UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

Tema: "METODOLOGÍA TRADICIONAL EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU INCIDENCIA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD DE QUÍMICA Y BIOLOGÍA DEL INSTITUTO NACIONAL MEJÍA PERÍODO 2009-2010".

Trabajo de Investigación

Previo a la obtención del Grado Académico de Magister en Docencia Matemática

AUTOR: WILLIAM PATEROY CARRERA ESTÉVEZ

TUTOR: LIC. Mg. LEOPOLDO VEGA CUVI

Ambato – Ecuador

2011

Al Consejo de Posgrado de la U. T. A.

El tribunal receptor de la defensa del trabajo de investigación con el tema: ”METODOLOGÍA TRADICIONAL EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU INCIDENCIA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD DE QUÍMICA Y BIOLOGÍA DEL INSTITUTO NACIONAL MEJÍA PERÍODO 2009 – 2010”, presentado por: Lic. William Pateroy Carrera Estévez y conformado por: Ing. Mg. Carlos Dualberto Amaluisa Cando, Ing. Mg. Edgar Luciano Valle Velasteguí, Dr. Mg. Edgar Enrique Cevallos Panimboza, Miembros del Tribunal, Lic. Mg. Leopoldo Vega Cuvi, Director del trabajo de investigación y presidido por: Ing. Mg. Juan Garcés Chávez, Presidente del Tribunal; Ing. Mg. Juan Garcés Chávez Director del CEPOS – UTA una vez escuchada la defensa oral el Tribunal aprueba y remite el trabajo de investigación para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.

_____

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez
Presidente del Tribunal de Defensa

_____

Ing. Mg. Juan Garcés Chávez.
DIRECTOR DEL CEPOS

_____

Lic. Mg. Leopoldo Vega Cuvi
Director de Trabajo de Investigación.

_____

Ing. Mg. Carlos Amaluisa Cando.
Miembro del Tribunal.

_____

Ing. Mg. Luciano Valle Veslasteguí.
Miembro del Tribunal.

_____

Dr. Mg. Edgar Cevallos Panimboza.
Miembro del Tribunal.

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN.

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema: “METODOLOGÍA TRADICIONAL EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA Y SU INCIDENCIA EN EL RENDIMIENTO ACADÉMICO DE LOS ALUMNOS DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO DE LA ESPECIALIDAD DE QUÍMICA Y BIOLOGÍA DEL INSTITUTO NACIONAL MEJÍA PERÍODO 2009-2010.”, nos corresponde exclusivamente a: Lic. William Pateroy Carrera Estévez y de Lic. Mg. Leopoldo Vega Cuvi, Director del trabajo de investigación; y el patrimonio intelectual del mismo a la Universidad Técnica de Ambato.

---------- ----------

Lic. William Pateroy Carrera Estévez. Lic. Mg. Leopoldo Vega Cuvi

DERECHOS DE AUTOR

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que haga de este trabajo de investigación o parte de él un documento disponible para su lectura, consulta y procesos de investigación, según las normas de la institución.

Cedo los derechos de mi trabajo de investigación, con fines de difusión pública, además apruebo la reproducción de esta, dentro de las regulaciones de la universidad.

Lic. William Pateroy Carrera Estévez

DEDICATORIA

Esta investigación dedico a mis padres quienes me inculcaron al trabajo, tenacidad, insistencia, responsabilidad, honradez y que nunca se abandone los proyectos que se han iniciado hasta conseguir las metas propuestas, a mi esposa compañera en los éxitos y frustraciones de la vivencia diaria, a mis hijos Andrés, Melissa y Michelle que son la fortaleza de mi existencia y la prolongación de la vida ya que ellos son el soporte y el apoyo incondicional para poder cumplir mis aspiraciones académicas y profesionales.

William Carrera Estévez

AGRADECIMIENTO

Quiero dejar constancia de mi agradecimiento más sincero a todas las personas que contribuyeron desde los distintos escenarios para que este trabajo de investigación llegue a un feliz término. Mi reconocimiento para el Lic. Mg. Leopoldo Vega Cuvi, mi tutor y guía, quién aportó con su experiencia y conocimientos, a los docentes que impartieron las diferentes cátedras, que son forjadores y que fortalecen el desarrollo intelectual y profesional del ser humano, mi gratitud a los señores Miembros del Tribunal que con sus aportes y conocimientos se logra que el trabajo de investigación sea lo más perfecto posible, a las autoridades de la U.T.A. por su apoyo hacia la especialización de los profesionales que constituyen el desarrollo de la educación del país, a mis compañeros y amigos de aula que me brindaron su apoyo incondicional en todo momento.

William Carrera Estévez.

ÍNDICE GENERAL

	págs.
Potada……	i
Al consejo de Posgrado de la U.T.A……	ii
Autoría de la Investigación……	Iii
Derechos de Autor……	Iv
Dedicatoria……	V
Agradecimiento……	Vi
Índice General……	vii
Índice de Gráficos……	xviii
Índice de Cuadros……	xix
Resumen Ejecutivo……	xx
Introducción……	xxi
CAPÍTULO I……	**1**
Problema de Investigación……	1
Tema de Investigación……..	1
Planteamiento del Problema……	1
Contextualización……	1
Análisis Crítico……..	3
Enfoque Socio-Crítico……	3
Prognosis……..	7
Formulación del Problema……	8
Interrogantes……	8
Delimitación del Objeto de Investigación……	9
Delimitación de Contenido……	9
Delimitación Temporal……	9

Delimitación Espacial……. 9

Justificación……. 9

Objetivos…….. 11

Objetivo General……. 11

Objetivos Específicos……. 11

CAPÍTULO II…… 12

Marco Teórico……. 12

Antecedentes de la Investigación……. 12

Fundamentación Filosófica…….. 13

Fundamentación Ontológica……. 15

Fundamentación Epistemológica……. 16

Fundamentación Axiológica……. 16

Fundamentación Legal……. 16

Categorías Fundamentales……. 18

Constelación de Ideas de la Variable Independiente……. 19

Constelación de Ideas Varial Dependiente…….. 20

Desarrollo de Contenidos de la Variable Independiente y su Constelación de Ideas……. 21

Sistema Educativo……. 21

Organización……. 21

Sistema Educacional…….. 21

Estructura General de la Organización Educacional…… 22

Subsistema Escolarizado……. 23

La Educación Regular Hispana e Indígena……... 23

Educación Compensatoria…….. 23

Educación Especial……. 23

Subsistema no Escolarizada…….. 24

Oficiales y Particulares……. 24

Teorías del Aprendizaje…….. 24

El Conductismo……. 24

El Constructivismo……. 25

El Cognoscitivismo…….. 26

Enfoque Histórico Cultural……. 26

Metodología de la Enseñanza…….. 27

Metodología Tradicional……. 28

Desarrollo de Contenidos de la Variable Dependiente y su Constelación de Ideas ……. 28

Evaluación Educativa……. 28

Funciones de la Evaluación……. 29

Función Simbólica……. 29

Función Política……. 29

Función del Conocimiento…….. 29

Función de Mejoramiento……. 30

Función del Desarrollo de Capacidades…….. 30

Función Contractual……. 30

Características de la Evaluación……. 31

Tipos de Evaluación…….. 32

Según su Finalidad y Función……. 32

Función Diagnóstica……. 32

Función Formativa……. 32

Función Sumativa……. 32

Según los Agentes Evaluadores……. 33

Evaluación Interna……. 33

Autoevaluación……. 33

Heteroevaluación……. 34

Coevaluación……. 34

Evaluación Externa……. 35

Según el Momento de Aplicación ……. 35

Evaluación Inicial o Diagnóstica……. 35

Evaluación Formativa de Procesos…….. 35

Evaluación en el Desarrollo del Aprendizaje Escolar……. 36

Evaluación Final……. 37

Etapas de la Planificación de la Evaluación……. 37

Identificar los Objetivos del Programa de Estudio a Evaluar.. 37

Determinar la Finalidad para la que se Evaluará…… 37

Definir los Criterios con los que se Juzgarán los Resultados.. 38

Seleccionar el Instrumento……. 38

Aplicar los Instrumentos para Obtener la Información…….. 38

Registrar y Analizar la Información…….. 38

Tomar Decisiones……. 38
Evaluación Educativa……. 38

Aprendizaje Significativo…….. 39

Aprendizaje por Recepción…….. 39

Aprendizaje por Descubrimiento……. 40

Nivel de Aprendizaje…….. 40

Nivel de Conocimiento…….. 40

Nivel de Comprensión…….. 40

Nivel de Aplicación……. 41

Nivel de Análisis……. 41

Nivel de Síntesis……. 42

Nivel de Evaluación……. 42

Incidencia en el Rendimiento Académico…….. 42

Rendimiento Académico…….. 42

Hipótesis……. 44

Señalamiento de Variables……. 44

CAPÍTULO III **45**

Nivel o Tipo de Investigación……. 45

Modalidad Básica de la Investigación…….. 45

Población y Muestra……. 46

Operacionalización de Variables……. 46

Plan de Recolección de la Información…….. 53

Plan de Procesamiento de la Información…….. 54

CAPÍTULO IV **55**

Análisis e Interpretación de Resultados…….. 55
Encuesta Realizada a los Estudiantes……. 56

Resumen General de Frecuencias……. 56

Resumen General de Porcentajes……. 57

Cruce de Variables……. 58

Cuadro de Cruce de Variables……. 58

Análisis e Interpretación por cada Pregunta……. 59

Pregunta No.1……. 59

Pregunta No.2……. 60

Pregunta No.3……. 61

Pregunta No.4……. 62

Pregunta No.5……. 63

Pregunta No.6……. 64

Pregunta No.7……. 65

Pregunta No.8……. 66

Pregunta No.9…….. 67

Pregunta No.10…… 68

Pregunta No.11…… 69

Pregunta No.12……. 70

Pregunta No.13…….. 71

Pregunta No.14……. 72

Pregunta No.15……. 73

Pregunta No.16……. 74

Pregunta No.17……. 75

Pregunta No.18……. 76
Pregunta No.19…….. 77

Pregunta No.20…….. 78

Encuesta a los Señores Profesores del Área de Matemática…. 79

Pregunta No.1……. 80

Pregunta No.2……. 80

Pregunta No.3…….. 81

Pregunta No.4……. 81

Pregunta No.5……. 81

Pregunta No.6…….. 82

Verificación de Hipótesis……. 82

Cuadro para el Cálculo del Chi Cuadrado…….. 83

Planteamiento de Hipótesis y su Modelo de Decisión…… 84

Hipótesis Nula……. 84

Hipótesis Alternativa…….. 84

Regla de Decisión…….. 84

CAPITULO V…… 86

Conclusiones y Recomendaciones……. 86

Conclusiones……. 86

Recomendaciones…… 87

CAPITULO VI…….. 88

Propuesta……. 88

Tema de la Propuesta……. 88

Datos Informativos…….. 88

Eje Integrador del Área 89
Eje de Aprendizaje…….. 89

Macro-Destrezas……. 89

Categoría Conceptual……. 90

Procedimental o Calculativa……. 90

Modelización……. 90

Bloques Curriculares……. 90

Antecedentes de la Propuesta……. 91

Justificación……. 92

Objetivos……. 92

Objetivo General……. 92

Objetivos Específicos……. 92

Análisis de Factibilidad ……. 93

Fundamentación……. 93

Problema……. 97

Experimentación……. 97

Modelar……. 98

Interpretación y Generalización……. 99

Metodología y Modelo Operativo……. 100

Plan Operativo…….. 100

Administración…….. 100

Desarrollo de la Propuesta……. 101

Función……. 101

Dominio y Recorrido de una Función…….. 102

Dominio de una Función……. 102
Recorrido (o Imagen) o Rango de una Función……. 102

Función Real…….. 102

Gráfica de una Función……. 104

Determinar las Intersecciones con los Ejes X e Y……. 105

Determinar las Simetrías con respecto a los ejes y al Origen…… 105

Determinar la extensión de la Curva…….. 106

Determinar las Asíntotas…….. 107

Asíntotas Verticales…….. 107

Asíntotas Horizontales……. 108

Monotonía de las Funciones……. 108

Funciones Pares e Impares……. 110

Tabulación de Valores…….. 111

Trazar la gráfica……. 111

Función Lineal…….. 114

Actividades para el Estudiante…….. 117

Segmento Dirigido…….. 119

Distancia entre dos Puntos……. 122

División de un Segmento en una Razón Dada…….. 124

Ángulo Formado por Dos Rectas Dirigidas……. 126

Ángulo de Inclinación……. 126

Pendiente de una Recta……. 127

Ángulo de Dos Rectas…….. 129

Actividades para el Estudiante…… 133

Línea Recta…….. 134

Ecuación de la Recta que Pasa por un Punto y tiene una pendiente Dada……. 134

Ecuación de la Recta Dada la Pendiente y su Ordenada al Origen 136

Ecuación de la Recta que Pasa por Dos Puntos……. 137

Ecuación Simétrica de la Recta…….. 139

Ecuación General de la Recta……. 141

Actividades para el Estudiante……. 145

Ecuaciones e Inecuaciones Lineales……. 146

Ecuaciones de Primer Grado con una Incógnita……. 146

Actividades para el Estudiante……. 150

Ecuaciones como Modelos Matemáticos……. 151

Sugerencias para Obtener una Ecuación como modelo Matemático…….. 152

Actividades para el Estudiante……. 155

Sistemas de Ecuaciones Lineales……. 157

Sistemas de Ecuaciones con Dos Incógnitas……. 157

Sistemas de Ecuaciones Lineales que tienen una Única Solución 158

Sistemas de Ecuaciones Lineales que No Tienen Solución…… 159

Sistemas de Ecuaciones Lineales que tienen Infinitas Soluciones 161

solución de sistemas de ecuaciones con dos incógnitas…….. 162

Método de Igualación……. 162

Método de Sustitución…….. 164

Método de Reducción (Suma y Resta)…….. 165

Método de Determinantes (Crammer)……. 166

Actividades para el Estudiante……. 169
Problemas de Planteo…….. 171

Actividades para el Estudiante……. 174

Inecuaciones Lineales……. 176

Desigualdades Lineales……. 176

Intervalos……... 178

Inecuaciones de Primer Grado……. 180

Actividades para el Estudiante……. 183

Valor Absoluto……. 184

Propiedades del Valor Absoluto…….. 184

Actividades para el Estudiante……. 187

Función Cuadrática o Función de Segundo Grado…….. 188

Funciones Cuadráticas Iguales……. 188

Ecuación de Segundo Grado…….. 193

Solución de la Ecuación de Segundo Grado por Factoreo……. 194

Solución de la Ecuación de Segundo Grado por la Fórmula General……. 194

Actividades para el Estudiante…….. 197

CAPITULO VII……. 199

Bibliografía……. 199

CAPITULO VIII……. 202

Formato de Encuesta a los Estudiantes……. 202

Formato de Encuesta a los Maestros del Área de Matemática……. 205

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1 Análisis Critico…….. 6

Gráfico 2 Categorías Fundamentales…… 18

Gráfico 3 Constelación de Ideas de la Variable Independiente……. 19

Gráfico 4 Constelación de Ideas de la Variable Dependiente…….. 20

Gráfico 5 Pregunta No. 1……. 59

Gráfico 6 Pregunta No. 2……. 60

Gráfico 7 Pregunta No. 3……. 61

Gráfico 8 Pregunta No. 4……. 62

Gráfico 9 Pregunta No. 5……. 63

Gráfico 10 Pregunta No. 6…….. 64

Gráfico 11 Pregunta No. 7……. 65

Gráfico 12 Pregunta No. 8……. 66

Gráfico 13 Pregunta No. 9…….. 67

Gráfico 14 Pregunta No. 10……. 68

Gráfico 15 Pregunta No. 11……. 69

Gráfico 16 Pregunta No. 12……. 70

Gráfico 17 Pregunta No. 13……. 71

Gráfico 18 Pregunta No. 14……. 72

Gráfico 19 Pregunta No. 15……. 73

Gráfico 20 Pregunta No. 16……. 74

Gráfico 21 Pregunta No. 17…….. 75

Gráfico 22 Pregunta No. 18……. 76

Gráfico 23 Pregunta No. 19…….. 77

Gráfico 23 Pregunta No. 20 78

ÍNDICE DE CUADROS

Cuadro No.0 Población y Muestra……. 46

Cuadro No.1 Variable Independiente: Metodología Tradicional 47

Cuadro No.2 Variable Dependiente: Incidencia en el Rendimiento Académico……. 50

Cuadro No.3 Plan de Recolección de la Información…….. 53

Cuadro No.4 Resumen General de Frecuencias……. 56

Cuadro No.5 Resumen General en Porcentajes……. 57

Cuadro No.6 Cruce de Variables……. 58

Cuadro No.7 Resultados Encuesta Profesores Área Matemática 78

Cuadro No.8 Cálculo del Chi Cuadrado…….. 83

RESUMEN EJECUTIVO

.

El presente trabajo de investigación relacionado con la Metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática y su incidencia en el rendimiento académico de los alumnos del primer año del bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía período 2009 - 2010, está orientado para mejorar el rendimiento académico de Matemática en los estudiantes del primer año del bachillerato, mediante el desarrollo de un texto donde se trata teoría, ejemplos y actividades para el estudiante, éste documento se ha escrito de una manera explicativa de modo que el análisis de los contenidos no sean complejos, usando el razonamientos, aplicando propiedades que permiten una mayor comprensión en los procesos de aprendizaje.

Descriptores: Metodologías tradicionales, teorías del aprendizaje, Evaluación, Rendimiento académico

Autor: Lic. William Carrera Estévez

Tutor: Lic. Mg. Leopoldo Vega Cuvi.

INTRODUCCIÓN

En la enseñanza de la Matemática en cualquier curso siempre, existe el problema de rendimiento académico, se da por el uso de metodologías tradicionales que emplean los maestros, cuartando las destrezas y capacidades que los estudiantes pueden desarrollar.

En el Instituto Nacional Mejía se mantienen procesos en la enseñanza de la Matemática, y en la mayoría de cursos y paralelos no se a dado paso al uso de otras metodologías, como al acceso y uso de sistemas de información de acuerdo a las nuevas tecnologías de la información

Para la realización de esta investigación, se da por la razón, de que en la enseñanza de Matemática y en su evaluación, siempre se da un rendimiento bajo en los estudiantes, se investiga y se determina que la metodología tradicional en la que incide en el rendimiento, además no se aplican sistemas de información de acuerdo al avance de las nuevas tecnologías.

Para realizar el estudio, se efectuaron encuestas de veinte preguntas a los señores estudiantes, también se realizó una encueta de seis preguntas a los señores profesores del Área de Matemática, con estos resultados se relizaron los análisis e interpretaciones correspondientes.

Las limitaciones de la investigación realmente fue el poco tiempo disponible del investigador.

Capítulo I: Se plantea el problema, contextualización, análisis crítico por medio de un árbol de problemas detectando las causas y los efectos, prognosis, interrogantes de la investigación, delimitación del objeto de investigación y la justificación, planteando los objetivos generales y específicos..

