejas de aprendizaje

Las estrategias organizacionales pueden ser también muy útiles para tareas más complejas. Ejemplos comunes del uso de este método con tareas complejas incluyen el esbozo de un capítulo de un libro de texto, la creación de un diagrama conceptual de interrelaciones causa-efecto, y la creación de una jerarquía de recursos para ser usados al escribir un trabajo final. Parecen contribuir a la efectividad de este método tanto el proceso como el producto.

2.8.2.7. Estrategias de monitoreo de comprensión

La meta cognición se refiere tanto al conocimiento del individuo acerca de sus propios procesos cognoscitivos, como también a sus habilidades para controlar estos procesos mediante su organización, monitoreo y modificación, como una función de los resultados del aprendizaje y la realimentación.

Una sub-área dentro de la metacognición que es particularmente relevante, se llama monitoreo de comprensión. Operacionalmente, el monitoreo de la comprensión involucra el establecimiento de metas de aprendizaje, la medición del grado en que las metas se alcanzan y, si es necesario, la modificación de las estrategias utilizadas para facilitar el logro de las metas. El monitoreo de la comprensión requiere de varios tipos de conocimiento por parte de los alumnos. Por ejemplo, ¿cuáles son sus estilos preferidos de aprendizaje?, ¿cuáles son las materias más fáciles o más difíciles de entender?, ¿cuáles son los mejores y los peores tiempos del día? Este tipo de conocimiento ayuda a los individuos a saber cómo programar sus horarios de actividades de estudio y los tipos de recursos o asistencia que necesitarán para una ejecución eficiente y efectiva.

Los alumnos también necesitan tener algo del conocimiento acerca de la naturaleza de la tarea que van a ejecutar, así como de los resultados anticipados o deseados. Es difícil lograr una meta si no se sabe lo que es. Por ejemplo, muchos estudiantes experimentan gran dificultad para leer un libro de texto, a pesar de la cantidad de tiempo y esfuerzo que le dedican a la tarea. Muchos estudiantes no saben seleccionar las ideas principales y detalles importantes para estudios posteriores. Tratan cada oración como si fuera tan importante como las demás. El no saber acerca de las diferentes estructuras del texto, o cómo identificar la información importante, puede hacer que la lectura de un texto sea una tarea casi imposible.

2.8.2.8. Estrategias afectivas

Las estrategias afectivas ayudan a crear y mantener climas internos y externos adecuados para el aprendizaje. Aunque estas estrategias pueden no ser directamente responsables de conocimientos o actividades, ayudan a crear un contexto en el cual el aprendizaje efectivo puede llevarse a cabo. Ejemplos de estrategias afectivas incluyen ejercicios de relajación y auto-comunicación o auto-hablado positivo para reducir la ansiedad de ejecución; encontrar un lugar silencioso para estudiar para así reducir distracciones externas; establecer prioridades, y programar un horario de estudio. Cada uno de estos métodos está diseñado para ayudar a enfocar la capacidad (generalmente limitada) del procesamiento humano sobre la meta a aprender. Eliminando las distracciones internas y externas se contribuye a mejorar la atención y lograr la concentración.

2.8.3. La problemática de las estrategias

La enseñanza de las estrategias de aprendizaje se ha enfrentado con un problema básico, que tiene que ver con su propia validez: la transferencia de los aprendizajes a la situación escolar. La asimilación de estrategias en un contexto de laboratorio, con finalidades de investigación, tiene pocas probabilidades de ser generalizables a una situación real, si los contenidos de la tarea son sensiblemente diferentes a los que el alumno debe aprender de manera cotidiana.

La transferencia se ha definido como la posibilidad de aplicar las habilidades entrenadas en otras situaciones a diferentes tareas y materiales. ¿Qué posibilidades existen de que determinadas estrategias como elaboración o redes, aprendidas por medio de contenidos de historia, se puedan adaptar al aprendizaje de contenidos de las ciencias naturales o de matemáticas? Además, existe un problema aún más difícil de resolver, que tiene que ver con la adaptación de la estrategia recién aprendida a los propios estilos y formas de aprendizaje que el estudiante utiliza regularmente, con los cuales se siente seguro (Barriga, 2008).

La problemática que plantea la transferencia es complicada y no es posible tratar de darle solución por una sola vía, sin embargo, es posible considerar algunas sugerencias que proponen el entrenamiento de estrategias junto con tareas educativas para mejorar el rendimiento escolar. Suponen que, de este modo, el alumno puede percibir la aplicabilidad de las técnicas a materias concretas, y la relación entre una metodología y un contenido, lo cual redunda en una mejora de aprendizaje (Santiuste, 2009).

El problema de la transferencia puede resolverse si se enseña a los estudiantes no sólo las estrategias de aprendizaje sino también estrategias metacognoscitivas, las cuales son empleadas para detectar las discrepancias entre lo que se sabe y lo que no se sabe, y para monitorear los procesos de adquisición y comprensión de la nueva información. De esta manera, los estudiantes no solamente mejoran la ejecución y el completamiento de la tarea, sino la transferencia y el mantenimiento de las habilidades adquiridas (Barriga, 2008).

(Chadwich, 2007) Desarrolla el concepto de meta cognición, a la cual le asignan tres funciones: **la planificación del aprendizaje**, su **supervisión sobre la marcha (o monitoreo)** y la **evaluación del éxito del aprendizaje** y de la aplicación de las diferentes estrategias.

1. La planificación involucra varias fases por las que el alumno debe pasar, y el profesor debe estar atento para asegurarse de ello. La primera es el conocimiento sobre la naturaleza de la tarea. Aunque parezca obvio, porque de alguna manera un ejercicio siempre guarda conexión con lo aprendido, el alumno no sabe en muchas ocasiones qué es lo que debe hacer. Para el profesor implica una clarificación de la tarea; para el alumno implica un proceso de indagación hasta conocer la índole del problema o tarea que realizará.

Una segunda fase se relaciona con saber lo que se domina y lo que no se domina en la tarea a realizar. Si el alumno sabe lo que ya domina, puede relacionar, de manera relativamente sencilla, la información nueva con aquélla relevante previamente aprendida.

Por último, el alumno debe fijarse objetivos de aprendizaje de corto plazo contra los cuales contrastar sus progresos durante la ejecución de la tarea. Además debe decidir acerca de las estrategias específicas que utilizará en su aprendizaje.

Estas tareas de preparación para el aprendizaje son quizá, dentro de los procesos de meta cognición, las que permiten al alumno una transferencia exitosa a una variedad de soluciones, tanto de conocimientos como de estrategias.

2.La supervisión del proceso, llamada también monitoreo, es una especie de evaluación personal del progreso que el estudiante percibe en sí mismo al realizar una tarea. El monitoreo impulsa al estudiante a convertirse en un auto-regulador de su propio proceso de aprendizaje y un estratega avanzado. Constantemente debe estar preguntándose: ¿Entendí tal concepto?, ¿con cuáles otros conceptos puedo relacionar éste?, ¿cómo está mi ritmo de aprendizaje?, ¿esta estrategia está dando los resultados que planeé?, etc.

3. La evaluación final que el estudiante hace de los resultados de la tarea, se refiere a su propia evaluación sumaria e implica el estar consciente de cuánto aprendió, en cuánto tiempo, con cuáles dificultades, bajo qué condiciones, etc. El estudiante puede comparar varias estrategias que ha usado e identificar aquéllas que se adaptan de manera idónea a los requerimientos de las siguientes tareas. Por ejemplo, si usó imágenes en una tarea en la que había abundancia de proposiciones verbales y manejo de conceptos abstractos, puede llegar a la conclusión de que la próxima vez debe cambiar de estrategia. Si siente que no está seguro del conocimiento recién adquirido, puede tratar de afianzarlo mediante el uso de una estrategia de retención, o recurrir al profesor o a sus compañeros más avanzados.

Además de los procesos meta cognoscitivos, los factores motivacionales parecen jugar un papel importante en la transferencia de las estrategias aprendidas. Si a un alumno se le expone con claridad cómo puede mejorar sus métodos de aprendizaje mediante el dominio de ciertos procedimientos, que al final pueden apreciarse en su propio rendimiento académico, es probable que al menos su disposición para experimentar las estrategias aumente, en contraposición con el alumno al que se deja creer que el aprendizaje es una capacidad inamovible, y se siente amenazado por el esfuerzo adicional que implica el dominar las estrategias.

Como sugieren (McKeachie, 2009) al referirse a un programa de entrenamiento de estrategias de aprendizaje:

"Como en cualquier otro programa de entrenamiento estratégico, enseñamos a los alumnos acerca de estrategias que puedan ser útiles para su aprendizaje. También les enseñamos las razones teóricas y empíricas que sostienen estas estrategias.

Tratamos de ayudarlos a entender cómo y por qué las estrategias mejorarán su aprendizaje. Asumimos que los estudiantes que poseen estos conocimientos condicionales de estrategias de aprendizaje estarán más dispuestos y motivados a usar estrategias durante y después de nuestro curso”

La efectividad con la que operen las estrategias depende fundamentalmente de la transferencia que internamente arregle el propio estudiante por lo que, si se pretende que utilice tales estrategias de manera permanente en las situaciones cotidianas, es necesario que se le brinden además, tanto apoyos motivacionales como orientaciones acerca de los procesos meta cognoscitivos en los que se puede apoyar.

2.9. Aprendizaje significativo

El Aprendizaje Significativo, es un instrumento potencialmente útil y valioso para el análisis y la reflexión psicopedagógica, se sugiere atender tanto al sentido como al significado del aprendizaje escolar, renunciar a las connotaciones más individualistas del proceso de construcción de significados y de sentidos, por último, resituar este proceso de construcción en el contexto de relación y combinación interpersonal que es intrínseca al acto de enseñanza. (Coll, 2008).

(Maldonado, 2002) Manifiesta que David Paul Ausubel es un psicólogo que ha dado grandes aportes al constructivismo como es su teoría del Aprendizaje Significativo y los organizadores anticipados, los cuales ayudan al alumno a que vaya construyendo sus propios esquemas de conocimiento para una mejor comprensión de los conceptos. Para conseguir este aprendizaje se debe tener un adecuado material, las estructuras cognitivas del alumno y sobre todo la motivación. Para él existen tres tipos de aprendizaje significativo: aprendizaje de representaciones, aprendizaje de conceptos y aprendizaje de proposiciones.

Según (Blacio, 2004) El **aprendizaje significativo**, es el aprendizaje a través del cual los conocimientos, habilidades, destrezas, valores y hábitos adquiridos, pueden ser utilizados en las circunstancias en las cuales los alumnos viven y en otras circunstancias que se presenten a futuro. En el proceso de adquisición de los aprendizajes significativos, se parte de **los conocimientos previos**, (**CP)**. Cuando el alumno recuerda sus conocimientos previos, está en mejores condiciones para adquirir los **conocimientos nuevos (CN)**, establecer las correspondencias necesarias y transferirlos a otras situaciones.

En este proceso son importantes los **Niveles de Desarrollo Operativo. (NDO),** que corresponden a los conocimientos, habilidades, destrezas, actitudes y valores que cada persona tiene en relación directa con su edad y madurez. **El crecimiento de las Zonas de Desarrollo Próximo (ZDP),** que se adquieren en los procesos de relación entre estudiante y el docente, el estudiante y otros estudiantes, el estudiante y sus padres, el estudiante y amigos.

En síntesis se dice que se aprende:

Ilustración 11: Contenidos

Contenidos Conceptuales
- Hechos
- Conceptos
- Principios

Contenidos Procedimentales
- Procedimientos → Destrezas - Habilidades

Contenidos Actitudinales
- Valores
- Normas
- Actitudes
- Conductas

Elaborado por: Ana Bonifaz

De acuerdo con (Coll, 2008), el desarrollo cognitivo que se logra mediante el aprendizaje significativo, deberá estar compuesto por los tres saberes: cognitivo, "Saber que" (conceptos, principios) procedimental "Saber hacer" (habilidades, destrezas) y el actitudinal "Saber ser" (valores, actitudes). Mientras mayor sea la relación entre estos saberes, está en mayor capacidad de adquirir el nuevo conocimiento y su campo cognitivo será más amplio.

2.9.1. Contenidos

La señalización de los propósitos definen en un sentido amplio los contenidos, ya que en estos se plasman de manera relativamente clara los propósitos. El conocimiento es el producto y proceso de la acción del pensamiento, mientras que el contenido es el conjunto de teorías, conceptos, modelos, sistemas, esquemas, procesos mentales, actitudes y valores que se ofrecen al individuo para ser comprendidos.

Los contenidos deben reflejar los tres sistemas que integran la naturaleza humana: el sistema cognoscitivo, el sistema valorativo y el sistema psicomotriz. Por lo tanto para todas las áreas se desarrolla una estructura triangular, en la que cada lado corresponde respectivamente a la estructura de los contenidos cognitivos, contenidos procedimentales y contenidos actitudinales.

2.9.1.1. Contenidos conceptuales (saber)

Estos contenidos se refieren a tres categorías bien definidas:

1. Hechos: Son eventos, acontecimientos, situaciones y fenómenos concretos que acontecen.
2. Datos: Son informaciones concisas, precisas. Ejemplo: el nombre del primer astronauta que pisó la luna, el nombre del presidente actual de Uruguay, las fechas de ciertos eventos, el resultado de un partido de fútbol, etc.
3. Conceptos.

Para aprender los hechos y datos es necesario discriminar la naturaleza de los hechos, hay acontecimientos que no reconocen la interpretación, se sabe o no se sabe un nombre, un símbolo o una valencia determinada. En estos casos su aprendizaje se verifica con la reproducción literal del mismo.

De otra parte están otros hechos que permiten una reproducción diversa, como un relato, o la descripción de un suceso y en los que el aprendizaje supone la incorporación de todos los componentes del hecho e implica con mayor fidelidad (y no textualidad) posible.

Aprender hechos supone en síntesis, repetición, memorización, las que a su vez requieren de estrategias que permitan una *asociación significativa* entre ellos y otros conceptos o situaciones. Para ello se usan lista o agrupaciones significativas cuadros o representaciones gráficas, visuales o asociaciones con otros conceptos fuertemente asimilados.

Para el aprendizaje de contenidos conceptuales y principios se requiere comprender de qué se trata, qué significa. Por lo tanto no basta su aprendizaje literal, es necesario que el estudiante sepa utilizarlo para interpretar, comprender o exponer un fenómeno. Por ello aprender conceptos y principios es toda una reforma de las estructuras mentales. Implica una construcción personal, una reestructuración de conocimientos previos con el fin de construir nuevas estructuras cognitivas que permitan integrar estos conocimientos, como los anteriores, a través de procesos de reflexión y toma de conciencia conceptual.

2.9.1.2. Contenidos procedimentales (saber hacer)

Se consideran dentro de los contenidos procedimentales a las acciones, modos de actuar y de afrontar, plantear y resolver problemas. Estos contenidos, hacen referencia a los saberes “SABER COMO HACER” y “SABER HACER”. Ejemplo: recopilación y sistematización de datos; uso adecuado de instrumentos de laboratorio; formas de ejecutar ejercicios de educación física, etc.

Un contenido procedimental incluye reglas, las técnicas, la metodología, las destrezas o habilidades, las estrategias, los procedimientos; pues es un conjunto de acciones ordenadas secuencialmente y encaminadas al logro de un objetivo y/o competencia, para el aprendizaje de contenidos procedimentales se recomienda:

- La realización de acciones que conforman los procedimientos es una condición fundamental para su aprendizaje: se aprende a hablar, hablando; a dibujar, dibujando; a observar, observando.

- La ejercitación múltiple es necesaria para el aprendizaje de una técnica, no basta con realizar alguna vez las acciones del contenido procedimental, hay que realizar tantas veces como sea necesario las diferentes acciones o pasos de dicho contenido de aprendizaje.

- La reflexión sobre la misma actividad es un elemento imprescindible que permite tomar conciencia de la actuación. No es suficiente repetir un ejercicio habrá que ser capaz de reflexionar sobre la manera de realizarlo y sobre las condiciones ideales de su uso. Esto implica realizar ejercitaciones, pero con el mejor soporte reflexivo que nos permita analizar nuestros actos y por consiguiente, mejorarlos. Para ello hace falta tener un conocimiento significativo de contenidos conceptuales asociados al contenido procedimental que se ejercita o aplica.

- La aplicación en contextos diferenciados se basa en el hecho de que aquello que hemos aprendido será más útil en la medida en que podamos utilizarlo en situaciones siempre imprevisibles. Las ejercitaciones han de realizarse en contextos diferentes, para que los aprendizajes puedan ser utilizados en cualquier situación.

2.9.1.3. Contenidos actitudinales (ser)

Estos contenidos hacen referencia a valores que forman parte de los componentes cognitivos (como creencias, supersticiones, conocimientos); de los contenidos afectivos (sentimiento, amor, lealtad, solidaridad, etc.) y componentes de comportamiento que se pueden observar en su interrelación con sus pares. Son importantes porque guían el aprendizaje de los otros contenidos y posibilitan la incorporación de los valores en el estudiante, con lo que arribaremos, finalmente, a su formación integral. Por contenidos actitudinales entendemos una serie de contenidos que podemos clasificarlos en valores, actitudes y normas.

Finalmente, recordemos que a través del estudio de la Matemática, los educandos aprenderán valores muy necesarios para su desempeño en las aulas y, más adelante, como profesionales y ciudadanos. Estos valores son: rigurosidad, los estudiantes deben acostumbrarse a aplicar las reglas y teoremas correctamente, a explicar los procesos utilizados y a justificarlos; organización, tanto en los lugares de trabajo como en sus procesos deben tener una organización tal que facilite su comprensión en lugar de complicarla; limpieza, los estudiantes deben aprender a mantener sus pertenencias, trabajos y espacios físicos limpios; respeto, tanto a los docentes, autoridades, como a sus compañeros, compañeras, a sí mismo y a los espacios físicos; y **conciencia social**, los estudiantes deben entender que son parte de una comunidad y que todo aquello que hagan afectará de alguna manera a los demás miembros de la comunidad, por lo tanto, deberán aprender a ser buenos ciudadanos (Educación, Actualización y fortalecimiento curricular, 2008).

2.10. HIPÓTESIS

“El contenido de las guías didácticas de Matemática incide en los aprendizajes significativos de los estudiantes de la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao”.

2.11. Señalamiento de variables de la hipótesis

2.11.1 Variable Independiente: Contenidos de las Guías didácticas de Matemática.

2.11.2. Variable Dependiente: Aprendizaje significativo de Matemática.

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1. Modalidad básica de la investigación

Como las variables del problema seleccionado son de naturaleza cualitativa por ser susceptibles de descripción y de análisis; por lo tanto el estudio será cuantitativo y predominantemente cualitativo-explicativo. Además integra las siguientes modalidades:

3.1.1. De campo.-Por cuanto el investigador se trasladará al colegio municipal Cotocollao para recolectar la información en el lugar donde los estudiantes reciben clases y de esta manera aplicar los instrumentos elaborados (encuesta y prueba objetiva) para así conseguir una mejor visión del fenómeno presentado.

3.1.2. Bibliográfica Documental.-En aspectos teóricos y conceptuales, se consultará en fuentes escritas como: libros, tesis de grado, documentales, folletos, prensa e internet, y eventualmente se recopilará datos para la investigación referentes a las calificaciones en la asignatura de Matemática de los archivos de Secretaría.

3.2. Nivel o tipo de investigación

De acuerdo a la naturaleza de la investigación se aplicará los siguientes tipos de investigación:

3.2.1. Descriptiva.- Porque se pretende determinar con la mayor prolijidad las características esenciales de las dos variables en cuestión, analizando la estructura de las guías didácticas y el aprendizaje significativo en los estudiantes.

3.2.2. Exploratoria.- Debido a que se formula una hipótesis en referencia a las variables a indagar, dicho estudio propone vincular hechos o fenómenos inherentes a la problemática suscitada.

3.3. Población y muestra de la investigación

3.3.1. Población

Se recolectará información de todos los involucrados en la población, es decir de todos los estudiantes del Programa de Ciclo Básico Acelerado Cotocollao, como también a los maestros de la asignatura de matemática de los 16 Colegios que Integran el Programa, siendo uno por cada Institución. Del cuadro demostrativo, se desprende que el universo de investigación es inferior a cien, por lo cual no se aplicará muestreo; se analizará información de todos los involucrados.

3.3.2. Unidades de Observación de la Investigación

Tabla 3 – 1: Unidades de observación

UNIDADES DE OBSERVACIÓN	POBLACIÓN
Estudiantes del Programa de Educación Básica Acelerada	80
Maestros del Área de Matemática	16

Elaborado por: El autor

En la presente investigación utilizará las siguientes técnicas e instrumentos:
Encuesta dirigida a los estudiantes, con el instrumento: Cuestionario (Anexo 2).
Encuesta realizada a los maestros, con el instrumento: Cuestionario (Anexo 3).

3.4. Operacionalización de variables

VI: Guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado

Ilustración 12: Operacionalización de la VI.

CONCEPTUALIZACIÓN	**DIMENSIONES**	**INDICADORES**	**ÍNDICE**	**HERRAMIENTAS**
Materiales didácticos escritos de manera general y específicamente constituye un soporte principal en el aprendizaje autónomo del estudiante.	Guía de preparación teórica	Guías de Motivación Guías de Anticipación	• Totalmente • En gran medida • Medianamente • Nunca	• Encuesta estructurada
	Guía de preparación para actividad controlada	Guías de Observación Guías de Nivelación	• Totalmente • En gran medida • Medianamente • Nunca	
	Guía de preparación para actividad libre o no controlada.	Guías de Estudio Guías de Aprendizaje	• Totalmente • En gran medida • Medianamente • Nunca	

Elaborado por: Investigador

V.D.: APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO

Ilustración 13: Operacionalización de la VD.

CONCEPTUALIZACIÓN	DIMENSIONES	INDICADORES	INDICES	HERRAMIENTAS
Es el aprendizaje que conduce a la creación de estructuras cognitivas, mediante la relación entre los nuevos conocimientos y los conocimientos previos que dispone el estudiante.	1.Conocimientos Previos	1.1.Contenidos cognoscitivos 1.2. Contenidos procedimentales 1.3. Contenidos actitudinales	• Totalmente • En gran medida • Medianamente • Nunca	• Encuesta a los estudiantes y profesores del Programa CBA.
	2.Conocimientos Nuevos	2.1.Contenidos conceptuales 2.2.Contenidos procedimentales 2.3.Contenidos actitudinales	• Totalmente • En gran medida • Medianamente • Nunca	• Cuestionario estructurado
			• Totalmente • En gran medida • Medianamente • Nunca	

Elaborado por: Investigador

3.5. Plan de recolección de la información.

Tabla 3-2: Plan de recolección

Preguntas básicas	Explicación
1. ¿Por qué?	Es necesario investigar la situación problemática para proponer una solución.
2. ¿Para qué?	Para alcanzar los objetivos de la investigación.
3. ¿Sujetos investigados?	80 estudiantes del CMCBA “Cotocollao” (2013-2014)
4. ¿Sobre qué?	Acerca de la incidencia de los contenidos de las guías didácticas en el aprendizaje significativo de Matemática.
5. ¿Quién?	Lic. Milton E. Coronel S. Maestrante en Docencia Matemática en la Universidad Técnica de Ambato.
6. ¿Cuándo?	De mayo a noviembre de 2013.
7. ¿Cuántas Veces?	Una vez
8. ¿Cómo?	Mediante prueba diagnóstica, encuesta, y ficha de observación – nota de campo.
9. ¿Con qué?	Con la aplicación de los instrumentos señalados en el inciso anterior.
10. ¿En qué situación?	El proceso de Enseñanza-Aprendizaje.

Elaborado por: Investigador

El cuadro que antecede nos indica las pautas a desarrollar en la investigación, por ello debemos manifestar que se infiere el interés de los estudiantes hacia el estudio de Matemática.

Los objetivos constituyen los enunciados claros y precisos de las metas que se persigue, para que el investigador pueda tomar decisiones y conclusiones eligiendo los métodos más idóneos para llegar a estos resultados.

El Colegio Municipal “Cotocollao” se encuentra ubicado en la provincia de Pichincha, cantón Quito, parroquia Cotocollao, sector Agua Clara, ofrece educación de bachillerato en la sección matutina, funciona con la modalidad de Ciclo Básico Acelerado en la sección vespertina.

La institución en el CBA está constituida por 80 estudiantes que tienen entre 15 y 21 años de edad, divididos en tres paralelos, por ser una institución pequeña no se elaborará instrumento para determinar una muestra, esto significa que no existirá sesgo alguno que influya directa o indirectamente en la determinación de los resultados.

Dieciséis profesores de Matemática que laboran en otros colegios Subsistema de educación Municipal para solicitarles un criterio con respecto al material aplicado.

Este trabajo será realizado por el Licenciado Milton Eduardo Coronel Sánchez, maestrante en Docencia Matemática I Versión paralelo “A” de la Universidad Técnica de Ambato, como trabajo de graduación previo la obtención del Título.

Esta investigación se engloba dentro de un estudio de una realidad social, se busca una comprensión de una realidad singular, se investiga durante un breve período de tiempo bajo un enfoque constructivista a partir del mes de mayo de 2013 empezando por la socialización del proyecto en la institución y participantes de la misma, hasta llegar a su culminación de la propuesta en el mes de noviembre de 2013, la misma que será aplicado por una sola vez, luego de aquello se podrá establecer como una política del área de Matemática, dependiendo del análisis de los resultados obtenidos y las dificultades que se presentaren durante la investigación.

Como el presente proyecto necesita recolectar evidencias, lo realizará mediante un estudio de campo valiéndose de una encuesta aplicada a los estudiantes (anexo 1) y otra aplicada a los docentes (anexo 2), con el fin de comprobar si su aplicación ejerce o no un efecto positivo en el aprendizaje significativo de Matemática.

3.6. Plan de Procesamiento de la Información

Los datos recolectados (datos en bruto) se transformarán en detalles prestos al análisis de acuerdo a los siguientes procedimientos:

1. Revisión crítica de la información recolectada, es decir limpieza de la información defectuosa: contradictoria, incompleta, no pertinente y otras fallas involuntarias que se puedan generar en el proceso de investigación, se tomará en cuenta las personas que falten el día en que se aplique la encuesta a fin de evitar grandes errores al tabular la información.

2. Repetición de la recolección si es necesario corregir fallas de contestación.

3. Tabulación según variable de la hipótesis, el registrar los datos obtenidos colaborará el elaborar cuadros estadísticos para una mejor interpretación de los resultados, y desde luego para determinar la validez de la hipótesis por medio del estadístico escogido.

4. Elaboración de cuadros estadísticos, aquí se expresan los aspectos observados y registrados en forma de resumen, los que recogen los datos de las variables en estudio, para no causar confusión al lector con un exceso de datos en el texto.

5. Presentación gráfica de datos, se la realizará de acuerdo a las frecuencias obtenidas en relación al número de estudiantes y docentes encuestados.

6. Análisis e interpretación de resultados, se emitirá un criterio conforme los resultados de la representación gráfica.

7. Verificación estadística de la hipótesis mediante chi square, donde el nivel de confianza se establecerá en el 95%, como es lógico por las dos variables en análisis, los grados de libertad serán dos y el estimador estará en dependencia de la fórmula:

$$X^2 = \sum\left[\frac{(O-E)^2}{E}\right] \quad \text{Ecuación 3-1}$$

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Análisis de los resultados.

En primera instancia se revisó las calificaciones del grupo de encuestados adjudicados al primer período parcial, mismos que se encuentran representados en la siguiente tabla:

Tabla 4 – 1: Calificaciones

Escala Cualitativa	Escala Cuantitativa	Frecuencia	Porcentaje
Supera los aprendizajes requeridos.	10	8	10,53
Domina los aprendizajes requeridos.	9	14	18,42
Alcanza los aprendizajes requeridos.	7-8	29	38,16
Está próximo a alcanzar los aprendizajes requeridos.	5-6	16	21,05
No alcanza los aprendizajes requeridos.	≤ 4	9	11,84
TOTAL		76	100

Elaborado por: Investigador

En la tabla inmediata anterior podemos apreciar que un 38,16% supera los aprendizajes requeridos en la asignatura, no obstante el grupo que representa al 21,05% de estudiantes está próximo a alcanzar dichos aprendizajes, por lo que es un parámetro a tener muy en cuenta en la investigación. El 18,42% domina los contenidos, el 11,84 no alcanza los aprendizajes y por último un 10,53% domina dichos aprendizajes. En suma el 32,89% debe superar las dificultades respecto al aprendizaje en Matemática.

La aplicación de la encuesta a los estudiantes del colegio Municipal Cotocollao y profesores del programa CBA aporta con una valiosa información para su posterior tabulación y representación gráfica de cada una de las preguntas.

El análisis y la interpretación de los resultados contribuirán significativamente al determinar indicadores del comportamiento del fenómeno investigado y de esta manera tomar decisiones.

Para una mejor comprensión se presentan los datos expresados en forma de porcentajes, un gráfico y la interpretación y análisis correspondiente.

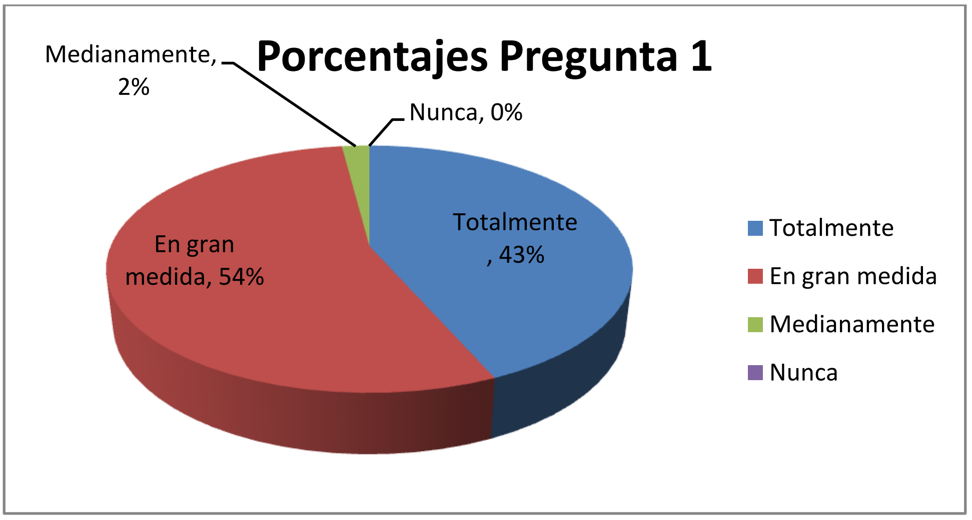
1. ¿Considera que los contenidos y conocimientos de las guías didácticas de Matemática son claros y aplicables para conseguir un aprendizaje significativo de la asignatura?

Tabla 4 - 2: Pregunta 1

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	39	43%
En gran medida	49	54%
Medianamente	2	2%
Nunca	0	0%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 1: Porcentajes 1



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.1. Análisis e interpretación pregunta 1

De acuerdo al gráfico un 54% de encuestados considera que en gran medida los contenidos y conocimientos de las guías son claros y aplicables, por otro lado un considerable 43% participa estar totalmente de acuerdo y apenas un 2% expresa que medianamente. Este es el primer indicio de que las guías didácticas utilizadas en el CBA no generan un total aprendizaje significativo de Matemática, por lo que se espera revisar los contenidos de las mismas.

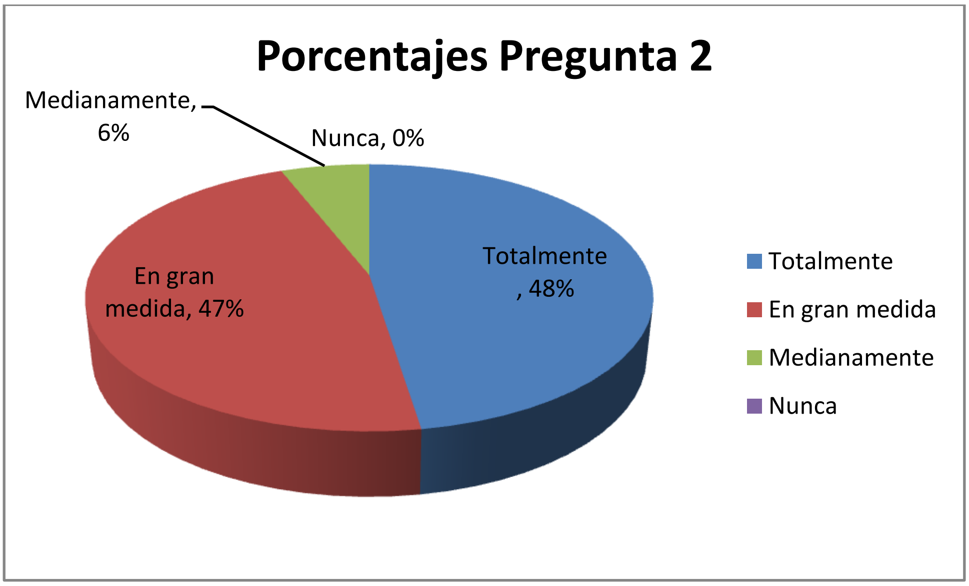
2.- ¿Los ejercicios planteados para cada unidad en las guías didácticas de Matemática son suficientes para fijar su aprendizaje?

Tabla 4 - 3: Pregunta 2

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	43	48%
En gran	42	47%
Medianamente	5	6%
Nunca	0	0%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 2: Porcentajes 2



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.2. Análisis e interpretación pregunta 2

Según la encuesta un 48% considera que los ejercicios son suficientes para fijar un aprendizaje, el 47% responde que en gran medida y el 6% indica que medianamente, por lo que se puede manifestar que si bien es cierto los ejercicios son adecuados no significa que se encuentren bien planteados.

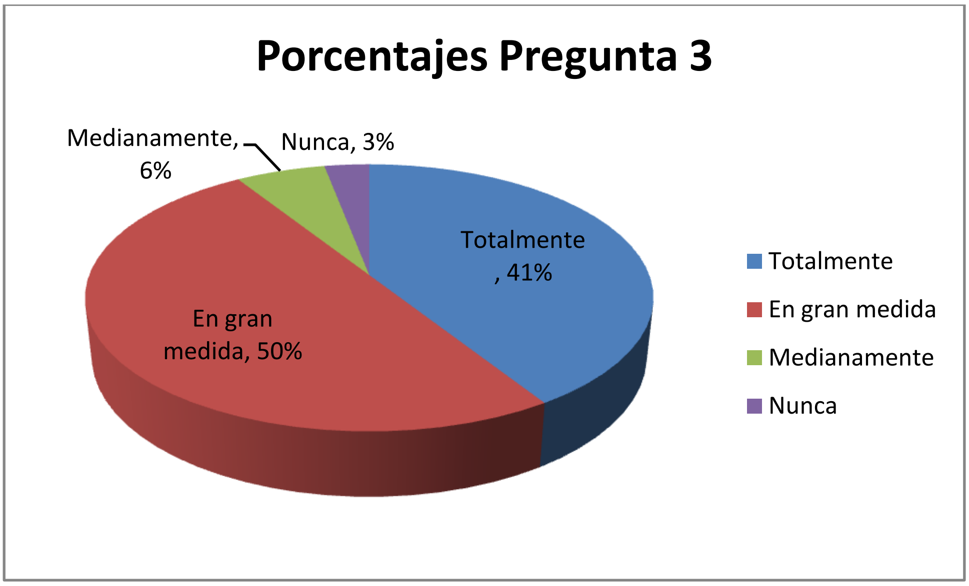
3.- ¿Con los ejercicios planteados para cada unidad en las guías didácticas de Matemática usted puede fijar procedimientos como un aprendizaje permanente?

Tabla 4 - 4: Pregunta 3

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	37	41%
En gran	45	50%
Medianamente	5	6%
Nunca	3	3%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 3: Porcentajes 3



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.3. Análisis e interpretación pregunta 3

El 50% expresa que en gran medida se puede fijar los conocimientos como un aprendizaje permanente, un 41% indica que totalmente, el 6% se inclina que medianamente y el 3% piensa que nunca. Es la evidencia de que no siempre se fija los conocimientos matemáticos de forma permanente, por lo que hace falta reestructurar la forma de analizar los ejercicios planteados.

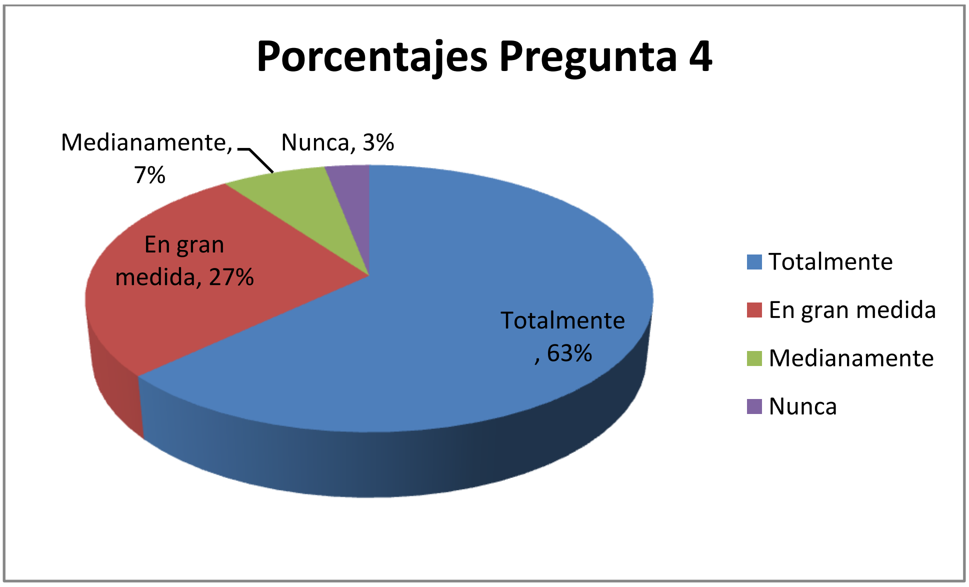
4.- ¿La evaluación responde a la secuencia de los conocimientos y aprendizajes?

Tabla 4 - 5: Pregunta 4

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	57	63%
En gran	24	27%
Medianamente	6	7%
Nunca	3	3%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 4: Porcentajes 4



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.4. Análisis e interpretación pregunta 4

El 63% piensa que la evaluación corresponde a la secuencia de los contenidos de cada guía, el 27% considera que en gran medida, el 7% tiene la percepción de que medianamente y el 3% que nunca. En este caso la evaluación que presenta cada guía es coherente con el aprendizaje de la asignatura, no obstante siempre es necesario revisar la forma de evaluación y su secuencia.

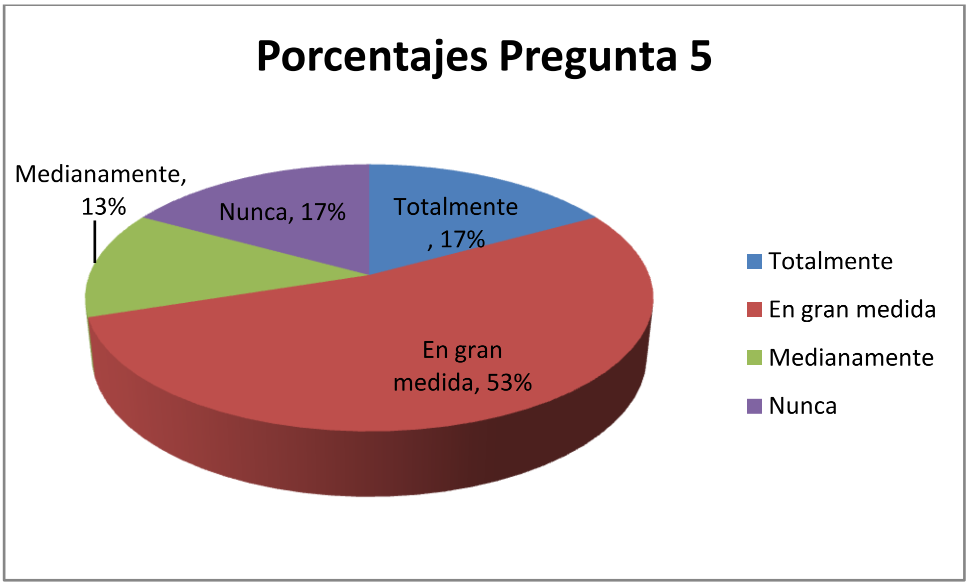
5.- ¿Ha detectado errores tipográficos en el desarrollo de las guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado?

Tabla 4 - 6: Pregunta 5

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	15	17%
En gran medida	48	53%
Medianamente	12	13%
Nunca	15	17%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 5: Porcentajes 5



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.5. Análisis e interpretación pregunta 5

Un 53% ha detectado que en gran medida existen errores tipográficos en las guías de Matemática, el 17% totalmente, un 17% nunca y el 13% medianamente, es un indicador representativo que se va a tomar muy en cuenta para la toma de decisiones y elaboración de la propuesta de investigación.

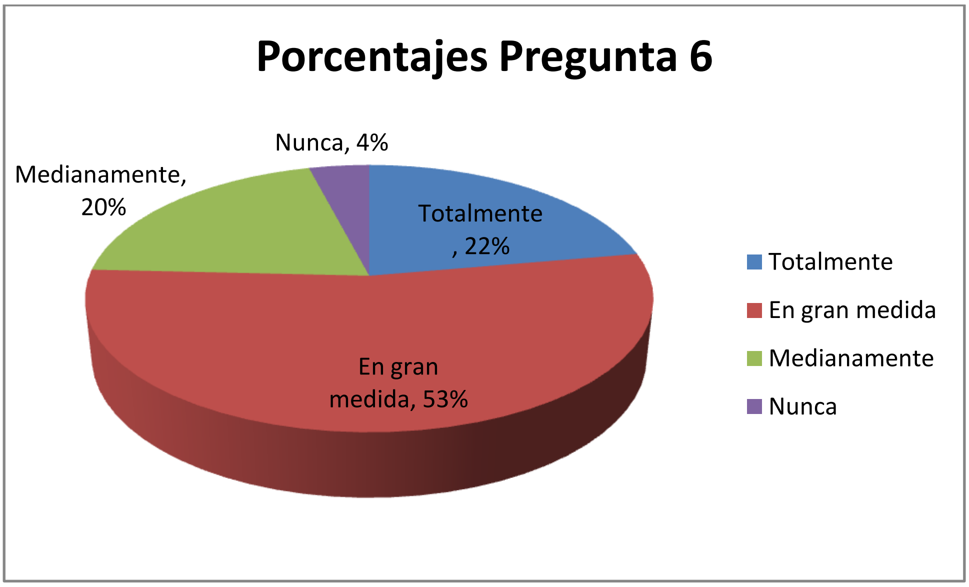
6.- ¿Ha detectado errores de contenido matemático en las guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado?

Tabla 4 - 7: Pregunta 6

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	20	22%
En gran medida	48	53%
Medianamente	18	20%
Nunca	4	4%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 6: Porcentajes 6



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.6. Análisis e interpretación pregunta 6

53% indican que en gran medida han detectado errores de contenido matemático en las guías, 22% manifiesta que totalmente, 20% que medianamente y 4% que nunca. Este es otro indicador muy es preocupante debido a la naturaleza de la asignatura, por tratarse de una Ciencia Exacta no debería existir errores debido a la secuencia y aplicabilidad de los contenidos.

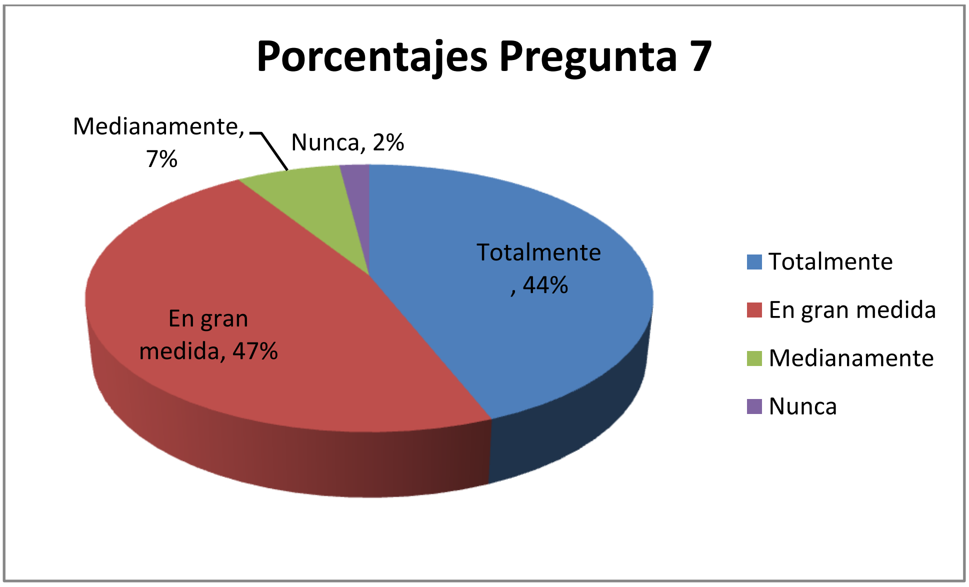
7.- ¿Considera que el bloque de conocimientos previos que contienen las guías didácticas son suficientes para construir sus nuevos conocimientos?

Tabla 4 - 8: Pregunta 7

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	40	44%
En gran medida	42	47%
Medianamente	6	7%
Nunca	2	2%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 7: Porcentajes 7



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.7. Análisis e interpretación pregunta 7

El 47% expresa que en gran medida los conocimientos previos son suficientes para generar nuevos conocimientos, un 44% piensa que totalmente, el 7% manifiesta que casi medianamente, y un 2% que nunca, por lo que se puede deducir que el bloque correspondiente de dichos conocimientos son convenientes para aplicar el constructivismo y generar nuevos conocimientos.

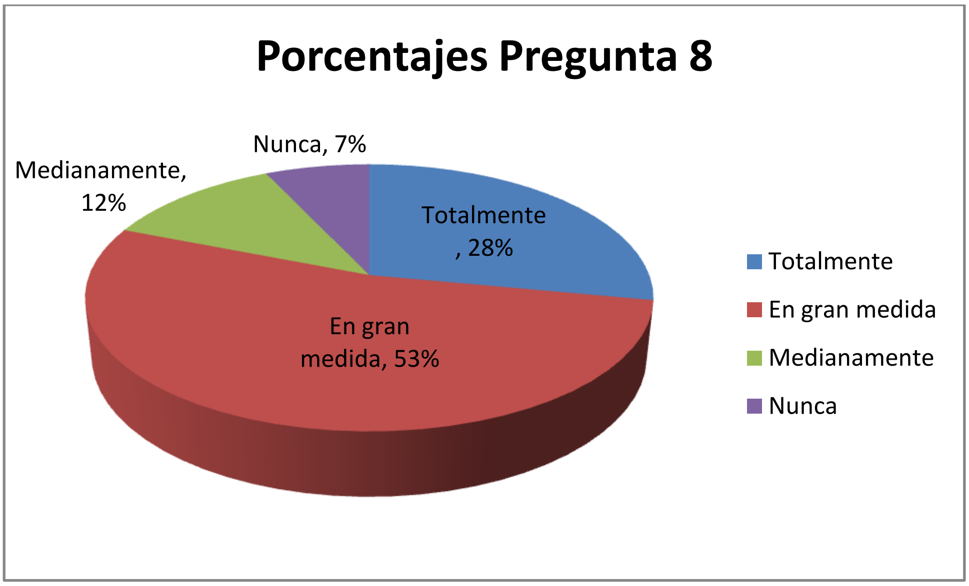
8.- ¿A su criterio se debe corregir el contenido de forma y fondo de la parte Matemática en las guías didácticas?

Tabla 4 - 9: Pregunta 8

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	25	28%
En gran medida	48	53%
Medianamente	11	12%
Nunca	6	7%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 8: Porcentajes 8



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.8. Análisis e interpretación pregunta 8

Un 53% indica que en gran medida se debe corregir el contenido de forma y fondo de la parte Matemática en las guías didácticas, el 28% piensa que totalmente, un 12% medianamente, y el 7% que nunca, otro parámetro que nos va a indicar hacia donde se debe enfatizar al momento de formalizar la propuesta en el presente trabajo investigativo.

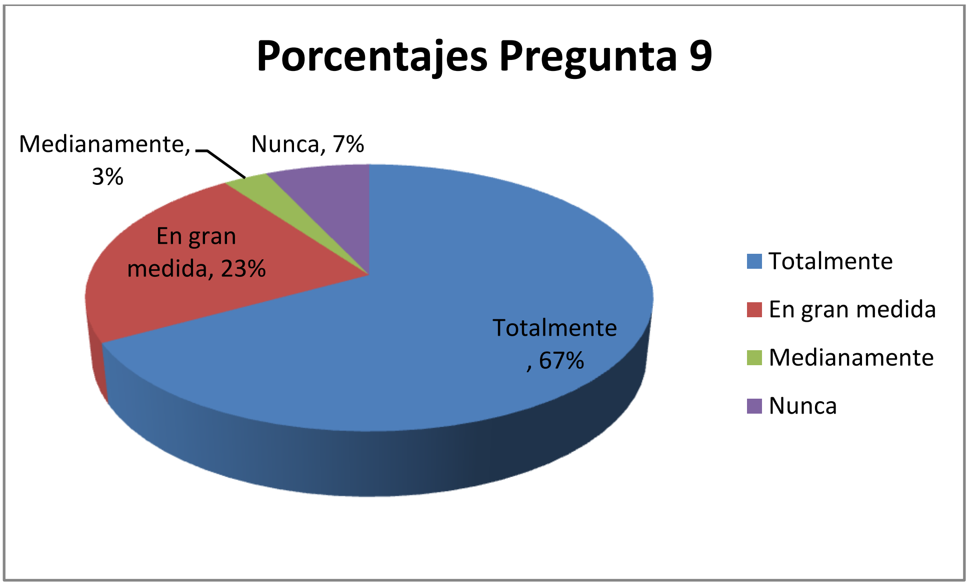
9.- ¿Las guías didácticas de Matemática le motivan a desarrollar su pensamiento Matemático?

Tabla 4 - 10: Pregunta 9

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	60	67%
En gran medida	21	23%
Medianamente	3	3%
Nunca	6	7%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 9: Porcentajes 9



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.9. Análisis e interpretación pregunta 9

67% piensa que las guías totalmente motivan a desarrollar su pensamiento Matemático, el 23% considera que en gran medida, el 7% tiene la percepción de que nunca y el 3% que medianamente. Podríamos considerar entonces que las guías en forma general motivan a desarrollar el pensamiento y razonamiento Matemático en los estudiantes.

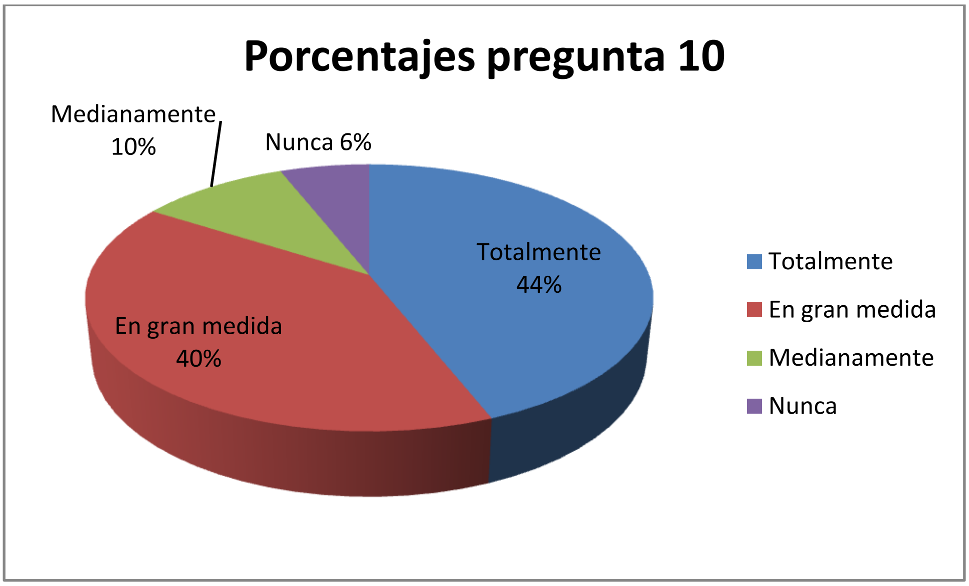
10.- ¿Considera que el contenido de las guías didácticas de Matemática influyen para mejorar su rendimiento académico en la materia?

Tabla 4 - 11: Pregunta 10

Alternativas	Frecuencia	Porcentajes
Totalmente	40	44%
En gran medida	36	40%
Medianamente	9	10%
Nunca	5	6%
TOTALES	90	100%

Elaborado por: Milton Coronel

Gráfico 10: Porcentajes 10



Elaborado por: Milton Coronel

4.1.10. Análisis e interpretación pregunta 10

El 44% piensa que el contenido de las guías didácticas de Matemática totalmente influyen para mejorar su rendimiento académico, el 40% considera que en gran medida, el 10% tiene la percepción de que medianamente y el 6% que nunca, por lo que observamos una relación directa entre el contenido de las guías didácticas de Matemática y su influencia para mejorar el rendimiento académico.

4.2. Verificación de la hipótesis

Una de las herramientas no paramétrica más útiles es la prueba chi-square (X^2), la misma que pertenece a la familia de distribuciones, existe un chi-square para cada grado de libertad la misma que si se incrementa el número de grados de libertad tiene menos sesgo. Se fundamenta en base a las frecuencias observadas con las esperadas en teoría, su relación es:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{rc} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

De donde:

Oi = Frecuencia observada

Ei = Frecuencia esperada

En la presente investigación se utilizó cuatro alternativas: totalmente, en gran medida, medianamente y nunca, por lo tanto la tabla de contingencia que incluye las frecuencias de cada uno de los cuantificaciones tiene f = 4 filas y c = 10 columnas, por lo tanto existen 40 celdas. Probar la hipótesis requiere una comparación de Oi y Ei sobre las 40 celdas.

Para determinar el valor de las frecuencias esperadas debemos multiplicar la constante de estudiantes más docentes encuestados, en este caso 90 por cada uno de los totales y dividirlo entre el gran total, así:

$$E_i = \frac{90*376}{900} = 37.6 \qquad E_i = \frac{90*403}{900} = 40.3$$

$$E_i = \frac{90*77}{900} = 7.7 \qquad E_i = \frac{90*44}{900} = 4.4$$

Se denominará X^2_{obt} al valor que se obtiene del análisis de la tabla de contingencia.

Tabla 4 – 12: Totales generales de parámetros

	1		2		3		4		5		6		7		8		9		10		TOTAL
TOTALMENTE	39	37.6	43	37.6	37	37.6	57	37.6	15	37.6	20	37.6	40	37.6	25	37.6	60	37.6	40	37.6	376
EN GRAN MEDIDA	49	40.3	42	40.3	45	40.3	24	40.3	48	40.3	48	40.3	42	40.3	48	40.3	21	40.3	36	40.3	403
MEDIANAMENTE	2	7.7	5	7.7	5	7.7	6	7.7	12	7.7	18	7.7	6	7.7	11	7.7	3	7.7	9	7.7	77
NUNCA	0	4.4	0	4.4	3	4.4	3	4.4	15	4.4	4	4.4	2	4.4	6	4.4	6	4.4	5	4.4	44
TOTALES	90		90		90		90		90		90		90		90		90		90		900

Fuente: Resultado de las encuesta dirigidas a los estudiantes y profesores.

Elaborado por: Milton Coronel

Luego procedemos a elaborar otra tabla para determinar el valor de X^2.

Tabla 4 – 13: Prueba chi cuadrado

	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	$(O_i - E_i)^2$	TOTAL 1	
TOTALMENTE	1.96	29.16	0.36	376.36	510.76	309.76	5.76	158.76	501.76	5.76	1900.4	50.5
EN GRAN MEDIDA	75.69	2.89	22.09	265.69	59.29	59.29	2.89	59.29	372.49	18.49	938.1	23.3
MEDIANAMENTE	32.49	7.29	7.29	2.89	18.49	106.09	2.89	10.89	22.09	1.69	212.1	27.5
NUNCA	19.36	19.36	1.96	1.96	112.36	0.16	5.76	2.56	2.56	0.36	166.4	37.8
											TOTAL X^2	**139.1**

Fuente: Resultado de las encuesta dirigidas a los estudiantes y profesores.

Elaborado por: Milton Coronel

4.2.1. Planteamiento de la hipótesis estadística y regla de decisión

4.2.1.1. Hipótesis nula

H_0 : "El contenido de las guías didácticas de Matemática no incide en los aprendizajes significativos de los estudiantes de la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao".

$H_0 : O_i = E_i$

4.2.1.2. Hipótesis alternativa

H₁: "El contenido de las guías didácticas de Matemática incide en los aprendizajes significativos de los estudiantes de la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao".

$H_1 : O_i \neq E_i$

4.2.1.3. Regla de decisión

La prueba tiene $(f-1)(c-1) = 3 \times 9 = 27$grados de libertad, si se fija un nivel de confianza del 95%, por lo tanto $\alpha = 0.05$

Se denominará X^2_{tab} al valor que se obtiene en la tabla el valor de $X^2_{0.05,27} = 40.113$

Si $X^2_{obt} > X^2_{tab}$ se rechaza H_0

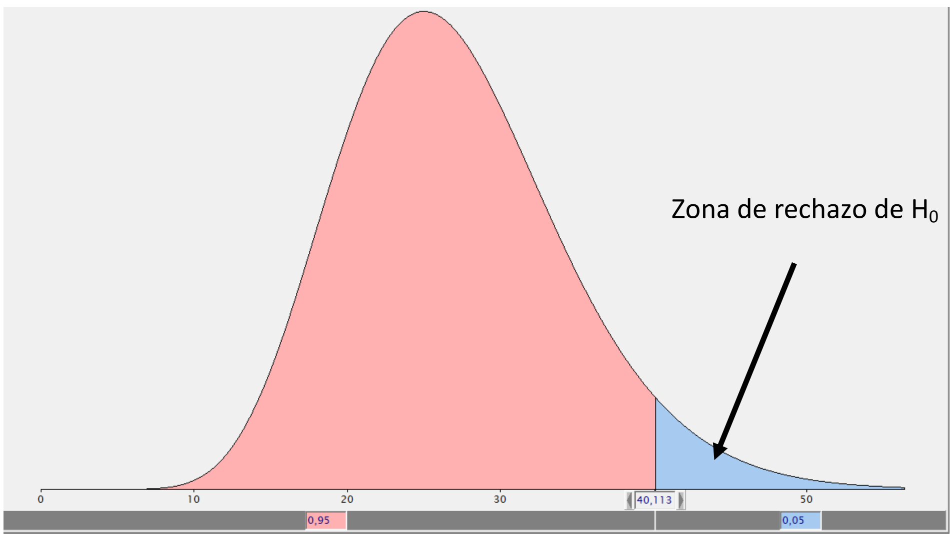
Como $X^2_{obt} = 139 > X^2_{tab} = 40.113$ se rechaza H_0

Esto significa que:

H_1 :"El contenido de las guías didácticas de Matemática incide en los aprendizajes significativos de los estudiantes de la modalidad de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao".

Gráfico 11: Distribución Chi cuadrado.

El gráfico representa la distribución chi-square de una tabla de contingencia, $v = 27$ y un nivel de confianza del 95%.



CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

Luego de realizar el análisis de la situación real de la concepción de las guías didácticas de Matemática utilizadas en el colegio municipal Cotocollao por los estudiantes de CBA podemos concluir lo siguiente:

- Los contenidos plasmados en las guías didácticas son medianamente claros para conseguir un aprendizaje significativo en el área de Matemática.

- Los ejercicios planteados en cada una de las guías generan moderadamente un aprendizaje significativo, es el sentir de casi la totalidad de los usuarios (estudiantes y docentes).

- La evaluación que se presentan al final de cada documento de trabajo responde a la secuencia propuesta en la malla curricular de contenidos.

- Existen errores tipográficos muy evidentes en la mayoría de las guías y no han sido detectadas por el(los) autor(es).

- Las guías didácticas con las que trabajan los estudiantes del colegio municipal Cotocollao presentan errores con respecto al contenido Matemático.

- El contenido Matemático de las guías didácticas proporcionadas a los estudiantes del colegio municipal Cotocollao influye positivamente para mejorar el rendimiento académico.

5.2. RECOMENDACIONES

- Profundizar el contenido de las guías didácticas realizando las precisiones Matemáticas correspondientes.

- Plantear una mayor cantidad de ejercicios en cada guía didáctica bajo diversas condiciones y/o características.

- Corregir los errores evidenciados en el material de estudio entregado a los estudiantes del colegio municipal Cotocollao con respecto a la tipografía.

- Corregir las guías didácticas en el aspecto Matemático aclarando definiciones, teoremas y otros que se encuentran mal planteados.

- Presentar la propuesta de corrección del contenido Matemático a los responsables de imprimir las guías que utilizan los estudiantes del colegio Municipal Cotocollao y el resto de instituciones educativas Municipales del cantón Quito.

- Sugerir la continuidad del programa de Ciclo Básico Acelerado en el Distrito Metropolitano de Quito ofreciendo un material didáctico de apoyo elaborado idóneamente a través de la fundación DYA.

CAPÍTULO VI

PROPUESTA

Título: "Reestructuración de las guías didácticas de Matemática para el Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal Cotocollao"

6.1. Datos informativos

- **Institución:**
  COLEGIO MUNICIPAL "COTOCOLLAO"

- **Beneficiarios**
  Estudiantes del Ciclo Básico Acelerado del Colegio Municipal "Cotocollao" y estudiantes de los CBA del DM Quito.

- **Ubicación.**
  Sector **:** Agua Clara**.**
  Parroquia **:** Cotocollao.
  Cantón **:** Quito.
  Provincia **:** Pichincha.

- **Tiempo estimado para la ejecución:**
  Inicio **:** Julio2013
  Fin **:** Noviembre 2013

- **Equipo responsable:**
  **Investigador : **Lic. Milton E. Coronel S.

6.2. Antecedentes de la propuesta

Como se ha manifestado, los estudiantes participantes han desertado del sistema escolarizado regular, pertenecen a sectores marginados económicamente y presentan dificultades de aprendizaje, por lo es de mucha importancia insertar en las Guías Didácticas de Matemática conocimientos que respondan a la realidad y al contexto en el que se desenvuelven para que se tornen en significativos sus aprendizajes.

Al realizar la investigación y análisis de los datos recolectados, podemos manifestar que se deben realizar rectificaciones a los contenidos de las guías didácticas de la asignatura de Matemática, empleadas en el programa de Educación Básica Acelerada empezando su aplicación en el Colegio Municipal “Cotocollao” como plan piloto para conseguir aprendizajes significativos en los estudiantes participantes, por lo que se propone realizar una: **REESTRUCTURACIÓN DE LAS GUÍAS DIDÁCTICAS DE MATEMÁTICA PARA EL CICLO BÁSICO ACELERADO DEL COLEGIO MUNICIPAL COTOCOLLAO**, con esto queremos no solo contribuir a mejorar aprendizaje y rendimiento de los estudiantes en la asignatura de Matemática, sino ser un pilar para la reforma en las otras Instituciones que están inmersas en el programa de Ciclo Básico Acelerado del cantón Quito.

6.3. Justificación

Esta propuesta pone a consideración de los docentes de Matemática del programa de Ciclo Básico Acelerado del Cantón Quito las Guías Didácticas rediseñadas con contenidos que promueven aprendizajes significativos y relevantes en los estudiantes, como un aporte personal para mejorar su educación y contribuir al avance y mejoramiento del proyecto, por el bien de todos los jóvenes que participan en el programa CBA en los diferentes centros educativos municipales y que por diversas razones no han podido acceder a terminar su educación básica en el Sistema Educativo Regular.

6.3.1. Importancia

El alto índice de reprobación y deserción escolar, han motivado a buscar planes alternativos para que este grupo representativo de estudiantes no se queden sin su posibilidad de continuar sus estudios, mejorar su situación social y económica en el futuro, además la política del Municipio de Quito en razón de la inclusión, de allí la importancia de mejorar el mecanismo para llegar con los conocimientos a los estudiantes del programa de Ciclo Básico Acelerado del Colegio Cotocollao por medio de las Guías Didácticas de Matemática, transformándolas en instrumentos que les permitan hacer de sus aprendizajes de la asignatura en procesos significativos.

Se tiene la proyección de trascender a los demás centros educativos municipales, particulares y fiscales del cantón Quito que ofertan el mismo programa y beneficiar asía una mayor población

6.3.2. Novedad

Por medio de la investigación determinamos que en los estudiantes del programa de Ciclo Básico Acelerado, no se estaban formando conocimientos significativos en el área de Matemática, el aprendizaje de procesos estaba siendo memorístico, sin el respectivo desarrollo de los respectivos procesos mentales que permiten un mayor razonamiento y logran aprendizajes aplicables a desempeños auténticos que respondan a la realidad de su contexto.

Al corregir las Guías Didácticas y entregar la reestructuración de las Guías Didácticas de Matemática para el Ciclo Básico Acelerado del colegio Municipal “Cotocollao”, se espera despertar la motivación de los estudiantes con problemas de aprendizaje de manera que les permitan comprender su realidad y transformar sus contenidos en conocimientos significativos.

6.3.3. Impacto

Los resultados de la aplicación de las rectificaciones a las Guías Didácticas de Matemática del CBA, trascenderán a los 18 centros educativos que se encuentran en la ciudad de Quito, contribuyendo a mejorar el aprendizaje en Matemática en el programa de Ciclo Básico Acelerado.

6.4. Objetivos

6.4.1. Objetivo General

Elaborar Guías Didácticas de Matemática fundamentadas en aquellas que contienen errores para obtener un aprendizaje significativo de la asignatura en los estudiantes del Ciclo Básico Acelerado del colegio Municipal Cotocollao.

6.4.2. Objetivos Específicos

- Diseñar las Guías Didácticas en el aspecto matemático evitando errores tipográficos.
- Reestructurar las Guías Didácticas de Matemática ubicando las definiciones y aspectos relevantes en el lugar correspondiente.
- Desarrollar las Guías Didácticas para su posterior presentación a la fundación DYA, autoridades y docentes de los centros educativos que ofertan el programa CBA.

6.5. Análisis de Factibilidad.

6.5.1. Factibilidad Pedagógica

Siendo la Matemática una asignatura clasificada dentro de las Ciencias Exactas, es necesario que los conceptos, definiciones, leyes, teoremas, propiedades y otros se encuentren claramente expresados, de tal forma que se constituyan en aprendizajes duraderos, válidos para desarrollar las destrezas matemáticas suficientes para continuar sus estudios de bachillerato.

6.5.2. Factibilidad Operativa

La propuesta es factible ya que se halla respaldada por el Centro de Desarrollo y Autogestión, quienes son los responsables a nivel nacional del Programa de Ciclo Básico Acelerado conjuntamente con la Secretaría de Educación Municipal del Distrito Metropolitano de Quito, autoridades y personal docente del colegio Cotocollao, así como también los resultados de las innovaciones en las Guías Didácticas han despertado la motivación en los estudiantes por el estudio de la Matemática.

6.6. Fundamentación Científica

6.6.1. Fundamentación Filosófica

La elaboración de guías didácticas y su aplicación en la enseñanza de Matemática debe sustentarse en un modelo pedagógico que le permita al estudiante realizar las construcciones mentales suficientes para desarrollar correctamente los contenidos, aún sin la ayuda de un tutor o facilitador.

Iniciar una guía con actividades sencillas para luego asumir acciones más complejas, permiten optimizar el proceso de aprendizaje de acuerdo a la teoría de Piaget, mismo que expresa sus ideas de asimilación y acomodación como fundamento de actividades intelectuales.

6.6.2 Fundamentación Pedagógica

Una guía didáctica según Mercer (1998) la define como la "Herramienta que sirve para edificar una relación entre el profesor y los alumnos".

Para Martínez Mediano (1998) "constituye un instrumento fundamental para la organización del trabajo del alumno y su objetivo es recoger todas las orientaciones necesarias que le permitan al estudiante integrar los elementos didácticos para el estudio de la asignatura".

De aquí podemos extraer tres directrices fundamentales de una Guía didáctica: La primera acercar el conocimiento al estudiante; es decir, de allanar el camino para facilitar la comprensión de la asignatura; la segunda destaca la necesidad de la comunicación bidireccional o, en palabras de Holmberg (1985), de "adoptar una actitud conversacional con el estudiante"; y la última rescata el papel orientador e integrador de aprendizajes, proponiendo actividades de seguimiento, evaluación formativa y realimentación constantes, evidentemente motivadoras.

Para la elaboración de las guías didácticas de la asignatura de Matemática, se ha seguido los pasos que indican en el modelo pedagógico constructivista (ERCA), en todas las guías iniciamos siempre con la sección de conocimientos previos donde se manifiesta expresamente la experiencia, luego se desarrolla la sección aprendo algo nuevo en donde se plasma la reflexión, construcción y aplicación de nuevos conocimientos como una interacción mediada por el lenguaje cotidiano y el matemático apropiado, en equilibrio con la actividad autoestructurante del individuo, lo que nos permite lograr en los estudiantes del CBA, aprendizajes acordes a las necesidades actuales y significativas para su vida y posteriores estudios.

Además una guía de estudio es un "manual que estructura los esfuerzos de estudio e intenta mejorar el aprendizaje a ser derivado de los materiales de estudio, sugiriendo a los estudiantes una secuencia dosificada para trabajarlos" (Duchastel, 1983).

En este sentido, la guía de estudio constituye un marco de referencia para un curso y puede ser considerada, a menudo como la descripción de un sistema de enseñanza. Puede agregarse que su presencia en los cursos representa una herramienta para la administración y desarrollo de contenidos, por otro lado, constituye una opción para el diseño de ambientes de aprendizaje, particularmente cuando se diseñan en hiperlenguajes que favorecen la interacción.