Capítulo II: Marco teórico contiene los antecedentes investigativos, las fundamentaciones, las categorías fundamentales las que definen las variables dependientes e independientes mediante la constelación de ideas, hipótesis y señalamiento de variables.

Capítulo III: Se detalla la modalidad de la investigación, el nivel y tipo de investigación, población y muestra, la operacionalización de las variables, el plan de recolección de la información, plan de procesamiento de la información.

Capítulo IV: Consta el análisis e interpretación de los resultados , se los ha presentado en tablas de porcentaje y gráficos de cilindros con sus respectivos porcentajes y el análisis e interpretación, las encuestas realizadas a los estudiantes y profesores del área de Matemática, que mediante el uso de un modelo estadístico Chi Cuadrado se llegó a probar la Hipótesis..

Capítulo V: De los resultados obtenidos se ha señalado las respectivas conclusiones y las recomendaciones que llegan a cumplir con los objetivos planteados.

Capítulo VI: La propuesta tiene la siguiente estructura: El tema de la Propuesta, datos informativos, antecedentes, justificación, objetivos

generales y específicos, factibilidad, fundamentación, y el desarrollo de la propuesta.

Capítulo VII: Referencias Bibliográficas.

Capítulo VIII: Anexos.

CAPÍTULO I

1.1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1.2. Tema de Investigación.

Metodología Tradicional en la Enseñanza de la Matemática y su Incidencia en el Rendimiento Académico de los alumnos del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía período 2009 2010.

1.2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.2.1. Contextualización.

En el Ecuador no se han establecido políticas educativas nacionales, ni a nivel básico, peor a nivel del bachillerato.

En el nivel básico se plantea La Reforma Curricular en el año de 1995, que está vigente hasta la presente fecha, sin embargo, no se ha realizado ningún tipo de evaluación, ni tampoco todas las instituciones educativas trabajan de acuerdo a la planificación por destrezas establecidas en la Reforma.

A nivel de bachillerato en ciencias no existe ningún tipo de reforma curricular, de modo que todos los bachilleres en ciencias tengan un mismo

nivel de conocimientos; sin embargo las autoridades educativas han permitido que algunos colegios realicen sus propias planificaciones Macro, Mezo y Micro curriculares, de acuerdo a la modalidad de colegios experimentales; esto ha permitido realizar reformas en los bachilleratos.

Por esta razón en el Instituto Nacional Mejía, se establece la reforma del Bachillerato en el año 2003, estableciendo sus objetivos, políticas, estrategias institucionales, etc.

En esta propuesta se ha mantenido el bachillerato en ciencias con las especialidades de físico-matemático, químico-biológicas, ciencias sociales y el bachillerato único, el mismo que ya no está en vigencia.

Sin embargo, al darse esta reforma del bachillerato, se mantiene la metodología tradicional que incide en el rendimiento académico de los alumnos del primer año del bachillerato de la especialidad de Química y Biología.

1.2.2. Análisis crítico.

ENFOQUE SOCIO- CRÍTICO.

Carriazo S. Mercedes manifiesta que el enfoque socio crítico pretende recoger los aciertos de los enfoques activistas y constructivistas, bajo los siguientes criterios:

1. Reivindica la actividad de la persona como centro de proceso de aprendizaje.
2. Amplía la concepción del estudiante, antes entendido de manera simple y lineal, para considerar las múltiples dimensiones de su desarrollo, como ser humano integral.

Además propone una revalorización de la cultura, frente a la creencia de que el estudiante puede reconstruir, mediante su actividad espontánea el conocimiento acumulado por la humanidad.

El enfoque socio- crítico pretende reflejar la conciencia de la reflexión sobre la práctica, pero introduciendo, la relación crítica entre los procesos de reflexión e indagación autónoma y los elementos que aporta la conexión con la producción social del conocimiento, elementos culturales y teóricos que enriquecen los procesos de indagación.

Este análisis sobre la enseñanza aprendizaje tiene un sustento en la idea de que el aprendizaje no es un proceso de trasmisión, pero tampoco se limita al descubrimiento. Giné(1198), manifiesta que el aprendizaje es “un proceso dinámico e interactivo que no es el resultado de una copia idéntica de los contenidos enseñados, sino que es la

Interiorización, supone una elaboración personal y única cada vez más compleja “.

Podemos decir que este enfoque representa la síntesis dialectico del antagonismo, entre el enfoque tradicional que pone énfasis en el conocimiento producido fuera del estudiante y el enfoque de la escuela activa y constructivista, que lo ponen en los procesos de producción del estudiante.

Los rasgos de este enfoque se concreta en la inclusión, en el proceso de enseñanza aprendizaje, de las teorías y conocimientos elaborados [por la ciencia, produciendo un aprendizaje significativo de los mimos y su incorporación a la transformación de las estructuras cognitivas del estudiante. Es decir, la ciencia no está en la mente del estudiante y solamente existe si él se apropia de ella, en la medida que sea capaz de hacerlo.

La ciencia existe como un producto de la sociedad y como un ente que tiene existencia propia.

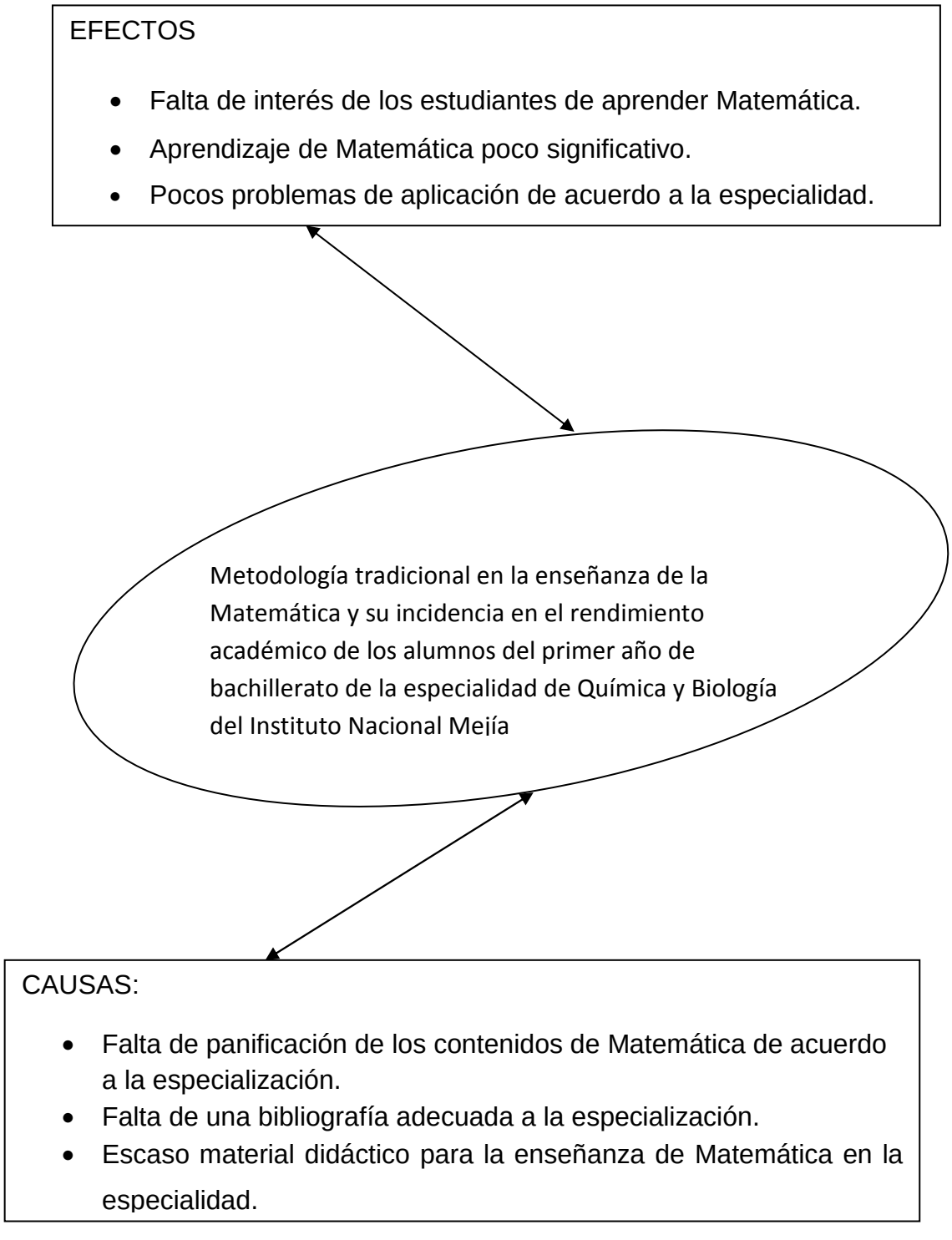
El aprendizaje de la ciencia es un acto de acercamiento del individuo a ella.

El aprendizaje es una estructuración de la mente de la persona a través de la apropiación de la ciencia que ya existe fuera del él. Por esta razón no se puede hablar de “construcción del conocimiento“, sino, como dice Asubel, de “reconstrucción del conocimiento“ para sí, de construcción de significados, que son producto de la interacción del

conocimiento socialmente construido y las estructuras cognitivas del estudiante.

En la concepción moderna los métodos didácticos deben asentarse sobre una nueva lógica, la que explica la estructura del método científico, donde delimita o define el problema, busca los datos necesarios, formula hipótesis o alternativas de solución, busca de nuevos datos capara cada una de las hipótesis, prueba y comprobación de las alternativas.

Con esta concepción, se busca la capacidad de resolver nuevos problemas y estar preparados para los cambios que se dan a través de la globalización, los sistemas de información, la informática, los medios de comunicación en línea que revolucionan el mundo.



GRAF.N°1

Elaborado por: William Carrera Estévez

La metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática en el primer año de bachillerato del Instituto Nacional Mejía se debe a varias causas:

1. Falta de planificación de los contenidos por parte de los maestros que dictan Matemática en la especialidad de Química y Biología.

2. Falta de bibliografía especializada que satisfaga las expectativas de los estudiantes de acuerdo a la realidad de nuestro medio.

3. Escaso material didáctico para la enseñanza de Matemática en la especialidad de Química y Biología..

La metodología tradicional puede causar los siguientes efectos:

1. Falta de interés de aprender Matemática en la especialidad de Química y Biología.

2. Bajo rendimiento académico en Matemática en la especialidad de Química y Biología.

3. Poca aplicación de ejercicios y problemas de Matemática en la especialidad de Química y Biología.

1.2.3 **Prognosis.**

Si no se cambia la metodología tradicional de la enseñanza de la Matemática en la especialidad de Química y Biología, los estudiantes seguirán teniendo poco interés en el aprendizaje de Matemática, la incidencia en el deficiente rendimiento académico será mayor.

1.2.4. Formulación del problema.

La metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática incidirá en el rendimiento académico de los alumnos del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.

1.2.5. Interrogantes

La metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática mejorará el rendimiento académico en la especialidad de Química y Biología.

¿Cómo incidirá en el rendimiento académico de los alumnos del primer año del bachillerato del Instituto Nacional Mejía mediante el uso de las metodologías tradicionales?

¿Por qué la metodología tradicional incidirá en el rendimiento académico de los alumnos del primer año de bachillerato?

¿Cómo las metodologías actualizadas basadas en la comunicación mejorarán el rendimiento académico de los estudiantes del primer año de bachillerato.

1.2.6. Delimitación del Objeto de investigación.

1.2.6.1 Delimitación de Contenido.

Campo: Educativo

Área: Matemática.

Aspecto: Metodología Tradicional.

1.2.6.2. Delimitación Temporal

El presente trabajo de investigación tendrá la duración de octubre del 2009 hasta junio del 2010.

1.2.6.3 Delimitación Espacial

La investigación se realizará en el Instituto Nacional Mejía, que está ubicado en la calle Vargas N 13-93 y Arenas, en la parroquia Santa Prisca, Cantón Quito, Provincia de Pichincha.

1.3 Justificación.

Los docentes han tenido la preocupación del rendimiento académico de los estudiantes en la asignatura de Matemática que es baja, es necesario el empleo de metodologías activas e interactivas que faciliten el aprendizaje de los estudiantes, desplazando la metodología tradicional en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Siempre ha sido la preocupación de que la enseñanza de la Matemática rompa los esquemas tradicionales, que inciden en el rendimiento académico de los estudiantes, en todas las instituciones educativas de país, como también en el primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del instituto Nacional Mejía.

Con la investigación que se realizará en el primer año de bachillerato en la especialidad de Química y Biología, servirá a las autoridades del Plantel y en especial al señor Vicerrector para que realice las sugerencias respectivas a los maestros de Matemática que la metodología tradicional empleada inciden en el rendimiento académico de los estudiantes.

Existen diferentes Tratados de la Metodología tradicional en la enseñanza, pero sin establecer una relación directa con la enseñanza de la Matemática en la especialidad de Química y Biología, no existen estudios de la incidencia en el rendimiento académico de los alumnos en dicha especialidad; por lo que se realizará la investigación en beneficio de los estudiantes y la comunidad educativa.

La investigación que se realizará es original, ya que no existen otras investigaciones en metodologías tradicionales, que inciden en rendimiento académico de los alumnos de primer año de Bachillerato de la especialidad de Química y Biología.

El trabajo de investigación es factible por cuanto el señor Rector permitirá realizar todo el proceso de investigación en la Institución, se contará con la colaboración del señor Jefe de Área y los compañeros maestros de Matemática.

LA MISIÓN “El Instituto Nacional Mejía es un colegio fiscal, laico, experimental que forma y prepara bachilleres con mentalidad crítica-reflexiva y formación científica humanística, comprometido con el cambio social y desarrollo nacional”

La VISIÓN “El Instituto Nacional Mejía será el líder de la educación ecuatoriana mediante una formación con excelencia humana, académica y social; en concordancia con el desarrollo científico – técnico, para defender los intereses de nuestra sociedad y competir con ventaja en el mundo moderno.

1.3. Objetivos

1.4.1. Generales

Determinar la metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática y su incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.

1.4.2. Específicos.

1. Diagnosticar la metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática en la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.
2. Analizar la incidencia en el rendimiento académico de Matemática en la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.
3. Diseñar una metodología actualizada, acorde con el avance tecnológico de la información y elaborar un texto guía para mejorar el rendimiento académico

CAPÍTULO II

2. Marco Teórico

2.1. Antecedentes Investigativos.

En todas las épocas, siempre ha sido un problema el cómo enseñar la Matemática a los estudiantes y que su formación, conocimiento y aprendizaje sea el más fructífero y sirva para la vida.

Se han escrito sobre teorías pedagógicas, paradigmas, modelos educativos y nunca se ha determinado cuál es la metodología adecuada para la enseñanza de la Matemática en nuestro sistema educativo nacional.

Por esta razón el tema a investigar, la metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática, y su incidencia en el rendimiento académico, en los alumnos del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología es original.

Existen algunos trabajos de investigación sobre metodologías y sobre rendimiento escolar pero en forma general, las mismas que servirán de soporte para esta investigación.

La doctora Acosta Navarro María Elena, realiza un análisis comparativo entre la pedagogía tradicional y el enfoque histórico-cultural en la Habana Cuba año 2000.

La magister Ileana Díaz Rivera, en su tesis La enseñanza de Lectoescritura realiza un análisis de la metodología tradicional en el proceso de aprendizaje de la lecto-escritura en el año 2000, Universidad de Puerto Rico, recinto de Río Piedras.

El Licenciado De la Paz Ramos Guillermo en su tesis de Maestría titulado Dificultades de aprendizaje de Matemática, manifiesta “Las dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas se explican por el Método de Enseñanza…., manifiesta que en la formación del alumno, la Matemática forman un cuerpo de conocimientos ajeno a su área de estudio, pues ni los profesores de Matemática, ni las propias disciplinas ven las interrelaciones entre la Matemática y las especialidades que cultivan en las aplicaciones.....”

2.2.. Fundamentación Filosófica.

A fines del siglo 17 y comienzos del siglo 18, siempre ha sido una preocupación los procesos de enseñanza en la educación, que se han ido investigando, de la misma manera se han ido desarrollando teorías del aprendizaje, partiendo con Rousseau, quién propugnaba que la educación debe llevarse a cabo de acuerdo con la naturaleza.

Pestalozzi es quién encauza los principios teóricos de Rousseau en una dimensión educativa práctica e incorpora una pedagogía social. Apoya la educación intelectual en el principio de la intuición, que debe completarse con la educación manual y el desenvolvimiento de las facultades físicas, para lograr, finalmente, la educación moral.

El principio de intuición es el fundamento absoluto de todo conocimiento, en cuanto se considera como el punto de partida de la enseñanza.

Frobel, parte de una concepción idealista de la naturaleza humana según la cual la educación consiste en el desarrollo espontaneo de lo que el sujeto lleva dentro y una fundamentación práctica. También desarrolló el concepto de la educación integral.

Herbart es el primero que construye la pedagogía científica, trata y ordena la realidad de la educación conforme a conceptos universales y considera que el fin de la educación es la moralidad.

Dewey por el siglo 19, tuvo una constante preocupación por el cambio que debía producirse en la educación de los jóvenes, para que de este modo, y desde la escuela, dar una sociedad nueva y más justa.

Su concepción se fundamenta en el que el niño, cuya característica más esencial es la permeabilidad, aprende a partir de la experiencia. Por tanto debe fomentársele como una inclinación natural al preguntar, explorar e indagar.

Dewey considera que la educación deber ser un proceso democrático de actividad guiado por el método científico.

Respecto a los maestros, considera que tienen la responsabilidad más importante en el proceso de conexión entre la teoría y la práctica y establece

tres tipos de profesores y que deben trabajar en estrecha colaboración y eran:

a) Los maestros que realizan investigación pura.
b) Los maestros que intervienen en el aula, convirtiéndose en un lugar de investigación.
c) Los maestros entrenados en habilidades de observación e investigación que coopera en la formulación y verificación de hipótesis.

También desarrolló la idea de maestros especialistas en cada materia, agrupados en departamentos.

La educación tiene que ser un proceso que ayude al logro del pensamiento reflexivo, rechazando el aprendizaje rutinario y mecánico.

El conductismo surgió a inicios del siglo 20 con Watson y Skinner, donde el aprendizaje significa los cambios permanentes que ocurren en el comportamiento de un organismo, como resultado de la experiencia, ubicado dentro del modelo pedagógico tradicional.

De lo expuesto, la presente investigación es de tipo social y busca alternativas para el mejoramiento de la enseñanza de la Matemática en el primer año de bachillerato.

2.2.1. Fundamentación Ontológica.

Es importante la realidad en la que se da la metodología en la enseñanza de la Matemática en la especialidad de Química y Biología , y la relación con la incidencia en el rendimiento académico de los estudiantes:

Lo que se quiere es utilizar una metodología para tener un aprendizaje significativo, que los estudiantes puedan aplicar lo aprendido en la solución de problemas, que pueda lograr un cambio en su aprendizaje y su rendimiento académico sea más óptimo.

2.2.2. Fundamentación Epistemológica.

Debido a la utilización de metodologías no adecuadas en la enseñanza de la Matemática para el problema en el rendimiento académico de los alumnos, se proponer buscar alternativas metodológicas propias, para lograr mejorar el rendimiento académico y obtener un aprendizaje significativo sólido y consistente.

2.2.3. Fundamentación Axiológica.

La presente investigación, tiene la finalidad de demostrar que las metodologías tradicionales y sus respectivos modelos pedagógicos no permiten desarrollar las capacidades, competencias, la responsabilidad, la solidaridad y el desarrollo integral de los estudiantes y que los conocimientos de la matemática sean útiles para la vida.

2.2. Fundamentación Legal

Según la nueva Constitución del Ecuador que fue aprobada por el pueblo en el año 2008, en los artículos pertinentes a la educación:

Art. 26.- “La educación es un derecho de las personas a lo largo de su vida y un deber ineludible e inexcusable del Estado.

Art. 27.- “La educación se centrará en el ser humano y garantizará su desarrollo holístico, en el marco del respeto a los derechos humanos….”

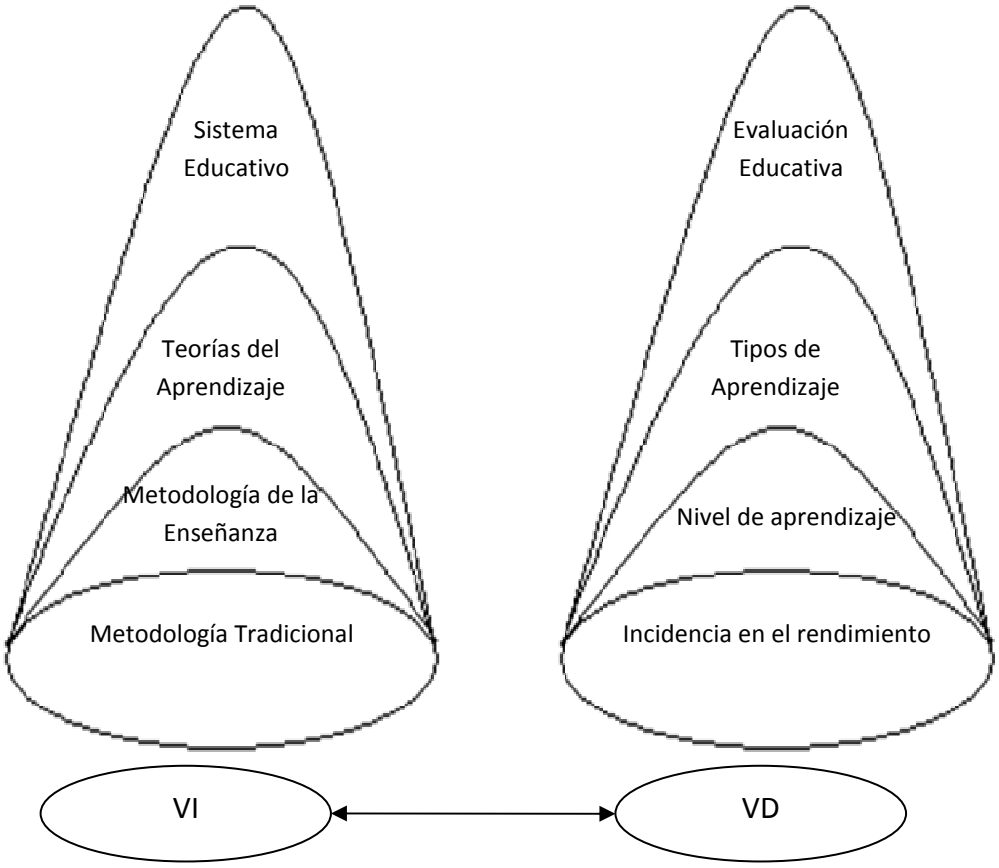
“La educación es indispensable para el conocimiento, el ejercicio de los derechos y la construcción de un país soberano, y constituye un eje estratégico para el desarrollo nacional.”

Art. 28.- “La educación pública será universal y laica en todos sus niveles, y gratuita hasta el tercer nivel de educación superior inclusive.”

En la Propuesta de Reforma del Bachillerato del Instituto Nacional Mejía en el año 2003; en la Propuesta curricular donde se considera como “POLÍTICA INSTITUCIONAL PRIORITARIA para producir un cambio radical en las estrategias de la acción educativa, que permitan responder a las necesidades del proceso de transformación económica, de equidad social y de democratización política en la que está inmersa nuestra sociedad; y se vincule, en la práctica, con el desarrollo sostenible y sustentable del conocimiento, la cultura, la ética y el civismo.”

“Por lo tanto, el Instituto Nacional Mejía debe iniciar un proceso de construcción de la Reforma Curricular del bachillerato, mediante la reforma estructural de la gestión institucional y entregar una educación laica de más alta calidad académica.”

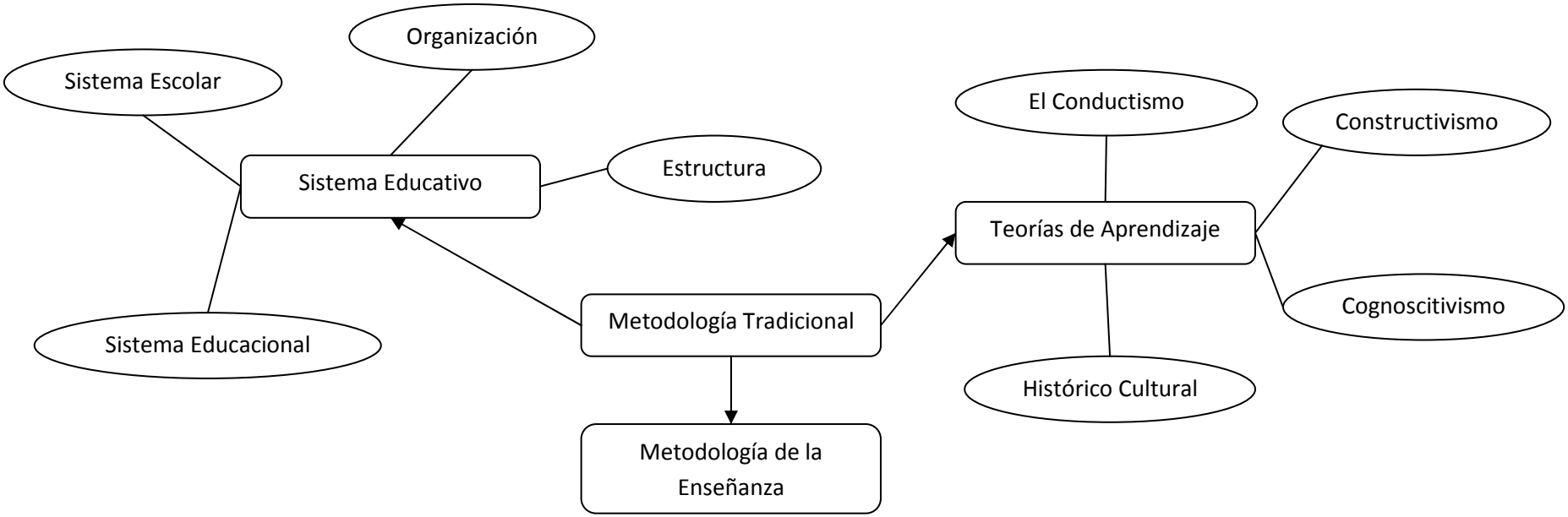
2.3. Categorías Fundamentales



GRAF.N°2

Elaborado por: William Carrera Estévez

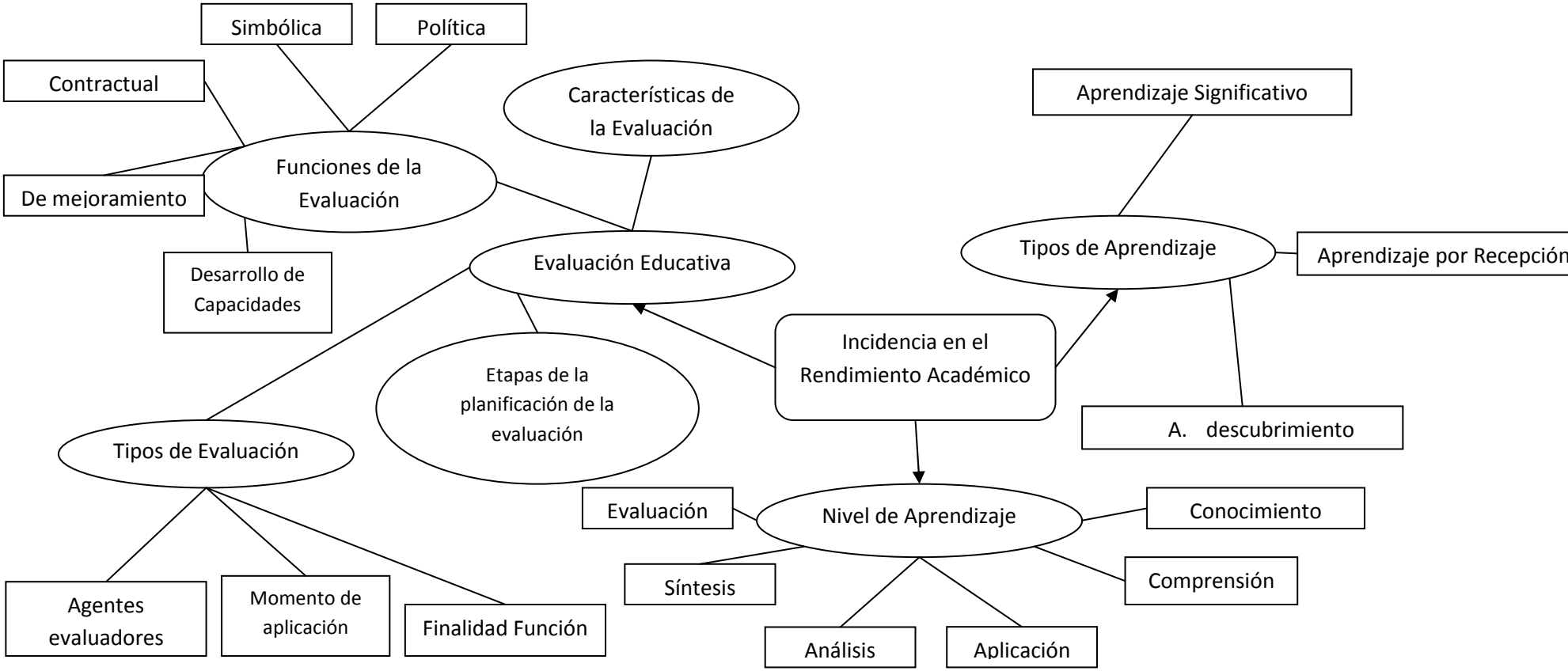
Constelación de Ideas Conceptuales de la Variable Independiente (V I)



GRAF.N°3

Elaborado por: William Carrera Estévez

Constelación de Ideas Variable Dependiente (VD)



GRAF.N°4. Elaborado por: William Carrera Estévez .

Desarrollo de Contenidos de la Variable Independiente y su Constelación de Ideas.

1. Sistema Educativo.-

Se define lo que es **sistema escolar**.- Es un conjunto de elementos interrelacionados con un fin determinado.

Sistema educativo, tiene como fin educar de una manera uniforme a todos los alumnos, y los elementos principales son: las instituciones educativas y normas.

Organización.- El sistema educativo posee unas finalidades, una organización y estructuras propias para desarrollar el currículo que se diseñe.

El sistema educativo abarca todos los medios sociales que influyen en la educación.

Sistema Educacional.- El sistema educacional es la forma como se organiza la educación formal y sus diferentes niveles en un determinado país. Para cada nivel se definen las exigencias de ingreso, egreso currículo.

Por lo general los niveles educacionales están determinados por las leyes dictados por el Poder Legislativo, mediante decretos y reglamentos dados por el Poder Ejecutivo.

El sistema educacional tiene los siguientes niveles de conformidad con la Ley de Educación y su reglamento.

1. Educación preescolar
2. Educación primaria.
3. Educación secundaria.
4. Educación superior.
5. Niveles especiales (Educación para adultos y educación especial).

Estructura General de la Organización Educacional.

El sistema educativo ecuatoriano se rige por los principios de unidad, continuidad, secuencia, flexibilidad y permanencia; en la perspectiva de una orientación democrática, humanística, investigativa, científica y técnica, acorde a las necesidades del país. Además tiene un sentido moral, histórico y social, inspirado en la nacionalidad, paz, justicia social, y defensa de los derechos humanos.(http://www.0ci/guipu/ecuador/ecu04.pdf)

De acuerdo con la Ley de Educación, el sistema educativo nacional es único y tiene dos sistemas: el del Ministerio de Educación y el universitario.

El sistema del Ministerio de Educación tiene dos subsistemas que es el escolarizado y el no escolarizado.

Subsistema Escolarizado.- El subsistema escolarizado comprende la educación que se imparte en los establecimientos determinados en la ley y en los reglamentos generales y especiales y estos son:

1. **La Educación Regular Hispana e Indígena.-** Que se desarrolla en un proceso continuo y tiene los siguientes niveles: Educación Básica que abarca desde el primero hasta el décimo de educación básica, bachillerato con sus especialidades y superior.(Reglamento de la Ley de Educación)

2. **Educación Compensatoria.-** La educación compensatoria tiene la finalidad esencial de restablecer la igualdad de oportunidades para quienes no ingresan a los niveles de educación regular o no los concluyen; permiten que puedan ingresar al sistema regular, en cualquier época de su vida, de acuerdo con sus intereses y necesidades.

   Tiene los siguientes niveles:

   a) Nivel primario compensatorio
   b) Nivel ciclo básico compensatorio
   c) Ciclo diversificado compensatorio.
   d) Formación y capacitación artesanal (con sujeción a las disposiciones de la ley y defensa del artesano y su reglamento.

3. **Educación Especial.-** La Educación Especial atiende a las personas excepcionales que por diversas causas no pueden asistir y adaptarse a la educación regular.

Subsistema no Escolarizada.- La educación no escolarizada favorece la realización de estudios, mejoramiento y actualización educativa, científica cultural, tecnológica fuera de las instituciones educativas sin el

requisito previo de un currículo académico, dando la respuesta a las demandas del desarrollo socio- económico del país.

Las instituciones educativas se clasifican por el financiamiento en:

a) **Oficiales:** Fiscales, municipales, fisco misionales.
b) **Particulares:** Que pertenece a personas naturales, jurídicas de derecho privado, que pueden ser laicos, confesionales.

Teorías del Aprendizaje.- Las teorías del aprendizaje es un conjunto de marcos teóricos de diferentes corrientes ideológicas que sirven para explicar y predecir cómo aprende el ser humano.

El Conductismo (Watson y Skinner).

Durán manifiesta “Para el conductismo: aprendizaje significa los cambios relativamente pertinentes que ocurren en el repertorio comporta mental de un organismo, como resultado de la experiencia.”

Para el conductismo lo fundamental es observar cómo se manifiestan los individuos, cuáles son sus reacciones externas y sus conductas observables ante la influencia de estímulos durante sus procesos de aprendizaje y adaptación.

El objetivo conductista por excelencia es “predecir las respuestas conociendo el estimulo y predecir el estimulo conociendo la respuesta”.

El conductismo en el aula (Poveda) indica que “trabaja con objetivos instruccionales que deben ser claros, observables y medibles, estos objetivos debían estar formados por una condición básica, un cambio de comportamiento, bajo la premisa de mayor estimulo, mayor respuesta”.

El Constructivismo.

El pionero del constructivismo fue Barletl que señala que “el que aprende construye su propia realidad o al menos interpreta de acuerdo con la percepción derivada de su propia experiencia, de tal manera que el conocimiento de la persona es función de sus vivencias propias, estructuras mentales y experiencias que utiliza para interpretar objetos y eventos”.

El constructivismo y la teoría de Piaget consideran al sujeto como un ser activo en el proceso de su desarrollo cognitivo; le interesa cómo el ser humano procesa la información, de qué manera obtiene los datos a través de la percepción, cómo organiza de acuerdo a las estructuras mentales que el individuo posee, como resultado de la interacción del medio.

El constructivismo es un principio educativo, insistiendo en que la actividad no puede ser únicamente manipulativa y guiada por la necesidad, sino tiene que ser intencional y mental, a fin de que se establezcan relaciones significativas entre los esquemas del conocimiento preexistente y los nuevos contenidos del aprendizaje.

El Cognoscitivismo.- Para el cognoscitivismo, el aprendizaje es el proceso mediante el cual se crean las estructuras cognitivas.

Las estructuras cognitivas constituyen el conjunto de creencias, hechos, conceptos, proposiciones y demás conocimientos sistematizados y jerarquizados que están almacenados en la memoria que le permiten al sujeto responder a conocimientos nuevos o similares.

Antón (1999) sostiene que “el aprendizaje es un proceso a través del cual se comprende y se descubre las relaciones entre los fenómenos de modo que el aprendizaje es el resultado del cambio en el modo como uno percibe significativamente su ambiente”.

Enfoque Histórico Cultural.

Para esta corriente el aprendizaje significa la apropiación de la experiencia histórico-social.

Vigotsky señala que el aprendizaje es un **proceso social** que ocurre en el individuo como una forma de integrarse a su medio y a su historia.

Textualmente dice “el aprendizaje es un proceso necesario y universal en el desarrollo de las funciones psicológicas y específicamente humanas y organizadas culturalmente. El aprendizaje es un proceso social, no privado o individualista, por lo tanto tiene que anteceder al desarrollo, para que el desarrollo continúe”.

Para facilitar un trabajo eficaz del docente en el aula, Vigotsky propone el concepto de “Zona de Desarrollo Próximo” (ZDP) y se entiende

como la distancia entre **el nivel de desarrollo real** o capacidad de rendimiento escolar y **el nivel de desarrollo potencial** o nivel más alto de rendimiento que puede alcanzar en mejores condiciones de aprendizaje.

De acuerdo con el concepto de Zona de Desarrollo Próximo se desprenden dos postulados (Orellana, 1996):

1. Los procesos psicológicos avanzados que ocurren en dos planos: como es en enterpsicológico (entre personas) y el entrapsicológico (en uno mismo).

2. Trabajar en equipo es más productivo que trabajar aisladamente.

Para Antón (1999) en “el enfoque de Vigotsky es fundamental entender el aprendizaje no sólo como proceso social, sino como actividad que orienta las acciones cognitivas y que direcciona el desarrollo psicológico. A través del aprendizaje se hace posible que se desarrollen determinados procesos superiores que posibilitan el surgimiento de nuevas capacidades, para responder a las exigencias del medio y la cultura.”

Metodología de Enseñanza.

La metodología de la enseñanza se la identifica como los modos, procedimientos, técnicas, estrategias, etc., que conducen al conocimiento y a la solución de problemas que se presentan en la realidad del estudiante.

Metodología Tradicional.