Una guía constituye un mapeo de los contenidos de un curso contra las actividades de un curso. En ella se sugiere un cronograma tentativo derivado de una cierta división de los temas.

Se espera que la guía de estudio colabore con el alumno a decidir qué, cómo, cuándo y con la ayuda de qué estudiar los contenidos de un curso, a fin de mejorar el aprovechamiento del tiempo disponible y maximizar el aprendizaje y su internalización.

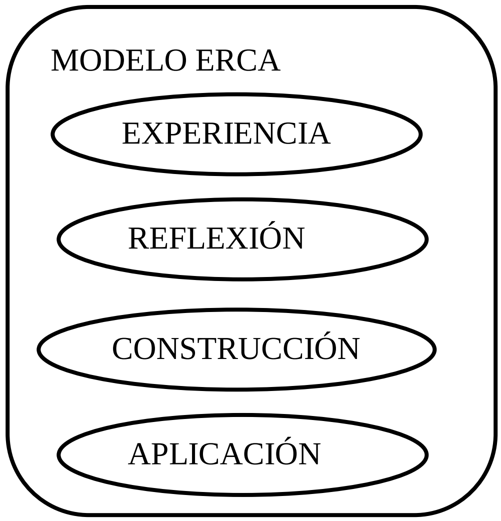
6.7. Ejecución de la propuesta

Para cumplir con los objetivos considerados y elaborar Guías Didácticas de Matemática fundamentadas en aquellas que contienen errores para obtener un aprendizaje significativo de la asignatura en los estudiantes del Ciclo Básico Acelerado del colegio Municipal Cotocollao, las desarrollaremos en varias fases.

6.7.1. Descripción de la Propuesta

Esta propuesta está enfocada en el proceso estructurado constructivista y la precisión Matemática que corresponde a cada tema y subtema bajo el modelo ERCA.

Ilustración 14: Modelo ERCA



Elaborado por: Milton Coronel

6.7.2. Metodología de trabajo

El trabajo se desarrolla en 34 guías de estudio, de las cuales las 11 primeras corresponde a los contenidos de octavo año de educación básica, las 11 siguientes corresponde a los contenidos de noveno año y las restantes a décimo año. De acuerdo a los subtemas a desarrollar se aplicará la metodología inductiva, deductiva o inductiva-deductiva fundamentada en los requerimientos de cada tema o subtema, considerando las diferencias individuales, se ha dosificado las actividades en cada fase del proceso y se pretende construir el nuevo conocimiento de una manera fácil y sencilla. Encontraremos actividades para complementar, seleccionar y realizar en otro lugar. Para comodidad al analizar los contenidos matemáticos enumeraremos las guías.

GUÍA No. 01

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

Trabaja en tu cuaderno

1. Observa las cosas que te rodean.

¿Qué plantas conoces? Haz una lista

¿Cuántos animales domésticos están cerca? Haz una lista

¿Cuántos son los miembros de tu familia? Haz una lista

2. Responde: ¿Las cosas y las personas que has enlistado forman un grupo?

APRENDO ALGO NUEVO.

ME DIVIERTO CON LOS NÚMEROS

Perteneces a una familia porque todos tienen un grado de parentesco. Tu familia es un grupo de personas: en Matemática lo llamaremos **conjunto**. Lo mismo se puede decir de las demás cosas.

A cada miembro de la familia o del conjunto lo llamaremos **elemento del conjunto**, y lo representaremos con $\in$, se lee también pertenece a. Si un elemento no pertenece al conjunto se los identifica con $\notin$.

Un conjunto, se lo encierra entre estos símbolos: { } llamados **llaves,** y se lo identifica con una letra mayúscula: A, B, C, …

Por ejemplo el conjunto de animales domésticos que conozco son: el toro, el borrego, la gallina y el perro. Esto se escribirá: $A = \{toro, borrego, gallina, perro\}$

1. Escribe los elementos de tu conjunto familiar; sepáralas con una coma (,)

____

2. Escribe las iniciales de 5 nombres diferentes de los miembros del conjunto de compañeros varones del ciclo básico acelerado.

____

3. Escribe el conjunto de números pares desde el 2 hasta el 20.

____

4. Responde: ¿Qué características une al conjunto “banda de músicos”?

____

5. Escribe en forma de conjunto una lista de cinco plantas medicinales y llámalo B.

$B = \{$____$\}$

6. Completa: ¿ Qué significa el signo ∈_________________________

El conjunto agrupa a todas las vocales. $C = \{a, e, i, o, u\}$

El conjunto agrupa a una familia. $D = \{papá, mamá, hijos\}$

El conjunto $E = \{culebra, mono, guanta\}$ agrupa a animales de la Amazonía.

Si se escribe cada uno de los elementos de un conjunto, se le llama **notación por extensión**.

7. Escribe por extensión el conjunto B = cinco plantas aromáticas.

____

8. Escribe por extensión el conjunto P = las asignaturas que estudias en el ciclo básico acelerado.

____

Si se escribe indicando las características de todos sus elementos, se llama **notación por comprensión.**

Ejemplos:

$C = \{vocales\}$ $D = \{familia\}$ $E = \{animales\ orientales\}$

9. Escribe en notación por comprensión los conjuntos B y P de los ejercicios 8 y 9.

____

____

10. Escribe por extensión y comprensión los siguientes conjuntos:

- Los miembros del conjunto D son: raíz, tallo, hojas, flores y frutos.

____

- Crea un conjunto y exprésalo por extensión y comprensión.

____

____

Observa los siguientes conjuntos A y B.

$A = \{\text{domingo, lunes, martes, miércoles, jueves, viernes, sábado}\}$

$B = \{\text{lunes, miércoles, viernes}\}$

El conjunto A está formado por todos los días de la semana, pero el conjunto B tiene solo algunos días de la semana.

> Si los elementos del conjunto B también están en el conjunto A, entonces se dice que B es un subconjunto de A, se representa con el siguiente símbolo $\subset$ se lee también **está incluido en.**

Si $T = \{\text{Ambato, Riobamba, Salcedo, Archidona, Nuevo Rocafuerte, Tena}\}$

Y si $H = \{\text{Tena, Riobamba, Salcedo}\}$ ¿está bién decir que T es subconjunto de H?

______________________ Explica tu respuesta.

11. Si $A = \{\text{Esmeraldas, Manabí, Guayas, Los Ríos, El Oro}\}$ entonces escribe dos subconjuntos de A; puedes poner cualquier letra como nombre.

____

> Si el conjunto no tiene elementos, se llama **vacío o nulo**; se representa: {} ó ϕ

Ejemplo de conjunto nulo o vacío:

$C = \{\text{Conjunto de ecuatorianos nacidos en este siglo y que son mayores de 80 años}\}$

C ={}

> Si el conjunto tiene un solo elemento, se llama **unitario**.

Ejemplo de conjunto unitario:

P = conjunto de astros que son el centro del sistema solar, es

P = {Sol}

12.

Inventa un conjunto unitario	Inventa un conjunto vacío o nulo

GUÍA No. 02

CONOCIMIENTOS PREVIOS

1. Completa:

Conjunto es:

____

Observa lo que tienes en tu mochila o maleta de materiales para el estudio y escribe el "conjunto de útiles escolares".

____

El conjunto "útiles escolares", ¿está expresado en la forma de extensión o comprensión?_____________________? Por qué? ____________________________

2. Inventa un conjunto y exprésalo por comprensión.

____

Ahora mira el siguiente conjunto:

A = {toro, borrego, vaca, caballo, burro}

3. Completa los espacios con las ideas correspondientes:

El símbolo ⊂ significa ____

El conjunto A tiene ______________________________ del conjunto A.

El conjunto B = {burro} es un ________________________del conjunto A.

El Conjunto C = {perro} ________________________un subconjunto de A.

Escribe el conjunto D, que sea un subconjunto del conjunto A.

____

Escribe el significado de D ⊂ A ____

APRENDO ALGO NUEVO

ME DIVIERTO CON LOS NÚMEROS

1. Compara los siguientes conjuntos:

$A = \{\text{gallina, paloma, gorrión, pato}\} \quad y \quad B = \{\text{aves}\}$

Responde: ¿B ⊂ A? ______________________________

Comenta la respuesta con tus compañeros.

2. Si el conjunto $C = \{aves\}$ entonces: ¿A $\subset$ C? ___________________________

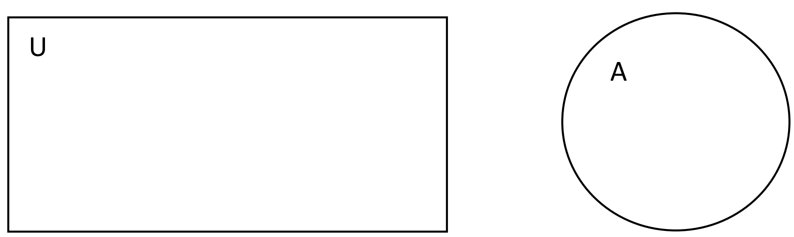
El conjunto que contiene todos los elementos con la misma característica se llama **conjunto universo**; se lo representa con la letra mayúscula **U**.

Completa:

3. Los estudiantes del ciclo básico acelerado forman parte de un conjunto universo llamado____

4. Los triángulos forman un subconjunto del conjunto universo formado por: ____

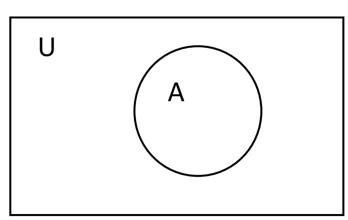
Los **diagramas de Venn** son figuras que nos ayudan a establecer las relaciones que hay entre dos o más conjuntos, un rectángulo puede representar al conjunto universo y un círculo a un conjunto cualquiera.



Si el conjunto universo son los estudiantes del centro educativo:

$U = \{\text{estudiantes del centro educativo}\}$ y $A = \{\text{estudiantes del ciclo básico acelerado}\}$

El diagrama es:

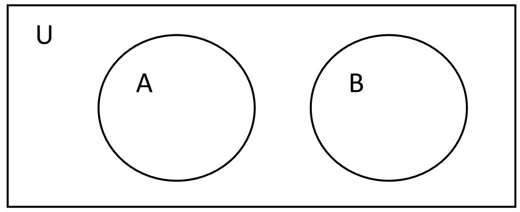


5. ¿Porque que el círculo está dentro del rectángulo?

____

Si dos conjuntos no tienen elementos en común se llaman **conjuntos disjuntos.**

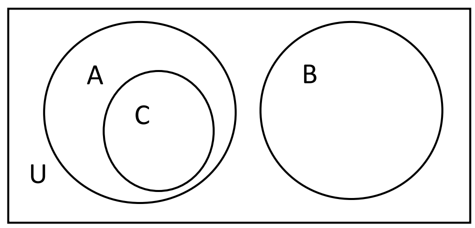
Ejemplo: B representa a los estudiantes del primer nivel y A representa a los estudiantes de cuarto nivel, el diagrama es:



6. Responde observando el esquema anterior, ¿Puedes afirmar que A y B son subconjuntos de U? ____

Explica tu respuesta: ____

Si el conjunto C está formado por los varones del cuarto nivel, el diagrama es:



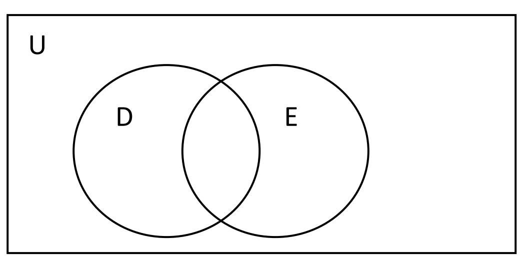
7. Observa el diagrama y responde:

¿Todos los elementos de C están en A?_________________________________

¿Todos los elementos de C están en U?_________________________________

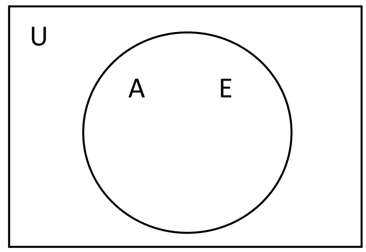
Si dos conjuntos tienen elementos en común se llaman **conjuntos intersecantes.**

8. Ahora considera que D es el conjunto de estudiantes que juegan fútbol y E el conjunto de estudiantes mayores de 12 años. Vemos que los dos conjuntos tienen algunos elementos en común, el diagrama es:



Si un conjunto A tiene los mismos elementos que un conjunto B, se llaman **conjuntos iguales.**

9. Observa el diagrama siguiente:



Subraya: Los conjuntos representados en el diagrama son: 1, 2, 3, 4.

10. Inventa dos pares de conjuntos que sean iguales.

GUÍA No.03

CONOCIMIENTOS PREVIOS

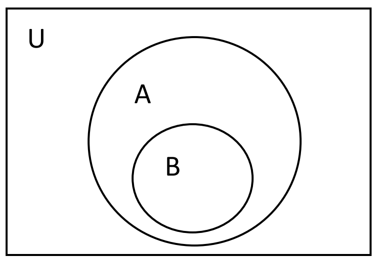
¿Qué sé sobre el tema?

1. Usa tu cuaderno.

Grafica el conjunto universo $U = \{\text{estudiantes del centro educativo}\}$

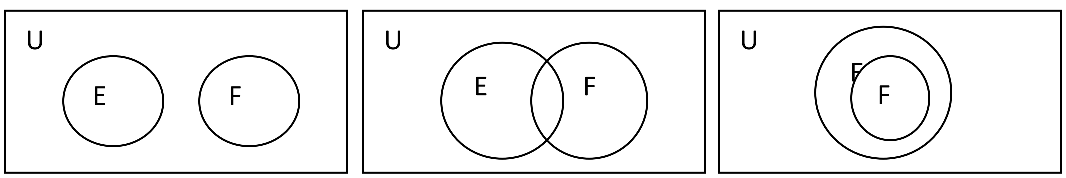
y allí el conjunto $A = \{\text{estudiantes del cuarto nivel}\}$

2. Estudia el siguiente diagrama y responde las preguntas:



- ¿Todos los elementos de B están en A?
- ¿Es correcto afirmar que A ⊂ B?
- ¿Es correcto afirmar que A ⊂ U

3. Escribe la relación de los conjuntos E y F que se ven en el siguiente diagrama:



APRENDO ALGO NUEVO

Unión de conjuntos

1. El conjunto $A = \{\text{Luis, Paco, Pepe, Manuel, Carmita, Antonio, Rodrigo}\}$forman el grupo de danza, y $B = \{\text{Sandra, Guillermo, Patricia, Miguel}\}$ forman el grupo de teatro. Si el profesor llama a una reunión a los dos grupos:

- ¿Cuántos estudiantes estarán en la reunión?________________________________
- ¿Hay elementos comunes? Sí _ No _ ¿Cuáles? ___________________________

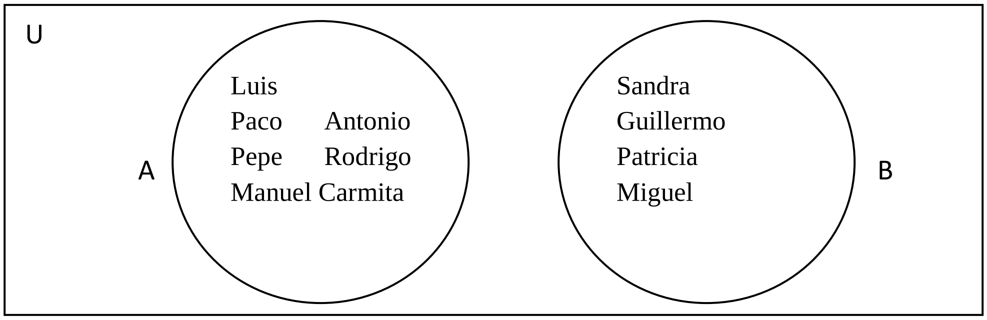
Se forma un nuevo conjunto de estudiantes que están en la reunión de los grupos.

Sean A y B dos conjuntos, si se forma un conjunto con todos los elementos de A y B se llama **unión de conjuntos**, su símbolo es **U**. Los elementos se representan una sola vez.

En la actividad anterior, la unión de los grupos de danza y teatro es:

$A \cup B = \{$Luis, Paco, Pepe, Manuel, Carmita, Antonio, Rodrigo, Sandra, Guillermo, Patricia, Miguel.$\}$

2. En el siguiente diagrama se representan los conjuntos A y B.



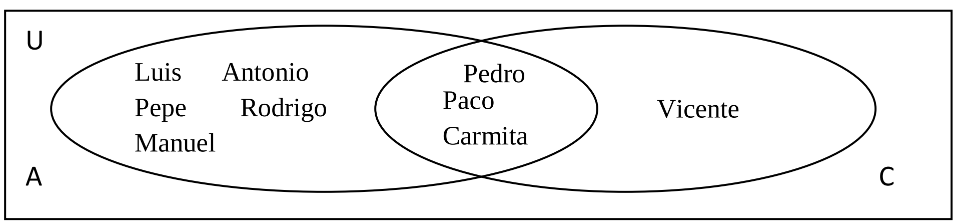
- La unión se representa pintando los dos conjuntos. Sombrea A ∪ B.

3. Ahora considera que el grupo de música es C = { Pedro, Paco, Carmita, Vicente }

Entonces:

$A \cup C = \{$Luis, Paco, Pepe, Manuel, Carmita, Antonio, Rodrigo, Vicente, Pedro$\}$

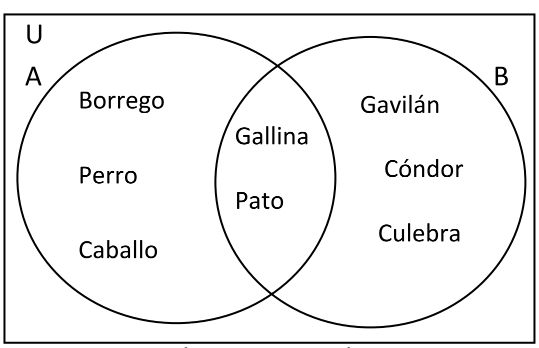
Como hay elementos comunes A ∪ C se representa así:



AU C

Intersección de conjuntos

> Sean A y B dos conjuntos, si se forma un conjunto con los elementos comunes de A y B se llama **intersección de conjuntos**, su símbolo es ∩.

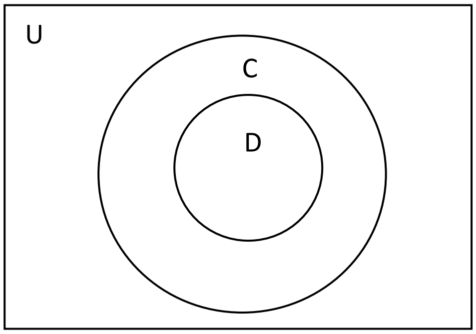


A∩B={Gallina, pato}

Si A= {gallina, pato, borrego, perro, caballo} y B = {gavilán cóndor, pato, gallina, culebra}

A∩B = {gallina, pato} Gráficamente se representa con dos círculos parcialmente sobrepuestos; en este espacio se coloca los elementos comunes.

4. Observa el siguiente diagrama y luego responde a las preguntas:

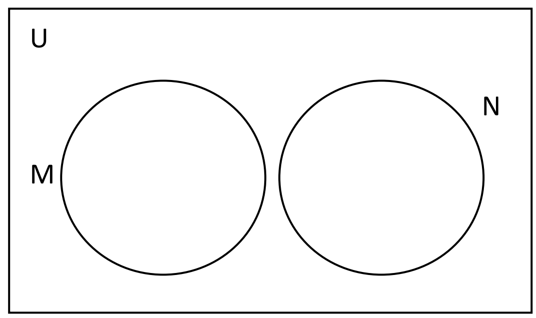


	Si	**No**
Es el conjunto D la intersección de los conjuntos C y D?		
¿Es el conjunto D un subconjunto de C?		
¿Es verdadera la oración si $C \cap D = D$, entonces $D \cap C = C$?		

Justifica las respuestas. Escríbelas en tu cuaderno

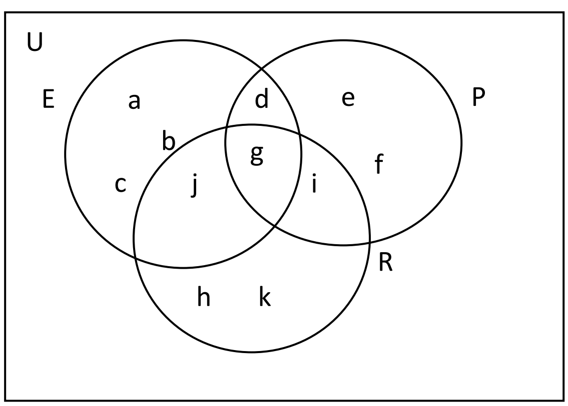
5. Observa el siguiente cuadro:

Se trata de los conjuntos M y N, que no tienen elementos en común: están separados. La intersección de dos conjuntos separados es un conjunto vacío.



$M \cap N = \emptyset$

6. Analiza el siguiente diagrama y responde las preguntas en tu cuaderno.



- Elabora una lista de los elementos del conjunto E.
- Escribe una lista de los elementos del conjunto P.
- Escribe una lista de los elementos del conjunto R.
- Compara tus respuestas con las de tus compañeros y corrígela si es necesario.

GUÍA No. 04

CONOCIMIENTOS PREVIOS

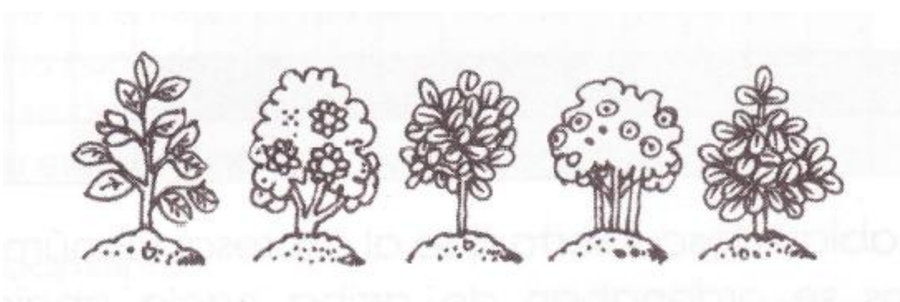
¿Qué sé sobre el tema?

Trabaja cada pregunta con un compañero o compañera. Anota las respuestas en el cuaderno y luego presenta los resultados en clase.

1. ¿Desde qué número empiezas a contar para saber cuántos pupitres hay en el aula?
2. ¿Crees que se pueden representar gráficamente estos números?
3. ¿Con qué partes del cuerpo es más fácil contar?
4. ¿Hasta qué número puedes contar?

APRENDO ALGO NUEVO

Los números naturales.



1. Observa las plantas del gráfico y responde:

- ¿Cuántas plantas tiene el gráfico?
- ¿Desde qué número iniciaste el conteo?

Los **números naturales** son los que comienzan desde el 1 en adelante y sirven para contar objetos, se representan con la letra **N**.

$N = \{1, 2, 3, ... \}$

2. Emplea los números naturales para contar los animales doméstico que tienes en la casa. ¿Cuántos son?

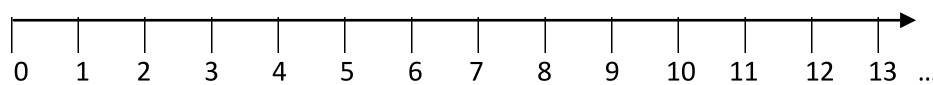
3. Observa los números dibujados en la regla. ¿Desde qué número comienza?

____

Si al conjunto de los números naturales se incorpora el “cero”, tenemos un nuevo conjunto de números llamados **enteros no negativos** que se representa con $\mathbf{Z}^+$

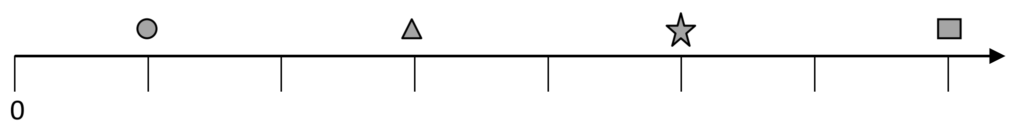
4. Utilizando la regla traza una línea y copia los números desde cero hasta el 10.

La línea que acabas de dibujar con los números se llama **semirrecta numérica** y allí se representan los números. Aquí tienes un ejemplo parecido al tuyo.



5. Representa en una recta numérica los siguientes números: 2, 4, 6, 7. Hazlo en tu cuaderno.

6. Determina los números naturales representados por cada dibujo en la siguiente semirrecta numérica:



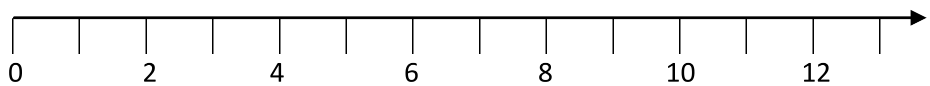
● = ____________ ; ▲ = ___________ ; ★ = ___________ ; ■ = _______

7. Observa con atención la semirrecta numérica y responde**:**

¿El número 6 está a la derecha del 4?	
¿El número 3 está a la derecha del 1?	
Entonces, ¿todos los números mayores están a la derecha?	
¿Los números menores están a la izquierda?	

Un número es **mayor que (>)** otro cuando se encuentra a la derecha en la **semirrecta numérica**, pero un número es **menor que (<)** otro si se encuentra a la izquierda.

Ejemplos:

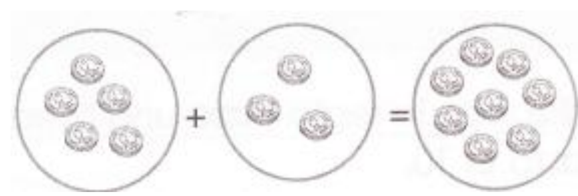


Utilizando los símbolos de relación de orden tenemos:

0< 2;	2<4;	4<6;	6<8.
12>9;	9>5;	5>3;	3>1.

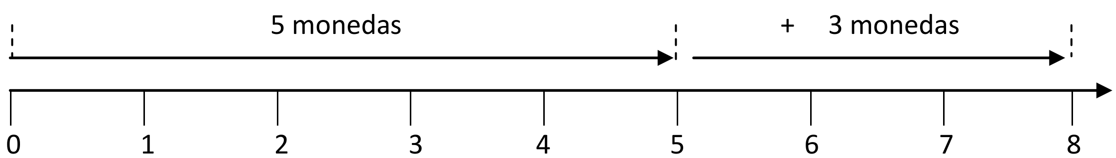
Suma de enteros positivos

8. Cuando recibas 5 monedas y luego 3 monedas más, reúnes los dos conjuntos ¿Cuántas monedas tiene el nuevo conjunto?



5+3=8

9. **Observa** la suma en la semirrecta numérica



¿Desde dónde comienza la recta que representa a las 5 monedas y hasta qué lugar se dibuja?	
¿Desde dónde comienza la suma de + 3?	
¿En qué número termina la suma?	

La operación mediante la cual se agrega una cantidad a otra cantidad se llama **adición o suma,** cada número que se suma se llama **sumando.**

La suma se puede representar en la recta numérica partiendo desde el origen hacia la derecha el número de espacios que indica el primer número; desde este lugar se recorre hacia la derecha la cantidad de espacios que indica el segundo número. El valor final es la suma de los dos números.

Leyes de la Suma

10. Realiza las siguientes operaciones y emite una conclusión:

- La suma 3 + 4 = ________________________________
- La suma 4 + 3 = ________________________________
- Conclusión: ____

  ____

El orden de los sumandos no altera la suma total, esta ley se llama **conmutativa.**

Realiza las siguientes operaciones y escribe una conclusión:

- La suma 3+(4+5) = ________________________________
- La suma (3+4) +5 = ________________________________
- Por lo tanto: ____

  ____

Los sumandos se pueden agrupar de cualquier forma, pero el resultado final no cambia, se conoce como la **ley asociativa**

Los signos empleados para agrupar cantidades y operaciones son: paréntesis ( ) , corchetes [], y llaves {}.

11. Comprueba la ley conmutativa en la suma: 3+4+2.

12. Aplicando la propiedad asociativa, escribe de tres formas distintas la suma:

1+2+3+4.

Sustracción de enteros no negativos

13. La operación opuesta a la suma es la resta. Observa el ejercicio y completa**.**

8 + 3 = 11, por lo tanto, 11 – 3 = 8

82 + 18 = 100	Por lo tanto	100 – 82 =
54 + 25 = 79	Por lo tanto	79 - 25 =

En la suma de enteros no negativos se tiene: 4+2 = 6. Esto es, 2 es el número que sumando con 4 da como resultado 6. El número 2 también se llama diferencia entre 6 y 4. En símbolos se escribe: 6 – 4 = 2. Esta operación se llama sustracción o resta.

14. Escribe 5 sumas y luego exprésales como restas.

GUÍA No.05

CONOCIMIENTOS PREVIOS.

¿Qué sé sobre el tema?

1. Dibuja la semirrecta numérica y realiza gráficamente la suma: 3 + 7.

- Aplica la ley conmutativa en: 12 + 4 + 45 = 61
- Aplica la ley asociativa en el ejercicio anterior.
- Escribe los primeros 12 elementos de los anteriores positivos.

  { ____ }.

2. Compara tu trabajo con el realizado por el compañero o compañera más cercana. Corrijan sus respectivos trabajos con la ayuda del docente.

APRENDO ALGO NUEVO

Multiplicación de enteros positivos

1. Lee atentamente.

La multiplicación es una suma abreviada, la respuesta se llama **product**o y los números que se multiplican se llaman **factores**.

2. Piensa y responde**.**

En las multiplicación	3 x 5 = 15	2 x 4 x 3 x 1 =
¿Cuáles son los factores?		
¿Cuál es el producto?		

3. Realiza la multiplicación indicada en forma de suma: 9 x 3 =

____

Propiedades

4. Realiza la siguiente multiplicación en forma de suma: 4 x 0 =

____

Multiplicar 4 x 0, equivale a sumar 4 veces el cero: 0 x 0 x 0 x 0 = 0.

Todo número multiplicado por 0 es igual a 0, se llama **ley cancelativa**.

5. Efectúa las siguientes multiplicaciones:

3 x 5 =	¿Qué puede decir de la respuesta? ____
5 x 3 =	

Por lo tanto: 3 x 5 = 5 x 3.

El orden de los factores no altera el producto, se llama **ley conmutativa**.

6. Realiza las siguientes multiplicaciones:

2 x 3 x 4 =
(2 x 3) x 4 = (6) x 4 =
2 x (3 x 4) = 2 x (12) =

Si tienes que efectuar una multiplicación que tenga signos de agrupación, primero realiza las operaciones que están **dentro** de los signos y luego multiplicas los factores parciales. Ejemplo:

(2 x 5) (3 x 4) (6 x 5) = 10 x 12 x 30 = 3600.

Los factores parciales son: 10, 12 y 30.

Al agrupar los factores de cualquier forma, no cambia el producto, se llama **ley asociativa.**

7. Realiza la multiplicación por factores parciales:

(2 x 4) (9 x 3) (1 x 4) (4 x 3) = ____________________________________

8. Multiplica

33 x 1	Por lo tanto: ____
27 x 1	

Todo número multiplicado por 1 es igual al mismo número. El **elemento identidad** en la multiplicación **es el 1.**

9. Sigue paso a paso y completa la siguiente operación: 4 (2 + 3).

Primero multiplica el 4 x 2 = ______________	4(2 + 3) = (4 x 2) + (4 x 3) =
Luego el 4 x 3 = _______________________	8 + 12 = 20
Después sumas los resultados parciales	

Si un factor se multiplica uno a uno por sumandos agrupados, se llama **ley distributiva** de la multiplicación sobre la suma.

10. Ejercítate lo más que puedas. Trabaja en grupo y luego compara el procedimiento seguido y las respuestas de los compañeros de grupo. Corrige si es necesario, hazlo primero en tu cuaderno.

dibujo	5 x (4 x 7) =	(4 x 5) + (5 x 8) + + 20
	50 x (2x28) =	5 + 5 (10 + 2) =
	9 (15) (2) =	20 (2+ 7) + 1 =
	(2x 8) + 7 =	4 (6+24) + 0 (17 + 25) =
	3 + (7 x 9) =	3 (12 + 18) + 2 (13+ 1) =
	9 x 2 x 4 =	56 (13) (17) (0) =
	20 (3) + 12 =	7+3 (8+7) =
	5 + 3 (7) =	(3 x 6) + (4 x 9) + 1 =

GUÍA No. 06

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Escribe el nombre de los siguientes conjuntos numéricos.
{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …..} ____

{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, …..} ____

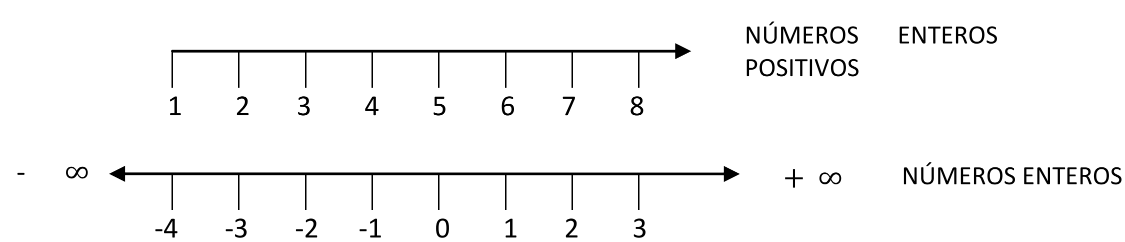
2. Resuelve paso a paso las siguientes operaciones:

- 9 (6 + 3) + 7 = ____
- 15 (7 + 3) + 8 (6 + 9) =____

APRENDO ALGO NUEVO

Los números enteros

1. Observa las semirrectas numéricas:



- ¿En qué se parecen las dos representaciones numéricas? ____________________
____

- ¿En qué se diferencias las dos representaciones numéricas? __________________
____

> La unión de los enteros negativos, los enteros positivos y el 0 es el conjunto de los **números enteros**, su símbolo es **Z**.
>
> Si *x* representa un número cualquiera, -*x* se llama **opuesto**.

Z= {… -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,…}

2. Encierra en un círculo la respuesta correcta:

- Los números enteros son: solo positivos, negativos, 0 y positivos y/o solo positivos.
- Un buen ejemplo de entero es: -1.99**;** 4,02**;** -10**;**π
- Uno de los siguientes números no es entero: 90, 0, -1, $-\frac{3}{4}$.

Suma de enteros

3. Suma, utilizando la semirrecta numérica: 3 +7

4. Halla, empleando la recta numérica: 5 + (-3)

Para sumar gráficamente enteros:

a) Inicia dese el origen (0) hacia la derecha o izquierda según el signo del primer término.

b) En el extremo del segmento que representa el primer número, se traza el siguiente segmento del segundo número hacia la derecha o izquierda, según sea el signo

c) El número en la recta numérica de final del último segmento es la suma.