La metodología tradicional es fundamentada en el verbalismo, la repetición y la severidad. Como dice Oliveira, citado por Jorge Villarroel “nuestra educación es verbosa, es palabrería, es sonora, no comunica, hace comunicados, cosas bien diferentes”. Bajo este criterio, aprender significaba oír, ver, memorizar y repetir. No implicaba preguntar, cuestionar, dudar, peor refutar al profesor. Ante cualquier acto de indisciplina o bajo rendimiento escolar se acudía al grito, injurias, al azote con la finalidad de generar sentimientos de culpa, y se decía “La letra con sangre entra y ayuda a respetar a los mayores”.

Desarrollo de Contenidos de la Variable Dependiente y su Constelación de Ideas.

Evaluación Educativa.- La evaluación educativa es una actividad sistemática y continua, que está integrada en el proceso educativo, que tiene por objeto proporcionar la máxima información para mejorar este proceso, reajustar sus objetivos, revisando planes y programas, métodos y recursos, facilitando la ayuda y orientación a los alumnos.

La evaluación educativa está íntimamente ligada a los procesos de aprendizaje.

Funciones de la Evaluación.

Las funciones de la evaluación según Elola y Toranzos (2001) son los siguientes:

a) **Función Simbólica.-** Normalmente se tiene la idea que los procesos de evaluación se dan al final de una etapa o un ciclo educativo. En este sentido, para los actores participantes en algunas de las instancias del proceso, la evaluación está asociada simbólicamente con la conclusión de un proceso de aprendizaje.

b) **Función Política.-** Es una de las funciones más importantes como instrumento central para los procesos de toma de decisiones a nivel nacional, jurisdiccional e institucional. Aquí la evaluación, adquiere un rol importante como retroalimentación de los procesos de planificación, de toma de decisiones sobre la ejecución y el desempeño de los programas y proyectos a nivel macro.

c) **Función de Conocimiento.-** La evaluación brinda información sobre aquello que se encuentra oculto; la evaluación de los aprendizajes de un grupo escolar, mediante la realización de un proceso planificado e intencional se obtiene datos sobre la enseñanza y sobre el aprendizaje que se transforma en conocimiento que permitirán emitir juicios y tomar las decisiones correspondientes. Es importante destacar que la información es para todos los que interviene en el proceso evaluativo. Si nos referimos a la evaluación en el aula, la información que se produce es para los alumnos, para los docentes, para los padres de familia y para la institución.

d) **Función de Mejoramiento.**- La función de mejoramiento, destaca el aspecto instrumental de la evaluación debido a que permite definir la toma de decisiones con el objetivo de mejorar la enseñanza, el aprendizaje, las instituciones, los programas, etc., el mejoramiento es posible gracias al carácter retro alimentador de la evaluación.

e) **Función de Desarrollo de Capacidades.-** Si se aprovechan adecuadamente las instancias de la evaluación, estas contribuyen a incrementar el desarrollo de dispositivos, técnicas institucionales valiosas, y fomentan las competencias en la práctica sistemática de observaciones, mediciones, de registro de información, desarrollo de marcos analíticos e interpretativos de la información, inclusión de la información en los procesos de gestión, desarrollo de instrumentos para la recolección de información. Una de las capacidades que se desarrollan a partir de una buena práctica evaluativa es la autoevaluación. Los docentes y alumnos son objetos y sujetos de la propia evaluación. Por tanto diremos entonces que, si la evaluación ofrece una retroalimentación tanto para los alumnos como para los docentes, esto significa que debe darse una práctica para el mejoramiento del aprendizaje.

f) **Función Contractual.-** Es importante que los alumnos conozcan para qué serán evaluados y con qué criterio; que forma parte de la negociación pedagógica que se establece entre el docente y el alumno, desde luego es lo más recomendable.

Características de la Evaluación.

Las características de la evaluación son:

1. La enseñanza y el aprendizaje son procesos permanentes de construcción del conocimiento, que permiten de los saberes, experiencias y emociones de las personas, y que se encuentran en diferentes contextos culturales y sociales, son procesos interdependientes pero diferentes en los cuales la evaluación es una herramienta vital.

2. El maestro cumple un papel importante ya que es un medidor del aprendizaje, hace de guía y conduce al aprendizaje del estudiante.

3. El estudiante aprende interactuando con el contexto donde se desarrolla con los agentes de integración (padres de familia, maestros, compañeros comunidad).

4. Se evalúan aspectos que pueden ser concretos y observables, o intangibles y no observables directamente. Esto implica tomar en cuenta tanto los paradigmas cuantitativos como cualitativos, según sean requeridos por la naturaleza de las variables y de los indicadores que se quieran observar con los instrumentos de registro y valoración.

5. La evaluación es formativa, porque está al servicio de los estudiantes y se debe identificar las causas de las dificultades, buscar mecanismos y estrategias para remediarlas. Es necesario fomentar en el estudiante la práctica de la meta cognición como un acto reflexivo sobre su propio aprendizaje, que no se base sobre sus errores y dificultades, sino también en sus aciertos y fortalezas, para reconocerlos, valorarlos y estimularlos.

6. La evaluación es retroalimentación, de manera constante, intencional y permanente, genera información de retorno para los estudiantes, docentes y otros actores, con el fin de que puedan conocer y comprender lo que ocurre durante el proceso y realizar todas las correcciones necesarias para mejorarlas.

Tipos de Evaluación.

Existen diferentes tipos de evaluación de acuerdo a cientos de criterios que se deben conocer para aplicarlos:

Según su Finalidad y Función

a) **Función Diagnóstica.-** La evaluación se realiza al inicio de un período educativo o de una unidad didáctica. Consiste en recoger los datos de la situación en la que se encuentran los estudiantes antes de empezar el proceso de aprendizaje de un nuevo conocimiento.

b) **Función Formativa.-** La evaluación se utiliza permanentemente como estrategia para mejorar y ajustar los procesos educativos, para lograr los objetivos planteados. Esta función es la más apropiada para la evaluación de procesos, también se usa para la evaluación de producto educativo, cuando sus resultados son empleados para mejorarlos.

c) **Función Sumativa.-** Se utiliza con mayor frecuencia en la evaluación de productos educativos, es decir, de procesos terminados con realizaciones precisas y valorables. Con la evaluación no se pretende modificar, ajustar o mejorar el objeto, sino determinar el valor de su funcionalidad.

Según los Agentes Evaluadores

a) **Evaluación Interna.-** La evaluación interna se lleva a cabo y es promovida por los integrantes de una institución o programa educativo y son autoevaluación, heteroevaluación y coevaluación.

Autoevaluación

La autoevaluación está ligada estrechamente a la corriente humanista y es el propio sujeto de aprendizaje quien emite un juicio sobre los logros alcanzados en el plano conceptual, procedimental y actitudinal. Es un proceso gradual de desarrollo de la capacidad de apreciación de los resultados alcanzados en el aprendizaje. Es un medio idóneo para que el estudiante reflexione sobre sí mismo y sobre su desempeño en lo personal y social. Supone el reconocimiento de las capacidades alcanzadas por el propio estudiante para diagnosticar sus posibilidades respecto de la consecución de determinados logros y la participación en propuestas de aprendizaje.

Para fraseando a Guardini se dice que la autoevaluación es el acto de cada persona que se acepta a si mismo reconociendo sus limitaciones pero sin renunciar al esfuerzo de superación en lo personal y social.

Heteroevaluación

La heteroevaluación, es aquella en la que las personas distintas a las evaluadas valoran una actividad, objeto o producto. (Docentes, equipo técnico, consejo directivo de la institución).

Este tipo de evaluación puede darse:

1.- Durante la puesta en marcha de una serie de actividades o al finalizar una unidad didáctica, alumnos y profesores pueden evaluar ciertos aspectos que resulten interesantes de destacar.

2.- Al finalizar un trabajo en equipo, cada integrante valora lo que le ha parecido más interesante de los otros.

3.- Luego de una ponencia, se valora conjuntamente el contenido de los trabajos, las competencias alcanzadas, los recursos empleados, las actuaciones destacadas, etc. Es pertinente repartir un cuestionario sin nombres de modo que los alumnos puedan opinar libremente de lo realizado y luego se contrarresta con lo que percibe el maestro.

Coevaluación

La coevaluación, es cuando un grupo de personas se evalúan mutuamente (alumnos y maestros, entre equipos de docentes). Evaluados y evaluadores intercambian los papeles alternativamente.

En este tipo de evaluación participan todos los alumnos que conforman el equipo. Este tipo de evaluación es muy importante en el aprendizaje

colaborativo, ya que todos evalúan el comportamiento y participación que tuvieron cada uno, de manera que cada alumno compare el nivel de aprendizaje que cree tenerlo con respecto a sus compañeros y reflexione sobre su aprendizaje.

b) **Evaluación Externa.-** La evaluación externa se da cuando las personas ajenas a la institución educativa o de un programa, evalúan su funcionamiento. Los evaluadores pueden ser: inspectores, supervisores, equipos de apoyo, etc.

Según el Momento de Aplicación.- La evaluación según el momento de aplicación se da:

a) **Evaluación Inicial o Diagnostica.-** la evaluación diagnostica se realiza antes de empezar el proceso de aprendizaje de un nuevo conocimiento. Esta evaluación se puede aplicar al inicio del año escolar, de un trimestre, quinquemestre, unidad didáctica. Se realiza con el propósito de verificar el nivel de conocimientos, procedimientos y aptitudes de los estudiantes, necesario para enfrentarse a los nuevos conocimientos. También este tipo de evaluación tiene la finalidad de adecuar las actividades del docente (métodos, técnicas) y el diseño pedagógico (objetivos, actividades, estrategias metodológicas) a los requerimientos de los estudiantes.

b) **Evaluación Formativa o de Procesos.-** La evaluación formativa consiste en la valoración, a través de la información recogida en forma continua y sistemática del funcionamiento de una institución educativa, de un programa o aprendizaje en particular a lo largo de un periodo de tiempo para alcanzar las metas propuestas. Este tipo de evaluación permite tomar decisiones para mejorar los procesos.

La Evaluación en el Desarrollo del Aprendizaje Escolar.- se refiere al proceso sistemático y continuo mediante el cual se determina el grado en que se logran los objetivos dentro del proceso enseñanza- aprendizaje.

La evaluación formativa es un proceso que pretende:

1.- Informar tanto al estudiante como al maestro acerca del progreso alcanzado por el alumno.

2.- Localizar las deficiencias observadas en un tema, unidad didáctica dentro del proceso del aprendizaje.

Valorar las conductas del estudiante durante el proceso para descubrir como alcanza los objetivos propuestos.

La evaluación formativa se realiza durante el desarrollo de un tema, una unidad, o al final de una serie de actividades con el fin de analizar los logros alcanzados y tener éxito en actividades posteriores.

La evaluación formativa tiene un papel importante en el proceso de aprendizaje. Es la encargada de orientar las actividades de acuerdo a la forma que se van alcanzando los objetivos. Si la evaluación señala que se han cumplido los objetivos, el maestro y los estudiantes pueden seguir adelante en el proceso, caso contrario se deberá hacer rectificaciones, ajustes en los planos y programas, para

motivar a los estudiantes para ir cumpliendo con los objetivos del proceso del aprendizaje.

c) **Evaluación Final.-** La evaluación final tiene lugar al final una secuencia o unidad de aprendizaje. Se vale de la observación y del registro de respuestas y comportamiento de los estudiantes, obtenidos a través de los diferentes instrumentos de evaluación. Los estudiantes se someten a estímulos o situaciones que exigen la utilización de conocimientos, destrezas, estrategias, actitudes y comportamientos que han sido objetos de aprendizaje.

   La función de la evaluación es establecer lo que han aprendido los estudiantes durante un periodo determinado con el fin de que los contenidos aprendidos, les sirva de base para desarrollar los conocimientos de la siguiente etapa.

Etapas de la Planificación de la Evaluación

La evaluación es un proceso sistemático el cual involucra diferentes etapas que garantizan una mejor calidad en los procesos de aprendizaje y son:

a) **Identificar los Objetivos del Programa de Estudio a Evaluar.-** Para cualquier instancia de la evaluación, es indispensable que el maestro tenga claro el aprendizaje deseado, los objetivos y metas que se esperan lograr al finalizar el proceso de aprendizaje.

b) **Determinar la Finalidad para la que se Evaluará.-** Toda acción evaluativa debe tener un propósito definido.

c) **Definir los Criterios con los que se Juzgaran los Resultados.-** Es importante precisar con claridad los criterios para valorar las

condiciones o características de los trabajos evaluados para ser considerados satisfactorio, suficiente o poco satisfactorio.

d) **Seleccionar el Instrumento.-** Es importante decidir que instrumento se empleara para la recolección de información (pruebas escritas, observaciones, cuestionarios, etc.). Las técnicas e instrumentos son decisivas en el momento de la evaluación porque aportan datos y la información que sostienen sus juicios y decisiones.

e) **Aplicar los Instrumentos para Obtener la Información.-** Es importante que el estudiante tenga claro el tipo de instrumento a aplicar y puede seguir sus instrucciones

f) **Registrar y Analizar la Información.-** Una vez aplicado el instrumento a los estudiantes, se realiza el análisis de los resultados obtenidos, que muestra los resultados, que muestran los logros alcanzados, así como también las deficiencias y errores del desempeño de los estudiantes en función de los objetivos planteados.

g) **Tomar Decisiones.-** La evaluación debe aclarar los logros en cada uno de los objetivos valorados, para decidir sobre los conocimientos que necesitan ser realizados, así como identificar las posibles causas de errores, tanto a nivel grupal como individual.

Evaluación Educativa.- La evaluación educativa es una actividad sistemática y continua, integrada dentro del proceso educativo, que tiene por objeto proporcionar la máxima información para mejorar este proceso, reajustando sus objetivos, revisando planes y programas, métodos y recursos, facilitando la ayuda y orientación a los alumnos.

Aprendizaje Significativo.- El aprendizaje significativo es un proceso a través del cual una nueva información se relaciona con un aspecto relevante de la estructura del conocimiento del alumno.

En la medida de lo posible, el maestro debe encaminar a los alumnos a la consecución de conocimientos, destrezas y habilidades que tengan significados para ellos.

Las tareas del aprendizaje deben estar vinculadas a un mundo de experiencias y orientadas a sus posibilidades vivenciales.

El aprendizaje significativo debe ser interpretado en función del alumno y en función de las necesidades sociales. Además, implica una interacción entre la estructura cognitiva previa del alumno y el contenido del aprendizaje.

En este proceso intervienen: los procesos o ideas existentes en la estructura cognitiva del estudiante y que sirven de “anclaje” para los nuevos conocimientos; la interacción entre el material de aprendizaje y los preconceptos, y la asimilación entre los significados previos y los nuevos. De esta forma el aprendizaje significativo aumenta la capacidad de la estructura cognitiva para recibir informaciones nuevas y similares. Aunque los nuevos conocimientos se olviden, posteriormente, será más fácil el aprendizaje.

En conclusión, el aprendizaje significativo es el más apropiado para el desarrollo de la labor docente.

Aprendizaje por Recepción.- El aprendizaje por recepción, se caracterizan porque su contenido es presentado en forma completa y acabada, sin que el alumno tenga que realizar ningún descubrimiento independiente. Es decir, es una enseñanza expositiva, por que el material que va a aprender está organizado y que se indica explícitamente la relación entre los conceptos, entre conceptos y procedimientos, entre teorías, y de las teorías con las aplicaciones prácticas.

Aprendizaje por Descubrimiento.- El aprendizaje por descubrimiento puede ser autónomo guiado. Se caracteriza porque el material no se presenta acabado, el alumno debe descubrir su forma final antes de incorporar a su conocimiento.

El aprendizaje por descubrimiento requiere de una etapa previa en la que el estudiante pueda reorganizar el material para darle sentido, debe realizar un mayor número de actividades mentales y manipulativas para asimilar el material.

Nivel de Aprendizaje.

Los niveles de aprendizaje son:

1. **Nivel de Conocimiento.-** En este nivel se pone énfasis en la fijación y reproducción de la información exterior, de modo que el estudiante conozca o recuerde una información tal como recibió del medio, tales como datos, observaciones, hechos, conceptos básicos, y definiciones que previamente haya aprendido.
   En el nivel de conocimiento se requiere que el estudiante se apoye en la memoria, la misma que se necesita para todos los otros niveles.

2. **Nivel de Comprensión.-** En este nivel las actividades del cerebro están orientadas a realizar una primera elaboración de la información adquirida por los sentidos. En este nivel se dan tres orientaciones a las acciones cerebrales que son:

   - **Traducción o modificación de la forma del mensaje**
     Transferencias de experiencias verbales o otras.

- **Interpretación a partir de la propia experiencia e ideas**
  Implica un reordenamiento o una reestructuración de la información

- **Extrapolación de conclusiones**
  Es como consecuencia de una información dada.

En conclusión la comprensión consiste en demostrar el entendimiento de hechos e ideas, organizando, comparando, traduciendo, interpretando, haciendo descripciones, exponiendo las ideas principales.

3. **Nivel de Aplicación.-** En este nivel se hace énfasis en la transferencia de las capacidades, y destrezas adquiridas en el procedimiento de la resolución de problemas. Las operaciones elaboradas y ordenadas por el cerebro requieren utilizar niveles de abstracción en casos concretos. Las acciones de este nivel se puede clasificar en:
   - Ejecución de fórmulas, criterios, técnicas, métodos y teorías.
   - Resolución o respuesta en una interrogante.

4. **Nivel de Análisis.-** en este nivel implica ya un grado de complejidad muy significativo, por lo tanto, su aplicación presenta dificultades. Indica la capacidad de descomponer a las partes de un todo integrado, con la finalidad de jerarquizar las ideas y explicar las relaciones entre ellas. Las acciones en este nivel son:

   - Descomposición del todo en sus elementos para hacer su estudio
   - Análisis de las partes entre ellas y con el todo
   - Análisis de los principios de organización (relaciones causa-efecto)

5. **Nivel de la Síntesis.-** En este nivel se pone énfasis en las operaciones mentales, fundamentalmente en los procesos de reconstrucción mental y operativa de un conjunto de elementos o de estructuras. Las acciones de este nivel son:

    - Producción de una personal o elaboración de un mensaje único.
    - Elaboración de un plan o conjunto de operaciones propuestas.
    - Derivación de un conjunto de relaciones abstractas o una proyección de una síntesis conceptual.

6. **Nivel de Evaluación.-** La evaluación es un proceso mental muy complejo se centra principalmente en la capacidad para emitir juicios sobre resultados de la síntesis, con criterios internos que explican a la misma teoría o con criterios externos de otra teoría.

Incidencia en el Rendimiento Académico

Rendimiento Académico.- El rendimiento académico, se da en la parte final de un proceso del aprendizaje dentro de un determinado ciclo o período de tiempo. Este resultado debe merecer total atención de los maestros, estudiantes, padres de familia, autoridades institucionales, y el Estado, debido a que los resultados académicos, demuestran la buena o mala dirección de los procesos del aprendizaje, esto permite conocer los avances o retrocesos dentro del sistema educativo nacional.