5. Encuentra, gráficamente:

10 + 5 + 8 15+ (-11) -10+3 -3 + (-3)

Propiedades de la suma

6. Observa esta suma y responde: (+2) + (+5) = +7.

- Los sumandos son el 2 y el 5, ¿qué signos tienen cada uno?
- Las sumas es el 7, ¿qué signo tiene?

  ____
- Por lo tanto, el resultado de la suma de dos enteros positivos es siempre

  ____

7. Observa esta suma y responde: (-2) + (-5) = -7

- ¿Qué signos tienen los dos sumandos?

  ____

- ¿Qué singo tiene la suma?
  ____
- Por lo tanto, el resultado de la suma de dos enteros negativos es siempre ________________

8. Observa la siguiente suma y responde: (+3) + (-3) = 0

- Las cantidades son iguales, pero los signos son: ____________________

La suma de dos enteros, uno el opuesto de otro es siempre igual a 0, se llama **propiedad cancelativa**.

9. Analiza, estas dos sumas y luego responde:12+ 0 = 12; -32 + 0 = -32

- En la primera suma el +12 más 0 = ____________________________
- En la segunda suma el -32 más 0 = _____________________________
- Por lo tanto: ____

El **0** es el **elemento neutro** de la suma.

Resta de enteros

10. Traza la recta numérica y luego realiza ahí los ejercicios que se indica:

10-4 10 + (-4)

La resta se transforma en una suma del primero más el negativo del segundo. Cualquier entero positivo es mayor que cualquier entero negativo y el 0 es menor que cualquier positivo y mayor que cualquier negativo.

El resultado de cada operación gráfica es: _____________________________

11. Encuentra gráficamente los valores de las siguientes expresiones:

15 + (-11) -10 +3 -3+ (-3)

12. Encuentra, sin gráfico, los valores de las siguientes expresiones:

15 + (14 – 22) = 10 – (8 – 6) = 2 + (- 6) – (10) – (-8) =

-20 – (-6 + 14) = 6 – (7 – 9) + (3 – 11) =

GUÍA No. 07

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Completa los espacios vacíos en las siguientes oraciones:

- 4 – (-8) = 4 (__________) = 12
- 3 – (-9) = 3 + 9 = ______________________________
- (+5) – (- 6) = (__________) +(+6) = 11
- (-11) – (-15) = (________) + (+15) = ____________________
- (-54) _______________= - 26.
- (-135) – (+ 284) = (___________) + (-284) = -419.

2. Resuelve en grupo:

- Paty fue a comprar con $120 y adquirió una blusa de $15, un par de aretes por el doble de la blusa, una chompa a $4 menos de los aretes y una falda por la mitad del precio de la chompa. ¿Cuánto le sobró?
- En un pueblo cercano, en invierno, a las 6 horas, la temperatura fue de 11^{o}C, a las 12 horas 3^{o}C, a las 13 horas subió 5^{o}C, y a las 18 horas volvió a descender 4^{o}C. ¿Cuál fue la temperatura en cada una de las horas señaladas?
- Manolo nació el 23 de abril de 1990 y Alicia el 15 de julio del mismo año. ¿Cuál es la diferencia en días entre las dos personas?

APRENDO ALGO NUEVO

1. Pon mucha atención en los signos de los factores y del resultado.

(+ 3) (+ 6) = +18	(+3) (- 6) = -18
(- 3) (- 6) = + 18	(- 3) (+ 6) = -18

2. Completa

- Si los dos factores tienen igual signo el producto es: __________________
- Si los dos factores tienen diferentes signos, el resultado es: _____________

3. Observa las clases de números de los factores y del resultado:

(- 5) x (- 4) = + 20   10 (6) = 60   8 (- 2) = - 16

En los ejemplos todos los factores son números enteros; el producto es también un número: ____

> El producto de dos o más números enteros es otro entero, se llama **ley clausurativa**.

4. Realiza las siguientes multiplicaciones y luego emite una conclusión:

(- 5) (10) =   (10) (- 5) =

- **¿**Qué ocurrió con el orden de los factores? ______________________________
- ¿Cambió la respuesta? ____

> El orden de los factores no altera el producto, se llama **ley conmutativa.**

5. Realiza las siguientes multiplicaciones y luego escribe una conclusión:

(- 3) (- 4) (2) (5) =   [(- 3) (-4) (2) (5)] =   [(-3) (-4) (2)] (5)=

- ¿Cambiaron los factores en los tres ejercicios?

  ____

- ¿Cambió el producto en los tres casos?

  ____

> Al multiplicar podemos agrupar los factores de diferente forma y el producto no cambia, se llama **ley asociativa**.

6. Realiza las siguientes multiplicaciones y luego emite una conclusión:

(-4) 1 =   39 x 1 =

Por lo tanto, ____

7. Sigue paso a paso la siguiente multiplicación:

- $4\,(6 + 9) \Longrightarrow 4\,(6) + 4\,(9) \Longrightarrow 24 + 36 = 60$
- Describe oralmente con tus palabras el proceso.

> Si un factor se multiplica uno a uno por sumandos agrupados, se llama **ley distributiva** de la multiplicación sobre la suma.

8. Resuelve cada uno de los siguientes ejercicios y luego comparte los procedimientos y las respuestas con tus compañeros. Corrige si es necesario.

- En una fiesta hay 15 invitados. ¿Cuántos apretones de manos tendrá que darse para saludarse todos?
- En una persona adulta, el corazón late aproximadamente 70 veces cada minuto. ¿Cuántas veces late en un día? ¿En un año? ¿En 70 años?

Trabaja con tu compañero.

4 (-6) (-10) =　　　20 + 5 x 12 =　　　20 (8-12) =

8 (- 2) (-3) +7 (- 4) (-3) =　　　- 6 (9) (-5) – 10 (-7) (-6) =

División de enteros

9. Observa con atención los signos del dividendo, del divisor y del cociente.

(+8) ÷ (+2) = 4　　(+8) ÷ (- 2) = -4　　(-8) ÷ (- 2) = 4　　(- 8) ÷(+ 2) = - 4

10. Completa:

- Si el dividendo y el divisor tienen el mismo signo, ya sean positivos o negativos, el cociente siempre es ____
- Si el dividendo y el divisor tienen signos contrarios, el cociente siempre es ____

11. Si no tienes dinero y quieres dividir entre cuatro amigos, a cada uno le toca 0, por tanto, completa: 0 + n = ____

La división de una cantidad para 0 no existe: n/0 no existe.

12. Divide y concluye**:**

$10 \div 1 =$ $\qquad\qquad$ $- 45 \div 1 =$

Por lo tanto, todo número entero dividido para 1 es __________________________

Demuestra que no se cumple las leyes asociativa y conmutativa.

13. Recuerda y aplica el proceso para resolver ejercicios con las cuatro operaciones y luego describe como lo hiciste. Trabaja en grupo.

10 (3) + 2 (3 - 1) – (15 – 5) ÷2 $\qquad$ 10 (3) + 2 (2) – (-10 ÷ 2 $\qquad$ 30 + 4 -5 = 29

Completa:

- ¿Que se resolvió en primer lugar?

  ____

- ¿Cuál es el segundo paso?

  ____

- Finalmente se realizan las sumas y las __________________________________

14. Resuelve con tus compañeros, compara los procedimientos y las respuestas. Corrige si es necesario.

- A tu centro educativo le han donado 2 000 lápices. A cada estudiante le entrega 12 lápices y sobran 8. ¿Cuántos niños hay en la escuela?
- 900 botellas de jugo de manzana se colocan en cajones. Conteniendo cada cajón 4 filas de 5 botellas. ¿Cuántos cajones se llenan? ¿Qué pasa si los cajones contienen 5 filas de 5 botellas?
- José tiene que recorrer con su camión una distancia de 950 km. Si recorres 68 km cada hora. ¿Cuántos km le faltan para recorrer después de 8 horas de viaje?.
- Determina el valor de las siguientes expresiones:

10 x 6 + 15= $\quad$ 42 – 28 + (-7) = $\qquad$ 20 (- 4) + 10 – 6 + (5 -7) =

GUÍA No. 08

CONOCIMIENTOS PREVIOS

1. Completa las siguientes frases:

El conjunto de números enteros es:____

La multiplicación es una_____________ abreviada.

2. Resuelve los siguientes ejercicios:

$8(2+5) + (90 \div 9) =$ $\qquad$ $-4\,(-12-3) - 6\,(-100 \div 2) =$

$72 \div (-18) \times 4 - (3-12) \div (-9) =$

APRENDO ALGO NUEVO

Potenciación de Números Enteros

1. Resuelva las siguientes multiplicaciones:

$3 \times 3 \times 3 \times 3 =$ $\qquad$ $(-2)(-2)(-2)(-2)(-2) =$ $\qquad$ $5 \times 5 =$ $\qquad$ $9 \times 9 \times 9 =$

El primer ejercicio puede escribirse en forma compacta como 3^4, que significa cuatro veces tres $3 \times 3 \times 3 \times 3$.

2. Escribe en forma compacta los ejercicios segundo, tercero y cuarto: _________________

La forma de expresar una multiplicación compacta se llama potenciación. El número que se multiplica se llama **base**, el número que indica las veces que se multiplica la base se llama **exponente** y el resultado se llama **potencia**.

Indica cuál es la base y el exponente de las expresiones:

20^5 Base:_________, exponente:________

$(-2)^3$ Base:_________, exponente:________

3. Expresa en forma de potenciación si conoces la base y el exponente:

Base 6 exponente 4, la expresión es:_________

Exponente 10, base -7, la expresión es:_______

El exponente 2 se lee "elevado al cuadrado", ejemplo:

7^2 Siete elevado al cuadrado.

El exponente 3 se lee "elevado al cubo", ejemplo:

2^3 Dos elevado al cubo.

4. Analiza los siguientes ejemplos y completa las siguientes frases:

$(+6)^2 = (+6)(+6) = +36$

$(-6)^2 = (-6)(-6) = +36$

$(+6)^3 = (+6)(+6)(+6) = +216$

$(-6)^3 = (-6)(-6)(-6) = -216$

Si la base es + y el exponente es par o impar, entonces la potencia es:______________

Si la base es - y el exponente es par, entonces la potencia es:________________

Si la base es - y el exponente es impar, entonces la potencia es:______________

Propiedades de la Potenciación

Todo número elevado al exponente 0, es igual a 1. Ejemplos:

$(55)^0 = 1$ $(-21)^0 = 1$

Todo número elevado al exponente 1, es igual a sí mismo. Ejemplos:

$(5)^1 = 5$ $(-76)^1 = -76$

El **producto** de potencias de **igual base** es igual a la base elevada a la **suma** de los exponentes.

Ejemplo:

$$3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243$$

Conserva la base y suma los exponentes:

$2 \times 2^2 \times 2^3 =$ $\quad$ $4^2 \times 4^3 \times 4^6 =$ $\quad$ $(-8)^5 \times (-8)^{-7} =$

El **cociente** de potencias de **igual base** es igual a la base elevada a la **resta** de los exponentes.

Ejemplo:

$$3^6 \div 3^4 = 3^{6-4} = 3^2 = 3 \times 3 = 9$$

5. Conserva la base y resta los exponentes:

$\frac{2^5}{2^3} =$ $\quad$ $\frac{7^3}{7^8} =$ $\quad$ $\frac{9^{-4}}{9^{-2}} =$

En la potencia de un producto se eleva cada base al mismo exponente. Ejemplo:

$(3 \times 4)^2 = 3^2 \times 4^2 = 3 \times 3 \times 4 \times 4 =$

Resuelve:

$(5 \times 2)^2 =$ $\quad$ $(2 \times 3 \times 4)^2 =$

En la **potencia de** otra **potencia** se conserva la base y se **multiplican** los exponentes.

Ejemplo:

$$[(-3)^2]^3 = (-3)^2 \times (-3)^2 \times (-3)^2 = (-3)^{2+2+2} = (-3)^6$$

Desarrolla los ejercicios:

$[(-5)^4]^3 =$ $\quad$ $[(2)^3]^3 =$

6. Completa la tabla de los cuadrados de los 10 primeros números naturales:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

7. Completa la tabla de los cubos de los 10 primeros números naturales:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

8. Utiliza una hoja cuadriculada, recorta y pega cuadrados de 2^2 (la unidad es un cuadrado); $3^2;\ 4^2; 5^2; 6^2$ .Cuenta en cada caso el número de cuadros y escríbelo en cada figura.

9. Construye un cubo de diez cuadros de lado $= 10^3$. ¿Cuántos cubos pequeños de un cuadro de lado caben en el cubo grande?

Radicación de números enteros

Has aprendido que $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$. El objetivo de la radicación es encontrar la base si se conoce la potencia y el exponente. Por ejemplo: Determina el valor de *x* que es la base, sabiendo que la potencia es 8 y el exponente 3:

$x^3 = 8$	Escribimos la expresión.
$x^3 = 2^3$	Expresamos como potencias.
$x = 2$	La base buscada es 2 (raíz)

La radicación es la operación que permite hallar la raíz conociendo la potencia y el exponente. Se escribe de la siguiente forma: $\sqrt[n]{x} = y$, donde *n* es el índice de la raíz, *x* la cantidad subradical, y es la raíz.

Cuando el índice de la raíz es 2 no se escribe, se sobreentiende.

1. Estudia el siguiente ejemplo y completa lo que se te pide:

$\sqrt[3]{125} = 5$ porque $5^3 = 125$

El índice es _______________

La cantidad subradical es _______________

La raíz es __________

2. Estudia las operaciones con radicales.

$\sqrt{8} \times \sqrt{2} = \sqrt{8 \times 2} = \sqrt{16} = 4$ $\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{2 \times 4} = \sqrt[3]{8} = 2$

Se trata de la multiplicación de dos radicales con el mismo índice y diferente cantidad subradical.

3. Escribe cómo se multiplican dos radicales con el mismo índice:

4. Resuelve:

$$\sqrt{3} \times \sqrt{2} \times \sqrt{6} =$$

Estudia la siguiente operación con radicales:

$$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2$$

5. Describe cómo se dividen dos radicales con el mismo índice: ___________________

____

6. Resuelve: $\dfrac{\sqrt[3]{16}}{\sqrt[3]{2}} =$

GUÍA No. 09

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué se sobre el tema?

1. Analiza la siguiente operación: $3 \times 2 \times 4 = 24$

¿Cuáles son los factores?

¿Cómo se llama el 24?

2. Realiza las siguientes operaciones:

$3(90 \div 10) + (-20 \div 4) =$ $\quad$ $-4(-12 - 3) - 6(-100 \div 2) =$

APRENDO ALGO NUEVO

Múltiplos

1. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$2 \times 2 =$ $\quad$ $2 \times 3 =$ $\quad$ $2 \times 4 =$ $\quad$ $2 \times 5 =$

Las respuestas que encontraste contienen a un mismo factor, en este caso al número 2.

Si un número contiene una cantidad n de veces a otro, se llama **múltiplo**.

2. Completa: Para encontrar el _______________ de un número basta con multiplicar la cantidad por otro número.

3. Determina:

4 múltiplos del 3:___________________________________

4 múltiplos del 4:___________________________________

4 múltiplos del 7:___________________________________

Divisores

4. Divide:

$8 \div 1 =$ _____ $\quad$ $8 \div 2 =$ _____ $\quad$ $8 \div 4 =$ _____ $\quad$ $8 \div 8 =$ _____

Las respuestas que encontraste dividen exactamente a otro número.

Si un número divide exactamente a otra cantidad, se llama **divisor**.

Los números 8, 4, 2, 1 se llaman divisores de 8.

5. Completa: Los divisores de un número se los encuentra:_________________

6. Determina:

Los divisores de 6:______________________________

Los divisores de 15:______________________________

Los divisores de 7:______________________________

Números Primos

7. Encuentra los divisores de:

2:_______________; 3:______________; 4:________________; 7:_____________

Los números que tienen solo dos divisores: Él mismo y el 1 se llaman **primos**.

8. Selecciona encerrando en un círculo los números que son primos:

4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17

Números Compuestos

El número 6 tiene los siguientes divisores:

$6 \div 1 = 6$ $\qquad$ $6 \div 2 = 3$ $\qquad$ $6 \div 3 = 2$ $\qquad$ $6 \div 6 = 1$

Los divisores de 6 son: 6, 3, 2, 1.

Los números que tienen más de dos divisores se llaman **compuestos**.

9. Encierra en un círculo los números que son compuestos:

2, 4, 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15, 17, 19, 20.

Todos los números naturales a excepción del 1 pueden clasificarse en compuestos y primos.

Criterios de Divisibilidad

Es importante que recuerdes que: Todo número par es divisible para 2.

10. Subraya los números que se pueden dividir para 2 del siguiente conjunto:

$$A = \{10, 15, 60, 142, 215, 424, 684, 941, 1\,000, 1\,386, \}$$

11. Escribe la serie del 3 hasta el 60.

12. Divide para 3 los números escritos anteriormente.

¿Cuál es el residuo de todas las divisiones?

13. Suma los valores absolutos de las siguientes cifras como el ejemplo:

$$15 \ \rightarrow 1 + 5 = 6$$

126_________________

777_________________

8 763_________________

Todo número entero es **divisible para 3**, si la suma de los valores absolutos de sus dígitos es múltiplo de 3.

14. Subraya los números que son divisibles para 3 en el siguiente conjunto:

$$B = \{15, 26, 29, 184, 666, 999, 7\,227\}$$

15. Divide para 5 los siguientes números:

$30 \div 5 =$ _____ $45 \div 5 =$ _____ $25 \div 5 =$ _____ $100 \div 5 =$ _____

Las divisiones son exactas, por lo tanto:

Todo número terminado en 0 ó en 5 son **divisibles para 5**.

16. Subraya los números divisibles para 5 empleando la conclusión anterior:

$$C = \{40, 67, 98, 200, 30, 65, 775, 29, 18\,900\}$$

Un número es divisible para: 10 si termina en 0, para 100 si termina en 00, para 1 000 si termina en 000, y así sucesivamente.

Descomposición de un número en factores primos

Para descomponer un número en sus factores primos se procede a dividir dicho número para el menor divisor posible; luego el cociente se vuelve a dividir para el menor divisor posible. El proceso continúa hasta obtener 1 en el cociente.

Ejemplo: Descomponer en factores primos los números: 24, 50 y 180

$$\begin{array}{r|l} 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 50 & 2 \\ 25 & 5 \\ 5 & 5 \\ 1 & \\ & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 180 & 2 \\ 90 & 2 \\ 45 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ & \end{array}$$

Por lo tanto:

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \qquad 50 = 2 \times 5 \times 5 \qquad 180 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

17. Encuentra los factores primos de cada uno de los siguientes números:

16, 90, 100, 630, 4 096,

Máximo Común Divisor

18. Subraya los divisores que sean comunes para el 18 y el 24 en los siguientes conjuntos:

$$D(18) = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\} \qquad D(24) = \{1, 2, 3,4, 6, 8, 12, 24\}$$

Ordena de menor a mayor los divisores comunes: ____________________

¿Cuál es el mayor divisor de los divisores comunes? __________________

El mayor divisor común de dos o más números se llama **máximo común divisor**.

19. Determina el máximo común divisor de los siguientes grupos numéricos:

20, 12 5, 25, 60 30, 40, 10.

Mínimo Común Múltiplo

20. Completa los múltiplos enteros de 4 y 5.

$$M(2) = \{2, 4, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, 24\}$$

$$M(3) = \{3, 6, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, \_\_\_, 36\}$$

Escribe en un solo conjunto los múltiplos comunes de 2 y 3:

$$E = \{\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\}$$

¿Cuál es el menor de entre los múltiplos comunes? ________

El menor múltiplo común (diferente de 0) de dos o más números se llama **mínimo común múltiplo**.

¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2 y 3? ________

Método Práctico: Se descomponen simultáneamente los números dados en sus factores primos, el producto de ellos es el **m.c.m.** Ejemplo: ¿Cuál es el m.c.m de 8, 12 y 16?

8	12	16	2
4	6	8	2
2	3	4	2
1	3	2	2
	3	1	3
	1		

$$m.c.m = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 48$$

21. Determina el m.c.m de cada grupo de números:

12,30 105, 175 180, 1 000

GUÍA No. 10

CONOCIMINETOS PREVIOS

¿Qué se sobre el tema?

1. Clasifica los números presentados según el conjunto al que pertenecen.

-20, 5, 7, 8, 44, 99, 3, -86, -100, 17

$Positivos = \{$______________________________________$\}$

$Negativos = \{$______________________________________$\}$

$Enteros = \{$______________________________________$\}$

$Impares = \{$______________________________________$\}$

$Primos = \{$______________________________________$\}$

$Compuestos = \{$____________________________________$\}$

$Múltiplos\ de\ 3 = \{$__________________________________$\}$

$Múltiplos\ de\ 5 = \{$__________________________________$\}$

2. Divide y responde:

$9 \div 3 =$ ______ ¿El resultado es un número entero? _____________

$9 \div 2 =$ ______ ¿El resultado es un número entero? _____________

APRENDO ALGO NUEVO

Los Números racionales

1. Analiza las siguientes divisiones:

$$\frac{8}{4} = 2 \qquad \frac{-15}{-5} = 3 \qquad \frac{20}{-5} = -4 \qquad \frac{1}{10} = 0{,}1$$

$$\frac{1}{4} = 0{,}25 \qquad \frac{-7}{-3} = \frac{7}{3} \qquad \frac{-15}{+20} = -\frac{3}{4} \qquad \frac{3}{4} = 0{,}75$$

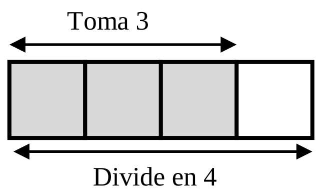
El conjunto de **números racionales** está formado por los enteros, las fracciones y los decimales.

2. Elabora un diagrama de Venn en el que se observe la relación entre los números enteros y los racionales.

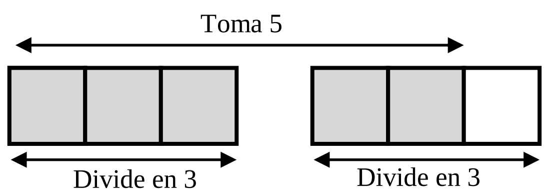
Elementos de una fracción

$$\mathit{Línea\ de\ fracción}\,\frac{\mathit{numerador}}{\mathit{denominador}} \rightarrow \frac{3}{4}\,\frac{\mathit{Tomé}\ 3\ \mathit{partes}}{\mathit{Dividí\ la\ unidad\ en\ cuatro\ partes}}$$

$\frac{3}{4}$



$\frac{5}{3}$



Cuando el numerador es mayor que el denominador representa más que la unidad.

3. Grafica las siguientes fracciones: $\frac{1}{2}$ $\frac{4}{5}$ $\frac{4}{3}$

4. Compara los valores del numerador y denominador de las siguientes fracciones:

$\frac{1}{2}$ $\frac{4}{3}$

> Cuando el numerador es menor que el denominador, se llama **fracción propia**, si el numerador es mayor que el denominador, se llama **fracción impropia**,

Las fracciones impropias pueden representarse como graficaste la fracción $\frac{4}{3}$, es decir 1 entero y $\frac{1}{3}$, así: $1\frac{1}{3}$, este se llama **número mixto.**

5. Transforma a número mixto las siguientes fracciones impropias:

$\frac{5}{3}$ $\frac{18}{7}$ $\frac{12}{5}$

6. ¿Qué elemento tienen igual estas fracciones?

$\frac{2}{5}$, $\frac{6}{5}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$ ______________________

Si dos o más fracciones tienen el mismo denominador se llaman **fracciones homogéneas.**

Crea 5 fracciones homogéneas: ____

7. Observa estas fracciones:

$$\frac{3}{5}, \quad \frac{6}{7}, \quad \frac{8}{3}, \quad \frac{4}{10}$$

Si dos o más fracciones tienen diferente denominador se llaman **fracciones heterogéneas.**

Crea 5 fracciones heterogéneas: ____

Si al numerador y al denominador de una misma fracción se multiplica o divide para un mismo número, el valor de la fracción no cambia, este proceso se llama **amplificación** o **simplificación** respectivamente.

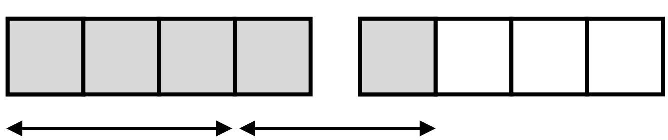
8. Amplifica la fracción $\frac{4}{3}$

a) 2 veces ________________ b) 5 veces _______________

9. Simplifica las siguientes fracciones:

$$\frac{6}{9}, \quad \frac{36}{48}, \quad \frac{130}{142}$$

Suma de fracciones homogéneas



$$\frac{3}{4} + \frac{2}{4}$$

$$\frac{5}{4}$$

Para **sumar fracciones homogéneas** se conserva el denominador y se suman los numeradores, se simplifica si es posible**.**

Ejemplo:

$$\frac{1}{2}+\frac{3}{2}+\frac{5}{2}+\frac{3}{2}=\frac{1+3+5+3}{2}=\frac{12}{2}=6$$

10. Suma las siguientes fracciones homogéneas:

$$\frac{1}{9}+\frac{2}{9}+\frac{4}{9}+\frac{5}{9}=$$

$$\frac{7}{12}+\frac{5}{12}+\frac{11}{12}+\frac{1}{12}=$$

Suma de fracciones heterogéneas.

Para **sumar fracciones heterogéneas** se deben amplificar las fracciones hasta transformarlas en fracciones homogéneas y se suman como tales.

Ejemplo:

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}= \qquad \rightarrow \frac{2}{3}=\frac{2\times 4}{3\times 4}=\boxed{\frac{8}{12}}; \quad \frac{3}{4}=\frac{3\times 3}{4\times 3}=\boxed{\frac{9}{12}}$$

$$\frac{8}{12}+\frac{9}{12}=\frac{17}{12}$$

Este proceso es equivalente a determinar el m.c.m. de todos los denominadores; luego se divide para cada denominador y se multiplica por su respectivo numerador. En la suma anterior:

Factores primos de: 3 = 1 x 3

Factores primos de: 4 = 2 x 2 x 1

$m.c.m = 2\times 2\times 3=12$

$$\frac{2}{3}+\frac{3}{4}=\frac{(12\div 3)\times 2+(12\div 4)\times 3}{12}=\frac{8+9}{12}=\frac{17}{12}$$

11. Completa las cantidades que faltan en cada suma:

$$\frac{3}{4}+\frac{1}{5}=\frac{15\ +\ \square}{20}=\frac{\square}{\square}$$

$$\frac{2}{7}+\frac{3}{14}=\frac{\square+\square}{14}=\frac{\square}{\square}$$

12. Realiza las siguientes sumas:

$$\frac{2}{3}+\frac{7}{10}= \qquad \frac{5}{8}+\frac{4}{12}= \qquad \frac{1}{3}+\frac{3}{2}+\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=$$

Resta de fracciones.

Observa la operación de la resta: $\frac{9}{10}-\frac{3}{15}=\frac{27-6}{30}=\frac{21}{30}=\frac{7}{10}$

La única diferencia con la suma es la operación.

13. Resuelve las siguientes restas:

$$\frac{5}{8}-\frac{3}{8}= \qquad \frac{6}{11}-\frac{4}{11}= \qquad \frac{7}{10}-\frac{2}{15}= \qquad \frac{7}{8}-\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=$$

Multiplicación de fracciones

Observa la operación: $\left(\frac{3}{4}\right)\left(\frac{4}{5}\right)\left(\frac{5}{9}\right)=\frac{3\times4\times5}{4\times5\times9}=\frac{1}{3}$ (Simplificado)

14. ¿Cómo se multiplican las fracciones? Explica.

> Para **multiplicar fracciones** se multiplican numeradores y denominadores entre sí, se simplifica si es posible.

15. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$$\frac{12}{15} \times \frac{8}{9} =$$

$$\left(-\frac{20}{50}\right)\left(\frac{10}{30}\right)\left(-\frac{70}{60}\right)\left(-\frac{120}{140}\right) =$$

División de fracciones

Analiza el ejemplo:

$$\frac{9}{14} \div \frac{12}{7} = \frac{\frac{9}{14}}{\frac{12}{7}} = \frac{9 \times 7}{14 \times 12} = \frac{3}{8}$$ o también: $$\frac{9}{14} \div \frac{12}{7} = \frac{9}{14} \times \frac{7}{12} = \frac{9 \times 7}{14 \times 12} = \frac{3}{8}$$

La **división** se transforma en multiplicación **invirtiendo** la segunda fracción (divisor).

16. Divide las siguientes fracciones

$$\frac{7}{8} \div \frac{14}{16} \qquad \frac{4}{5} \div \frac{8}{10} \qquad -\frac{40}{140} \div \frac{30}{50}$$

GUÍA No. 11

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué se sobre el tema?

1. Escribe 5 ejemplos de:

Fracción propia: ____

Fracción impropia: ____

2. ¿El conjunto de los decimales pertenece a los racionales? ____________________

3. En un diagrama de Venn ubica los conjuntos de racionales, enteros, enteros positivos.

APRENDO ALGO NUEVO

Subórdenes en los decimales.

1. Observa las siguientes divisiones:

$$\frac{1}{10} \qquad \frac{2}{5} = 0{,}4 \qquad \frac{1}{1000} \qquad \frac{43}{10} = 4{,}3 \qquad \frac{4\,567}{100} = 4{,}567$$

$$\frac{7}{10} \qquad \frac{9}{100} = 0{,}09 \qquad \frac{4}{1000} \qquad \frac{85}{2} = 42{,}5 \qquad \frac{1}{100} = 0{,}01$$

Cada una de las respuestas de los ejemplos anteriores es un **número decimal**.

2. Completa: Los números decimales son otra forma de representar las __________

Los números decimales tienen dos partes: la parte entera y la decimal, como se observa en el cuadro:

Parte entera	coma	Parte decimal						
		1er. lugar	2do. lugar	3er. lugar	4to. lugar	5to. lugar	6to. lugar	Lugar después de la coma
		Décimo	**Centésimo**	**Milésimo**	**Diez milésimo**	**Cien milésimo**	**Millonésimo**	Nombre decimal de acuerdo al lugar en que se encuentra.
		0,1	0,01	0,001	0,0001	0,00001	0,000001	Escritura decimal
		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1\,000}$	$\frac{1}{10\,000}$	$\frac{1}{100\,000}$	$\frac{1}{1\,000\,000}$	Escritura fraccionaria

Lectura de decimales: Lee primero la **parte entera**, luego la **parte decimal** y expresa el nombre del **lugar** de acuerdo al número de cifras.

3. Lee en voz alta las siguientes cantidades como en el ejemplo:

5,36 12,3 9,222 23,0123

5,36 5 enteros 36 centésimos.

4. Observa cómo se escribe la siguiente cantidad: **3** enteros **24** milésimos.

3,024 porque los milésimos ocupan tres decimales luego de la coma.

5. Escribe con números las siguientes cantidades como el ejemplo:

Cero enteros ocho centésimos: **0,08**

Dos enteros tres diez millonésimos.

Nueve enteros trescientos veinte diez milésimos.

30 enteros 196 millonésimos.

98 enteros 5 milésimos.

6. Analiza cómo se transforma las siguientes fracciones a decimales:

$\frac{7}{10} = 0{,}7$ $\frac{4}{100} = 0{,}04$ $\frac{7576}{10} = 757{,}6$ $\frac{7576}{100} = 75{,}76$ $\frac{7576}{1000} = 7{,}576$

¿Cuánto espacios se desplaza la coma en cada caso? ___________________________

Completa: Al dividir para 10 ó múltiplos de 10 ________________________________

____

7. Analiza los siguientes procesos:

$\frac{1}{2} = 0{,}5$ por que $1 \div 2 = 0{,}5$ $\frac{7}{9} = 0{,}7777 \ldots$ por que $7 \div 9 = 0{,}777 \ldots$

Completa: Para transformar a decimal una fracción ordinaria, divides el _____________ para el _________________________.

La división puede ser exacta o _______________________________

> Al transformar una fracción a decimal, si la división no termina, el número decimal generado se llama periódico, existen decimales **periódicos puros** y decimales **periódicos mixtos**.

Transforma a decimal cada una de las siguientes fracciones:

$$\frac{3}{4} = \qquad \frac{2}{9} = \qquad \frac{70}{80} = \qquad \frac{35}{50} = \qquad \frac{10}{15} =$$

8. Analiza el proceso de número decimal a fracción:

$$0{,}125 = 0{,}125\ \times \frac{1000}{1000} = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$$

> Para transformar un decimal a fracción, la parte significativa de los decimales se escribe en el numerador y el orden de la misma en el denominador, se simplifica si es posible.

Ejemplo: $3{,}12 = \dfrac{312}{100} = \dfrac{78}{25}$

9. Transforma a fracción:

0,12   2,5   5,125   0,9   8,324   5,008

Suma de decimales.

Observa la suma de las siguientes cantidades: 45,29 + 13,8 + 7

$$\begin{array}{r} 45{,}29 \\ 13{,}8 \\ +\quad 7\phantom{{,}00} \\ \hline 9 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45{,}29 \\ 13{,}8 \\ +\quad 7\phantom{{,}00} \\ \hline 09 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45{,}29 \\ 13{,}8 \\ +\quad 7\phantom{{,}00} \\ \hline 6{,}09 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 45{,}29 \\ 13{,}8 \\ +\quad 7\phantom{{,}00} \\ \hline 66{,}09 \end{array}$$

10. Responde:

¿Cómo se colocan las cantidades? ____

¿Dónde se coloca la coma? ____

Por lo tanto la suma de varias cantidades decimales se realiza de la siguiente manera: Explica oralmente y luego escribe en tu cuaderno.

11. Ordena verticalmente y suma:

37,25 + 8,796 + 12,3786 =

3 648,7 + 756,98 + 6,9784 =

19 639,75 + 0,054 + 4,74 + 7,742 =

Resta de decimales

Analiza la siguiente resta: 75,874 – 9,79854

$$\begin{array}{r} 75{,}87400 \\ -\;\;9{,}79854 \\ \hline 46 \end{array} \quad \begin{array}{r} 75{,}87400 \\ -\;\;9{,}79854 \\ \hline ,07546 \end{array} \quad \begin{array}{r} 75{,}87400 \\ -\;\;9{,}79854 \\ \hline 66{,}07546 \end{array}$$

12. Completa de acuerdo al proceso:

Para restar números decimales se hace lo siguiente: ______________________________

____

13. Ordena verticalmente y resta:

8,27 – 5,96   17,963 – 9,23   5,0753 – 0,932

Multiplicación de decimales

Se multiplican como si fueran enteros y luego se escribe una coma contando desde la derecha los decimales que resultan de la sumatoria de todos los factores.

Ejemplos:

$$\begin{array}{r} 54{,}\boxed{7} \\ \times\;\; 4{,}\boxed{32} \\ \hline 1094 \\ 1641 \\ 2188 \\ \hline 736{,}\boxed{304} \end{array}$$

14. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$45{,}21 \times 74{,}9$ $\quad 9{,}5 \times 12{,}42$ $\quad 0{,}012 \times 5{,}02$ $\quad 12{,}341 \times 0{,}85$

División de decimales

Observa el proceso en este ejemplo: $43{,}832 \div 2{,}4$

$$\begin{array}{r|l} 43832 & 2400 \\ \cline{2-2} 19832 & 18{,}26 \\ 6320 & \\ 15200 & \\ 800 & \end{array}$$

Se iguala las cifras decimales con ceros, se elimina la coma decimal y se los divide como si fueran enteros.

15. Realiza las siguientes divisiones:

$23{,}45 \div 8{,}1$ $\quad 432{,}123 \div 71{,}23$ $\quad 23{,}4 \div 12{,}543$ $\quad 100{,}23 \div 202{,}345$

16. Resuelve:

Juan hizo un trabajo por $100, si el material que empleó le costó $13,00. ¿Cuánto ganó líquido? ¿Cuánto ganó por hora si en total trabajó 6 horas?

Un comerciante compró 80 manzanas a 30 centavos cada una ($0,30). Si vendió 75 a 60centavos cada una y el resto se pudrió. ¿Cuánto obtuvo de ganancia?

GUÍA No. 12

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Expresa en decimales la fracción: $\frac{5}{7}$

2. Expresa en fracción el decimal: 0,75

Traza una recta numérica y ubica los siguientes valores:

-3 -1,5 0 ¾ 6

APRENDO ALGO NUEVO

Números irracionales

1. Expresa como decimales las siguientes fracciones:

$\frac{1}{2}$ $-\frac{5}{4} =$ $\frac{2}{6} =$

2. Identifica en los ejemplos anteriores:

Los números decimales finitos ____

Los números decimales periódicos ____

Los números irracionales son decimales infinitos, es decir no exactos ni periódicos, provienen de raíces y no se los puede representar en forma de fracción.

Ejemplo: $\pi = 3{,}141592654 \ldots$

Los números irracionales se los puede representar en la recta numérica.

3. Completa:

El conjunto de los racionales unido al conjunto de los ______________ forman el conjunto de los números reales.

Los enteros, las fracciones, los decimales forman el conjunto de los ______________

Los números reales se representan en la recta ________________________________

Los números irracionales no se los puede representar como ____________________

Valor absoluto de un número real.

4. Traza una recta numérica y ubica los puntos que representan los números 2,5 y -2,5.

¿Qué distancia existe entre 0 y 2,5? ____________________

¿Qué distancia existe entre 0 y - 2,5? ____________________

Completa: Las dos distancias son ____

El valor absoluto de un número real a es la distancia que existe desde 0 hasta el número, se lo representa como $|a|$

Si el número real es positivo, su valor absoluto es el mismo.

Si el número real es negativo, su valor absoluto es el opuesto del número.

5. Analiza las siguientes sumas y luego resuélvelas sin ayuda.

$|3| = 3$ $\quad |-10| = 10$ $\quad |-\sqrt{5}| = \sqrt{5}$ $\quad |11-5| = |6| = 6$

$|-3{,}4| =$ $\quad |-7| =$ $\quad \left|-\frac{2}{5}\right| =$ $\quad |-12-4| =$

Suma de números reales

6. Analiza las siguientes sumas:

$$\frac{2}{5} + \sqrt{\frac{4}{9}} + \sqrt[3]{8} = \frac{2}{5} + \frac{2}{3} + 2 = \frac{6+10+30}{15} = \frac{46}{15}$$

$$\sqrt{7} + \sqrt{11} \approx 2{,}646 + 3{,}317 \approx 5{,}963$$

Como los irracionales son decimales infinitos debemos aproximarlos. El símbolo ≈ significa aproximadamente igual.

7. Resuelve las siguientes sumas:

$\frac{3}{5} + 1{,}45 + \sqrt{2} =$ $\qquad 3\frac{1}{4} + \frac{7}{11} + 12{,}34 =$

Propiedades

Analiza cada ejemplo e identifica la propiedad que se cumple relacionando con las que conoces:

$\frac{1}{2}+5+\sqrt{2}=\sqrt{2}+\frac{1}{2}+5=6{,}91$ Propiedad ___________________

$-0{,}4+\frac{3}{4}+\sqrt{6}=\left(-0{,}4+\frac{3}{4}\right)+\sqrt{6}=-0{,}4+\left(\frac{3}{4}+\sqrt{6}\right)=2{,}79$

Propiedad: ____________________________

Resta o sustracción

8. Analiza la siguiente resta y completa: $3-7=3+(-7)=-4$

La resta se transforma en una _____________________________

Al minuendo se le suma el opuesto del _____________________

Si la resta se transforma en una suma, entonces tiene las mismas propiedades de la suma.

9. Resuelve los siguientes ejercicios:

$-8-(-6)=$ $-\left[-6+\left(\frac{4}{5}-\frac{24}{5}\right)+6\right]=$

$11+\left(-\sqrt{3}\right)-4{,}54=$ (Aproxima a las centésimas)

- Encuentra el valor de *x* en la expresión: $x-\pi=3{,}98$ (Aproxima π a las centésimas).
- Un concurso de danza se inicia con 405 parejas, cada media hora abandonan la competencia 1/3 de los danzantes por cansancio o eliminación. ¿Cuántas parejas siguen danzando después de dos horas?

GUÍA No. 13

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Dado el conjunto siguiente, forma los conjuntos que se piden:

A = {- 5, 2; - 4, 0; 3, 6; $\sqrt{6}$;π; $-\frac{5}{2}$; $\frac{5}{16}$; 1000; 8; - 63}

- Enteros positivos = { ______________________________ }
- Fraccionarios = { ______________________________ }
- Decimales = { ______________________________ }
- Racionales = { ______________________________ }
- Irracionales = { ______________________________ }
- Reales = { ______________________________ }

2. Los factores de una multiplicación son: 3, 4 x $\sqrt{6}$ x 20.

- Escribe la multiplicación empleando la ley conmutativa.
- Escribe la multiplicación utilizando la ley asociativa.

3. Realiza las siguientes operaciones redondeando a centésimos.

3, 6 + 79 + 0, 23 - $\frac{5}{9}$ = . $\sqrt{9}$ - 3, 8 + - $\frac{8}{10}$ =

APRENDO ALGO NUEVO

1. Observa el proceso para multiplicar números reales

$\left(-\sqrt{5}\right)$ (2$\frac{1}{4}$)(-4, 123) Expresa los decimales hasta los centésimos.

$-\sqrt{5}$ = -2, 24; 2$\frac{1}{4}$= $\frac{9}{4}$ = 2, 25;-4,123= - 4,12. {Cada factor expresado escribe en forma decimal

= (- 2, 24) (2, 25)(- 4, 12) = + 20, 7648, pero como hay que expresar los centésimos, redondea a dos decimales: = + 20, 76.

Por lo tanto, para multiplicar números reales: a) cada factor debe escribir en la forma_________________; b) multiplicar los signos y los números de cada factor.

2. Realiza las siguientes multiplicaciones con aproximación a los centésimos:

- (2, 6) $(\frac{5}{9})$ (- 10); $(\sqrt{3})$ (- 0, 31) $(\frac{7}{2})$; $(-\frac{4}{3})$ $(-\frac{4}{4})$ (56, 234)(0,02).

> Si multiplicas números reales, el producto es siempre un número real, se llama **propiedad clausurativa.**

3. Las respuestas de los tres ejercicios anteriores son números ________________
porque se cumple la ley ____________________________________

Como ya sabes, las mismas leyes de la multiplicación de los enteros y de los racionales se aplican a los números reales.

4. Analiza cada ejercicio y descubre la ley aplicada:

$(\sqrt{3})\left(-\frac{2}{5}\right) = \left(-\frac{2}{5}\right)(\sqrt{3})$ Ley ____________________________________

(-3) (4, 5)= $\left(\frac{3}{4}\right) =$ [(-3)(4, 5)]$\frac{3}{4} =$ (-3)][(4, 5)$\left(\frac{3}{4}\right)$]. Ley ____________________

$(\sqrt{8})$ (1) = $(\sqrt{18})$ Ley modulativa, porque el módulo de la multiplicación es el ___

$\sqrt{7}\, x\ 1 = \sqrt{7}$ ____

0, 62 $(\sqrt{\mathbf{5}} + \mathbf{5}) = (0,62x\ \sqrt{5})$ + (0, 62 x 5). ____________________________

Aplica la ley distributiva en: $(\sqrt{3})$ $(3 + 0{,}5)$ ____________________________

Efectúa las multiplicaciones siguientes (aproxima a centésimos)

$\left(\frac{2}{3}\right)$(-5, 4) $(\sqrt{6})(-\sqrt{6})$; (90,456)(56,1)$\left(\frac{-5}{15}\right)$(π); $(\sqrt{81})$(0,54) $\left(\frac{3}{7}\right)$

División de reales

5. Divide:

56 + 4 = ; -12 $\div\frac{1}{2} =$; (0, 2)÷(4, 5) =

$\left(\frac{5}{6}\right)\div\left(-\frac{1}{6}\right) =$; 0, 9777 $\div\frac{1}{4} =$ 0, 9777 x 4 =

Por lo tanto, es la división de números reales sigues el mismo procedimientos que entre los racionales.

6. Relaciona las siguientes divisiones con aproximaciones a centésimos:

$4 \div 0,7 = 4 \div \frac{7}{10} = 4 \text{ x} \frac{10}{7} = \frac{40}{7} =$

$15\sqrt{3} \div 5\sqrt{2} = \frac{15\sqrt{3}}{5\sqrt{2}} = 3\,(1,73 \div 1,41) = 3(1{,}23) =$

$$(3 + 5 - 9) \div 3 = \frac{3 + 5 - 9}{3} = \frac{3}{3} + \frac{5}{3} - \frac{9}{3} =$$

$2\sqrt{3} \div \frac{1}{3}$; $0,2 \div \sqrt{3} =$; $\pi \div {}^{3}/_{4} =$

Recuerda que en la división no se cumplen las leyes conmutativa y asociativa.

Observa cómo se realizan operaciones combinadas en el siguiente ejercicio aproximado a milésimas (3 decimales)

$$4 \times \pi + 2{,}35 \div \frac{2}{5} - (4,256 + 0,41) =$$

- Todas las cantidades se escriben en forma decimal:
- $4 \times 3,1415 + 2,35 \div 0{,}4 - (4{,}256 + 0,41)$
- Se realizan las operaciones que están en los signos de agrupación:

$$4 \times 3,145 + 2,350 \div 0,400 - 4,666$$

- Se realizan las multiplicaciones y las divisiones:

$$12,580 + 5{,}875 - 4,666$$

- Finalmente calculas las sumas y restas: 3, 789

7. Resuelve los siguientes ejercicios combinados con aproximación a centésimos:

- $\frac{13}{11} - \frac{2}{11} \div \frac{3}{4}$ $\frac{11}{3} - \frac{2}{3} \div \frac{6}{5}$ $\frac{2}{3} + \frac{7}{8} \times \frac{2}{7} - \frac{1}{6} =$ $\frac{1}{2} - \frac{3}{10} \times \frac{5}{4} + \frac{1}{8}$; $\frac{2}{7} + \frac{3}{4} \div \frac{5}{8} - \frac{3}{2}$ $\frac{5}{8} - 0{,}21 \div \left(\frac{5}{8} - \frac{7}{9}\right)$ $\left(\frac{4}{15} + \sqrt{5}\right) \div \left(\frac{7}{30} + \frac{1}{60}\right) - \frac{12}{25}$; $12{,}580 + 5{,}875 \div \left(\frac{2}{3} - \sqrt{36}\right)$

GUÍA No.14

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Escribe en forma resumida $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 =$ ______________________

2. Realiza la operación indicada y simplifica:

$$3^3 \times 3^5 = \quad ; \quad 10^6 \ / \ 10^2 \ = \quad ; \qquad 90^1 \ =; \qquad (5^2)^3 =$$

APRENDO ALGO NUEVO

Potenciación de reales

En la parte anterior, "conocimientos previos" hiciste un repaso de lo aprendido en la guía número 8, porque las propiedades de la potenciación de los enteros y racionales se cumplen para reales.

1. Analiza las siguientes operaciones y concluye:

$$(+2)^4 = \ 16 \qquad\qquad (-2)^4 = \ 16$$

Por lo tanto, cuando la base es positiva o negativa, si está elevada a un exponente par, el resultado siempre es (positivo/negativo) __________________________________

2. Analiza las siguientes operaciones y concluye:

$$(+3)^3 = \ 27 \qquad\qquad (-3)^3 = \ 27$$

Por lo tanto, cuando la base es positiva elevada a un exponente impar, el resultado es (positivo/negativo) ______________________, pero con base negativa elevada a un exponente impar, el resultado es (positivo/negativo) ____________________.

3. Observa la siguiente operación y concluye:

$$2^3 \times 2^{\frac{1}{2}} = 2^{2+\frac{1}{2}} = 2^{\frac{5}{2}}$$

Por lo tanto, cuando se multiplican cantidades exponenciales con (iguales/ diferentes) _______________ base, se (suman/ restan) ______________ los exponentes.

4. Realiza los ejercicios:

$4 \times 4^{\frac{1}{3}} =$; $3^{\frac{1}{2}} \times 3^{\frac{3}{2}} =$; $2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}} =$

5. Analiza las siguientes operaciones y la conclusión:

$$8 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^3 \times 2^{\frac{1}{3}} = 2^{3+\frac{1}{3}} = 2^{\frac{10}{3}}$$

Por lo tanto, si la base no son iguales, se busca expresar en forma exponencial una de ellas, de tal forma que tengan igual base.

6. Analiza la siguiente operación y concluye:

$$(2^3)^{\frac{2}{3}} = 2^{\frac{3}{1}\times\frac{2}{3}} = 2^2 = 4$$

Por lo tanto, para elevar una cantidad exponencial a un exponente entero o fracción se (suman/restan) _______________ los exponentes.

7. Realiza los siguientes ejercicios:

$(3^3)^{\frac{3}{4}} =$; $(5^{\frac{1}{2}})^4 =$; $(2^{\frac{3}{2}})^{\frac{4}{9}} =$; $(3^{\frac{1}{2}})^{\frac{3}{4}} =$

8. Estudia el proceso de las siguientes operaciones:

$$\frac{2^2}{2^{\frac{3}{2}}} = 2^{2-\frac{3}{2}} = 2^{\frac{1}{2}}$$

Por lo tanto, para dividir números exponenciales de (igual/diferente) ______________base, se (suman/restan) ________________ los exponentes. Si las bases no son iguales y si es posible, se expresan en forma exponencial, se manera que obtengan las mismas bases.

9. Resuelve:

$\frac{5^2}{5^3} =$; $\frac{2^{\frac{7}{4}}}{2^{\frac{3}{4}}} =$; $\frac{7^{\frac{5}{6}}}{7^{\frac{1}{6}}} =$; $\frac{4}{2^{\frac{1}{2}}} =$; $\frac{3^{\frac{4}{3}}}{9} =$; $\frac{3^{\frac{5}{3}}}{3} =$

Exponente 0 y exponente negativo.

10. Analiza estos ejemplos:

$2^0 = 1$ $\qquad\qquad\qquad (-20)^0 = 1$

Toda **base** (diferente de 0) elevado a una potencia **0**, es igual a **1**.

11. Estudia los siguientes ejemplos y emite conclusiones:

$3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$ $\qquad\qquad\qquad 5^{-3} = \frac{1}{5^3}$

Entonces una cantidad positiva o negativa elevada a un exponente (positivo/negativo) _______________ se expresa como exponente positivo cambiando de lugar al numerador o denominador.

12. Expresa con exponentes positivos.

$5^4 \quad ; \quad 7^{-2} \quad ; \quad -6^{-5} \quad ; \quad -9^{-1} \quad ; \quad \frac{1}{2^{-3}} \quad ; \quad \frac{1}{6^{-4}}$

13. Realiza los siguientes ejercicios y expresa la respuesta con exponentes positivos:

$3 \times 5^{-1}; \quad 7^{-1} \times 4; \quad 2^4 \times 2^{-2}; \quad 3^{-1} \times 3^3; \quad 2^4 \times 2^{-2};$
$2^{-3} \times 2^{-4}; \quad 7,83 \times 10^0$

$\frac{2^{-1}}{2^2}; \quad \frac{3^{-2}}{3}; \quad \frac{3^{-1}}{3^3}; \quad \frac{5}{5^{-1}}; \quad \frac{3^2}{3^{-2}}; \quad \frac{7^{-4}}{7^{-6}}.$

GUÍA No. 15

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

Observa la siguiente expresión: $5\sqrt[3]{4}$

Responde:

- El índice el número ___________________________________
- El coeficiente numérico es el número _____________________
- El 4 se llama ____

1. Escribe la respuesta de:

$(+6)^2 =$	$(+6)^3 =$
$(-6)^2 =$ 5	$(-6)^3 =$
$10^4 \times 10^5 \times 10^{-9} =$	$\frac{9^{-4}}{9^{-2}} =$

APRENDO ALGO NUEVO

Radicación de números reales

Estudia la siguiente expresión:

$\sqrt[2]{49} = \sqrt[2]{7^2} = 7$

1. Selecciona la respuesta correcta.

- La cantidad subradical es (2/49) ________________________
- El índice de un radical es siempre un número (natural / decimal) ____________mayor que uno.

Analiza los ejemplos:

- $-\sqrt{25} = -\sqrt{5^2} = -5$
- $\sqrt{-4}$ = no existe, no es un número real, es un número llamado imaginario.
- $\sqrt[5]{-32} = \sqrt[5]{-2^5} = (-2^5)^5 = -2^{\frac{5}{5}} = -2$
- $\sqrt[3]{5^2} = 5^{\frac{2}{3}}$

2. Selecciona la respuesta correcta:

- Por lo tanto, no hay resultado de radicales de índice (par/impar) ___________cuya cantidad subradical sea negativa.
- Si la cantidad subradical es negativa y el índice el (par/impar) ___________ sí tiene resultado la expresión radical.
- Para pasar de la forma radical la forma exponencial, se escribe la cantidad subradical y se eleva a un exponente fraccionario, donde el numerador es (el índice/el exponente) _______________ de la cantidad subradical.

3. Los siguientes radicales exprésalos en forma exponencial de acuerdo con los ejemplos descritos.

$\sqrt[5]{3}$; $\sqrt[3]{2^2}$; $\sqrt[2]{4^6}$; $\sqrt[9]{21^7}$; $\sqrt[10]{21^{12}}$

Estudia el siguiente ejercicio

$6^{\frac{4}{5}} = \sqrt[5]{6^4}$; Este es un ejercicio inverso a los anteriores.

4. Escribe en forma radical la siguientes expresiones dadas en la forma exponencial:

$2^{\frac{2}{5}}$; $57^{\frac{21}{8}}$; $9^{\frac{5}{9}}$; $x^{\frac{3}{2}}$; $\pi^{\frac{6}{7}}$

Semejanza de radicales

Analiza estos radicales: $3\sqrt{2}$ y $5\sqrt{2}$

5. Responde y completa:

- ¿Cuál es el índice de cada uno? ______________________________________
- ¿Cuál es la cantidad subradical? _____________________________________
- ¿En qué se diferencian? ____

Los **radicales** que tienen el mismo índice y la misma cantidad subradical se llaman **semejantes**.

6. Analiza, estos radicales: ¿son semejantes?

$$\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{2 \times 3} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt{54} = \sqrt{2 \times 3^3} = \sqrt{2 \times 3 \times 3^2} = 3\sqrt{2 \times 3} = 3\sqrt{6}$$

Por lo tanto, estos radicales (si/ no) _____________ son semejantes.

Para comparar las semejanzas de cantidad radicales se debe escribirlas de la manera más simple.

- ¿Son semejantes $\sqrt{18}$ y $\sqrt{27}$? Demuéstralo.

Suma y resta de radicales.

Analiza la siguiente operación y concluye:

$$2\sqrt[3]{3} - 5\sqrt[3]{3} + 10\sqrt[3]{3} = (2 - 5 + 10)\sqrt[3]{3} = 7\sqrt[3]{3}$$

7. Para sumar o restar cantidades con radicales, primero deben ser semejantes, luego se suman o restas los coeficientes numéricos y se escriben la cantidad subradical.

8. Realizar las siguientes operaciones.

$6\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + \sqrt{2} =$

$$7\sqrt{5} - 10\sqrt{5} - 4\sqrt{5} =$$

$\sqrt{81} - \sqrt{32} - \sqrt{50} =$

$\sqrt{98} + \sqrt{128} - \sqrt{121} =$

Multiplicación de radicales.

Estudia la siguiente multiplicación y luego emite conclusiones:

$$\sqrt{2} \times \sqrt{3} = \sqrt{2 \times 3} = \sqrt{6}$$

9. Completa: La multiplicación de cantidades radicales, con índices iguales se realiza así: Explica ____
____

10. Realiza las siguientes operaciones:

$\sqrt{6} \times \sqrt{33} =$

$3\sqrt[3]{2} \times 2\sqrt[3]{5} =$

$(5\sqrt{7})\,(2\sqrt{7}) =$

Analiza el siguiente ejemplo:

$$\sqrt{6}\left(\sqrt{6} - \sqrt{22}\right) = \sqrt{6}\sqrt{6} - \sqrt{6}\sqrt{22} = 6 - \sqrt{6 \times 22} = 6 - \sqrt{132}$$

11. Selecciona la respuesta correcta: En la multiplicación se utilizó la ley (asociativa/conmutativa/distributiva) ___________________________________.

12. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$\sqrt{5}\ (3\sqrt{10} + 2\sqrt{15}) =$

$\sqrt{6}\ (5\sqrt{30} - \sqrt{42} =$

División de radicales

Analiza, el siguiente ejemplo:

$$\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{5}} = \sqrt{\frac{15}{5}} = \sqrt{3}$$

Si los radicales tienen el mismo índice, se dividen las respectivas cantidades subradicales dentro del radical de igual índice.

13. Efectúalas siguientes divisiones:

$\sqrt{8} \div \sqrt{2} =$; $\sqrt{15} \div \sqrt{5} =$; ; $\sqrt{2} \div \sqrt{3} =$; $4\sqrt{3} \div 2\sqrt{2} =$; $\sqrt[3]{81} \div \sqrt[3]{3} =$

14. Realiza las siguientes operaciones combinadas con radicales. Sigue el mismo proceso empleado en los números racionales.

$\left(2\sqrt{35} + 8\sqrt{35}\right)(10) \div 25\sqrt{7} =$; $(\sqrt{3} + 7\sqrt{3} - 2\sqrt{3}\ \div 6\sqrt{3} + \pi)^0$

GUÍA No.16

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. A partir de la siguiente expresión, responde las preguntas que siguen:

$$-\frac{5}{8}$$

- ¿Es un número natural? ____
- ¿Es un número racional? ____
- ¿Qué tipo de fracción es? ____
- ¿Cuánto vale el cociente? ____

APRENDO ALGO NUEVO

1. Te invito a realizar la siguiente práctica

- En la mañana, en el patio, cuando hace sol, empleando un flexómetro y con la colaboración de tus compañeros, mide tu estatura y tu sombra.
- Otros 3 compañeros también deben realizar las mismas mediciones, pero sin demostrarse, porque cambian los valores con el movimiento del sol.
- Con los datos completa la tabla.

	Estatura (h)	Sombra (s)	h/s
Yo			
Compañero 1			
Compañero 2			
Compañero 3			

- ¿Cuál es el valor de h/s en todos los casos? ___________________________
- Ahora mide la sombra del poste más cercano: ____________________metros.

La relación entre la estatura y la sombra se llama razón.

El cociente entre dos números a/b, siendo b diferente de 0, se llama **razón**. El primer número (numerador) se llama **antecedente**, y el otro (denominador) se llama **consecuente.**

2. Completa

- La razón, en el ejercicio anterior, es ______________________________________
- Como conoces la razón y la medida de la sombra del poste determina la altura del poste, realiza:
  h/s = razón → h = s x razón, entonces h = ____________________________

Proporción

3. Compara tú "razón" y la razón del compañero 1 y responde:

- ¿Las dos razones son iguales? _______________________________________

La igualdad de dos razones se llama proporción**.**

Términos de la proporción.

4. Analiza la siguiente expresión: $\frac{8}{4} = \frac{10}{5}$,selecciona la respuesta y escríbela.

$\boldsymbol{\frac{8}{4}}$ es una (razón/proporción) ________________ y su valor es _________________

$\frac{10}{5}$ es una (razón/proporción) ________________ y su valor es _________________

$\boldsymbol{\frac{8}{4} = \frac{10}{5}}$ es una (razón/proporción) ______________________________________

El primero y el cuatro término se llaman **extremos**; el segundo y el tercero se llaman **medios.**

5. En el ejemplo anterior :

- Los extremos son (8 y 10/8 y 5) _____________________________________
- Los medios son (4 y 10 / 4 y 5) ______________________________________

Propiedad fundamental

6. En las siguientes proporciones multiplica los extremos y luego los medios:

$\frac{2}{3} = \frac{6}{9} \rightarrow 2 \times 9 =$ ___________________ $3 \times 6 =$ ____________________

$\frac{3}{7} = \frac{9}{21} \rightarrow 3 \times 21 =$ __________________ $7 \times 9 =$ _____________________

El producto de los **extremos** es **igual** al producto de los **medios**.

7. Observa el ejemplo anterior: $\frac{2}{3} = \frac{6}{9}$

$2 \times 9 = 3 \times 6$, entonces $2 = \frac{3 \times 6}{9} \rightarrow \frac{18}{9} = 2$

- Por lo tanto, un extremo es igual al producto de los ________ dividido para el otro___________________
- También, un medio es igual al producto de los ______________ dividido para el otro __________________

8. Halla el término desconocido:

$$\frac{8}{x} = \frac{16}{4}\ ; \qquad \frac{x}{0,04} = \frac{24}{0,4}\ ; \qquad \frac{14,25}{14} = \frac{x}{0,002}$$

9. Resuelve:

- En una escuela la razón del número de niños al número de niñas es de 2/3. Si en la escuela hay 78 niños, ¿Cuántos niños hay?
- ¿Cuánto cuesta 24 cuadernos, si 8 cuaderno de la misma clase cuestan $3,20.

Propiedad de las proporciones:

Observa $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, es una proporción porque $3 \text{ x } 10 = 5 \text{ x } 6 = 30$.

10. Intercambia los extremos $\frac{10}{5} = \frac{6}{3}$

- ¿Es una proporción? ____
- Si intercambias los medios: $\frac{3}{\ } = \frac{\ }{10}$; ¿es una proporción?

  ____
- Por lo tanto, si en una proporción se intercambian los extremos o los ____________ obtenemos una nueva proporción.

11. A partir de $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$, escribe los antecedentes como consecuentes y los consecuentes como antecedentes: $\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$, **responde**

- **¿**Es una proporción? ____
- Por lo tanto, si los antecedentes de una proporción se escriben como ______________ y los consecuentes como _________________se obtiene una nueva proporción.

12. A la proporción: $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$ súmale o réstale al antecedente su respectivo consecuente. Demuestra que obtienes una nueva proporción:

$$\frac{3+5}{5} = \frac{6+10}{10} =$$

13. Demuestra, con el mismo ejemplo, que si sumas o restas a cada consecuencia su antecedente, queda otra proporción.

14. Resuelve:

- Un camión consume 0, 75 galones de gasolina en recorrer 30 km, ¿Cuántos galones gastará en 452 km?

- Un obrero ha ganado $126 trabajando 6 días, ¿Cuántos días debe trabajar para ganar $231?

- 5 tornillos cuestan $0.30 (30 centavos), ¿Cuántos tornillos se pueden comparar con $1,80?

GUIA No.17

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Encierra en un círculo las expresiones matemáticas que son “razones”

$\sqrt{2}$; - 4,99; $\frac{2}{5}$; π ; A; $\frac{3}{8}$;

2. Analiza la siguiente proporción y luego selecciona y completa: $\frac{2}{5} = \frac{9}{15}$

- Los $\frac{3}{4}$ es una (razón /proporción) ____________________________________
- El 15 es un (medio/extremo) ____
- La multiplicación de los medios es igual a la multiplicación de los (medios/extremo) ____

3. Completa: $\frac{3+5}{5} = \frac{\quad}{5}$

4. Encuentra el valor desconocido en: $\frac{x}{6} = \frac{10}{4}$.

____

APRENDO ALGO NUEVO

Regla de tres simple directa.

Una persona pagó por 7 esferográficos la cantidad de $1,75. Si ahora quiere comprar 11 esferográficos. ¿Cuánto debe pagar?

- ¿Cuántas cantidades conoces? ____
- ¿Cuántas cantidades debes calcular? _____________________________________

El problema de regla de tres simple directa, que es una operación que tiene por objeto hallar el cuarto término con una proporción, cuando se conocen tres.

No. de esferográficos	7	11
Precio	1,75	x

Para el cálculo de *x*, se acostumbra a disponer la información de la siguiente manera:

No. de esferográficos	**Precio**
7	1,75
11	*x*

Y se lee; si a 7 esferográficos le corresponden $1.75, a 11 esferográficos le corresponden x dólares; o también: si por 7 esferográficos se pagan $1.75, por 11, ¿Cuánto se paga?

Como ves, en una proporción: $\frac{7}{11} = \frac{1,75}{x}$ $x = \frac{11x1,75}{7}$ =2,75

Resuelve los siguientes ejercicios:

- Un compañero recorre en bicicleta, en 2 horas, una distancia de 23 km a una rapidez constante, ¿Qué tiempo tardará en recorrer 10 km?
- El motor de una lancha consume7 litros de gasolina cada 50 km. ¿Cuántos litros gastará en 35 km?
- Juan pagó $10 por 3 quintales de papas, ¿Cuántas pagará por 14 quintales?
- Manuel pagó $5,40 por 6 libras de pescado, ¿Cuántas libras podría comprar con $11,00?

Regla de tres simple inversa

Cuatro hombres hacen una obra en 12 días. ¿En cuántos días podrían hacer la misma obra 7 hombres?

- Si aumentas el número de trabajadores para hacer la misma obra, disminuye el número de días. La relación es de "más a menos" es decir inversa.

- Si una cantidad aumenta (número de trabajadores) y la otra disminuye (número de días) tienes una regla de tres simple inversa.

No. de trabajadores	4	7
días	12	x

No. de trabajadores	Días
4	12
7	x

Como a más hombres menos días de trabajo, es una proporción inversa, si igualmente la razón directa de las dos primeras con la razón inversa de las dos últimas tenemos que:

$$\frac{4}{7} = \frac{x}{12} \rightarrow x = \frac{4 \text{ x } 12}{7} \rightarrow 6\frac{6}{7} \text{ días}$$

5. Resuelve:

- 4 trabajadores hacen una obra en 12 días. ¿En cuántos días hacen la obra 7 hombres?

- Una cuadrilla de obreros ha hecho una obra en 20 días trabajando 6 horas diarias. ¿En cuántos días habrían hecho la misma obra si hubieran trabajado 8 horas diarias?

- 9 hombres pueden hacer una obra en 5 días. ¿Cuántos hombres más harían falta para hacer la obra en un día? ¿Cuántos hombres menos para hacerla en 15 días?

GUIA No. 18

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Resuelve el siguiente ejercicio: Por 100 cuadernos pagan \$ 45.00. ¿Cuánto costarán 32 cuadernos?

____

____

____

2. Tres trabajadores abren una zanja de 30 m. en 4 días. ¿cuántos días se demorarán 6 trabajadores parar hacer una zanja igual?

____

____

____

APRENDO ALGO NUEVO

Tanto por ciento

1. María Cecilia quiere comprar unos zapatos, va al almacén y mira un letrero que dice: 25 por ciento de descuento. El precio marcado en los zapatos \$ 20.00. ¿Cuánto le dan de rebaja?, ¿Cuánto paga?

El 25 por ciento se escribe: 25 % y significa que por cada 100 la rebaja es 25; entonces ¿Cuánto será la rebaja en 20? La regla de tres (que es una proporción directa) se plantea:

En \$100,00 la rebaja es \$25,00 ó 100 ------------------------ 25
En \$20,00 ¿Cuánto será? 20 ------------------------ x

$$x = \frac{20\ x\ 25}{100} = 5$$

Por lo tanto la rebaja del 25% de 20 es 5, y el precio que para María Cecilia por sus zapatos es de 20 -5 = \$15,00.

2. Calcula el 15 % de 32:

Plantea: En 100 *15*
32 *x* $\rightarrow\ x = \frac{32\ x\ 15}{100} = 4.8$

3. Halla:

18% de 72 90% de 1 315 $\frac{1}{4}$ % de 1 320

0, 2% de 80 5,41% de 45 1% de 34

10% de 98 20% de 85 75% de 48

1% de 23.5 5% de 92,6 50% de $56\frac{1}{4}$

10% de $15\frac{3}{4}$ 14,325% de 98,1

4. Resuelve los siguientes problemas:

- Don Pepe tiene que pagar una deuda d3 $90,00, pero le rebajan el 5% de la deuda. ¿Cuánto tiene que pagar todavía?
- Tenía 30 lápices. Di a mi hermano Enrique el 30%, a mi prima Lucía el 20% y a mi amigo Alfonso el 10%. ¿Cuántos lápices di a cada uno y cuántos me quedaron?
- La finca de Don Carmelo tiene 480 hectáreas. El 35% de la mitad de la finca tiene sembrada caña y el resto de la finca café. ¿En cuántas hectáreas se cultivan café?

5. Resuelve en grupo:

- Una familia tiene un ingreso mensual de $282, a continuación está la lista de gastos. Junto a cada cantidad, calcula y escribe el porcentaje.

Gastos	**cantidad**	**porcentaje**
Arriendo	50	
Alimentación	120	
Ropa	30	
Útiles escolares	20	
Transporte	30	
Ahorro	30	
TOTAL		

- Wilson quiere comprar un motor nuevo para su lancha. Cuesta $2 400,00 al contado, pero puede comprarlo a un año plazo, para lo cual debe dar de inicio el 20% del costo y el resto a un año con el interés del 12%.

a) ¿Cuánto debe pagar de cuota inicial?

____

b) ¿Cuál es la diferencia que le presta el almacén?

____

c) ¿Cuánto tiene que pagar solo de interés al año?

____

d) ¿Cuánto tiene que pagar en total al año?

____

Tanto por mil

El tanto por mil se expresa: x‰ y significa que a la cantidad de 1 000 le corresponde una cantidad x de otra. Es semejante al tanto por ciento, solo que en lugar de 100 ahora es 1000.

Observa el siguiente ejemplo:

Paola se empeñó en comprar una camioneta de segunda mano por la que el dueño pedía $2 500, 00. Finalmente le hizo un descuenta del 150‰.

a) ¿Cuánto fue la rebaja?
b) ¿Cuánto pagó por la camioneta?

Solución:

a) $ 1 000 ________ $150

$ 2 500 ________ x $\longrightarrow$ $X = \frac{2\ 500\ x\ 150}{1\ 000}$ = 375 que fue la rebaja

b) Pagó $ 2 500 - $ 375 = $ 2 125.