El rendimiento académico hace referencia a la evaluación del conocimiento adquirido en el ámbito escolar y superior (hasta 3er nivel).

Un estudiante con buen rendimiento académico es el que obtiene calificaciones excelentes en los exámenes, que rinde a lo largo de un ciclo o período cursado.

Se puede decir, el rendimiento académico es una medida de la capacidad del alumno, que expresa lo que está aprendiendo a lo largo de un proceso formativo. También se supone que es la capacidad del alumno para responder a los estímulos educativos, por lo tanto, el rendimiento académico está vinculado a la aptitud.

Existen distintos factores que inciden en el rendimiento académico como la dificultad de la asignatura, cantidad de exámenes que coinciden en una fecha, programas de la asignatura muy extensos, etc., y que son los motivos que un alumno puede tener bajo rendimiento académico.

Otras situaciones pueden estar relacionadas con el factor psicológico, como la poca motivación, el desinterés, las distracciones en clase que dificultan la comprensión de los conocimientos impartidos por el maestro, A que termina afectando el rendimiento académico en el momento de las evaluaciones. El rendimiento también puede estar relacionado con la subjetividad del maestro en el momento de calificar los exámenes en ciertas asignaturas.

2.5.-Hipótesis

La metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática incide en el rendimiento académico de los alumnos del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.

2.6.- Señalamiento de Variables

2.6.1.- Variable independiente

Metodologías Tradicionales

2.6.2.- Variable dependiente

Rendimiento académico

CAPÍTULO III

3.1. Nivel o Tipo de Investigación

El nivel o tipo de la investigación será cualitativo. Mediante esta investigación se demostrará que las metodologías tradicionales, incidirá en el rendimiento académico de los alumnos del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.

Se establecerá la relación entre la variable dependiente las metodologías tradicionales y la variable independiente, que es la incidencia en el rendimiento académico.

Para recoger la información se utilizará la encuesta que estará dirigida a los estudiantes y profesores del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología y profesores.

3.2.- Modalidad Básica de la Investigación

La presente investigación por su naturaleza y características es de campo, porque en los primeros años de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía se procederá a la recolección de la información a través de una encuesta a los estudiantes.

3.3.- Población y Muestra

La población corresponde a los estudiantes del primer Año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.

Muestra	Tamaño
Estudiantes del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología.	246
Docentes del área de matemática que dictan en la especialidad de Química y Biología	18

Cuadro No.0

Elaborado por: Carrera W.

La investigación se realizó sobre toda la muestra de la población que son 246 encuestas, realizadas a los estudiantes del primer año del bachillerato de la especialidad de Química y Biología.

3.4 Operacionalización de variables

Variable Independiente: Metodología Tradicional

Variable Independiente: Metodología Tradicional

Conceptualización	Categorías (Dimensiones)	Indicadores	Items	Técnicas e Instrumentos
Metodología Tradicional.- Se fundamenta en las actividades que realiza el maestro, imponiendo severidad, ritmo, secuencias de trabajo en forma unilateral, se basa en el cultivo de la memoria, los aprendizajes son mecánicos, obstaculizando la comprensión, la crítica y la aplicación de conocimientos, relegando los intereses	• Magistral • Autoritarismo • Memoria	El maestro imparte los conocimientos mediante la técnica de la exposición de los contenidos de la materia. El maestro impone autoritarismo a nivel disciplinario como también en el contenido micro curricular de la materia. El estudiante utiliza la memoria y repite los conocimientos en forma mecánica.	- ¿El maestro dicta la materia en cada clase? - ¿El maestro le permite a usted participar activamente en el desarrollo de su hora clase? - ¿El maestro impone la disciplina en forma autoritaria en la hora clase? - ¿En las tareas que usted realiza en casa hace ejercicios parecidos a los que el maestro hace en	Encuesta a estudiantes y maestros

de los estudiantes y considera que son más importantes los contenidos, a veces no adecuados a la especialidad, de modo que el alumno se convierte en un receptor pasivo de conocimientos ; que al aplicar los exámenes, la única función es comprobar el conocimiento asimilado durante el proceso de aprendizaje PROGRAMA DE MEJORAMIENTO Y CAPACITACIÓN DOCENTE(Durán Molina Juan Carlos)	• Contenidos • Exámenes	Los contenidos que el maestro imparte a veces no son los adecuados, sin la aplicación de problemas de acuerdo a la especialidad. Los exámenes son instrumento que miden y comprueban cuánto ha asimilado el estudiante.	clase? - ¿El maestro desarrolla los contenidos de la materia de acuerdo a su especialidad? - ¿El maestro le envía a investigar temas de Matemática de acuerdo a su especialidad? - ¿El maestro desarrolla en el aula ejercicios de su interés? - ¿El maestro desarrolla en la hora de clase problemas aplicados a su especialidad? - ¿El maestro utiliza	

			material didáctico de acuerdo a su especialidad? - ¿En los exámenes las preguntas, ejercicios o problemas planteados son de acuerdo a su especialidad?	

Cuadro N°1.

Elaborado por: Carrera W.

Variable dependiente: Incidencia en el Rendimiento Académico

Conceptualización	Categorías (Dimensiones)	Indicadores	Items	Técnicas e Instrumentos
El rendimiento académico es una medida de la capacidad del alumno que expresa lo que está aprendiendo a lo largo del proceso formativo, mediante respuestas a los estímulos educativos. Por tanto, el rendimiento académico está vinculado con las aptitudes del alumno. Los factores que inciden en el	• Capacidad • Aprendiendo • Estímulos	La capacidad con que estudiante asimila los contenidos de matemática. El estudiante deberá demostrar cuánto ha aprendido durante el proceso de enseñanza-aprendizaje. Para demostrar lo aprendido debe responder mediante estímulos (reactivos educativos) el estudiante.	-¿Usted tiene la predisposición para aprender Matemática? -¿Los temas de Matemática que usted aprendió está de acuerdo a su especialidad? -¿Usted tiene dificultad en aprender los temas de Matemática? -¿Cuándo usted da una prueba o examen de Matemática, en ese mismo día tiene	Encuesta a estudiantes y maestro

rendimiento académico del alumno son: dificultad en la asignatura, cantidad de exámenes o pruebas en la misma fecha, programas muy extensos en la asignatura, poca motivación para el estudio de la asignatura, desinterés, subjetividad del maestro al momento de corregir pruebas o exámenes.	• Aptitud • Dificultad • Exámenes	El aprendizaje de cualquier asignatura depende de la aptitud que demuestre el estudiante. En las asignaturas siempre se presentan grados de dificultad que se deben superar. En ocasiones coinciden más de una prueba o examen en la misma fecha, esto pueden incidir en el rendimiento del estudiante.	otras pruebas o exámenes? -¿Los temas desarrollados cree que están de acuerdo a su especialidad? -¿Usted se siente motivado para estudiar Matemática? -¿En las pruebas o exámenes su profesor le proporciona las preguntas en hojas impresas? -¿En las pruebas o exámenes su profesor le escribe las preguntas o ejercicios en el pizarrón? -¿En los exámenes su maestro hace	

			preguntas de distinto tipo como, selección múltiple, verdadero o falso, etc.? -¿Al ser calificadas sus pruebas o exámenes usted ha notado que el maestro lo ayuda o perjudica?	

Cuadro N°2.

Elaborado por: Carrera W.

En las planificaciones puede ser que se plantee un programa de contenidos muy amplios y que se trate de cubrir al máximo y no se profundice, no se explique de forma amplia y profunda.

La motivación para el estudio de una asignatura y especialmente Matemática, es importante para no crear una barrera en el aprendizaje del estudiante.

Al momento de calificar los instrumentos de evaluación aplicados a los alumnos, pueden influenciar la subjetividad del maestro.

3.5.- Plan de Recolección de la Información

Preguntas Básicas	Explicación
1.- ¿Para qué?	Para alcanzar los objetivos de la investigación.
2.- ¿A qué personas?	A los estudiantes de primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología.
3.- ¿Sobre qué aspectos?	Metodologías tradicionales que inciden en el rendimiento académico.
4.- ¿Quién?	Investigador
5.- ¿Cuando?	Año Lectivo 2009-2010
6.- ¿Dónde?	En el Instituto Nacional Mejía
7.- ¿Cuántas veces?	Una sola a cada estudiante
8.- ¿Qué técnicas de recolección?	Encuesta a los estudiantes del primer año de bachillerato
9.- ¿Con que?	Instrumento aplicando la escala de Liquer

10.- ¿En qué situación?	Bajo condiciones de respeto, profesionalismo investigativo, absoluta reserva y confidencialidad, solo se hará público el resultado general de la investigación, sin revelar ningún nombre.

Cuadro N°3

Elaborado por: Carrera W.

3.6.- Plan de Procesamiento de la Información

a información recogida por medio de las encuestas, será procesada mediante la estadística descriptiva e inferencia, a través de los procesos de tabulación, se hará la representación gráfica en barras de los resultados, se realizarán los análisis y las interpretaciones correspondientes. Para la comprobación de la hipótesis se utilizará la prueba estadística $X^2\ (Chi - cuadrado)$.

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

La información que fue receptada, mediante una encuesta de veinte preguntas a todo el universo de 246 estudiantes del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía, la misma que fue organizada, tabulada, representada gráficamente y analizada, de modo que responda a una parte de los objetivos planteados en la investigación.

Los datos obtenidos de las encuestas, se presentan en 3 cuadros de resúmenes de datos que son por frecuencias, porcentajes y cruce de variables, que sirven para el respectivo análisis e interpretación, se encuentra en un cuadro las seis preguntas que se realizó a dos maestros de de Matemática del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología.

Luego de presentado los datos por pregunta y con sus respectivos porcentajes, gráficos, se realizó la interpretación, para luego proceder a la comprobación de hipótesis.

4.1 **Encuestas Realizadas a los Estudiantes**

4.1.1. Resumen General de Frecuencias

	Categorías - Totales			
Preguntas	**Nunca**	**A veces**	**Siempre**	**Casi siempre**
1	6	130	70	40
2	8	82	111	45
3	18	54	119	55
4	28	95	73	50
5	234	11	0	1
6	166	67	7	6
7	36	88	80	42
8	64	96	51	35
9	135	65	23	23
10	64	67	81	34
11	19	88	76	63
12	55	88	66	37
13	34	128	51	33
14	9	128	63	46
15	39	108	60	39
16	49	116	41	40
17	20	86	100	40
18	38	83	75	50
19	16	57	120	53
20	122	80	22	22
TOTAL	1160	1717	1289	754

Cuadro N°4

Elaborado por: Carrera W.

4.1.2 Resumen General en Porcentajes

Preguntas	Nunca	A veces	Siempre	Casi siempre	
1	2,44	52,85	28,46	16,26	**TOTAL**
2	3,25	33,33	45,12	18,29	100,00
3	7,32	21,95	48,37	22,36	100,00
4	11,38	38,62	29,67	20,33	100,00
5	95,12	4,47	0,00	0,41	100,00
6	67,48	27,24	2,85	2,44	100,00
7	14,63	35,77	32,52	17,07	100,00
8	26,02	39,02	20,73	14,23	100,00
9	54,88	26,42	9,35	9,35	100,00
10	26,02	27,24	32,93	13,82	100,00
11	7,72	35,77	30,89	25,61	100,00
12	22,36	35,77	26,83	15,04	100,00
13	13,82	52,03	20,73	13,41	100,00
14	3,66	52,03	25,61	18,70	100,00
15	15,85	43,90	24,39	15,85	100,00
16	19,92	47,15	16,67	16,26	100,00
17	8,13	34,96	40,65	16,26	100,00
18	15,45	33,74	30,49	20,33	100,00
19	6,50	23,17	48,78	21,54	100,00
20	49,59	32,52	8,94	8,94	100,00
					100,00

Cuadro N°5.

Elaborado por: Carrera W.

4.1.3. Cruce de Variables

El tamaño de la muestra es el universo de doscientos cuarenta y seis estudiantes.

CUADRO DE CRUCE DE VARIABLES:

(El maestro utiliza material didáctico en la enseñanza de la Matemática) = f (usted tiene dificultad en aprender los temas de estudio de Matemática)

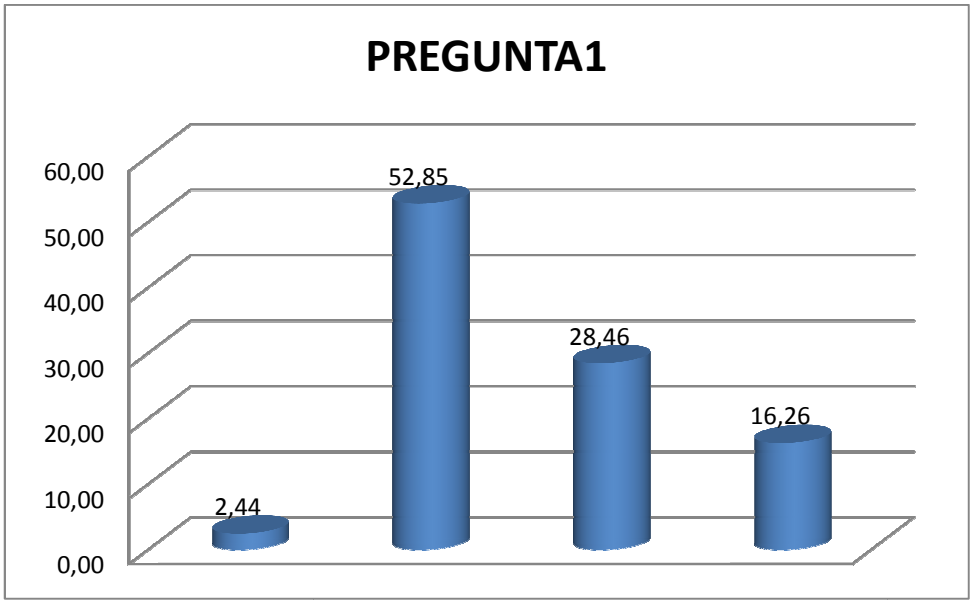
	NUNCA	A VECES	SIEMPRE	CASI SIEMPRE	
NUNCA	21	63	34	21	**TOTALES**
A VECES	9	39	9	4	139
SIEMPRE	1	14	4	4	61
CASI SIEMPRE	4	12	5	2	23
TOTALES	35	128	52	31	23
					246

Cuadro N°6.

Elaborado por: Carrera W.

4.1.4 Análisis e Interpretación por cada Pregunta

Pregunta N°1 ¿El maestro dicta la materia en cada c lase?



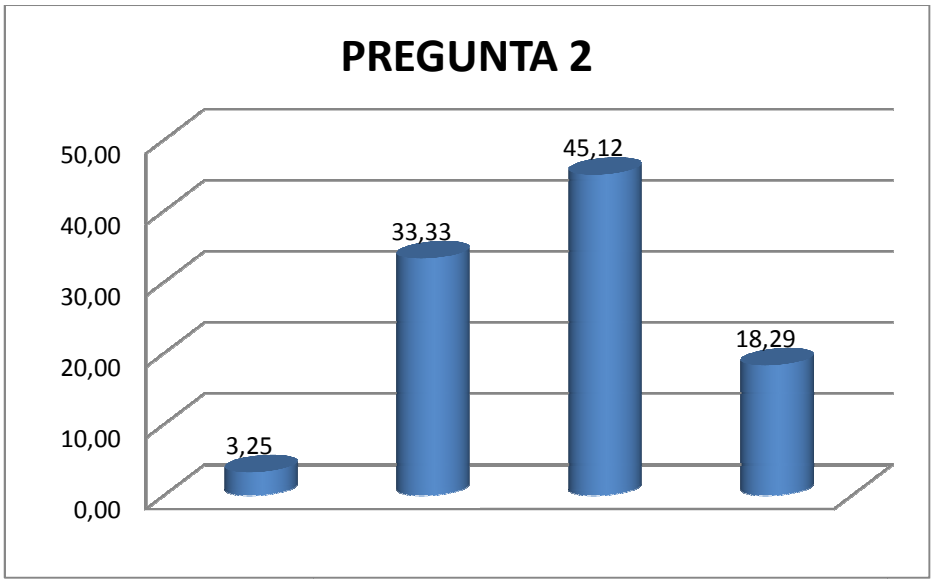
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
2,44	52,85	28,46	16,26

Gráfico N°.5 Fuente Encuesta a los estudiantes.

Del número de estudiantes encuestados, indican 2,44% que le profesor nunca dicta la materia en la clase, el 52,85% manifiesta que a veces, el 28,46% expresa que siempre y el 16,26% manifiesta que casi siempre.

Al dictar la materia el profesor, significa que aplica estrictamente la metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática.

Pregunta N° 2.- ¿El maestro le permite a usted participar activamente en el desarrollo de su clase?



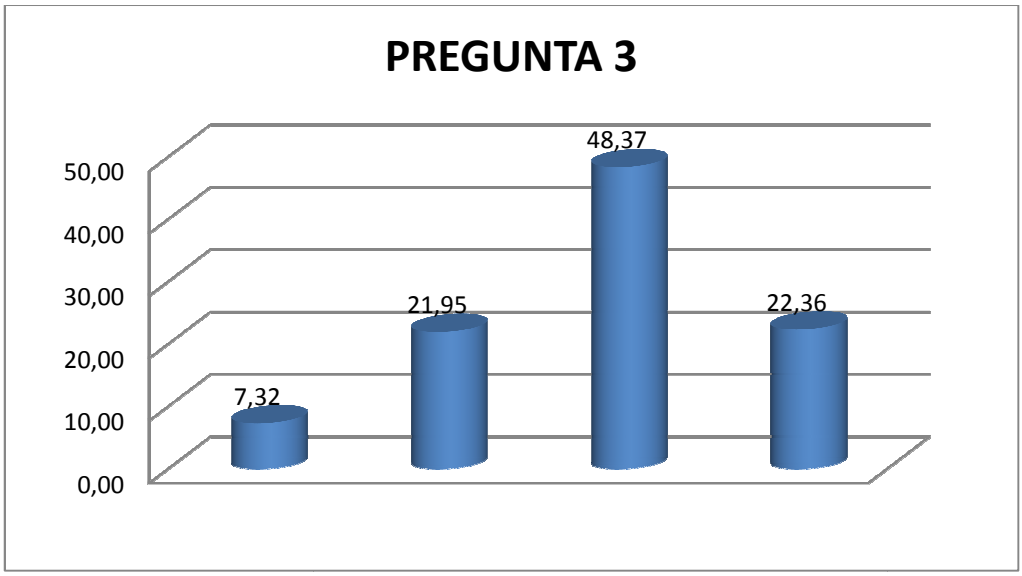
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
3,25	33,33	45,12	18,29

Gráfico N°.6. Fuente Encuesta a los estudiantes

El 3,25 % de estudiantes manifiestan que el maestro no les permite participar en clase, mientras que el 33,33% a veces, el 45,12% siempre y el 18,29% casi siempre les permite el maestro participar en el desarrollo de la clase.

Para Antón (1999), “es fundamental entender el aprendizaje no sólo como proceso social, sino como actividad que orienta las acciones cognitivas y que direcciona el desarrollo psicológico. A través del aprendizaje se hace posible que se desarrollen determinados procesos superiores que posibilitan el surgimiento de nuevas capacidades, para responder a las exigencias del medio y la cultura.”

Pregunta N° 3 ¿El maestro impone de la disciplina e n forma autoritaria en su hora de clase?



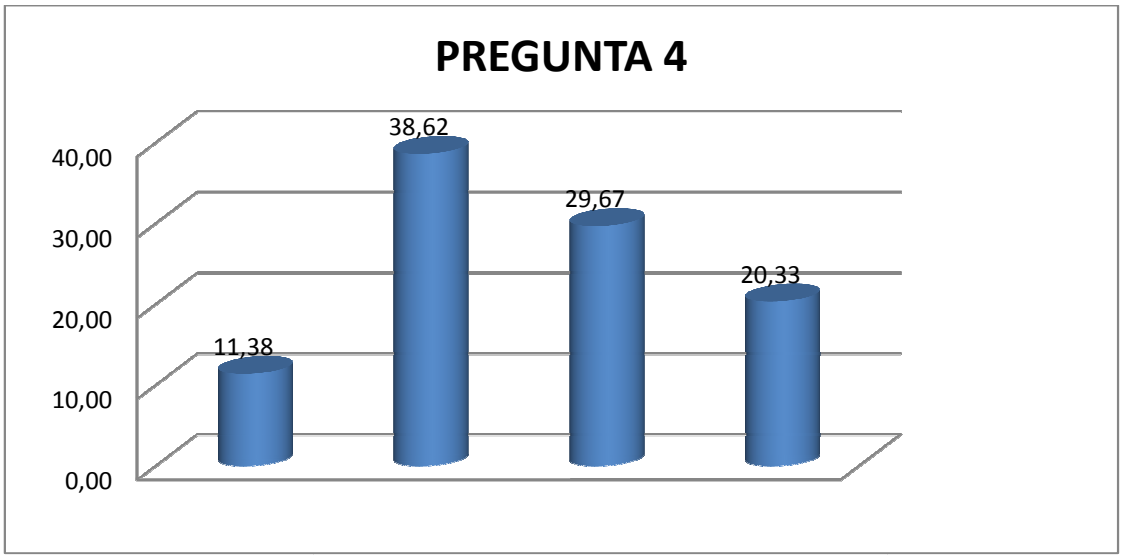
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
7,32	21,95	48,37	22,36

Gráfico N°7. Fuente encuesta a los estudiantes

El 7,32% manifiesta que el maestro impone la disciplina en forma autoritaria, el 21,95% a veces, el 48,37% siempre y 22,36% casi siempre.

El conductismo en el aula (Poveda) indica que “trabaja con objetivos instruccionales que deben ser claros, observables y medibles, estos objetivos debían estar formados por una condición básica, un cambio de comportamiento, bajo la premisa de mayor estimulo, mayor respuesta”.

Pregunta N°4. ¿En las tareas que usted realiza en casa, hace ejercicios parecidos a lo que hace el maestro en clase?



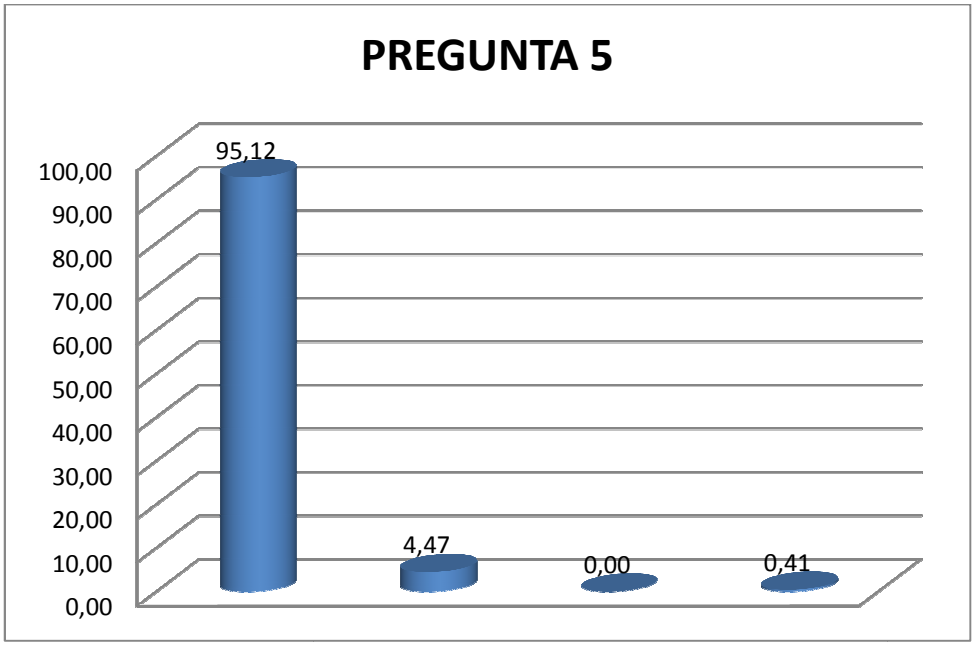
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
11,38	38,62	29,67	20,33

Gráfico N°8. Fuente encuesta a los estudiantes.

Analizando la gráfica de resultados se puede decir, que el 11,38% nunca realiza tareas parecidas a los ejercicios que el maestro realiza en clase, el 38,62% manifiesta que a veces, 29,67% siempre y el 20,33% casi siempre.

Es importante, que el alumno realice ejercicios parecidos a los que el maestro desarrolla en clase, debido a que el estudiante pueda tener habilidad y destreza para resolver distintos ejercicios tipos.

Pregunta N°5. ¿El maestro al desarrollar el contenido de Matemática usa recursos tecnológicos como software, computador, infocus?



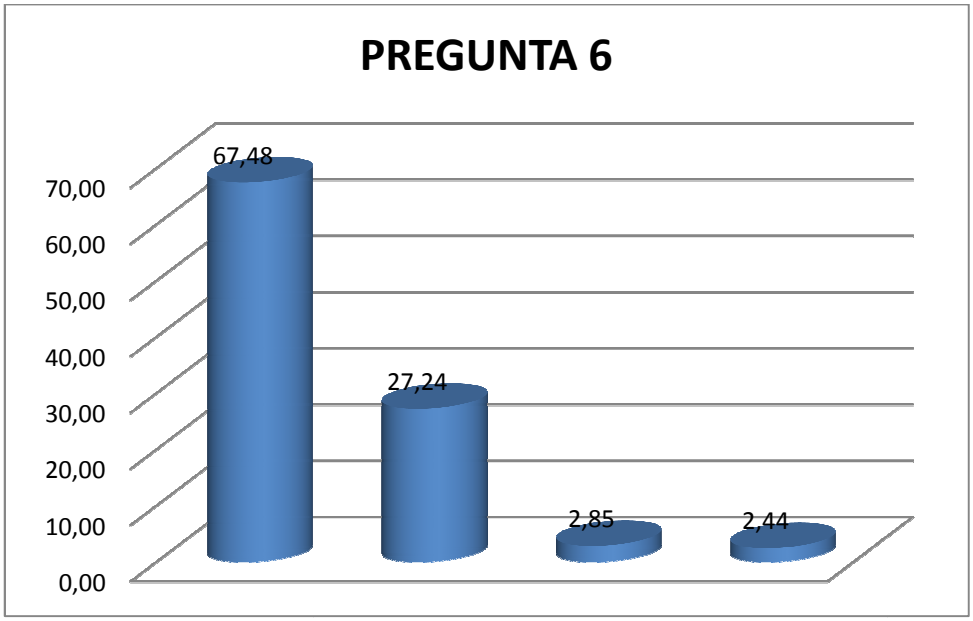
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
95,12	4,47	0,00	0,41

Gráfico N°9 Fuente encuesta a los estudiantes.

Podemos observar que el 95,12% de los estudiantes encuestados, manifiestan que nunca utiliza el maestro ningún recurso tecnológico informático y de la comunicación en el desarrollo de los contenidos de Matemática, el 4,47% indican que a veces, 0,0% siempre, el 0,41% casi siempre.

Vigotsky señala el aprendizaje es un proceso necesario y universal en el desarrollo de las funciones psicológicas y específicamente humanas y organizadas culturalmente. El aprendizaje es un proceso social, no privado o individualista, por lo tanto tiene que anteceder al desarrollo, para que el desarrollo continúe".

Pregunta N° 6. ¿El maestro le envía a investigar te mas de Matemática de acuerdo a su especialidad?



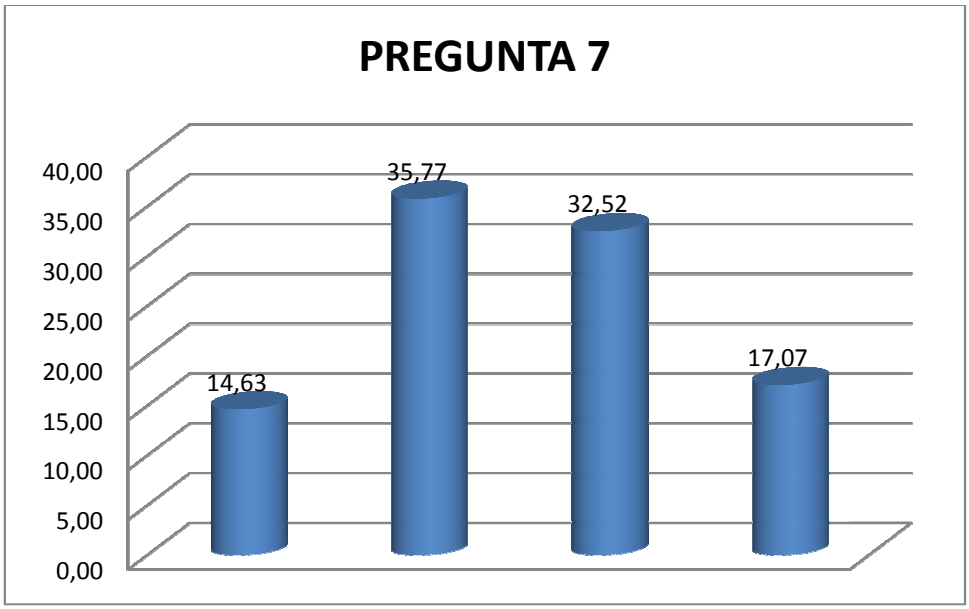
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
67,48	27,24	2,85	2,44

Gráfico N°10. Fuente encuesta a los estudiantes.

El 67,48% de los alumnos encuestados manifiestan que los maestros no les mandan a investigar sobre temas de acuerdo a la especialidad, el 27,24% indican que a veces, el 2,85% que lo hace siempre y 2,44% casi siempre.

Se puede dar cuenta que los maestros, nunca o a veces envían a investigar sobre temas de Matemática relacionados con la especialidad, es importante promocionar la investigación en los señores estudiantes ya que esto les permite desarrollar destrezas para comprender y estudiar en libros y revista de tipo científico.

Pregunta N° 7 ¿El maestro desarrolla ejercicios en el aula de su interés?



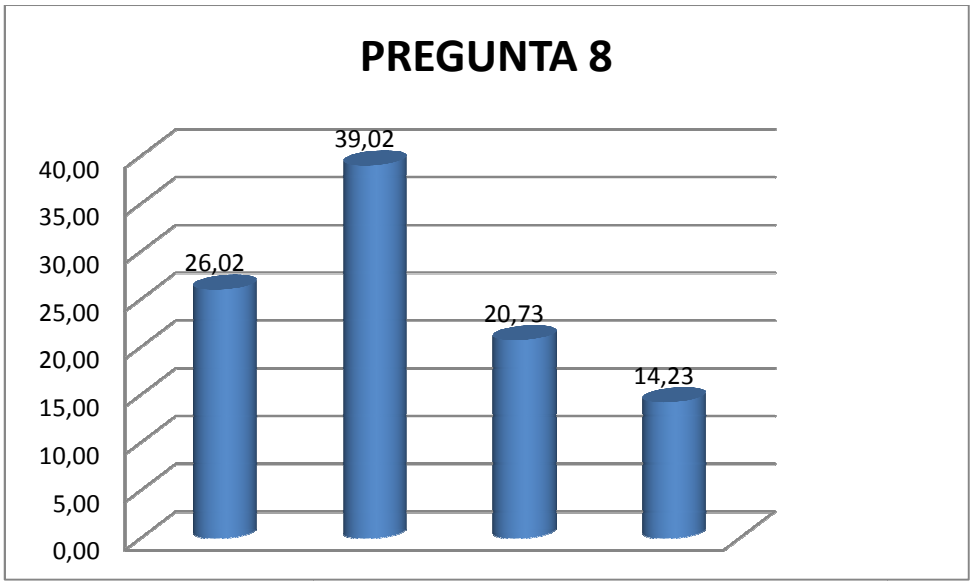
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
14,63	35,77	32,52	17,07

Gráfico N°11 Fuente encuesta a los estudiantes.

El 14,63% de alumnos encuestados indican que su maestro nunca desarrolla ejercicios en el aula de su interés, mientras que el 35,77 manifiesta que a veces, el 32,52% expresa que siempre y el 17,07 % dice que casi siempre.

Desde el punto de vista de la aplicación de la Matemática a cualquier especialidad, es importante que los estudiantes, conozcan y puedan aplicar los conocimientos en la solución de ejercicios de su respectiva especialidad u su aprendizaje sea más fácil.

Pregunta N° 8. ¿El maestro desarrolla en su hora de clase problemas aplicados a su especialidad?



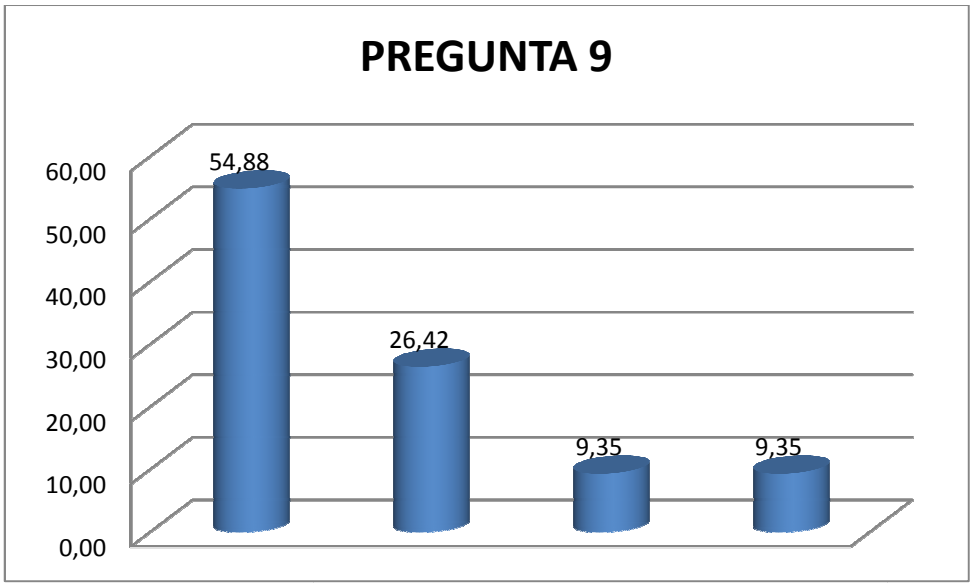
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
26,02	39,02	20,73	14,23

Gráfico N°12. Fuente encuesta a los estudiantes.

El 26,02% de los estudiantes encuestados manifiestan que el maestro en su hora de clase nunca realiza problemas aplicados a su especialidad, el 39,02% manifiestan que a veces, el 20,73 indican que siempre y el 14,23% casi nunca.

Es necesario incentivar en los estudiantes la solución de problemas que estén propuestos de acuerdo a su especialidad, ya que esto permite desarrollar el razonamiento lógico, encontrar que la matemática estudiada tiene aplicación-

Pregunta N° 9 ¿El maestro utiliza material didáctic o para la enseñanza de la Matemática de acuerdo a su especialidad?



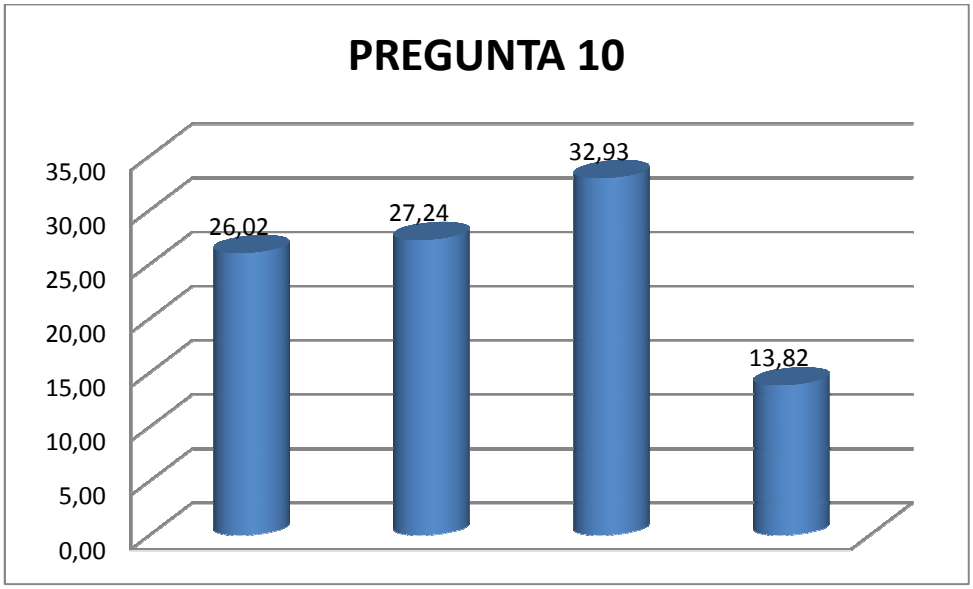
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
54,88	26,42	9,35	9,35

Gráfico N°13. Fuente encuesta a los estudiantes.

El 54,88% de estudiantes encuestados manifiestan que el maestro no utiliza material didáctico en la enseñanza de la Matemática, el 26,42% manifiestan que a veces utiliza material didáctico, 9,35% indica que siempre y el 9,35% manifiesta que casi siempre.

El uso de material didáctico en la enseñanza de la Matemática es importante ya que se puede entender el planteo de un problema, la solución de un ejercicio, de modo que el conocimiento sea óptimo.

Pregunta N° 10 ¿En los exámenes, las preguntas, ejercicios o problemas son planteados de acuerdo a su especialidad?