Resuelve solo y después compara tu procedimiento y respuesta con tus compañeros.

El gobierno decide que para la educación bilingüe se destinará el 2 por 1 000 de las ventas de flores. Si en u mes se obtuvo 2 500 000,00 e ingresos por la exportación de flores. ¿Cuánto le corresponde a la educación bilingüe?

GUÍA No.19

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

- Realiza las siguientes operaciones: $\frac{3}{4} + \frac{1}{5} + \frac{5}{8} =$
- Escribe un ejemplo de aplicación de regla de tres simple directa
- Piensa y escribe: Un vehículo viaja entre dos pueblos a 40 km por hora y se demora 1 hora. ¿Cuánto se demorará si aumenta su rapidez al doble?
- Recuerda que el inverso de 45 es $\frac{1}{45}$¿Cuál es el inverso de $\frac{1}{4}$? ¿Cuál es de $\frac{5}{3}$?

APRENDO ALGO NUEVO

Reparto proporcional directo

1. Analiza con tu grupo

Quieres repartir 24 centavos entre tres niños en partes proporcionales a sus edades, que son: 2, 4 y 6 años. ¿Cuánto le toca a cada uno?

Este es un ejemplo de reparto proporcional.

- Para el menor : $\frac{24 \times 2}{2+4+6} + \frac{48}{12} = 4$
- Para el mediano: $\frac{24 \times 4}{2+4+6} + \frac{96}{12} = 8.$
- Para el mayor: $\frac{24 \times 6}{2+4+6} = 12$

Para **repartir** un número en partes **directamente proporcionales**, se multiplica la cantidad que se quiere repartir por cada uno de los valores (a, b, c …) y se divide para la suma de éstos, (a + b + c…).

2. Realiza con tu compañero la siguiente repartición:

- Repartir 580 en partes proporcionales a 7, 10 y 12.

3. Realiza las siguientes reparticiones:

- Repartir 357 en partes directamente proporcionales a 17, 20, 38, y 44.
- Repartir 1 080 en partes directamente proporcionales a 13, 19 y 22.
- Repartir 900 en partes directamente proporcionales a 7, 8, 9, 10 y 11.
- Estudia con tus compañeros el siguiente ejemplo. Vamos a repartir para números fraccionarios. Lo que le toca a cada uno lo llamarás x, y, z, u.

4. Repartir 154 en partes directamente proporcionales a $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}$ y $\frac{1}{6}$.

a) Las fracciones se las expresa con el mínimo común denominador:

$$\frac{40}{60}, \frac{15}{60}, \frac{12}{60}, \frac{10}{60}$$

b) Ahora no se toma en cuenta el denominador común (60) y se reparte el número dado (154) en partes proporcionales a los numeradores 40, 15, 12 y 10, cómo ya hicimos antes. Observa:

$$x = \frac{154\ x\ 40}{40 + 15 + 12 + 10} = \frac{6160}{77} = 80$$

$$y = \frac{154\ x\ 15}{77} = \frac{2310}{77} = 30$$

- Continua con el cálculo de *z* y *u*. Trabaja con tu compañero. Demuestra que z =24 y u = 20.

5. Realiza las siguientes reparticiones. Trabaja en tu cuaderno:

- Dividir 46 en partes directamente proporcionales a: $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$.
- Dividir 10 en partes directamente proporcionales a $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{2}$.
- Dividir en 183 en partes directamente proporcionales a $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}$ y $\frac{1}{7}$.

Si tienes que repartir un número en partes directamente proporcionales a otros de cualquier clase, todos se reducen a fracciones y se opera como en el caso de números enteros.

4. Realiza la siguiente partición con tu compañero:

- Dividir 670 en partes directamente proporcionales a 0,4; $\frac{1}{2}$ y $\frac{4}{3}$ expresándolos cada uno en forma de fracción: $\frac{2}{5}, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}$; ó $\frac{12}{30}, \frac{15}{30}, \frac{40}{30}$.

5. Ahora realiza tú solo las siguientes reparticiones:

- Dividir 2 410 en partes directamente proporcionales a 0,6; $2\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$.

- Dividir 2 046 en partes directamente proporcionales a $1\frac{1}{2}$; $1\frac{3}{4}$; y 0,16.

Reparto proporcional inverso

Analiza el siguiente ejercicio:

Repartir 240 en partes inversamente proporcionales a 5,6 y 8.

- Se invierte estos enteros y queda: $\frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{8}$
- Ahora se transforma en una repartición directa proporcional a estas fracciones.
- Las fracciones se las expresa con el mínimo común denominador:

$\frac{24}{120}, \frac{20}{120}, \frac{15}{120}$.

- Se deja los denominadores y se trabaja solo con los numeradores:

$$x = \frac{1240\ x\ 24}{24+20+15} = \frac{5\ 760}{59} = 97\frac{37}{59}\ .$$

$$y = \frac{240\ x\ 20}{259} = \frac{4\ 800}{59} = 81\frac{21}{59}$$

$$z = \frac{240\ x\ 15}{59} = \frac{3\ 600}{59} = 61\frac{1}{51}\ .$$

Para repartir una cantidad en forma **inversamente proporcional**, se invierten los valores y se trabaja como si fuera un reparto directo.

6. Realiza las siguientes reparticiones: Trabaja en tu cuaderno.

- Repartir 33 en partes inversamente proporcionales a 1, 2 y 3.
- Repartir 123 en partes inversamente proporcionales a 3, 8 y 9.
- Dividir 18 en partes inversamente proporcionales a $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$.

7. Resuelve los siguientes problemas:

- Dos trabajadores cobran $87.00, por una obra que hicieron entre los dos. El primero trabajó 8 días y el segundo 6 días y medio. ¿Cuánto recibirá cada uno?
- Don Andrés es un comerciante pero está en quiebra. Debe a Sandra $800,00 a Patricia $500,00 y a María Cecilia $300,00. Don Andrés tiene solo $412,50 y quiere repartirlos en forma directamente proporcional a las deudas. ¿Cuánto cobrará cada acreedor?
- Un padre reparte $91 871,00 como herencia a sus hijos en partes directamente proporcionales a sus edades. ¿Cuánto le corresponde a cada uno, sabiendo que sus edades son 10, 12 y 15 años?

GUÍA No. 20

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

Trabaja en tu cuaderno y cuando hayas terminado las siguientes actividades, preséntalas a los compañeros de clase.

1. Dibuja un rectángulo de 6 cm x 4 cm y calcula el perímetro (la suma de los lados)

2. Realiza las siguientes operaciones:

$\frac{3}{4} + \frac{7}{8} + \frac{4}{5}$ $\quad$ $\frac{4}{5} - 8\frac{3}{5}$ $\quad$ $-\frac{5}{7} + \frac{1}{4} - \frac{13}{28}$

APRENDO ALGO NEVO

Expresiones Algebraicas

1. Observa la figura y responde:

<table>
<tr>
<td>La figura es un _______________
Los nombres de los lados son:
____

Los valores de los lados son:
______________________________</td>
<td>c
b = 8 cm
a = 5 cm
b</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">El perímetro es la suma de las longitudes de los lados, por lo tanto,
- El perímetro, en números, es: 8 cm + 8 cm + 5 cm + 5 cm = _________________
- El mismo perímetro, pero con los nombres de los lados, es a + a + b + b = 2a+ 2b
- Esta última expresión (2a + 2b) se llama expresión algebraica.</td>
</tr>
</table>

2. Responde

- La expresión algebraica está formada por números y _____________________ que están vinculados por operaciones aritméticas:
- Las letras están representando a los ______________________________________

Término

Un término puede ser un número, una letra, el producto de un número y una letra, una fracción, un radical. Estos son ejemplos de términos algebraicos:

Son ejemplos de términos: 5; b; 5b; - 2c; - $\frac{4m}{7a}$; 56 $\sqrt{2b}$

3. Inventa 10 ejemplos de términos. Usa tu cuaderno.

Coeficiente numérico y parte literal

4. Analiza el término – 4ab, selecciona y escribe la respuesta correcta:

- El término tiene (uno/dos/tres) ________________________________ factores.
- El término tiene un signo, que en el ejemplo es (positivo/negativo) ___________
- Hay un factor numeral que es el (- 4a/b) ______________________________

Las letras se llaman **parte literal** y el número se llama **coeficiente numérico** y multiplica a la parte literal.

Si no hay coeficiente numérico, como en $\frac{ab}{c}$, debes sobrentender que es el 1.

Expresión algebraica.

Estudia el siguiente ejemplo: 10x + 3ab – $\frac{4x}{y}$

Es una expresión algebraica en la que hay tres términos combinados mediante sumas o restas.

5. Responde oralmente:

¿Qué es una expresión algebraica? ¿Cuál es el primer término? ¿Qué signo tiene el segundo término? ¿Cuál es el coeficiente numérico del tercer término?

6. Inventa expresiones que tengan: 1 término, 2 términos, 3 términos, 4 términos.

Monomios y polinomios.

Analiza estas expresiones algebraicas:

$3xy$; $6ab - 7x$; $-10x + 5a + 23$.

7. Selecciona y escribe la respuesta correcta:

- La primera expresión algebraica tiene (1 / 2 / 3) ________________ términos.
- La segunda expresión algebraica tiene (1 / 2 / 3) ________________ términos.
- La tercera expresión algebraica tiene (2 / 3 / 5 / 6) _______________ términos.

Si la expresión algebraica tiene un solo término, se llama **monomio**

En general, si la expresión algebraica tiene 2 o más términos, se llama polinomio; si es de dos términos, se llama binomio; si tiene tres, trinomio.

8. Inventa 3 monomios, 3 binomios, 3 trinomios y 3 polinomios de cuatro términos.

Valor numérico de una expresión algebraica

Considera la expresión 5ab. Si reemplazas por $a = 1$ y $b = 2$ ¿Cuál será el valor de la expresión? Piensa y dilo oralmente.

El resultado que se obtiene al sustituir las letras por los números se llama valor numérico.

En el ejemplo: $5(1)(2) = 10$

9. Completa: 10 es el ____

10. Encuentra el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas, tomando en cuenta que $a = 1$, $b = 2$, $c = 3$, $m = \frac{1}{2}$, $n = \frac{1}{3}$, $p = \frac{1}{4}$.

$3ab$ $5a^2 b^3 c$ $24m^2n^3p$ $\frac{24m}{2\sqrt{n^2p^2}}$ $a^2 - 2ab + b^2$

Términos semejantes

Analiza los siguientes términos:

$4ab^2$ $10ab^2$ $-3ab^2$, $\sqrt{7}\ ab^2$ $21xy^3$ $-9xy^3$

11. Responde:

- ¿En qué se parecen los cuatro primeros? ______________________________
- ¿Se parecen en algo el primer término y el último? ______________________
- ¿En qué se parecen los dos últimos? __________________________________

Cuando dos o más términos tienen la misma parte literal (tienen iguales letras con exponentes iguales) se llaman términos semejantes.

12. Inventa 5 términos que sean semejantes.

Reducción de términos semejantes

Analiza con tus compañeros de grupo el siguiente ejercicio:

$2ab + 3ab + 4ab – 5ab$

13. Responde

- ¿Cuántos términos tiene la expresión? ________________________________
- ¿Son semejantes estos términos? ____________________________________

Se puede sumar o restar los coeficientes numéricos y a la respuesta añadir la parte literal, esta operación se llama **reducción de términos semejantes.**

Contesta: ¿Para qué sirve la reducción de términos semejantes?

14. Reduce los siguientes términos semejantes:

$8m – m$; $3bx^2 - 4bx^2$

$8p + 10p + - 20p$; $- 0,5m + 0, 6m + 0,7m + 0,8m$; $\frac{1}{2}c + \frac{1}{2}c$

$11x + 4x + 25x + 12x – 34x$; $\frac{1}{3}ab - \frac{1}{6}ab - \frac{1}{2}ab - \frac{1}{12}ab - \frac{1}{9}ab$; $- 15xy + 40xy$

$\frac{5}{6}a^2b - \frac{5}{12}a^2b$; $19m – 10m + 6m$; $a + 6a + 20d + 150d + 80d + 31d$

15. Resuelve:

- Enriqueta tenía $ **a**. cobró $ **x** y le regalaron $ **m**, ¿Cuánto tiene Enriqueta?
- Si un sombrero cuesta $ **a** y una camiseta $ **b**, ¿Cuánto costará 3 sombreros y 6 camisetas?
- Eugenia compró **m** caballos en $2 000, 00 ¿Cuánto cuesta cada caballo?
- Al vender una cantidad **a** de yuca Ernesto ganó $5.00. ¿Cuánto le costó a Ernesto la yuca?

GUÍA No. 21

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. El inverso aditivo de un número es la cantidad que sumada al número da cero; El inverso aditivo de 5 es -5, pues 5 a (-5) = 0; el inverso aditivo de -10 es +10.

- ¿Cuál es el inverso aditivo de 0,6? ____________________________
- El inverso aditivo de $\frac{3}{5}$ es: __________________________________

2. Realiza la siguiente operación: $-\frac{4}{5} + \frac{6}{2} - \frac{4}{10} =$

3. Observa la siguiente expresión: 3xy + 9xy – 9 y responde:

Haz una lista de los términos: _____________________________________

Escribe los términos que son semejantes: ____________________________

APRENDO ALGO NUEVO

ME DIVIERTO CON LOS NUMEROS

Suma algebraica

Estudia los siguientes ejemplos:

- Suma m, n. Solución m + n.
- Suma – 7b. – c, 3c. Solución: - 7b – c + 3c = - 7b + 2c.
- Suman $4x^2y$; $\frac{3}{8}x^2y$. Solución: $-4x^2y + \frac{3}{8}x^2y = (-4 + \frac{3}{8})x^2y = -\frac{29}{8}x^2y$

1. Responde consultando con tus compañeros:

- En los tres ejemplos se han sumado (monomios/polinomios) _____________
- Los términos se han colocado uno a continuación de otros (conservando/cambiando) _______________________ los propios signos.
- Cuando hay términos semejantes se (reducen/no se reducen)

Para **sumar** dos o más expresiones algebraicas, se escriben unas a continuación de otras con sus propios signos, y se reducen términos semejantes si los hay.

2. Suma los siguientes monomios. Hazlo en tu cuaderno.

-7, -6 ; - 8x, - 5x ; $\frac{1}{2}$ a, - $\frac{2}{3}$b ; $\frac{3}{8}$ mn, - $\frac{3}{4}$ mn ; 3m, - 2n, 4p

$\frac{1}{2}$a, $\frac{2}{3}$ b, - $\frac{1}{4}$a, $\frac{1}{5}$ b, - 6 ; 3a, $\frac{1}{2}$ b, - 4, - b, - $\frac{1}{2}$ a, - 6.

Estudia con tus compañeros el siguiente ejemplo:

Suma 3a + 2b – c, 2a + 3b + c. Solución: (3a + 2b – c) + (2a + 3b + c) = 5ª + 5b

3. Responde:

- **¿**Cuántas expresiones algebraicas se han sumado? ____________________
- ¿Los sumandos son monomios o polinomios? ________________________

Por lo tanto la suma de polinomios es como la de monomios: se colocan uno a continuación del otro y luego se reducen los términos semejantes.

4. Suma los siguientes polinomios:

a + b – c más 2a + 2b – 2c con – 3a – b + 3c.

- am + 6mn – 4s **con** 6s – am – 5mn **con** - 2s – 5mn + 3am.

6m – 3n con – 4n + 5p con - m – p.

a - b; b – c; c + d; a – c; c – d; d – a; a – d.

$x^{4\,-}\,x^2 + 5$; $\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{8}x - 3$: $-\frac{3}{5}x^4 + \frac{5}{6}x^3 - \frac{3}{4}x$

Suma y halla el valor numérico del resultado, para:

a = 2, b = 3, c = 10, n = $\frac{1}{5}$, x = 5; nx + cn – ab; - ab + 8nx – 2cn; - ab + nx – 5.

Resta de monomios

1. Observa el siguiente ejercicio: de 8 restar 11.

8 + (-11) = 8 – 11 = - 3

- El minuendo es ____
- El sustraendo es____
- La resta es una suma de 8, más el inverso aditivo de _________________

Por lo tanto, la resta de monomios se transforma en una suma del minuendo más el sustraendo cambiado de signo (inverso aditivo).

2. Realiza las siguientes restas:

De -1 restar -9; De 2a restar 3b; De – 8x restar – 3x; De 3b – restar 4b;

De $11b^3m^2$ restar $-7b^3m^2$; Restar $-\frac{1}{8}ab^2$ de $\frac{3}{4}ab^2$; Restar $-\frac{1}{8}ab^2$ de $-\frac{3}{4}ab^2$;

Restar $45b^3c^2$ de $-20b^3c^2$.

Analiza la resta de polinomios

De $x^2 - 3x$ restar $5x + 6$.

Escribe al minuendo y seguido al sustraendo cambiado de signo: $x^2 - 3x + 5x - 6$

Reduce los términos semejantes: $x^2 + 2x - 6$.

3. Realiza las siguientes restas:

De $x^2 - 1$ resta $xy + y^2$; De b^3+6 resta $5b^2c - 8bc^2 + c^3$;

Resta $5x^3 - 5x$ de $x^4 + x^2 + 50$. De $3m^2 - 5n^2$ restar $m^2 + 8mn + 10n^2$

De $\frac{1}{2}a^2$ restar $-\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{3}ab + \frac{2}{5}b^2$.

4. Resuelve los siguientes ejercicios:

- Halla la expresión que sumada con $(x^3 - x^2 + 5)$ da $3x - 6$.
- ¿Qué expresión hay que restar de $m^4 - 3mn^3 + 6n^4$ para que la diferencia sea $4m^2n^2 - 8$?

Cuando se escribe el binomio 3a + 5b como (3a + 5b) se está considerando a la suma 3a + 5b como una sola cantidad. La expresión a – (b + c) significa que la suma de **b** y **c** va a sustraer de **a**.

Eliminar los signos de agrupación.

Analiza

Si el signo de agrupación está precedido del +, se escribirán las cantidades sin el paréntesis ( ) con los propios signos.

5. Elimina el signo de agrupación: + (2b – 6c + 3) = 2b – 6c+ 3

Si el signo menos, - , está antes de la agrupación, los términos se escriben con signos opuestos.

6. Elimina el signo de agrupación: - (2b – 6c + 3) = - 2b + 6c -3.

Observa con atención el siguiente ejercicio: elimina los signos de agrupación y reduce los términos semejantes:

$$6a-\{2b+[3-(a+b)+(5a-2)]\}$$

- Elimina los ( ); 6a –{2b + [3- a –b + 5a – 2]}.
- Elimina los [ ]; 6a – {2b + 3- a –b + 5a – 2}.
- Elimina las { }; 6a – 2b – 3 + a + b - 5a + 2}.
- Reduce los términos semejantes: 2a – b – 1, es la respuesta.

7. Selecciona la respuesta y escribe:

- Los signos que se eliminan primero son los (internos/externos) _____________
- Se eliminan los signos de agrupación desde (dentro/fuera) ________________ hacia (dentro/hacia fuera)____
- Si antes del signo de agrupación está el +, (cambian/no cambian) _____________ los signos de las cantidades internas.
- Se cambian los signos de los términos que están dentro de la agrupación si está precedida del signo (positivo/negativo) _____________________________

8. Elimina los signos de agrupación y reduce los términos semejantes:

3a + (2 + 5a); 2x +(8 – x); 3a + (4 – 2a); x – (2x – 4); 5x + [6 - (2x – 1)].

4x – [9 – 4(3 – x)];4x + [x – (2x – 3)]-[5 – 2+(1 – x)]; x – [3x + (4 – x)]-[8 – 3-(x – 2)]

GUÍA No. 22

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Resuelve las siguientes operaciones:

$3x + 5y - 10x - 2y + 30 =$; $2^4 . 2^8 . 2^{-10} =$ $(5^4)(-5^{-5})(-5^{-5}) =$

2. Haz lo que se te pide.

- Inventa: un monomio, un trinomio, dos polinomios.
- ¿Cuál es la diferencia entre binomio y trinomio?

3. Efectúa las operaciones indicadas y simplifica:

$\frac{2}{3} x \frac{3}{4} =$; $\frac{5}{2} x \frac{8}{15} =$; $-\frac{21}{26} x \left(-\frac{65}{35}\right) =$; $\frac{7}{24} x \frac{9}{16} x \frac{32}{21} =$

APRENDO ALGO NUEVO

Multiplicación de expresiones algebraicas

Multiplicación de monomios

Observa el proceso de las siguientes multiplicaciones:

$(2^3)(2^5) = 2^{3+5} = 2^8$

$a^2 . a^4 = a^{2+4} = a^6$

$(2ab^2)(3a^4bc^2) = (2 . 3)(ab^2)(a^4bc^2) = 6a^5b^3c^2$

$(3b^2c^2)(8ab^3c) = (-3 . 8)(b^2c^3)(ab^3c) = -24ab^5c^4$

$(-3^2xy^2)(-5x^2y^3) = (-3^2 . -5)(xy^2)(x^2y^3) = 45x^3y^5$

$(-x^2y)(-\frac{2}{3}x^m)(-\frac{3}{4}a^2y^n) = (-1 - \frac{2}{3} - \frac{3}{4})(x^2yx^ma^2y^n) = -\frac{1}{2}a^2x^{m+2}y^{n+1}.$

1. Ahora selecciona la respuesta y escríbela:

- Primero se multiplican los (signos/números) ___________________________
- Luego se multiplican (los coeficientes numéricos/las letras) _______________
- Finalmente se multiplican (los signos/las letras) _________________________

2. Realiza las siguientes multiplicaciones de monomios

$(- 8m^2 n^3) (- 9a^2mx^4)$

$(\frac{1}{2} a^2) (\frac{4}{5} a^3b)$

$(- \frac{7}{8}abc) (\frac{2}{7} a^3)$

$(a) (- 3a) (a^2)$

$(- a^m)(- 2ab)(- 3a^2b^x)$

Observa la multiplicación de un monomio por un polinomio:

Multiplicar: $(3x^2 – 6x + 7)(4 ax^2)$

Por ley distributiva: $(3x^2 – 6x + 7)(4 ax^2) = 3x^2 (4ax^2) – 6x(4ax^2) + 7(4ax^2)$

Multiplicando cada término: $= 12ax^4 - 24ax^3 + 28ax^2$.

3. Responde:

- Se multiplica el monomio por cada uno de los términos del _______________
- La ley que se aplica es la ____

4. Realiza las siguientes multiplicaciones:

$(3x^3–x^2)(-2x) =$ $(x^2–4x+3)(-2x) =$ $(x^3– 4x^2y+6xy^2)(bx^3y) =$

$(3x^2-6x+7)(2ax^2) =$

Multiplicación de polinomios:

Multiplicar $(a – 4) (3 + a)$

- Ordena los dos factores con relación a una misma letra: $(a-4)(a + 3)$.
- Multiplicar la “a” del primer factor por los términos del segundo factor:
- $a(a+3) = a^2 + 3a$.
- Multiplica el $- 4$ por el segundo factor: $- 4(a+3) = - 4a – 12$.
- Por lo tanto, reuniendo las operaciones parciales tienes: $(a-4)(a+3) = a^2 + 3a-4a-12$
- Finalmente reduces los términos semejantes: $a^2 – a – 12$.

También puedes multiplicar en forma vertical:

$$\begin{array}{rr} & a - 4 \\ & a + 3 \\ \hline & a^2 - 4a \\ & 3a - 12 \\ \hline & a^2 - a - 12 \end{array}$$

5. Realiza las multiplicaciones:

$(x +3)(x+1) =$; $(x- 4)(x+6) =$; $(x + 5)(x-2) =$

$(x - 1)(x- 6) =$; $(x^2 +3)(x^2 - 2) =$

Productos notables

Los productos notables son los que cumplen ciertas reglas fijas y cuya respuesta puede ser escrita directamente, sin realizar la operación.

Los productos notables más comunes son:

- $(a + b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + 2ab + b^2$

El cuadrado de la suma de 2 cantidades es igual al cuadrado de la primera menos el doble de la primera por la segunda cantidad, más el cuadrado de la segunda.

- $(a - b)^2 = (a -b)(a -b) = a^2 - 2ab + b^{2.}$

El cuadrado de la resta de 2 cantidades es igual al cuadrado de la primera menos el doble de la primera por la segunda cantidad, más el cuadrado de la segunda.

- $(a + b)(a-b) = a^2 - b^2$

La suma de dos cantidades multiplicadas por su diferencia, es igual al cuadrado de la primera menos el cuadrado de la segunda.

6. Escribe la respuesta directa de los siguientes productos:

$(m +2)^2 =$; $(x+y)^2 =$; $(6b + c)^2 =$; $(a-3)^2 =$; $(x - y)^2 =$

$(x- 1)^2 =$; $(x+y)(x-y)=$; $(a-x)(a+x) =$; $(n-1)(n+1)=$;

$(3b+2)(3b-2) =$

GUÍA No. 23

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Realiza las siguientes divisiones:

- $20 \div (-4) =$. $4^6 \div 4^2 =$. $-12 \div \frac{1}{2} =$ $(\frac{5}{6}) \div (\frac{1}{6}) =$

2. Encuentra las raíces cuadradas de:

   4, 20, 36, 100, 8100

APRENDO ALGO NUEVO

División de expresiones algebraicas. Cocientes notables

División de monomios

Observa el proceso de división de monomios:

$\frac{a^6}{-b^2} = a^{6-2} = a^4$; $\frac{x^8}{x^3} = x^{8-3} = x^5$

$\frac{b^{10}}{b^6} = b^{10-6} = -b^4$; $\frac{9a^6b^5}{36^2b^{10}} = \frac{1}{4}a^{6-2}b^{5-10} = \frac{1}{4}a^4b^{-5}$

1. Selecciona y completa: por lo tanto, para dividir monomios:

- Divides los (signos/coeficientes) ______________________________________
- Divides (los coeficientes numéricos/la parte literal) ______________________
- Divides la parte literal recordándolas leyes de los exponentes.

2. Realiza las siguientes divisiones:

$(-5a^2) \div -a$; $54x^2 y^2z^3$ para $-6xy^2 z^3$

$\frac{-3m^an^xx^3}{-5m^x n^2 x^3}$; $\frac{1}{2}x^2 \div \frac{2}{3}$

División de un polinomio para un monomio

Observa el proceso: divide $3x^3$-$6x^2b + 9xb^2$ para 3x.

Los escribes en forma de fracción:$\frac{3x^3-6x^2b+9xb^2}{3x}$

Luego separas en cocientes parciales:$\frac{3x^3}{3x}$ - $\frac{6x^2b}{3x}$- $\frac{9xb^2}{3x}$

y simplificas: = $x^2 - 2xb + 3b^2$.

3. Realiza las siguientes divisiones:

$(a^2 - ab) \div (a) =$; $(x^3 - 4x^2 + x) \div x =$; $(4x^8 - 10x^6 - 5x^4) = 2x^3$

$(8x^2y - 20x^3) \div 4x^2 =$; $(10x^2y + 15x^3) \div - 5x^2 =$

División de polinomios

Analiza con tus compañeros el proceso de la división de polinomios:

Divide $(3x^2 + 2x - 8) \div (x + 2)$

- Escribes de la siguiente forma: $3x^2 + 2x - 8 \div x + 2$.
- Divides el primer término del dividendo ($3x^2$) para el primero del divisor (x) = 3x.
- Este es el primer término del cociente.
- Este cociente lo multiplicas por cada uno de los términos del divisor (x + 2):
  $3x (x + 2) = 3x^2 + 6x$.
- Resta este valor del dividendo: $3x^2+2x-8-(3x^2+6x) = 3x^2 +2x-8-3x^2 -6x = - 4x-8$.
- Nuevamente se divide el primer término de este nuevo dividendo para el primer término del divisor, y se repite el proceso, como en el caso anterior.
- Observa el proceso en forma vertical:

$$\begin{array}{rl|l}
 & 3x^2 + 2x - 8 & x + 2 \\ \cline{3-3}
- & 3x^2 - 6x & \\ \hline
- & 4x - 8 & \\
 & 4x + 8 & \\ \hline
\end{array}$$

4. Realiza las siguientes divisiones notables: no olvides ordenar las letras, comenzando por las que tienen mayor exponente.

$b^2 + 2b - 3$ para $b + 3 =$; $b^2 - 2b - 3$ para $b + 1 =$

$x^2 - 20 + x$ para $x + 5 =$; $6x^2 - xy - 2y^2$ para $2x + y =$

Cocientes notables

Igual que los productos notables: existen los cocientes notables. Al seguir las reglas, se pueden escribir las respuestas sin ejecutar todo el proceso.

Recuerda el proceso notable: $((a + b)(a - b) = a^2 - b^2$.

- Despejando $(a + b)$ encuentras que $(a + b) = (a^2 - b^2) \div (a - b)$.
- O sea que: $\frac{a^2-b^2}{a+b} = a - b$

5. Completa: la diferencia de los cuadrados de dos cantidades, dividida para la suma de las raíces de las mismas es igual a ________________________________

Si la expresión anterior despejas $(a - b)$, encuentras que $(a - b) = (a^2 - b^2) \div (a + b)$

- O sea que $\frac{a^2-b^2}{a-b} = a + b$

6. Completa; la diferencia de los cuadrados de dos cantidades, dividida para la diferencia de las raíces de las mismas es igual a _________________________

Ejemplo: halla directamente el cociente de:

$\frac{x^2-1}{x+1}$, equivale a $\frac{x^2-1^2}{x+1}$ **:** es la diferencia de x^2 y 1^2 divida para la suma de sus respectivas raíces. Por lo tanto: $x - 1$

Ejemplo: halla directamente el cociente de:

$\frac{(a+x)^2-9}{(a+x)+3} = (a + x) - 3 = a + x - 3$

7. Escribe directamente el cociente:

$\frac{x^2-4}{x+2} =$; $\frac{25-36x^4}{5-6x^2} =$; $\frac{4x^2-9m^2n^4}{2-6mn^2} =$; $\frac{(a+y)^2-z^2}{(x+y)-z} =$

GUÍA No. 24

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé del tema?

1. Realiza las siguientes sumas algebraicas:

$5x - 7y + 8$ más $-y + 6 - 4x$ más $-3x + 8y$

$x^4 - x^2 + 5$ más $\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{8}x - 3$.

2. Realiza la siguiente suma y encuentra el valor numérico para $x = 5$.

$x^2 - 5x + 8$ más $-x^2 + 10x - 30$ más $-6x^2 + 5x - 50$.

3. Simplifica:

$6(x^2 + 4) - 3(x^2 + 1) + 5(x^2 + 2)$

APRENDO ALGO NUEVO

Ecuaciones de primer grado con una incógnita

Observa esta expresión algebraica: $5x + 5 = 30$.

Para que esta expresión sea una igualdad, a x le corresponde un solo valor que es el 5, porque al encontrar el valor numérico tienes:

$5(5) + 5 = 30$ ó $25 + 5 = 30 \Rightarrow 30 = 30$.

Si das a x cualquier valor, la expresión no es verdadera.

> Una **ecuación** es una **igualdad** en la que hay unas cantidades desconocidas que se representan con letras y que es verdadera para determinados valores.

Miembros

Una ecuación tiene dos miembros: el que está a la izquierda del (=), se llama *primer miembro* y la expresión que está a la derecha se llama *segundo miembro,*

1. Completa:

En la ecuación $3x - 5 = 2x - 3$

- El primer miembro es: ___________ El segundo miembro es _______________.

Cada una de las cantidades conectadas con otras cantidades por los signos + ó – se llaman términos. En la ecuación anterior los términos son: 3x, -5, 2x, - 3.

2. Escribe los términos de la siguiente ecuación: $5x - 6 = 3x + 8$.

Grado de una ecuación

Compara las siguientes ecuaciones: $6x - 3 = 2$; $6x^2 - 3 = 2$.

3. Responde:

- El exponente de la x en la primera ecuación es ______________________________
- El exponente de la x en la segunda ecuación es ______________________________
- La primera ecuación se llama de primer grado porque ________________________ ____
- La segunda ecuación se llama se llama de segundo grado porque _____________ ____
- Para que la ecuación sea de tercer grado, el exponente de la x debe ser el ______ ____

Raíces o soluciones:

Las **raíces o soluciones** de una ecuación son los **valores** que al sustituir a la incógnita indican una igualdad, o la expresión es verdadera.

Así, en la ecuación $3x - 5 = 4$, el valor de x tiene que ser 3, porque $3(3) - 5 = 4 \rightarrow 4 = 4$, entonces la raíz es 3.

Las raíces de una ecuación dependen del grado de éstas.

Reglas básicas:

Estas ecuación servirá de modelo: $4x + 5 = 17$.

- Si los dos miembros de una ecuación se les suma o resta una misma cantidad, la igualdad subsiste. Entonces $4x + 5 + 6 = 17 + 6$.
- Si a los dos miembros de la ecuación se le multiplica o divide por una misma cantidad, la ecuación subsiste. Entonces $(4x + 5)\,10 = (17)\,10$
- Si a los dos miembros de la ecuación se los eleva a una misma potencia o se extrae la misma raíz, la igualdad subsiste. Entonces $(4x + 5)^3 = 17^3$
- Los signos de toda la ecuación puede cambiar y la igualdad subsiste. Entonces:

  $- 4x + 5 = - 17$

Resolución de ecuaciones

Resolver una ecuación significa encontrar el valor de la incógnita.

Analiza cada una de los pasos para la resolución:

- Reúnes a los términos que contienen las incógnitas en un solo miembro y a los términos independientes (números) en el otro miembro. Para eliminar la x que está en el miembro que está a la derecha, debes sumar su opuesto, pero en ambos miembros.

  $3x - 3 = x + 5.$

  $3x - 3 \mathbf{- x} = x \mathbf{- x} + 5.$

Las ecuación es: $2x - 3 = 5.$, para eliminar el término – 3 del miembro izquierdo, suma + 3 a ambos miembros: $2x - 3 + 3 = 5 + 3$, entonces la ecuación es: $2x = 8$

Para dejar sola a la x (despejar la incógnita) debes simplificar el 2 que está multiplicando a x, por lo que divides ambos miembros para 2:

$x = \frac{8}{2} \rightarrow x = 4$ que es la raíz o solución.

Para comprobar si el valor correcto de x, determinas el valor numérico de la ecuación original con $x = 4$. Como puedes observar, $3x - 3 = x + 5$, y al reemplazar x;

$3(4) - 3 = 4 + 5$

$12 - 3 = 9$

$9 = 9$

Por lo tanto, el procedimiento general para resolver ecuaciones enteras de primer grado con una incógnita es:

- Se efectúan las operaciones indicadas, si las hay,
- Se hace la transposición de términos, reuniendo en un solo miembro todos los términos que contienen la incógnita y en el otro las cantidades conocidas,
- Se reducen términos semejantes en cada miembro,
- Se despeja la incógnita.

4. Resuelve las ecuaciones:

$5x = 8x - 15$;	$4x + 1 = 2$;	$y - 5 = 3y - 25$;	$5x + 6 = 10x + 5x$
$38x = -133$;	$\frac{1}{2}x = 7$;	$7x = -14$;	$\frac{x}{3} = 27$;
$2x + 3x = 5$;	$7x - 4x = 6$;	$5x-2x-x= 20$;	$7x = 6 + 4x$;
$2(x+4)+7 = 19$;	$7(x+6) + 10 = 45$;	$9+2(2x+3) = 17$;	$\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x = 10$;

GUÍA No. 25

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

- ¿Cuál es el 25% de 12?
- El 12% de un número es 50. ¿Cuál es el número?

Encuentra el valor de x en: $9 + 2(2x+3) = 17$; $\frac{3}{4}x + \frac{1}{4}x = 10$.

APRENDO ALGO NUEVO

Problemas sobre ecuaciones de primer grado con una incógnita

En la práctica los problemas son planteados con palabras, las cuales deber ser traducidas a una ecuación algebraica. Para ello se procede como sigue:

- Se determina la cantidad incógnita y se lo representa con una variable (x,y)
- Todos las demás cantidades incógnitas se las expresa en términos de la misma variable.
- Se traducen los enunciados del problema a una ecuación algebraica.
- Se resuelve la ecuación, esto es, se encuentra el valor de la incógnita.
- Se comprueba la respuesta en el problema original planteado con palabras.

Problemas que se refieren a números

- Un número es el quíntuplo de otro. La suma de ambos es 90. Determina los dos números.

Solución:

Primer número = 5x Segundo número = x

$5x + x = 90$

$6x = 90$ $x = 90/6 = 15$. Por lo tanto,

Primer número = 5(15) = 75

Segundo número = 15

- La suma de dos números es 48. El cuádruplo del menor es igual al doble del mayor. Encuentra los números:

  Solución: menor = x, mayor = 48 – x

  Solución problema: $4x = 2(48-x)$

  Resolviendo: $4x = 96 - 2x$

  Transponiendo términos $4x + 2x = 96 \Rightarrow 6x = 96 \Rightarrow x = 16$

  Resultado: menor = 16, mayor 48 -16 = 32.

1. Resuelve los siguientes problemas:

- Si a un número se le suma 15, el resultado es 21. Determina el número.
- Cuando se resta 11 a cierto número, el resultado es 52. Calcula el número.
- Si al doble de un número se le aumenta 7, resulta 35. Halla el número.
- La diferencia entre un tercio de un número entero y un cuarto del mismo es 3. Halla el número.

Problemas que se refieren a las edades

La suma de las edades de A y B es 84 años, pero B tiene 8 años menos que A. Halla ambas edades.

Solución: Edad de A = x; Edad de B = x -8

La suma de las dos es 84, la edad es:

$x + (x-8) = 84$

Resolviendo: $x + x - 8 = 84$

Reduciendo términos semejantes: $2x - 8 = 84$

Transponiendo términos: $2x = 84 + 8 \rightarrow 2x = 92 \rightarrow x = 46$. Por lo tanto,

Edad de A = 46

Edad de B = 46 – 8 = 38 años.

2. Resuelve los siguientes problemas:

- La edad de A es el doble que la de B y ambas edades suman 36 años. Halla ambas edades.
- La edad de Pedro es el triple de la edad de Juan y ambas edades suman 40 años. Halla ambas edades.
- La suma de las edades de tres personas es 88 años. La mayor tiene 20 años más la menor y la del medio 18 menos que la mayor. Halla las tres edades.

Problemas de porcentajes

Ejemplos: Lily compró una máquina de coser en oferta en $350,00 ¿Cuál es el precio normal de la máquina si a Lily le hicieron un 30% de descuento? Solución:

Precio normal = x

Descuento 30% (x), ojo siempre escribir 30% (x)

El precio que paga Lily: x – 30%(x) = 350

Realizando la operación: $x - \frac{30}{100}x = 350$

Resolviendo: 100x - 30x = 35 000

70 x = 35 000

x = 500

El precio normal es de $ 500.

> Margen de utilidad es una cantidad que se agrega al costo de un artículo para determinar el precio de venta. En otras palabras.
> **Precio de venta = costo + utilidad**

El costo de un radio es $80, ¿Cuál es el precio de venta si la utilidad es del 20% del costo? Solución:

Precio de venta = x ; costo = 80; utilidad = 20% (80)

Ecuación: x = 80 + 20% (80)

x = 80 + 20 / 100 (80)

x = 80 + 0.2 (80) $\Longrightarrow$ x = 80 + 16 = 96

Precio de venta = $ 96.

El precio de venta de una ternero es \$584, ¿Cuál es el costo, si la utilidad es del 25% del costo?

Solución:

Precio de venta: 584; costo = x; utilidad 25% (x)

Ecuación: $x + \frac{25}{100}x = 584$

Resolviendo: $x + 0,25\,x = 584 \quad 1,25x = 584 \Longrightarrow x = 584 \div 1,25 \Longrightarrow x = 467,2$

Precio de costo: \$467,2

3. Resuelve los siguientes problemas:

- Manuel elabora artesanías y el costo de un sombrero es \$25. ¿Cuál es el precio de venta si considera que su ganancia deber equivalente a \$25% de ese precio de venta?
- Enrique confecciona ropa. Vende un vestido a \$28. Si la utilidad es del 30% del costo ¿Cuál es el precio de costo?
- El costo de una puerta es de \$45. Y su precio de venta es \$63. =Cuál es el margen de utilidad con respecto del costo?
- El precio de venta de un reloj es de \$126. ¿Cuál es el costo si el margen de utilidad es el 40% del costo?
- El precio de venta de una mesa es de \$32. ¿Cuál es el costo si el margen de utilidad es el 35% del costo?
- El costo de una lancha es de \$1 000 ¿Cuál es el precio de venta si la utilidad es el 30% del precio de venta?

GUÍA No. 26

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Resuelve las siguientes ecuaciones:

- $5x = 8x - 15$; $16 + 7x - 5 + x = 11x - 3 - x$; $x + 3(x - 1) = 6 - 4(2x + 3)$
- $14x - (3x - 2) - [(5x + 2 - (x - 1)] = 0$

2. Resuelve los siguientes problemas:

- Repartir \$ 310 entre personas de modo que la segunda reciba \$20 menos que la primera y \$40 más que la tercera.
- Una cooperativa campesina ha aprobado doble número de vacas que de bueyes. Por cada vaca se pagó \$70 y por cada buey se pagó \$85. Si el pago total de la compra fue \$2700. ¿Cuántas vacas y cuántos bueyes compró la cooperativa?
- El precio de costo de un quintal de café es \$60,00, ¿Cuál será el precio de venta si la utilidad es del 30% del precio de costos?.

APRENDO ALGO NUEVO

Ecuaciones simultáneas de primer grado con dos incógnitas

Observa las siguientes ecuaciones:

$$x + y = 5$$

$$x - y = 1$$

Son dos ecuaciones, pero los valores de las incógnitas x, y satisfacen a las dos.

Si $x = 3$, $y = 2$, entonces:

$3 + 2 = 5 \implies 5 = 5$, y en la otra ecuación:

$3 - 2 = 1 \implies 1 = 1$.

Los valores de x, y hacen que las dos ecuaciones sean verdaderas.

Para resolver un sistema por el método de **eliminación** es necesario expresar cada ecuación solo con una incógnita.

Estudiarás algunos métodos de eliminación de una incógnita.

Eliminación por igualdad

Resolver las ecuaciones: $x + 6y = 27$; $7x – 3y = 9$.

Solución: De cada ecuación se despeja la misma incógnita. Despeja la x:

- De la primera ecuación: $x + 6x = 27 \Longrightarrow x = 27 – 6x$.
- De la segunda ecuación: $7x – 3y = 9 \Longrightarrow 7x = 9 + 3y \Longrightarrow x = \frac{9 + 3y}{7}$
- Como la x tiene el mismo valor en ambas ecuaciones, igualas las ecuaciones:

  $x = 27 – 6y$

$x = \frac{9 + 3y}{7}$ por lo tanto, $x = x$; entonces los segundos miembros son iguales:

$27 – 6y = \frac{9 + 3y}{7}$, ahora tienes una ecuación con una incógnita (y) y resuelves como lo hiciste en las guías 24 y 25.

- Quitando el denominador: $189 – 42y = 9 + 3y$
- Juntando los términos con la incógnita en el miembro de la izquierda y los conocidos en la derecha: $- 45y = - 180 \Longrightarrow y = 4$
- Para encontrar el valor de x, reemplazas el valor de y en cualquiera de las ecuaciones iniciales. Reemplázalo en la primera:

  $$x = 27 – 6y \Longrightarrow x = 27 – 6\,(4) \Longrightarrow x = 3$$

- Para comprobar si las respuestas son correctas, se reemplaza el valor numérico de las ecuaciones originales con los valores encontrados.

  En la primera: $x + 6y = 27 \Longrightarrow 3 + 6\,(4) = 27 \Longrightarrow 27 = 27$

  En la segunda: $7x – 3y = 9 \Longrightarrow 7\,(3) – 3(4) = 9 \Longrightarrow 21 – 12 = 9 \Longrightarrow 9 = 9$.

1. Resuelve las siguientes ecuaciones por igualación:

$3x – 2y = - 2$ $\quad 5x + 8y = -60$	$3x – 5y = 7$ $\quad 2x - y = - 4$
$7x – 4y = 5$ $\quad 9x + 8y = 13$	$6x – 18y = - 85$ $\quad 24x - 5y = - 5$

Eliminación por sustitución

Observa el proceso por el método de sustitución.

Resolver las ecuaciones simultáneas: $x + 3y = 6$: $5x – 2y = 13$

- De la primera ecuación despejas una incógnita: $x + 3y = 6 \Longrightarrow x = 6 – 3y$
- Este valor de x sustituye en la segunda ecuación.

  $5x – 2y = 13$, sustituyendo: $5 (6 – 3y) – 2y = 13$.

Aplicando la propiedad distributiva: $30 - 15y – 2y = 13 \Longrightarrow 30 – 17y = 13 \Longrightarrow - 17y = -17$, despejando $y = 1$

1. Sustituyes el valor de y en la primera ecuación:

   $x = 6 – 3y \quad x = 6 - 3 (1) \Longrightarrow x = 3$

2. Resuelve por sustitución:

$5x – 7y = - 1 \qquad -3x + 4y = - 24$	$3x + 4y = 8 \qquad 8x - 9y = - 77$
$x – 5y = 8 \qquad - 7x + 8y = 25$	$4x + 5y = 5 \qquad - 4x - 10y = - 7$

Eliminación por reducción (suma y resta)

Resolver: $6x – 5y = - 9$; $4x + 3y = 13$

La idea es obtener los coeficientes de una misma incógnita con igual valor pero signo contrario, de tal manera que al sumar las ecuaciones se anule esta incógnita. Entonces, en este ejemplo, la eliminar la y, multiplica por 3 la primera ecuación y la segunda por 5, así obtienes 15:

$(6x – 5y = -9)\, 3 \Longrightarrow 18x – 15y = - 27$

$(4x + 3y = 13)\, 5 \Longrightarrow 20x + 15y = 65$

Sumando las dos ecuaciones:

$$\begin{array}{l} 18x – 15y = - 27 \\ \underline{20x + 15y = \ 65} \\ 38x + 0 = 38 \quad \Longrightarrow x = 1 \end{array}$$

Para determinar el valor de y, se sustituye el valor de x en una de las dos ecuaciones originales; sustitúyalo en la segunda:

$4x + 3y = 13 \quad 4(1) + 3y = 13 \Longrightarrow 3y = 9$

Por lo tanto, $y = 3$

3. Resuelve por suma y resta

$10x - 3y = 36 \quad 2x + 5y = -4$	$11x - 9y = 2 \quad 13x - 15y = -2$
$18x + 5y = -11 \quad 12x + 11y = 31$	$9x + 7y = -4 \quad 11x - 13y = -48$

Cuando hay operaciones indicadas, primero realizas estas operaciones en cada ecuación y luego resuelves empleando cualquier método.

4. Resuelve los siguientes sistemas de ecuaciones empleando cualquier método:

$3x + 2(y - 3) = 2y \quad 2x - (y + 2x) = 4$	$2(x - 3y) + 3(2y-4) = 0 \quad 4(x-1)-(4x-y) = 3$
$3x - 2(y+7) = 2 \quad 4(x + 6) + 7y = 26$	
$4(x + 1) - 3(y + 2) = 19 \quad 5x + 4(y - 3) = -9$	
$3x - 2(2y + 3) = 4 \quad 7(x - y) + 2(x + 4y) = 17$	

GUÍA No. 27

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Resuelve las siguientes ecuaciones;

- Por suma y resta: $18x + 5y = -11$; $12x + 11y = 31$
- Por sustitución: $32x – 25y = 13$; $16x + 15y = 1$
- Por igualación: $15x – 11y = -87$; $-12x – 5y = -27$
- Por cualquier método: $3x – 4y – 2(2x - 8) = 0$; $5(x- 1) – (2y – 1) = 0$.

APRENDO ALGO NUEVO

Problemas que se resuelven con las ecuaciones simultáneas

- Presenta dos cantidades desconocidas del problema por medio de dos variables (x, y).
- Las demás cantidades desconocidas se expresan en términos de las dos variables
- Se traducen los enunciados verbales a dos ecuaciones.
- Se resuelven las ecuaciones encontrando el valor de las incógnitas, como se realizó en la guía 26.
- Se comprueba la respuesta en el problema inicial planteado con palabras.

Observa la resolución del siguiente problema sobre números:

La diferencia de dos números es 40 y 1/8 de la suma de 11. Encuentra los números.

Solución:

- Primer número: x, segundo número y
- Primera ecuación: $\mathbf{x – y = 40}$
- Segunda ecuación: $\frac{x+y}{8} = 11 \Longrightarrow$ quitando el denominador: $x + y = 18$
- Aplicando el método de la suma y resta:

$$\begin{array}{rcl} x - y & = & 40 \\ x + y & = & 88 \\ \hline 2x & = & 128 \Longrightarrow \mathbf{x = 64} \end{array}$$

- Reemplazando en la primera ecuación: $x – y = 40$

$$64 – y = 40 \Longrightarrow y = 24$$

- Comparación: “la diferencia de dos números es 40”: 64 – 24 = 40.

  “Un octavo de la suma es 11”: $\frac{64+24}{8} = \frac{88}{8} = 11$.

1. Resuelve:

- La suma de dos números es 1529 y su diferencia es 101. Encuentra los números.
- Dividir 80 en dos partes de tal forma que $\frac{3}{8}$ de la parte mayor equivalgan a los $\frac{2}{3}$ de la menor.

Observa la respuesta del siguiente problema sobre precios.

5 pantalones y 3 sombreros cuestan $111 y 8 pantalones y 9 sombreros cuestan $228, Halla el precio de 1 pantalón y de 1 sombrero.

- Precio del pantalón = x; precio del sombrero = y
- Primera ecuación 5x + 3y = 111
- Segunda ecuación: 8x + 9y = 228
- Resuelve por el método de eliminación:

De la primera ecuación, despeja x = $\frac{4810-3y}{5}$

- Multiplicas por 3 al primera ecuación: -3 (5x + 3y) = 111
- Sumas la segunda ecuación:

$$\begin{array}{rcl} -15x - 9y &=& 333 \\ 8x + 9y &=& 228 \\ \hline -7x &=& -105 \end{array}$$

- Despejas las incógnitas: $x = \frac{-105}{-7}$ x = 15
- Precio del pantalón: $15
- Reemplazas en la primera ecuación: 5 (15) + 3y = 111 ⟹3y = 111-75 ⟹3y = 36⟹y = 12.
- Despeja la y.

2. Resuelve los siguientes problemas:

- Un vecino compró 4 vacas y 7 caballos por $514 y más tarde, a los mismos precios compró 8 vacas y 9 caballos por $ 818. Encuentra el valor de una vaca y de un caballo.
- 6 libras de café y 5 libras de azúcar costaron $2.27 y 5 libras de café y 4 libras de azúcar (a los mismos precios) costaron $1.88. Encuentra el precio de 1 libra de café y 1 lira de azúcar.
- 5 libras de papas y 4 tomates cuestan $30.30, mientras que 8 libras de papas y 6 de tomates cuestas $47.20. Encuentra el precio de 1 libra de cada producto.
- Si 6 libras de pescado y 5 libras de arroz cuestan $4.19, mientras que 5 libras pescado y 7 de arroz cuestan $4.88. Determina el precio de 1 libra de pescado y de 1 de arroz.

Problema de las edades

Analiza con tus compañeros la resolución del siguiente problema:

Hace 8 años la edad de Andrés era el triple que la de Pedro, y dentro de 4 años la edad de Pedro será los 5/9 de la de Andrés. Halla las edades actuales de Andrés y de Pedro.

Solución:

- Edad actual de Andrés: = x; edad actual de Pedro = y
- Hace 8 años Andrés tenía x – 8 y Pedro tenía y – 8
- Primera condición del problema: x – 8 = 3(y- 8) que es la primera ecuación
- Dentro de 4 años Andrés tendrá: x + 4 y Pedro y + 4.
- Segunda condición del problema: $(y + 4) = \frac{5}{9}(x + 4)$, que es la segunda ecuación.
- Realizas las operaciones indicadas en la primera ecuación:

$8- x = 3 (y – 8) \Longrightarrow x – 8 = 3y – 24$ despejando $x = 3y – 16$

- Realiza las operaciones indicadas en la segunda ecuación.

$y + 4 = \frac{5}{9}(x + 4) \Longrightarrow 9y + 36 = 5x + 20 \Longrightarrow 5x = 9y + 16$, despejando $x = \frac{9y+16}{5}$

- Igualando las dos ecuaciones: $3y - 16 = \frac{9y-16}{5}$ quitando el denominador:

$15y - 80 = 9y + 16$; resolviendo $y = 16$.

Reemplazando el valor de y en la ecuación: $x = 3y - 16$; $x = 3(16) - 16 = 32$.

- Por lo tanto la edad de Andrés es 32 años y la de Pedro 16 años.

3. Resuelve los siguientes problemas:

- Hace 10 años la edad de María era el doble que la de Carmen, dentro de 10 años la edad de Carmen será $\frac{3}{4}$ de la de María. Encuentra las edades actuales.
- Hace 6 años la edad de Luis era el doble que la de Clemencia; dentro de 6 años la edad de Luis será los 8/5 de la edad de Clemencia. Halla las edades actuales.
- La edad de Antonio hace 5 años era los 3/2 de la de Ruth, dentro de 10 años la edad de Ruth será los 7/9 de la de Antonio. Halla las edades actuales.

GUÍA No. 28

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

- Encuentra los factores primos de 28.
- En la multiplicación 20 x 5 = 100 ¿Cuál es el multiplicando?________________

  ¿Cuál es el multiplicador? ____

  ¿Multiplicando y multiplicador son factores? _________________________
- Cuál es la ley de los signos? ____

  ____
- Da lo mismo 20 x 5 que 5 x 20?_________ ¿Cómo se llama esta ley? _________

  ____
- Inventa un ejemplo de la ley conmutativa:
- Encuentra el resultado de $b^4 \times b^5 \times b^2 =$
- Inventa 2 monomios y 2 binomios.
- Multiplica:

  $2x^2$ por $-3x$ $\quad\quad$ $-8m^2n^3$ por $-9^{a2}mx^4$

  $x^3 - 3x^2 + 5x$ por $-4x^2$ $\quad\quad$ $8n - 9m$ por $4n + 6m$
- Escribe la respuesta de:

  $(2x + 3y)^2$ $\quad\quad$ $(n - 1)(n + 1)$ $\quad\quad$ $(2b + 1)(2b - 1)$

APRENDO ALGO NUEVO

Factorización de monomios

Factorizar es expresar una cantidad o forma algebraica como **producto** de varios factores.

Observa cómo se determinan los factores de un monomio:

Halla los factores de 15ab. Por simple inspección son:

3, 5, a y b $\Rightarrow 15ab = 3 \,.5 \,.a \,. b$

1. Determina los factores de los siguientes monomios:

$24x^2y^3 =$ $\quad\quad$ $\frac{4}{5}ab^5 =$

Factorización de binomios

Observa el proceso cuando los términos tienen factor común

Factorar o descomponer en dos factores: $a^2 + ab$

- Cada término o monomio lo descompones en sus factores: $a \cdot a + a \cdot b$.
- Ves que hay un mismo factor en ambos términos que es a.
- Escribe el factor que se repite como coeficiente de una agrupación: a (   )
- Dentro del paréntesis escribes los cocientes de dividir, cada término ÷ el factor que se repite:
- $a^2 \div a = a$ y $ab \div a = b$;

  $a^2 + ab = a(a + b)$ que son los factores de $a^2 + ab$

2. Encuentra los factores de los siguientes binomios que tienen factor común.

$a^2 + 2a$ ____

$b + b^2$ ____

$x^2 + x$ ____

$x^3 - 4x^4$ ____

$abc + abc^2$ ____

$24\, a^2xy^2 - 36x^2y^4$ ____

Cuando el factor común es un polinomio, se hace de la misma forma.

Analiza el siguiente ejemplo: descomponer en factores $a(x + 1) + b(x + 1)$.

- El factor que se repite en cada término es $(x + 1)$. Por lo que se escribe antes del paréntesis: $(x + 1)$ (________).
- Dentro el paréntesis se escribe los coeficientes de dividir: $a(x + 1) \div (x + 1) = a$, y $b(x+1) \div (x + 1) = b$
- Por lo tanto: $a(x + 1) + b(x + 1) = (x + 1)(a + b)$.

3. Encuentra los factores de:

$x(a + 1) - 3(a + 1)$	$2(x-1) + y(x - 1)$
$m(a - b) + c(a - b)$	$2x(c - 1)$ n- $3y(c - 1)$

Factorar una diferencia de cuadrados.

Encuentra los factores de $x^2 – y^2$.

- En la guía 22, en los productos notables, estudiaste que $(x + y)(x –y) = x^2\ y^2$.
- Ahora el proceso es inverso, por lo tanto, los factores de $x^2 – y^2$ son $(x +y)(x-y)$

4. Completa para encontrar los factores de una diferencia de dos números elevados el cuadrado, se extrae la raíz ____________ de cada término y se multiplica la _____________ de las raíces por su diferencia.

Observa y analiza con tus compañeros el siguiente ejemplo:
Encuentra los factores de $100 – x^2y^6$.
Ambos términos son cuadrados: $100 = 10^2$, $x^2\ y^6 = (x\ y^3\ )^2$.
Es una diferencia (-) de cuadrados, por lo tanto, $100 – x^2\ y^6 = (10 + xy^3)(10- xy^3)$.

5. Encuentra los factores de los siguientes binomios:

$a^2– 1$	$16 – n^2$	$25 – 36x^4$
$a^2\ m^2\ n^6 – 144$	$256a^{12} – 289b^4m^{10}$.	

Estudia el siguiente caso: Factorar$(a + b)^2 – c^2$.

- Es una diferencia de cuadrados: ____
- Uno de los términos es un polinomio $(a + b)^2$ pero se opera como en el caso anterior.
- La raíz de $(a +b)^2$ es a +b) y la raíz de c^2 es c, por lo tanto,
  $(a + b)^2 – c^2= [(a + b) + c]\ [(a + b) – c]$
- luego realizas las operaciones indicadas y simplificas.
  $(a + b)^2 – c^2= [(a + b) + c][(a + b) – c]$
  $(a + b)^2 – c^2= (a + b + c)\ (a + b – c)$

6. Encuentra los factores de los siguientes binomios y simplifica:

$(x + y)^2 - a^2$	$4 – (a + 1)^2$	$(a + 2b)^2 – 1$
$(x + 2a)^2 – 4x^2$	$a^6 – (a – 1)^2$	

GUÍA No. 29

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

Trabaja en tu cuaderno:

1. Encuentra los factores de cada uno de los siguientes números: 28; 33; 12; 90.

2. Realiza las siguientes multiplicaciones.

$5a(a + 2b) =$ $(- 3x+ 2) (4x + 8) =$ $(5 + a)^2 =$

$(xy – 6)^2 =$ $(x – 3)(x – 5) =$

APRENDO ALGO NUEVO

Factorización de trinomios

En guía 22 aprendiste que:

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ y que $(a – b)^2 = a^2 – 2ab + b^2$.

Ahora míralo cambiando el orden inicial

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$ y también;

$a^2 – 2ab + b^2 = (a - b)^2$

1. Luego de observar, responde:

$a^2 + 2ab + b^2$ es un trinomio porque ____

Por lo tanto, el trinomio se ha expresado en factores, que es el objetivo.

El trinomio ordenado se llama cuadrado perfecto cuando el primer y tercer término son cuadrados y el segundo es dos veces la multiplicación de las raíces del primero y tercero.

Observa el proceso para factorar un trinomio:

Encuentra los factores de $a^2 + 10a + 25$.

$a^2 = a \times a$	Analiza si el primer término es cuadrado.
$25 = 5^2 = 5 \times 5$	Analiza si el tercer término es cuadrado
$2(a)(5) = 10a$	El segundo término debe ser el doble producto de la dos raíces
$a^2 + 100 + 25$	Es un trinomio cuadrado perfecto

La respuesta se expresa como la suma de las raíces elevada al cuadrado **$(a + 5)^2$**

Factorar: $a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 = a \times a$ El primer término es un cuadrado

$b^2 = b \times b$ El tercer término es un cuadrado

$2(a)(b) = 2ab$ El segundo término es el doble producto de las dos raíces.

$a^2 - 2ab + b^2$ Es un trinomio cuadrado perfecto

La respuesta se expresa como la diferencia de las raíces elevada al cuadrado **$(a - b)^2$**

2. Analiza los siguientes trinomios y, en caso de ser cuadrados perfectos, encuentra los factores:

$x^2 - 2x + 1$; $9 - 6x + x^2$; $1 + 14^a + 49a^2$

$36 + 12m^2 + m^4$; $4x^2 - 12xy + 9y^2$

Factorar el trinomio de la forma $x^2 + bx + c$

Ejemplo: $x^2 + 5x + 6$.

Al analizar el término encuentras que no es cuadrado perfecto, pero es posible factorarlo siguiendo los siguientes pasos:

- Al trinomio lo descompones en dos binomios y en cada uno escribes la raíz cuadrada del primer término del trinomio: $x^2 + 5x + 6 = (x \quad)(x \quad)$.
- En el primer binomio, después de la x escribes el signo del segundo término del trinomio que en este caso es + , y en el segundo binomio escribes el signo que resulta de la multiplicación de signos del segundo término por el signo del tercer término que en el ejemplo es (+) (+) = +:
- Busca dos números que sumados resultan el coeficiente del segundo término del trinomio (5) y que, al mismo tiempo, multiplicados sean igual al término independiente (6). Estos números son 3 y 2 que le colocarán en los respectivos binomios:

  $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

Por lo tanto, $x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

Para encontrar los 2 números es necesario determinar los factores primos del término independiente.

Otro ejemplo:

Encuentra los factores de $c^2 + 5c – 24$.

- Abre dos paréntesis y escribe la raíz de c^2 en cada paréntesis: (c) (c).

- Para el primer paréntesis, escribe el signo del segundo término del trinomio (+ 5c), que es +; para el segundo paréntesis escribe el producto de los signos del segundo y tercer término del trinomio (+) (-) = (c) (c).

- Busca dos términos que sumados den 5 (coeficiente del segundo término) y multiplicados den – 24 (término independiente).

- Te ayudan los factores de *24 = 8 x 3*; sumando con los signos del paréntesis: + 8 -3 = 5; multiplicando: *(+8)(-3) = - 24.*

- Por lo tanto: $c^2 + 5c – 24 = (c + 8) (c – 3)$.

3. Encuentra dos factores de los siguientes trinomios:

$x^2 + x – 2$	; $y^2 - 9y + 20$;	$x^2 – 9y + 8$	$a^2 + 7^a + 6$
$n^2 - 8n^2 + 12$	; $x^2 + 10x + 21$	$n^2 + 6n – 16$	$m^2 + 13m – 30$

GUIA No. 30

CONOCIMIENTOS PREVIOS

Trabaja en el cuaderno.

1. Encuentra el mínimo común múltiplo de los siguientes números:

   4, 6, 15: 7, 8, 14,

2. Realiza las siguientes operaciones y simplifica:

$$\frac{4}{11}+\frac{10}{33}= \quad ;\frac{1}{2}+\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=;\frac{10}{21}+\frac{9}{14}-\frac{13}{28}=\frac{13}{30}-\frac{16}{35}-\frac{9}{40}=$$

3. Escribe una fracción y señala los elementos de la misma.
4. Demuestra el principio de las fracciones: si multiplicas o divides el numerador y el denominador por un mismo número la fracción no cambia. Utiliza un ejemplo.

APRENDO ALGO NUEVO

Simplificación de fracciones algebraicas, monomios.

Reducir a la mínima expresión:

1. Simplifica los coeficientes numéricos si es posible
2. Aplica las leyes de los exponentes.

$$\frac{4a^2b^5}{6a^3b^3\,m}=\frac{4a^{2-3}b^{5-3}}{6\,m}=\frac{2a^{-1}\,b^2}{3m}=\frac{2b^2}{3am}$$ Es una fracción irreducible

1. Reduce la siguiente fracción a la más simple expresión.

$$\frac{a^2}{ab} \quad ; \quad \frac{2a}{8a^2b} \quad ; \quad \frac{9x^2y^3}{24a^2x^3y^4}$$

Simplificación de fracciones algebraicas con polinomios

Sigue con atención el mecanismo de simplificación:

Reduce a la más simple expresión:

$$\frac{3ab}{6a^2x+9a}=\frac{3ab}{3a(2ax+3)}=\frac{b}{2ax+3}$$

1. Reduce a la más simple expresión:

$$\frac{xy}{3x^2y-3xy^2};\frac{2ax+4bx}{3ay+6by};\qquad \frac{x^2 2x-3}{x-3};\frac{10a^2b^3c}{80(a^3-a^2b)}$$

Suma de fracciones:

Analiza paso por paso con tus compañeros la siguiente suma de fracciones algebraicas.

Suma: $\frac{x-2}{4} = \frac{3x+2}{6}$

Encuentra el mínimo común múltiplo de los denominadores y trabaja con una suma cualquiera de fracciones.

$$\frac{x-2}{4}+\frac{3x+2}{6}=\frac{3(x-2)+2(3x+2)}{12}=\frac{3x-6+6x+4}{12}=\frac{9x-2}{12}$$

2. Realiza las siguientes sumas y simplifica. Imita el ejemplo anterior.

$$\frac{2}{5a^2}+\frac{1}{3ab};\qquad \frac{a-2b}{15a}+\frac{b-a}{20b};\qquad \frac{a-1}{3}+\frac{3a+4}{12};\qquad \frac{4}{x+2}+\frac{2x}{x+2}$$

Resta de fracciones algebraicas

Sigue los pasos de la siguiente resta:

$$\frac{a+b}{a^2+ab}-\frac{b-a}{ab+a^2}$$

- Factoriza cada denominador y reemplazas.

$$\frac{a+b}{a^2+ab}-\frac{b-a}{ab+b^2}=\frac{a+b}{a(a+b)}-\frac{b-a}{b(a+b)}$$

- Determinas el mínimo común múltiplo.

$= ab(a+b)$.

$$\frac{a+b}{a(a+b)}-\frac{b-a}{b(a+b)}=\frac{b(a+b)-a(b-a)}{ab(a+b)}$$

- Realizas las operaciones indicadas en el numerador.

$$\frac{ab+b^2-ab+a^2}{ab(a+b)}$$

- Reduces términos semejantes.

$$\frac{a^2+b^2}{ab(a+b)}$$

3. Realiza las siguientes restas algebraicas, sigue el ejemplo anterior:

$\frac{2}{x^2} - \frac{8}{x^2}$; $\frac{7x^2-2}{9x^2-4}$ - $\frac{6x-2x^2}{9x^2-4}$; $\frac{1}{x+x^2} - \frac{1}{x-x^2}$; $\frac{a-4}{a^2-6a+9} - \frac{a-3}{a^2+a+12}$

Suma y resta combinadas de fracciones.

Analiza el proceso, es semejante a los anteriores:

Realiza las operaciones indicadas y simplifica: $\frac{1}{2x+2} + \frac{2x}{x+1} + \frac{7x}{4x+1}$.

Encuentra los factores de cada denominador: $\frac{1}{2(x+1)} + \frac{2x}{x+1} + \frac{7x}{4(x+1)}$.

Operando con el m.c.m. que es 4(x + 1) : $\frac{2+8x+7x}{4(x+1)} = \frac{15x+2}{4(x+1)}$

4. Realiza las siguientes operaciones combinadas y simplifica:

$\frac{3}{x} - \frac{7}{2x} + \frac{6}{5x}$; $\frac{2x}{7y} - \frac{3x}{14y} + \frac{x}{4y}$;

$\frac{12}{x^2} + \frac{14}{3x^3} - \frac{11}{2x^2}$; $\frac{2a}{a+7} + \frac{3a}{a-3} + \frac{2a}{9-a^2}$

GUIA No. 31

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Multiplicación de fracciones:

$\frac{3}{4} \times \frac{12}{5}$; $\frac{-5}{12} \times \frac{8}{-13}$; $\frac{2^2}{3^3} \times \frac{2^{-5}}{3^6}$

2. División de fracciones:

$\frac{15}{26} \div \frac{45}{39}$; $\frac{51}{98} \div \frac{34}{343}$; $\frac{48}{66} \div \frac{84}{77}\ x\ \frac{9}{12}$

APRENDO ALGO NUEVO

Multiplicación de facciones algebraicas

Analiza con tus compañeros y compañeras del ciclo el proceso del siguiente ejercicio:

Encuentra el producto de: $\frac{27a^3b^2}{8x^2y} \cdot \frac{16x^3y}{81a^2b^3}$

- Multiplicas numeradores entre sí y denominadores entre sí: $\frac{27\ (a^3b^2x^3y)}{8(81x^2ya^2b^3)}$.
- Simplificas = $\frac{2ax}{3b}$.

1. Selecciona y escribe la respuesta correcta:

- La Multiplicación explicada involucra a dos fracciones cuyos numeradores y denominadores son (monomios/binomios) ________________________________
- Multiplicas los coeficientes (numéricos/literales) ___________________________ y luego las letras.

2. Realiza las siguientes multiplicaciones de fracciones algebraicas.

$\frac{28}{x^2} \cdot \frac{x^2}{42} \cdot \frac{3x}{5}$ $\frac{7xz}{15ab} \cdot \frac{25b^2}{28x^2}$ $\frac{4a^2b^3}{21x^2y^4} \cdot \frac{7x^2y^8}{a^3b^6}$

Analiza la multiplicación de fracciones algebraicas cuyos numeradores o denominadores son polinomios:

- Multiplica : $\frac{14x^2-21x}{24x-16} \cdot \frac{12x-8}{42x-63}$
- Encuentra los factores de cada numerador y denominador: $\frac{7x(2x-3)}{8(3x-2)} \cdot \frac{4(3x-2)}{21(2x-3)}$
- Simplifica $\frac{x}{6}$ Esa es la respuesta.