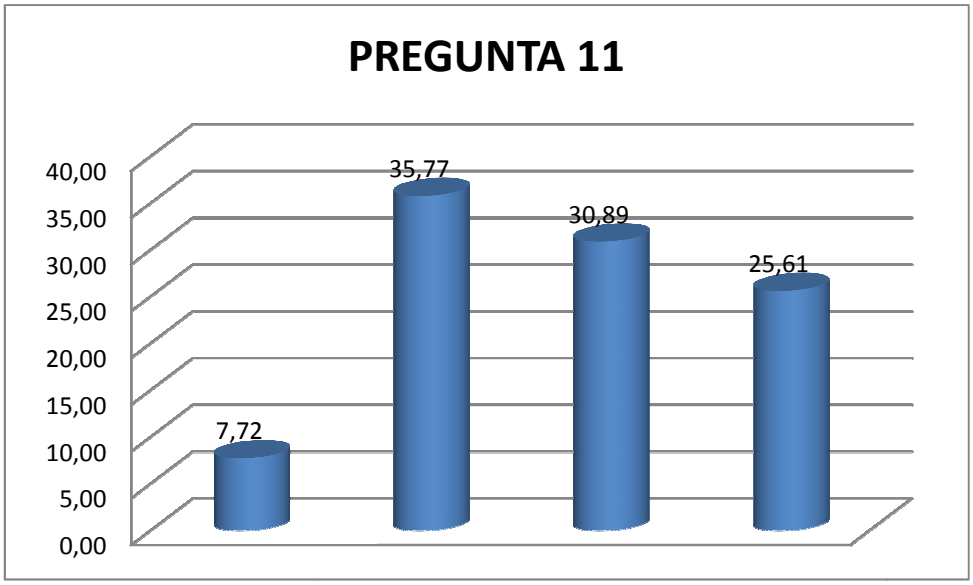
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
26,02	27,24	32,93	13,82

Gráfico N°14. Fuente encuesta a los estudiantes.

El 26,02% de los estudiantes encuestados manifiestan que las preguntas de los exámenes nunca son planteados de acurdo a su especialidad, el 27,24% manifiestan que a veces, el 32,93% indican que siempre y el 13,82% casi siempre.

Es importante destacar que la información es para todos los que interviene en el proceso evaluativo. Si nos referimos a la evaluación en el aula, la información que se produce es para los alumnos, para los docentes, para los padres de familia y para la institución.

Pregunta N°11 ¿Usted tiene la predisposición de aprender Matemática?



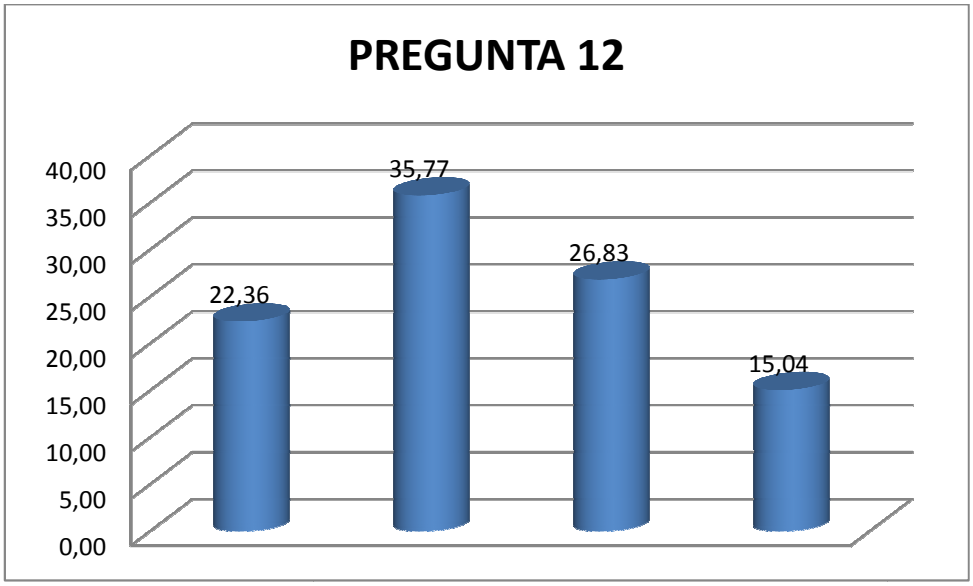
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
7,72	35,77	30,89	25,61

Gráfico N°15. Fuente encuesta a los estudiantes.

El 7,72% de los alumnos encuestados manifiestan que nunca tienen la predisposición de aprender Matemática, el 35,77% indican que a veces, el 30,89% expresan que siempre y el 25,61 dicen que casi siempre.

Es importante que los estudiantes tengan la predisposición de aprender Matemática debido a que el estudio resulta más fácil y agradable.

Pregunta N° 12 Los temas de Matemática que está aprend iendo están de acuerdo a su especialidad?



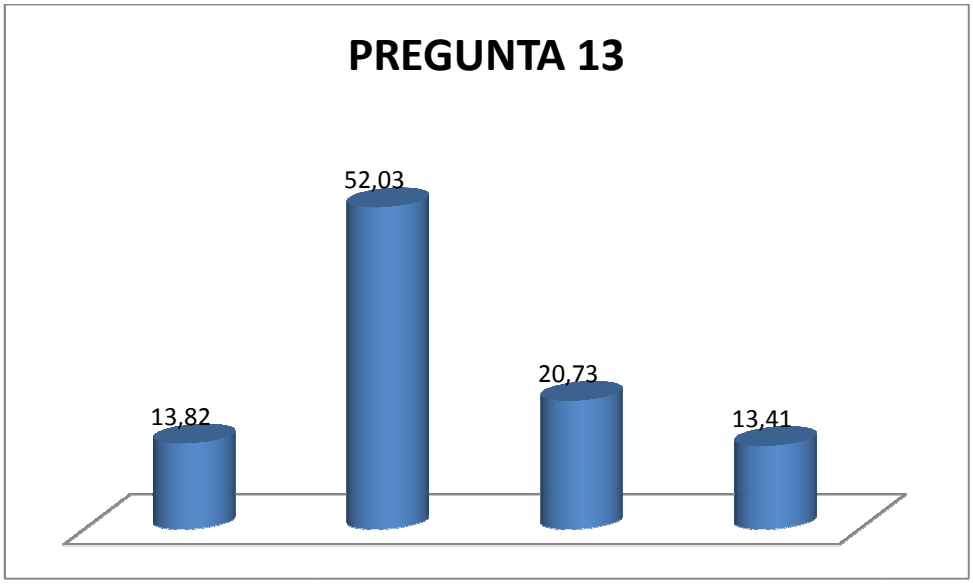
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
22,36	35,77	26,83	15,04

Gráfico N°16. Fuente encuesta a los estudiantes.

El 22,36% de los estudiantes encuestados manifiestan que los temas de Matemática que están aprendiendo no se relacionan con su especialidad, el 35,77% de los estudiantes expresan que a veces, mientras que el 26,83% indican que siempre y el 15,04% casi siempre.

Es adecuado que los temas de matemática que se estudien, deben estar relacionados con la especialidad de modo que la teoría dada tenga su aplicación inmediata.

Pregunta N° 13 ¿Usted tiene dificultad en aprender los temas de estudio de Matemática?



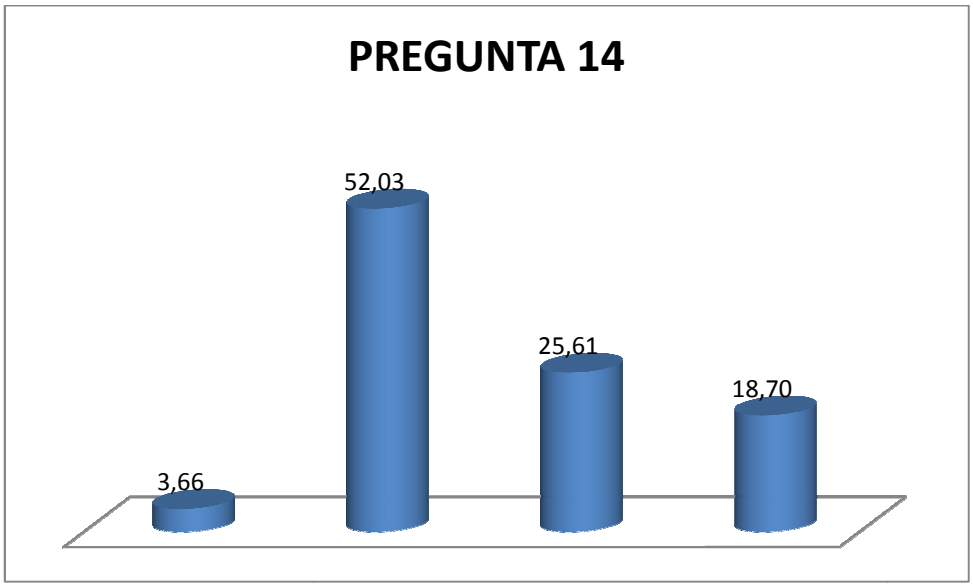
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
13,82	52,03	20,73	13,41

Gráfico N°17 Fuente encuesta a los estudiantes.

Los estudiantes encuestados, el 13,82% indican que no tienen dificultad en aprender los temas de estudio de Matemática, el 52,03% que a veces tienen problemas en el aprendizaje, el 20,73% expresan que siempre tienen dificultad al aprender y el 13,41% dicen que casi siempre tienen problemas en aprender Matemática.

Cuando la tendencia es a tener dificultades en el aprendizaje de Matemática es necesario buscar una nueva metodología activa para que permita mejorar el rendimiento académico.

Pregunta N° 14 ¿Cuando usted tiene una prueba o exa men de matemática, en ese mismo día tiene otros exámenes o pruebas?



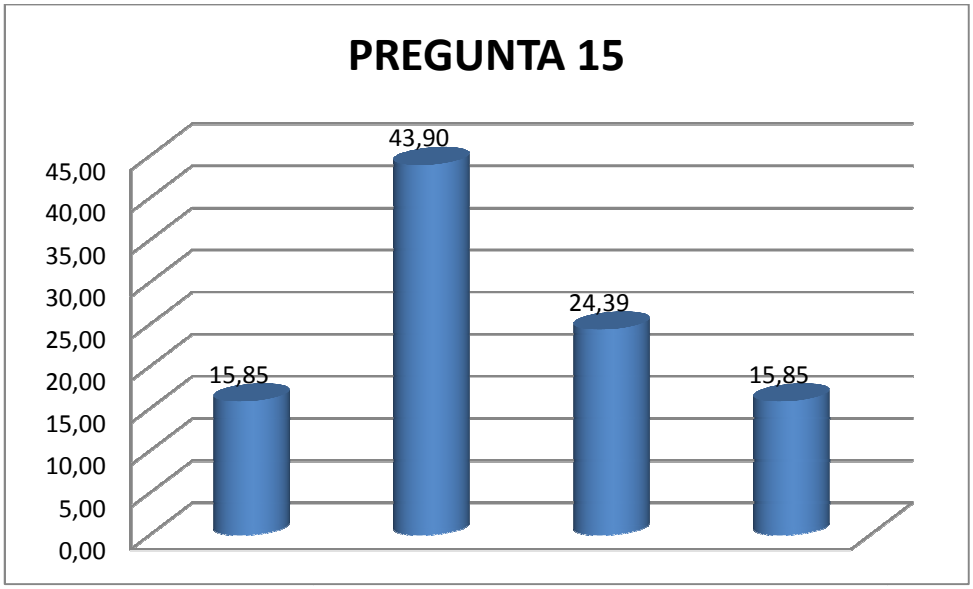
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
3,66	52,03	25,61	18,70

Gráfico N°18 Fuente encuesta a los estudiantes

El 3,66% de estudiantes encuestados manifiestan, que nunca coinciden más de una prueba o examen cuando son evaluados Matemática, el 52,03% expresan que si tienen a más del examen o prueba de matemática tienen otra evaluación, el 25,61% indican que siempre tienen más de una evaluación a parte de la prueba o examen de Matemática y el 18,70% manifiestan que casi siempre.

Se debe realizar una planificación adecuada en los períodos de exámenes, de modo que no coinciden en los días de exámenes dos o más materias de un grado de mayor dificultad, porte puede incidir en la evaluación de los jóvenes.

Pregunta N°. 15 ¿Los temas desarrollados cree que e stán de acuerdo a su especialidad?



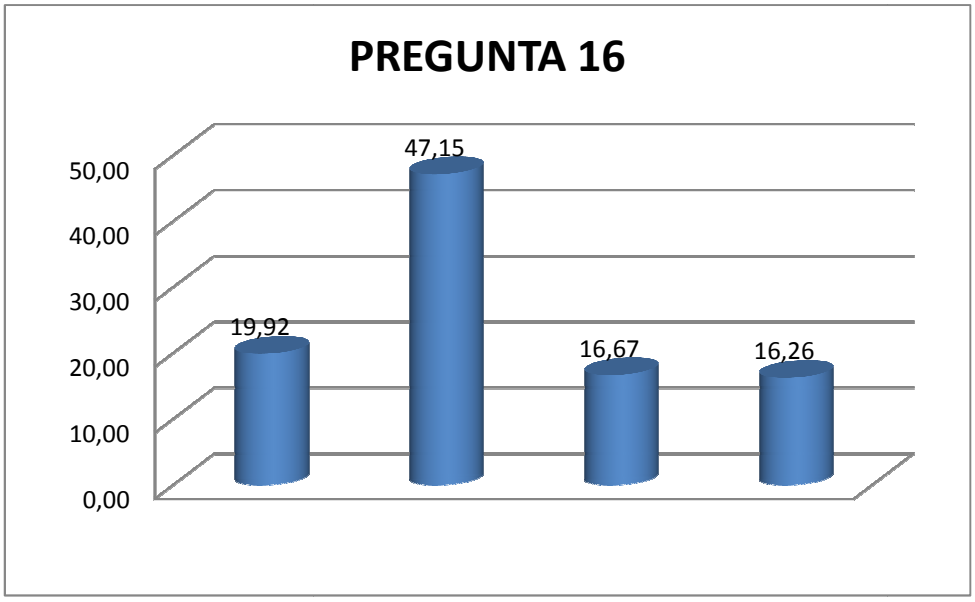
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
15,85	43,90	24,39	15,85

Gráfico N°19 Fuente encuesta a los estudiantes.

El 15,85% de estudiantes encuestados manifiestan que los temas desarrollados no están de acurdo a la especialidad, el 43,90% expresan que a veces los temas están acorde a la especialidad, el 24,39% indican que los temas desarrollados están siempre de acuerdo a la especialidad, y el 15,85% dicen que casi siempre los temas están desarrollados de acurdo a la especialidad.

Es conveniente realizar el desarrollo de contenidos de la asignatura de Matemática buscando problemas de acuerdo a su especialidad, donde se encuentre aplicación.

Pregunta N°16. ¿Usted se siente motivado para estu diar Matemática?



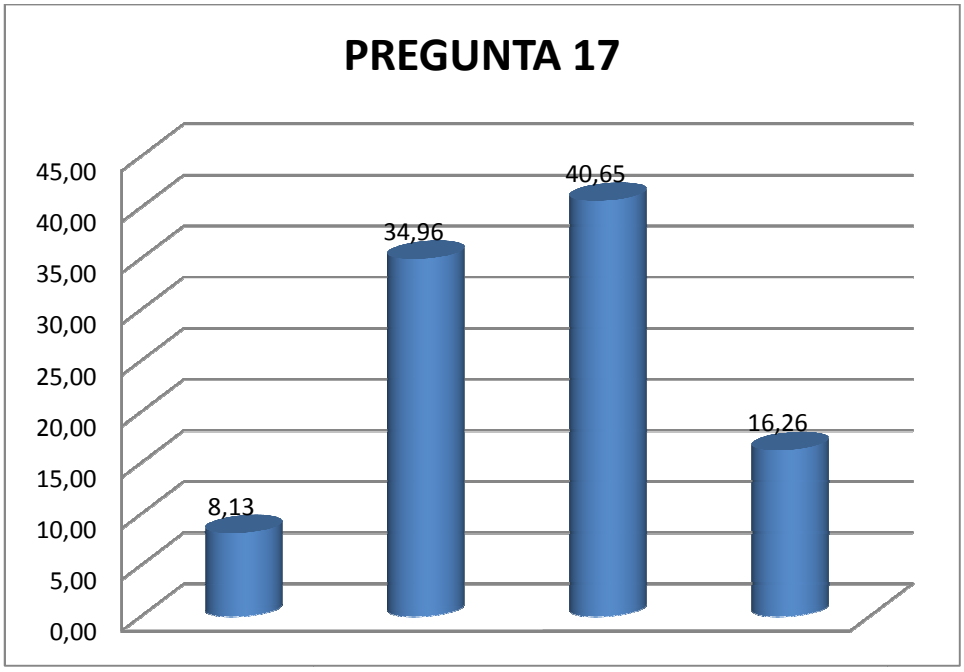
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
19,92	47,15	16,67	16,26

Gráfico N°20 Fuente encuesta a los estudiantes.

El 19,92% de los estudiantes encuestados indican que nunca están motivados para estudiar Matemática, el 47,15% expresan que a veces, el 16,67% manifiestan que siempre se encuentran motivados y el 16,26% dicen que casi siempre están motivados para el estudio de Matemática.

Es necesario motivar a los estudiantes para el estudio de la Matemática y ellos puedan llegar al conocimiento de una forma amena y fácil.

Pregunta N°17 ¿En las pruebas o exámenes su profes or le proporciona las preguntas en hojas impresa?



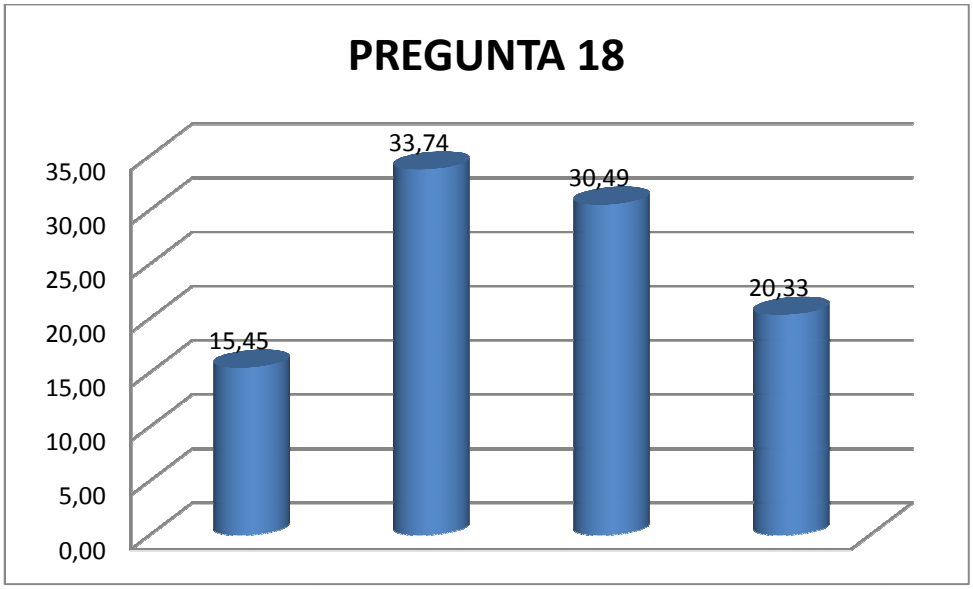
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
8,13	34,96	40,65	16,26

Gráfico N°21 Fuente encuesta a los estudiantes.