3. Señala los pasos para multiplicar fracciones con polinomios en el numerador y denominador.

4. Realiza las siguientes multiplicaciones y simplifica:

$\frac{5x+25}{14} \cdot \frac{7x+7}{10x+50} =$; $\frac{m+n}{mn-n^2} \cdot \frac{n^2}{m^2n^2} =$

$\frac{xy-2y^2}{x^2+xy} \cdot \frac{x^2+2xy+y^2}{x^2-2xy} =$; $\frac{2x^2+2x}{2x^2} \cdot \frac{x^2-3x}{x^2-2x-3} =$

$$\frac{2x^2+x}{6} \cdot \frac{8}{4x+2} =$$

División de fracciones algebraicas

- Analiza con tus compañeros la siguiente división: $\frac{5m^2}{7n^2} \div \frac{10m^4}{4an^4} =$
- Invierte el divisor: : $\frac{5m^2}{7n^2} \cdot \frac{4an^4}{10m^4} =$ y se **transforma** en una multiplicación,
- Multiplicas los coeficientes numéricos y las letras: $\frac{205m^2an^4}{70n^3m^4}$
- Finalmente simplificas: $\frac{2an}{7m^2}$

5. Señala los pasos para dividir fracciones conformadas solo por monomios

6. Realiza las siguientes divisiones y simplifica:

$$\frac{x^2}{3y^2} \div \frac{2x}{y^3} = \quad ; \frac{3a^2b}{5x^2} \div a^2b^3 \qquad \frac{15m^2}{19n^3m^4} \div \frac{20y^4}{38a^3m^4}$$

Analiza el caso en el que hay polinomios en los numeradores y denominadores:

Divide: $\frac{3a^2}{a^2+ab+9b^2} \div \frac{5a^4}{a^2b+3ab^2}$

- Transforma en multiplicación invirtiendo el divisor: $\frac{3a^2}{a^2+ab+9b^2} \cdot \frac{a^2b+3ab^2}{5a^3}$
- Factoriza los polinomios: $\frac{3a^2}{(a+3b)^2} \cdot \frac{ab\,(a+3b)}{5a^3}$
- Finalmente simplifica: $\frac{3b}{5(a+3b)}$

7. Realiza las siguientes divisiones:

$$\frac{x^2+x}{x^2\ -x} \div \frac{x^3-x^2}{x^2-2x+1} \quad ; \qquad \frac{x^2+2x-8}{x^2\ -3x-4} \div \frac{x^2-4x+4}{x^2-6x+8}$$

$$\frac{x-1}{3} \div \frac{2x-2}{6} \quad ; \qquad \frac{3a^2}{a^2\ +6ab+9b^2} \div \frac{5a^3}{a^2b+3ab^2} \ ;$$

$$\frac{ax^2+5}{4a^2\ -1} \div \frac{a^3x^2+5a^2}{2a-1}$$

GUIA No. 32

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

1. Revisa la guía 4 y transcribe lo que es una semirrecta numérica.
2. Dibuja una semirrecta numérica
3. Consulta en el diccionario o pregunta quien sepa, qué es un plano y escribe aquí el resultado.
4. Revisa la guía dos y transcribe lo que es un diagrama de Venn y para qué sirve.
5. Familiarízate con la siguiente tabla de doble entrada. Sirve para comparar datos de dos conjuntos. Mira el ejemplo. Vamos a escribir las notas de cada estudiante por asignatura. En la primera columna (vertical) encontrarás la asignaturas y en la fila (horizontal) los y las estudiantes.

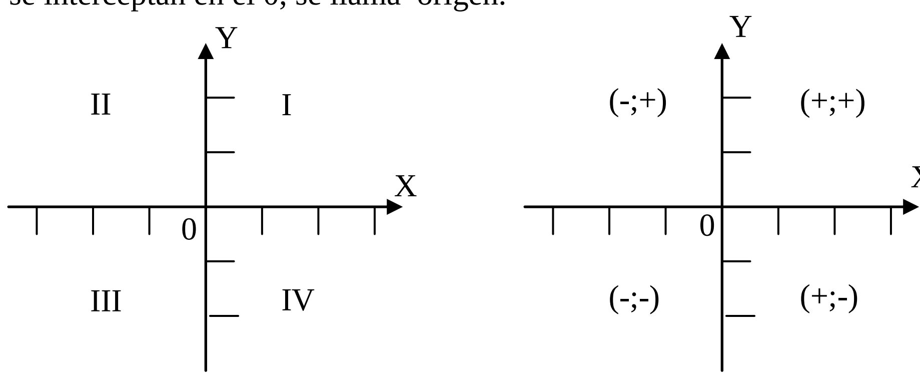
	Estudiante 1	Estudiante 2	Estudiante 3	Estudiante 4
Matemática				
Idioma				
Ciencias Naturales.				

APRENDO ALGO NUEVO

Plano cartesiano, par ordenado, representación de pares ordenados.

El plano cartesiano está determinado por dos rectas perpendiculares entre sí llamadas ejes de coordenadas:

- El eje horizontal recibe el nombre de eje x o de las abscisas.
- El eje vertical recibe el nombre de eje y o de las ordenadas.
- Los ejes se interceptan en el 0, se llama origen.



- En el gráfico de la izquierda, observa que los ejes x, y han dividido al plano en 4 reglones o cuadrantes y se identifican como en el gráfico.
- En el plano se representan puntos o ubicaciones, y se lo hace por medio de dos números; el primero corresponde a las abscisas y el segundo a las ordenadas. Siempre están en el orden indicado por eso se les llama **par ordenado (x, y).**
- Los signos del par en cada cuadrante se indican en el gráfico de la derecha.

1. Observa los gráficos y responde:

- ¿Dónde se encuentra el segundo cuadrante?
- ¿En qué cuadrantes el valor de x es positivo?
- ¿Cuáles son los signos del tercer cuadrante?
- ¿En qué cuadrante están los signos (+, +) ?

A cada punto del plano se le nombra con una letra mayúscula y a continuación se escriben entre paréntesis las coordenadas del punto, separadas con una coma.

Ejemplo: *A (3,4)*

Ejercicios resueltos.

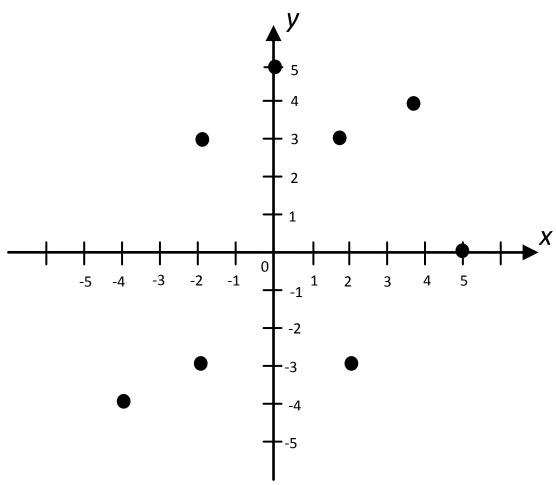
Ubicar en un plano cartesiano los siguientes puntos:

(-2,3), (2, – 3), (2, 3), (-2, -3), (0, 5), (5, 0), (4, 4), (- 4, -4)

Solución:

Para facilitar su referencia, nombramos los puntos:

A(-2,3), B(2, – 3), C(2, 3), D(-2, -3), E(0, 5), F(5, 0), G(4, 4), H(- 4, -4)



2. Traza un plano cartesiano y ubica los siguientes puntos:

A(3, 2), B(3 - 3),C(-4-2), D(-2 -4), E(-3 , 3), F(0, 4), G(3, 0), H(0 4, - 5)

Producto cartesiano

Si el conjunto *A = {2, 3, 4} y B(3, 5)* los elementos de A x B son pares ordenados. Cada par se forma con un elemento de A y uno de B en ese orden y recibe el nombre de par ordenado. A x B se llama producto cartesiano.

En el ejemplo *A x B = {(2, 3); (2, 5); (3, 3); (3, 5); (4, 3); (4, 5),* total 6 elementos.

Contesta:

3. Con los conjuntos anteriores, calcula el producto cartesiano B x A y luego responde: ¿Es igual A x B que B x A?

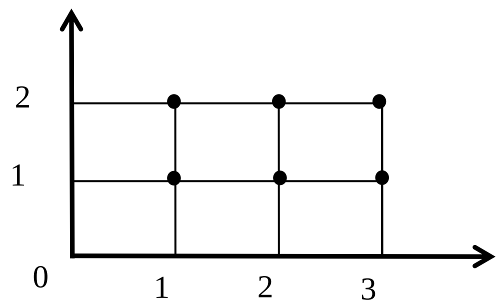
4. ¿Cómo determinas el número de elementos del producto cartesiano?

5. Observa el siguiente ejemplo:

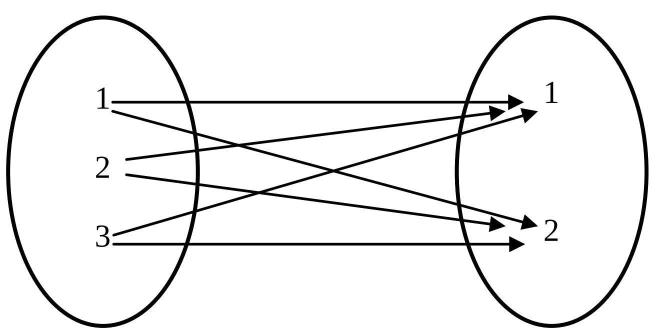
Sea A = {1, 2, 3} y B = {1, 2}. El producto cartesiano será:

- A x B = {(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 1), (3, 2)

Representas cada par en el plano cartesiano.



También se los puede representar con el diagrama de Venn en forma sagital (con flechas)

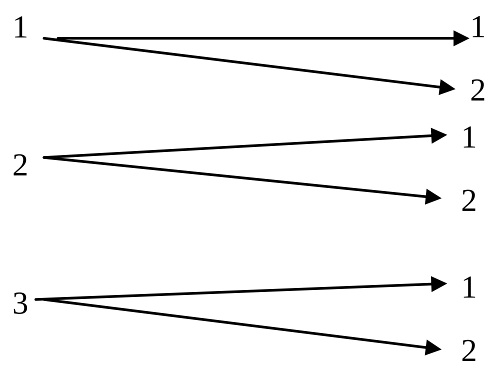


Otra forma de representar consiste en una tabla de doble entrada.

$A \times B$

A \ *B*	*1*	*2*
1	*(1, 1)*	*(1, 2)*
2	*(2, 1)*	*(2, 2)*
3	*(3. 1)*	*(3, 2)*

Se los representa también con un diagrama de árbol.



Generalización del producto cartesiano

Si $D = \{1, 2\}$, $E = \{2, 3\}$, y $F = \{4, 5\}$

Entonces: $D \times E \times F = \{(1, 2, 4), (1,2,5), (1, 3, 4), (1, 3, 5), (2, 2, 4), (2, 2,5), (2, 3, 4), (2,3,5)\}$

6. Si $A = \{2, 4, 5\}$ y $B = \{0, 3, 5\}$, encuentra $A \times B$ y representa el resultado en un plano cartesiano y en una tabla de doble entrada.

GUIA No. 33

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

Trabaja en tu cuaderno

1. Si A = {2, 3, 4} arma por lo menos 4 subconjuntos.
2. Si B = {6, 7} y C = {1 , 2} encuentra B x C.

APRENDO ALGO NUEVO

Relación o correspondencia de conjuntos de partida, llegada

Una relación es un subconjunto del producto cartesiano

Por ejemplo, si A = {1, 2, 3} y B = {2, 3 , 4, 5},

Entonces A x B = {(1, 2); (1,3), (1,4), (1,5), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5)}.

1. Responde

- ¿El conjunto de pares ordenados P = {(1, 2), (2, 3), (3, 5)} es subconjunto de A x B
- ¿El conjunto vacío { } es subconjunto de A x B?

Conclusión:

Dado que una relación es un subconjunto de un producto cartesiano, si el producto cartesiano tiene N elementos, entonces hay 2^n posibles relaciones.

En el ejemplo anterior de A x B hay dos 2^{12} = 4 096 posibles relaciones.

Para determinar solo determinados pares que resultan del producto cartesiano, puedes imponer alguna condición o relación. Ejemplos de condiciones o relaciones:

$R_1; x = y$ que se lee:

- Primera componente igual a la segunda componente
- Primera componente mayor que la segunda
- Primera componente menor que la segunda
- Primera componente más dos igual a la segunda
- Primera componente menos tres igual a la segunda

2. Escribe 10 subconjuntos del producto A x B.

3. Inventa 5 relaciones entre la primera y segunda componente del par ordenado.

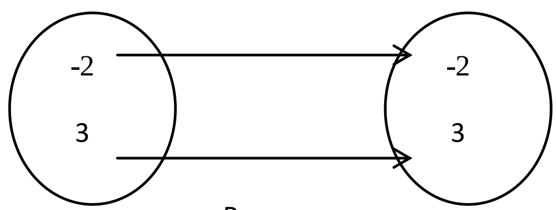
El conjunto se salida se llama también **dominio** y el de llegada **codominio**.

Observa y analiza el siguiente ejemplo:

Con los conjuntos dados, calcula el producto cartesiano y determina las relaciones que se indican: *M = {- 2, -1, 2, 3}; T = {-2, 3, 4}*

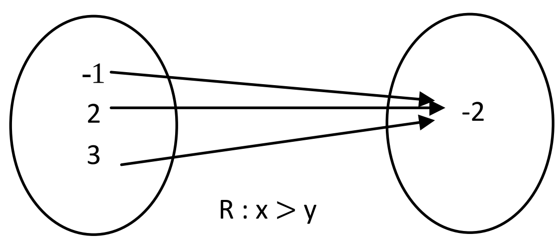
El producto cartesiano: *M x T = {(-2, -2); (-2, 3) , (-2, 4), (-1,-2), (-1 , 3), (-1, 4), (2, -2), (2, 3), (2, 4), (3, -2), (3, 3), (3, 4)}.*

- Encuentra la relación $R_1; x = \ y : \{(-2,-2), (3,3)\}$



R : x = y

- Encuentra la relación: $R_2; x \ > y : \{(-1,-2), (2,-2), (3,-2)\}$



4. Con los siguientes conjuntos calcula el producto cartesiano indicado y determina los pares ordenados que se obtienen de la relación indicada.

Conjuntos:

C = {0, 1, 2, 3}; D={-2, 1, 3}, E= {1, 3, 5}, F= {-2, 0, 2}, G= { -3, 1, 4}.

Productos:

C x D, C x E, D x E, D x F, E x F, F x G.

- Para cada producto encuentra los pares de las siguientes relaciones:

$$R_1; x = y \ , \qquad R_2 := x \ > y, R_3 : \ x \ < y, R_4 : x + 2 = y, R_5 : x - 1 = y$$

- Elabora un gráfico le conjunto de partida, de llegada y la relación x = y para C x D.

Funciones

Las funciones son ciertas relaciones en las que no se repiten la primera componente:

Por ejemplo: A = {(1, 2), (2, 3), (3, 4)}.

5. Observa el gráfico y responde:

Enumera los elementos del conjunto de salida ______________________________

____

- Enumera los elementos del conjunto de llegada ____________________________

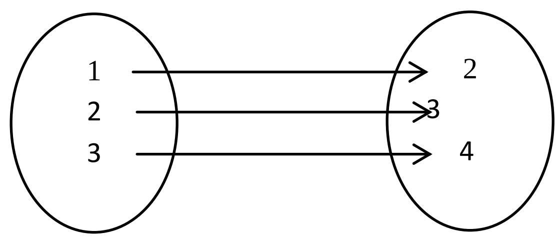
____

- ¿Se repiten los elementos de salida?

____

- ¿En qué se diferencia una función de una relación?

____



6. Observa cada relación e indica si es o no una función.

	si	no
A = {(2, 1), (3, 1), (4, 1)}		
D = {(2, 3), (2, 4), (3, 3), (3, 4)}		

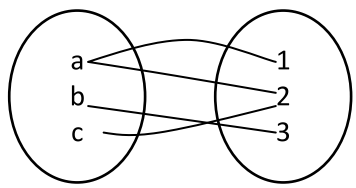
Nociones sobre funciones

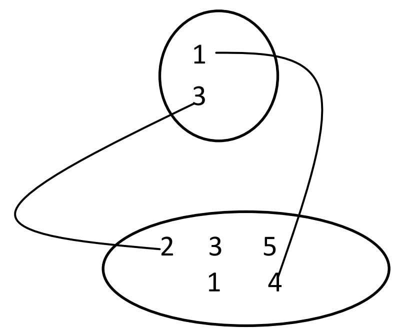
x, y se llaman **variables** porque pueden cambiar de valor numérico.

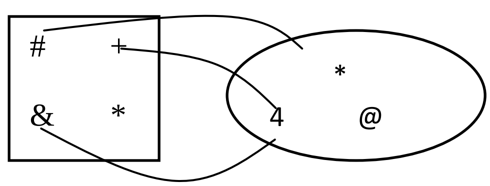
Una variable, y, es función de otra, x, si existe una relación entre ambas de forma tal que: para cada valor x existe solamente uno de y.

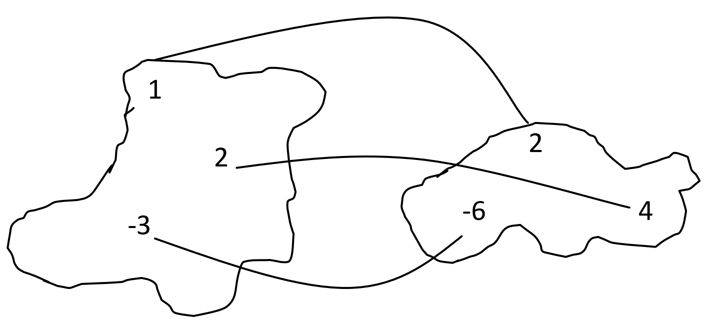
Notamos e la siguiente manera: y = f(x). Leemos: “y en función de equis”; o bien, “γ es igual a efe de equis”.

Determina cuál de las siguientes relaciones es función:









X	y
0	0
2	-6
1/3	-1
-1/3	1

GUIA No.34

CONOCIMIENTOS PREVIOS

¿Qué sé sobre el tema?

Trabaja en el cuaderno.

1. Si A = {1,3,5} y B = {1, 5, 7}

- Encuentra el conjunto A x B.
- Expresa el conjunto de la relación: x = y. Exprésalo con diagramas de flechas.
- Expresa el conjunto de la relación x > y. Exprésalo con diagramas de flechas.

2. ¿Qué es una función? Intenta una explicación.

3. Haz un esquema de dos relaciones con números y explica lo que es una función.

APRENDO ALGO NUEVO

Variables de una función

Cuando hace mucho frío. Utilizas mucha ropa para protegerte, pero cuando sube la temperatura, la cantidad de ropa es menor. En otras palabras, la cantidad de ropa depende de la temperatura ambiental y no al revés. Ambas magnitudes se llaman variables, pero la temperatura se llama variable independiente y la cantidad de ropa variable dependiente.

La variable independiente se representa con x, mientras la variable dependiente, con la y.

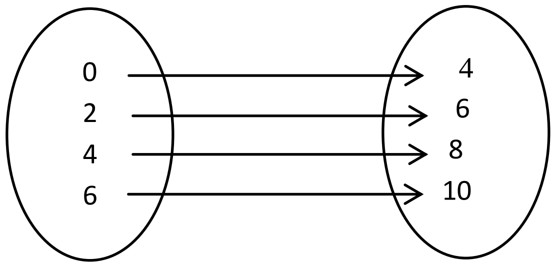
Así, la variable "temperatura" la representas con la X y la variable "cantidad de ropa" con la y.

Un ejemplo matemático es: $y = x + 4$. Así, cuando $x = 0$, entonces $y = 0 + 4 = 4;$ cuando $x = 6$, entonces, $y = 6 + 4 = 10$. La tabla es:

X	Y
0	4
2	6
4	8
6	10

La columna X se llama dominio o conjunto de salida, la columna Y, condominio o conjunto de llegada: y = x + 4, es el camino para llegar de x a y.

xy



1. Si y = x + 1. Completa la siguiente tabla:

x	y
1	2
2	
3	
4	

Los valores de (x, y) son pares ordenados y se los representa con puntos en un plano cartesiano.

Representa los pares ordenados de la función y = x + 1 y únelos con un línea.

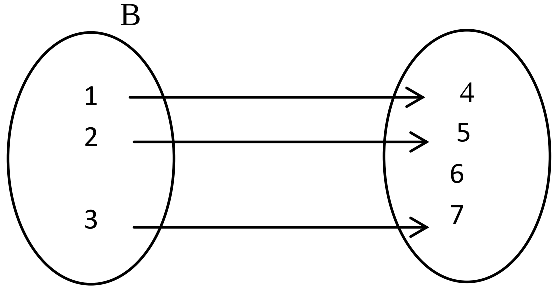
2. Construye la tabla para y = x + 3 con 5 valores de x; construye la gráfica de la función.

3. A partir de la función y = 2x – 2:

- Construye una tabla para 4 valores de x.
- Grafica los puntos en un plano cartesianos y traza la línea uniendo los puntos. La línea es la gráfica de la función.

Observa la gráfica de la siguiente función:

A B

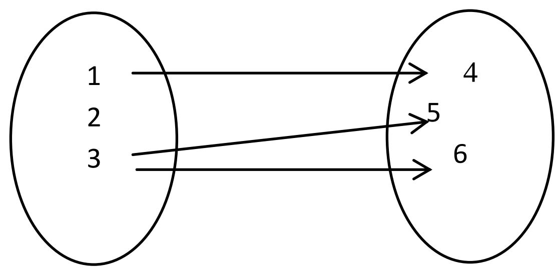


4. Completa

- Esta relación es una función por que ____________________________________
- La flecha de cada elemento A llega solo a ______________________________

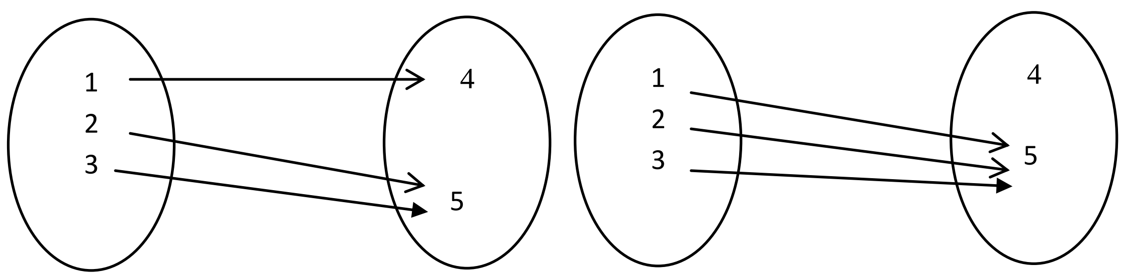
Esta función se llama *inyectiva.* Según el gráfico una función es inyectiva porque a ningún elemento de B llega más de una flecha.

5. Observa: la siguiente función no es inyectiva



Explica por qué no es inyectiva.

Observa las gráficas de las siguientes funciones.



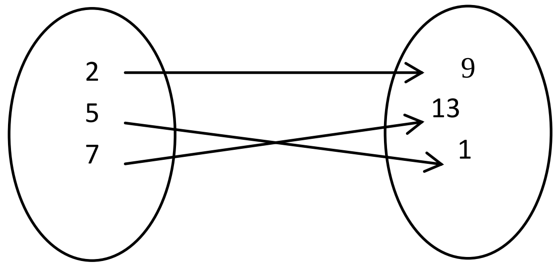
6. A partir de los dos gráficos responde:

- ¿La primera es una función? (SI) (NO). Explica oralmente ¿por qué?
- ¿La segunda es una función? (SI) (NO). Explica oralmente ¿por qué?

La primera función se llama **sobreyectiva**, porque todo elemento del conjunto de llegada es imagen de algún elemento del conjunto de partida.

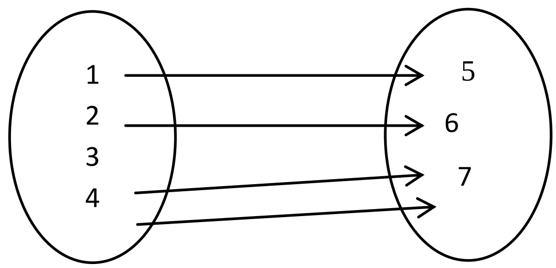
7. Responde: ¿Por qué la función de la derecha no es una función sobreyectiva?

8. Una función es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva. Observa el gráfico.



Explica por qué la función del gráfico es biyectiva.

9. Analiza la siguiente función e indica qué calase de función es. Justifica la respuesta.



10. Si A = {1, 2, 3, 4} y B = {5, 6, 7}. Expresa la función {(1, 5), (2, 6), (3, 6), (4, 7) un diagrama e indica qué tipo de función es.

Función lineal

11. A partir de la siguiente función: $y = 2x$ completa la siguiente tabla:

x	$f(x) = y$
0	
1	
2	
3	

12. Selecciona la respuesta correcta y escríbela.

Para x = 0, el valor de y siempre es (0/diferente de 0)	
La gráfica de la función $y = 2x$es una línea (recta/curva).	
La línea (pasa / no pasa por el origen)	

Esta función se llama ***lineal,*** el modelo es $y = ax$, siendo a un número entero conocido.

Estos son ejemplos de funciones lineales: con el modelo indicado: $y = 1x$, $y = 2x$, $y = 3x$, $y = -x$.

13. Explica con tus palabras ¿Qué características tiene la función lineal?

14. Construye la tabla con al menos 4 valores de , y. Grafica las siguientes funciones:

$y = 2x$; $y = -2x$; $y = 3x$

6.8. Modelo operativo

Tabla 6 – 1: Modelo operativo

FASES	METAS	ACTIVIDADES	RECURSOS	TIEMPO	RESPONSABLES	RESULTADOS
Planificación	Revisar las guías para verificar su secuencia didáctica y pedagógica en un 100%.	Redactar la corrección y reestructuración de las guías.	Humanos Materiales Institucionales	03-06-2013	Investigador	34 Guías corregidas y reestructuradas
Socialización	Presentar las guías corregidas a los responsables de la Fundación DYA al 100%.	Elaborar oficios para enviarlos a la Fundación DYA y al rectorado del colegio Municipal "Cotocollao"	Humanos Materiales Institucionales	13-01-2014	Investigador	Entrega de la propuesta a la fundación DYA.
Ejecución	Aplicar las guías reestructuradas en los subsiguientes programas del CBA dentro y fuera del Distrito Metropolitano de Quito en un 70% de los estudiantes.	Solicitar a los directivos de la Fundación DYA que se tome en cuenta la propuesta de la presente investigación para ser incorporadas en las próximas impresiones de las guías.	Humanos Materiales Institucionales	Indefinida	Fundación DYA	Estudiantes trabajan con guías corregidas.
Evaluación	Alcanzar un aprendizaje significativo que perdure en los estudiantes al 100%.	Solicitar a los personeros del DYA un informe escrito de la apreciación de la propuesta desde el punto de vista de los docentes.	Humanos Materiales Institucionales	Por definir	Fundación DYA	Recepción de informe de la aplicación de la propuesta.

Elaborado por: Milton Coronel

6.9. Administración de la propuesta

La responsabilidad directa está a cargo de los directivos y coordinadores zonales de la Fundación Desarrollo y Autogestión, por ser los autores intelectuales de las guías originales de estudio de Matemática.

Se encargarán también de verificar el avance de los contenidos de la asignatura para emitir informes acerca de la propuesta.

6.10. Plan de monitoreo y previsión de la evaluación de la propuesta

A fin de garantizar y asegurar la ejecución de la propuesta de conformidad con lo programado para el cumplimiento de los objetivos planteados, se deberá realizar el monitoreo de las actividades del Plan de Acción, como un proceso de seguimiento y evaluación permanente, que nos permita anticipar contingencias que se puedan presentar en el camino a fin de implementar correctivos a través de acciones que aseguren el cumplimiento de las metas.

Bibliografía.

Ausubel, David. (1976). Psicología cognitiva. Trillas. México.

Ausubel, David. y otros. (2005). Psicologìa Educaciónal. Romanian edition

Aznar, Hugo. (2007). Desarrollo del Currículo.coleccion comunicaciòn

Barriga, Angel yotros. (2008). Procesos Curriculares, Institucionales y Organizacionales.San Ángel:Tlacopac,

Bernardo,G. (2002). Investigaciòn en Educacion. ARFO Editores e Impresores Ltda

Blacio, G. (2004). El Aprendizaje Significativo.

Blanco, Augusto. (2008). Notas sobre educaciòn ignaciana y su aporte en chile. Fondo de Publicación de Revistas Científicas

Carpentir, H. (2007). Conociendo la Matemática.

Chadwich, Nelson. (2007). Evaluación Formativa para el Docente. Buenos Aires: Paidós,

Chadwick, Joao. (2001). TecnologíaEducacional:Teorías de instrucción

Coll, Cesar. (2013). Psicologìa y didácticas

Comercio, E. (1994). Suplemento de Educación.

Dansereau, D. (2005). La comprensión del aprendizaje en el aula. Madrid: MEC-Paidós.

Delgado, A. (2008). El Material Didáctico.

DYA. (2009). Plan Operativo. Quito: Improgralf.

Educ.ar. (2011). Portal.

Educación, Md. (2008). Actualización y fortalecimiento curricular.

Educación, Md. (2004). Reforma Curricular.

Egg, ezequiel. (2005). Cómo elaborar un proyecto.Editorial: LUMEN

ESPOCH. (2004). Inteligencia Emocional. Riobamba:Edicentro.

Gagné, Robert . (2003). Planificaciòn de la Enseñanza.México: CRAT.

García, Lorenzo. (2002). La educaciòn a distancia.Editorial Ariel.

Herrera, César. (2008). Metodología de la Investigación Científica.Riobamba: Edicentro.

Hunt, Barbara. (2004). La educación primaria peruana: aún necesita mejorarse. Perú: GRADE, Grupo de Análisis para el Desarrollo

Johsua, C. y. (2002). Didáctica.

Kaufman, D. (1989). Third generation course design in distance education. In R. Sweet (Ed.), Post-secondary distance education in Canada. Athabasca, Canada: Athabasca University.

Maddox. (2010). Leyes del aprendizaje.

Maher. (2007). Aprendizaje de la Matemática.

Maldonado, M. (2002). Aprendizajes significativos.

Marchán, Ana. (2006). El currículo.

McKeachie Wilbert j . (2011). Teaching tips.Editor PreMediaGlobal.

Rigney. (2008). Estrategias cognoscitivas de aprendizaje.

Sancho Gil Juana M. (1995). Educación en la era de la información. Cuadernos de Pedagogía

Vera,María. (2009). Aprendizaje Cooperativo, innovacion y experiencias educativas.

ANEXOS

ANEXO No.1

UNIVERSIDAD TECNICA DE AMBATO

DIRECCIÓN DE POSGRADO

PROGRAMA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ENCUESTA A LOS PROFESORES DE MATEMÁTICA DEL PROGRAMA DE CICLO BÁSICO ACELERADO

Objetivo: Detectar la influencia de las guías didácticas en el aprendizaje significativo de la Matemática en los estudiantes de octavo, noveno y décimo año del programa de CBA

Señores docentes del Programa de Ciclo Básico Acelerado, la presente encuesta tiene como objetivo estudiar la influencia de la aplicación de las guías didácticas de Matemática en el aprendizaje significativo de la materia.

INSTRUCCIONES.

Por favor lea cuidadosamente los planteamientos y escoja la alternativa que considere apropiada, encierre en un círculo la alternativa correspondiente.

DATOS INFORMATIVOS.

Fecha de Aplicación…………………………………………………………….

CUESTIONARIO.

1.- ¿Considera que los contenidos y conocimientos de las guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado son suficiente para conseguir una Aprendizaje significativo de la asignatura?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
2.- ¿Los ejercicios planteados para cada unidad en las guías didácticas de Matemática son suficientes para fijar el aprendizaje conceptual?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca

3.-¿Los ejercicios planteados para cada unidad en las guías didácticas de Matemática son suficientes para fijar el aprendizaje procedimental?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
4.- ¿La evaluación responde a la secuencia de los conocimientos y aprendizajes?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
5.- ¿Ha detectado errores tipográficos en el desarrollo de las guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
6.- ¿Ha detectado errores de contenido matemático en las guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
7.- ¿Considera que el bloque de conocimientos previos que contienen las guías didácticas son suficientes para desarrollar los nuevos conocimientos?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
8.- ¿A su criterio se debe corregir el contenido de forma y fondo de la parte matemática en las guías didácticas?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
9.-¿Considera que las guías didácticas de Matemática motivan el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca

10.- El contenido de las guías didácticas de Matemática influyen en el rendimiento académico de los estudiantes	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca

Gracias.

ANEXO No.2

UNIVERSIDAD TECNICA DE AMBATO

DIRECCIÓN DE POSGRADO

PROGRAMA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ENCUESTA APLICADA A LOS ESTUDIANTES DEL PROGRAMA DE CICLO BÁSICO ACELERADO DEL CENTRO COTOCOLLAO

Objetivo: Detectar la influencia de las guías didácticas en el aprendizaje significativo de la Matemática en los estudiantes de octavo, noveno y décimo año del programa de CBA

Señores estudiantes resulta importante estudiar la influencia del desarrollo de los contenidos de las Guías Didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado en el Aprendizaje significativo de la materia

INSTRUCCIONES

Por favor lea cuidadosamente los planteamientos, escoja la alternativa que considere apropiada, encierre en un círculo la respuesta correspondiente.

DATOS INFORMATIVOS:

FECHA: ……………………………….

AÑO DE EDUCACIÓN BÁSICA………………………………..

CUESTIONARIO

1.- ¿Considera que los contenidos y conocimientos de las guías didácticas de Matemática son claros y aplicables para conseguir una Aprendizaje significativo de la asignatura?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
2.- ¿Los ejercicios planteados para cada unidad en las guías didácticas de Matemática son suficientes para fijar su aprendizaje?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca

3.- Con los ejercicios planteados para cada unidad en las guías didácticas de Matemática usted puede fijar procedimientos como un aprendizaje permanente.	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
4.- ¿La evaluación responde a la secuencia de los conocimientos y aprendizajes?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
5.- ¿Ha detectado errores tipográficos en el desarrollo de las guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
6.- ¿Ha detectado errores de contenido matemático en las guías didácticas de Matemática del Programa de Ciclo Básico Acelerado?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
7.- ¿Considera que el bloque de conocimientos previos que contienen las guías didácticas son suficientes para construir sus nuevos conocimientos?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
8.- ¿A su criterio se debe corregir el contenido de forma y fondo de la parte matemática en las guías didácticas?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca
9.- ¿Las guías didácticas de Matemática le motivan a desarrollar su pensamiento matemático?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca

10.- ¿Considera que el contenido de las guías didácticas de Matemática influyen para mejorar su rendimiento académico en la materia?	1 Totalmente	2 En gran medida	3 Medianamente	4 Nunca

Gracias

ANEXO No. 3

Árbol de problemas.