El 8,13% de estudiantes expresan que nunca el maestros entrega hojas impresas en las pruebas o exámenes, el 34,96 manifiestan que a veces, el 40,65%, indican que siempre y el 16,25% dicen que casi siempre.

Esto significa que casi todos los maestros de Matemática si elaboran instrumentos de evaluación adecuados y de manera técnica.

Pregunta N°18 ¿En las prue bas o exámenes su profesor le proporciona las preguntas, ejercicios o problemas en el pizarrón?



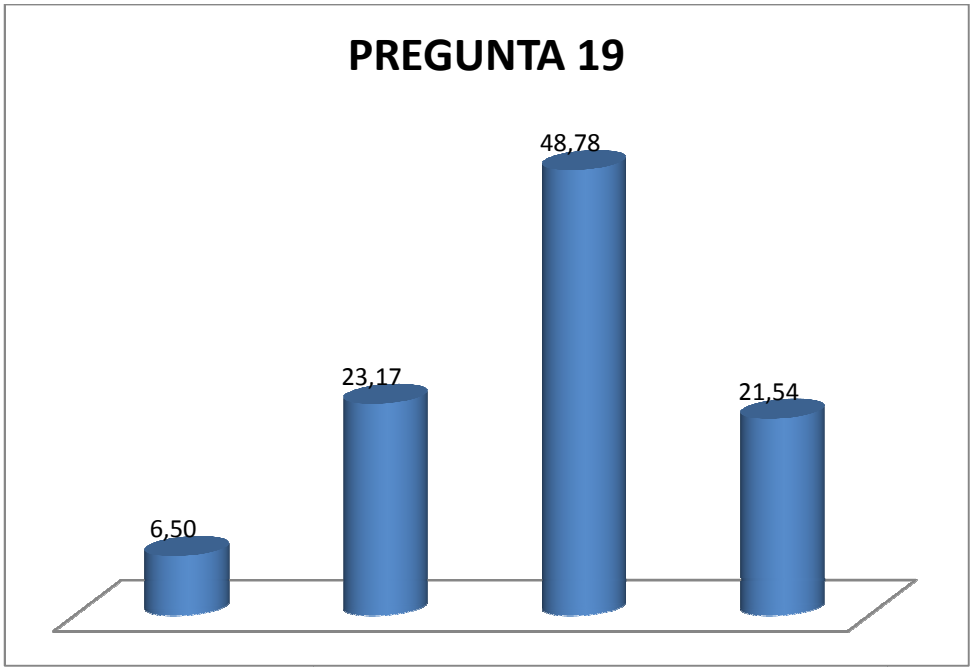
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
15,45	33,74	30,49	20,33

Gráfico N°22 Fuente encuesta a los estudiantes.

El 15,45 % de los estudiantes encuestados, manifiestan que el profesor escribe las preguntas, ejercicios o problemas en el pizarrón, el 33,74% dicen que a veces lo hace, el 30,49% expresan que siempre y el 20,33% lo hace casi siempre.

Para realizar las evaluaciones de conocimientos es importante elaborar un instrumento de evaluación, que cumpla con las características propias del instrumento.

Pregunta N°19 ¿En la prueba o examen su profesor l e hace preguntas de distinto tipo como: selección múltiple, verdadero o falso, etc.?



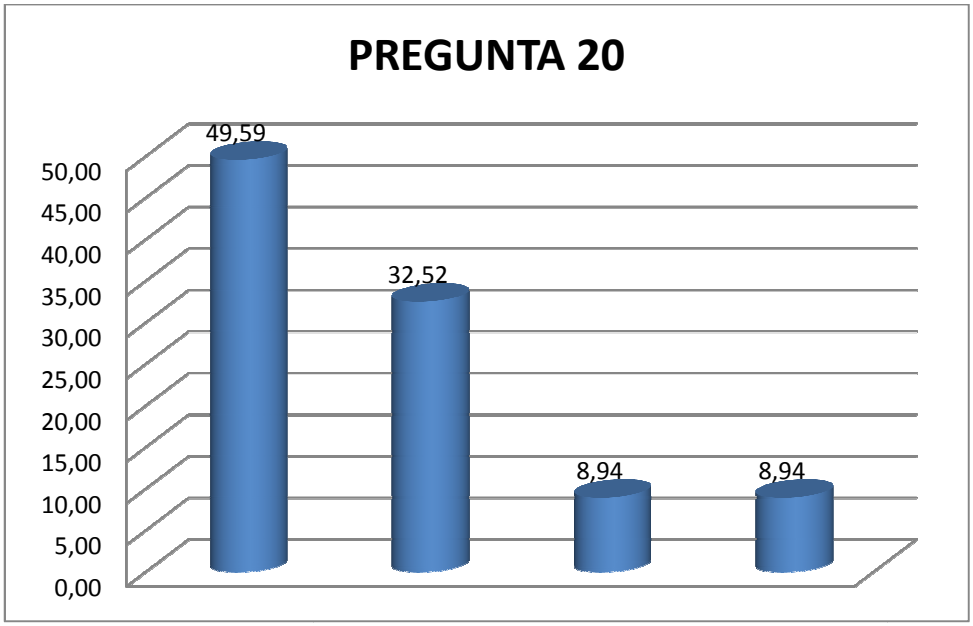
Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
6,50	33,74	48,78	21,54

Gráfico N°23 Fuente encuesta a los estudiantes.

El 6,50 % de los estudiantes encuestados manifiestan que nunca su profesor utiliza en las pruebas o exámenes distintos tipos de preguntas, 23,17% indican que a veces, 48,78% dicen que siempre y el 21,54% lo expresan que casi siempre.

Con esta tendencia indica que los maestros si elaboran técnicamente los instrumentos de evaluación.

Pregunta N 20. ¿Al ser calificado su prueba o examen, usted ha notado que el maestro le ayuda o le perjudica?



.Nunca	A veces	Siempre	Casi Siempre
49,59	32,52	8,94	8,94

Gráfico N°24 Fuente encuesta a los estudiantes.

El 49,59 % de los encuestados manifiestan que su maestro no lo ayuda ni lo perjudica al momento de la calificación de pruebas y exámenes, el 32,32% in dican que a veces, el 8,94% expresan que siempre son perjudicados o ayudados, el 8,94% dicen que casi siempre son perjudicados a ayudados por su maestro de matemática al momento de ser calificado su examen o prueba.

Esto indica que los maestros el momento de calificar las pruebas actúan de manera imparcial y evitan la subjetividad.

4.2 Encuesta a los Señores Profesores del Área de Matemática

En el siguiente cuadro se presentan los datos a 18 maestros.

Preguntas	Nunca	A veces	Siempre	Casi siempre	
1	7	4	7	0	**TOTAL**
2	1	0	16	1	18
3	4	4	7	3	18
4	0	3	13	2	18
5	0	4	12	2	18
6	8	9	1	0	18
TOTAL	20	24	56	8	18
					108

Cuadro N°7.
Elaborado por: Carrera W.

La encuesta a los señores profesores del área de Matemática es:

CUESTIONARIO

No.	Pregunta	Nunca	A veces	Siempre	Casi siempre
1	¿Usted dicta la materia en sus horas clase?				
2	¿Usted permite la participación activa de los estudiantes en el desarrollo de su clase?				
3	¿Usted envía a los estudiantes a desarrollar contenidos de Matemática de acuerdo a la especialidad?				
4	¿Usted desarrolla problemas de aplicación de acuerdo a la especialidad?				
5	¿En las pruebas y exámenes usted plantea problemas de aplicación de acuerdo a la especialidad?				
6	¿En el desarrollo de los contenidos de Matemática usted				

	utiliza software, computador, infocus o algún otro recurso tecnológico?				

En lo que respecta a las encuestas a los señores profesores se concluye:

Pregunta 1

¿Usted dicta la materia en sus horas de clases?

De los 18 maestros podemos afirma que 7 nunca dictan la materia en clase, 4 manifiestan que a veces, 7 indican que siempre dictan la materia en sus horas de clase.

Pregunta 2

¿Usted permite la participación activa de los estudiantes en el desarrollo de su clase?

Un maestro indica que nunca permite la participación de los estudiantes en sus horas de clase, 16 maestro manifiestan que siempre permiten la participación de los estudiantes y uno indica que casi siempre lo hace.

Pregunta 3

¿Usted envía a los estudiantes a desarrollar contenidos de la Matemática de acuerdo a la especialidad?

Cuatro maestros indican que nunca lo hacen, cuatro maestros manifiestan que a veces, siete maestros lo hacen siempre y tres maestros lo hacen casi siempre.

Pregunta 4

¿Usted desarrolla problemas de aplicación de acuerdo a la especialidad?

Tres Maestros manifiestan que lo hacen a veces, trece indican que siempre desarrollan problemas de aplicación de acuerdo a la especialidad y dos lo hacen casi siempre.

Pregunta 5

¿En las pruebas y exámenes usted plantea problemas de aplicación de acuerdo a la especialidad?

Cuatro maestros indican que a veces, doce maestros manifiestan que siempre plantean problemas de aplicación en pruebas y exámenes, y dos maestros lo hacen casi siempre.

Pregunta 6

¿ En el desarrollo de los contenidos de matemática usted utiliza software, computador, infocus o algún otro recurso tecnológico?

Ocho maestro indican que nunca, 9 maestros manifiestan que a veces y 1 maestro dice que utiliza siempre los recursos tecnológicos de la información.

4. 3 VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS

Para probar la hipótesis planteada, después de haber realizado las encuestas a los estudiantes y a los señores profesores del área de Matemática y realizar el cruce de variables entre la pregunta 9 y 13 de las encuestas a los alumnos, se utilizará el estadístico chi cuadrado, su notación es: X^2.

Su modelo matemático está definido como:

$$X^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(Po - Pe)^2}{Pe} \right)$$

Donde:

Po: Es la frecuencia observada.

Pe: Es la frecuencia esperada.

X^2: Chi cuadrado.

CUADRO PARA EL CÁLCULO DE CHI CUADRADO

COMBINACIÓN	Po	Pe	Po-Pe	(Po-Pe)**2	
NUNCA-NUNCA	21	19,78	1,22	1,49	((Po-Pe)**2)/Pe
NUNCA- A VECES	63	72,33	-9,33	87,05	0,08
NUNCA- SIEMPRE	34	29,38	4,62	21,34	1,20
NUNCA-CASISIEMPRE	21	17,52	3,48	12,11	0,73
AVECES-NUNCA	9	8,68	0,32	0,10	0,69
AVECES- AVECES	39	31,74	7,26	52,71	0,01
AVECES-SIEMPRE	9	12,89	-3,89	15,13	1,66
AVECES-CASISIEMPRE	4	7,69	-3,69	13,62	1,17
SIEMPRE-NUNCA	1	3,27	-2,27	5,15	1,77
SIEMPRE- AVECES	14	11,97	2,03	4,12	1,58
SIEMPRE-SIEMPRE	4	4,86	-0,86	0,74	0,34
SIEMPRE-CASISIEMPRE	4	2,90	1,10	1,21	0,15
CASISIEMPRE-NUNCA	4	3,27	0,73	0,53	0,42
CASISIEMPRE-AVECES	12	11,97	0,03	0,00	0,16
CASISIEMPRE-SIEMPRE	5	4,86	0,14	0,02	0,00
CASISIEMPRE-CASISIEMPRE	2	2,89	-0,89	0,79	0,00
TOTALES	246	246,00	0,00	216,12	0,27
			CHI CUADRADO=		10,244

Cuadro N°8.
Elaborado por: Carrera W.

4.3.2 **Planteamiento de Hipótesis y su Modelo de Decisión**

HIPÓTESIS NULA: Ho

"La metodología tradicional en la enseñanza de la matemática no incidirá en el rendimiento académico de los alumnos del primer año de bachillerato del Instituto Nacional Mejía."

HIPÓTESIS ALTERNATIVA: H1

"La metodología tradicional en la enseñanza de la Matemática incidirá en el rendimiento académico de los alumnos del primer aña de bachillerato del Instituto Nacional Mejía."

4.3.3 Regla de Decisión.

Se aplicará nivel de significancia se simboliza: $\propto = 0{,}05$ (es investigación de tipo social).

N: Número de alumnos encuestados= 246.

n: Número de clases = 4

Grados de libertad se simboliza: gl = (m-1)(n-1)= (4-1)(4-1) = 9.

Chi cuadrado de tabla: $X^2 = 16{,}919$

Chi cuadrado calculado: $X^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(\frac{(Po-Pe)^2}{Pe} \right)$

X^2 =0,08+1,20+0,73+0,69+0,01+1,66+1,17+1,77+1,58+0,34+0,15+0,42+0,16

= 10,244.

Como: X^2 (tabla)= 16,919 $>$ X^2(calculado)= 10,244, se rechaza Ho.

Esto significa:

H1:" La metodología tradicional en la enseñanza de la matemática incidirá en el rendimiento académico de los alumnos del primer año de bachillerato de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía"

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Luego del respectivo análisis e interpretación de cada pregunta de las encuestas realizadas a los estudiantes y profesores de Matemática del Instituto Nacional Mejía, y la prueba de hipótesis respectiva, es importante indicar las siguientes conclusiones y recomendaciones.

5.1. CONCLUSIONES

En el estudio de los contenidos de Matemática que observa que falta motivación por parte del maestro.

Los maestros no utilizan material didáctico cuando imparten su hora de clase.

Casi ningún maestro hace uso de los recursos tecnológicos de información para la enseñanza de la Matemática.

No se desarrollan contenidos programáticos acorde a los intereses de los estudiantes para que el aprendizaje de la Matemática sea significativo.

En las clases desarrolladas de Matemática no utilizan medios de comunicación e informáticos para las aplicaciones respectivas.

5.2. **RECOMENDACIONES.**

Las clases de Matemática, deben ser más activas durante todo el proceso de enseñanza aprendizaje, para romper todos los esquemas de metodológicas tradicionales que existen en el proceso educativo.

Los maestros deben realizar las planificaciones adecuadas para desarrollar material didáctico para que se facilite el aprendizaje de Matemática.

Los maestros deben hacer usos de los medios tecnológicos de la información, realizando aplicaciones en la solución de problemas, mediante software educativo.

El maestro debe realizar una planificación adecuada y buscar aplicaciones de modo que se pueda usar los medios de comunicación y la informática.

CAPÍTULO VI

PROPUESTA

TEMA DE LA PROPUESTA:

Elaborar un texto guía con una metodología actualizada con el avance tecnológico de la información, para el primer año de bachillerato para mejorar el rendimiento académico.

6.1. DATOS INFORMATIVOS.

En el Ecuador no se han establecido políticas educativas, nacionales hasta antes del año de 1996; sin embargo con la Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación General Básica que se realizó a partir del año 1996, en las áreas de Lenguaje y Literatura, Matemática, Estudios Sociales y Ciencias Naturales, que se oficializó un nuevo currículum para la Educación General Básica fundamentando en el desarrollo de destrezas y la aplicación de los ejes transversales que recibió el nombre de “Reforma Curricular de la Educación Básica”.

Al no existir política nacional establecida para el bachillerato, se plantea la Elaboración de un texto guía de matemática con una metodología actualizada con el avance tecnológico de la información, para el primer año de bachillerato para mejorar el rendimiento académico.

Están considerados los siguientes ejes:

EJE INTEGRADOR DEL ÁREA.

Es el adquirir definiciones, conceptos, leyes e instrumentos matemáticos que desarrollen el pensamiento lógico matemático y crítico para resolver problemas mediante la elaboración de modelos.

Se debe promover en los estudiantes la capacidad de resolver problemas modelándolos con lenguaje matemático, resolviéndolos eficientemente e interpretando su solución.

EJE DE APRENDIZAJE.

El eje de aprendizaje abarca:

La abstracción, generalización, hipótesis y demostración; la integración de conocimientos, la comunicación de las ideas matemáticas; y el uso de las tecnologías de la información en la solución de problemas.

MACROS – DESTREZAS.-

Las destrezas con criterio de desempeño tienen tres categorías:

1.- CATEGORÍA CONCEPTUAL.-

El desarrollo, el conocimiento y reconocimiento de las definiciones, conceptos matemáticos (su significado) sus representaciones diversas (incluyendo la lectura e interpretación de su simbología), sus propiedades y las relaciones entre ellos y con otras ciencias.

2.- PROCEDEMENTAL O CALCULATIVA.-

Son los algoritmos, procedimientos, uso y manipulaciones simbólicas y cálculo mental.

3.- MODELIZACIÓN.-

La modelización es la capacidad de representar un problema no matemático (mayoría de las veces), mediante definiciones, conceptos y con el lenguaje matemático, resolver y luego interpretar los resultados obtenidos para resolver el problema.

LOS BLOQUES CURRICULARES

Son todos los bloques de conocimientos a desarrollarse durante el año lectivo.

En tal razón se elabora un texto guía de matemática con una metodología actualizada con el avance tecnológico de la información, para el primer año de bachillerato para mejorar el rendimiento académico.

6.2 ANTECEDENTES DE LA PROPUESTA

A nivel del bachillerato, no existe todavía una reforma curricular, de modo que todos los estudiantes en ciencias tengan el mismo nivel de conocimientos; sin embargo las autoridades respectivas han permitido que los colegios realicen sus propias planificaciones curriculares.

En todas las épocas, siempre ha sido un problema el cómo enseñar las ciencias, especialmente la Matemática a los estudiantes y que su conocimiento, formación y aprendizaje sea fructífero que le sirva para la vida.

El estudiante del primer año de bachillerato, debe conocer conceptos, leyes, propiedades de modo que pueda resolver problemas, comenzar a entender el lenguaje matemático, sus representaciones, lo pueda interpretar y generalizar correctamente.

El estudiante tiene la oportunidad de hacer uso de las tecnologías de la comunicación para la toma de datos, elaboración de tablas, gráficos donde se utilizan conocimientos matemáticos.

6.2. JUSTIFICACIÓN.

El primer año de bachillerato, requiere de una adecuada planificación de los contenidos programáticos para que los estudiantes aprendan y tengan los conocimientos de los conceptos, teoremas, plantear y resolver problemas, usando las nuevas tecnologías de la comunicación en ciertos modelos matemáticos.

Por esta razón, es necesario elaborar un texto guía de Matemática, con el avance tecnológico de la información para el primer año de bachillerato, para mejorar el rendimiento académico de los estudiantes de la especialidad de Química y Biología del Instituto Nacional Mejía.

6.4. OBJETIVOS

- **OBJETIVO GENERAL**

  Elaborar un texto guía de Matemática, con el avance de la tecnología de la información para el primer año de bachillerato de la especialidad de Qímica y Biología del Instituto Nacional Mejía.

- **OBJETIVOS ESPECÍFICOS.**

  1. Utilizar el texto guía de Matemática en todos los paralelos del primer año de bachillerato del Instituto Nacional Mejía.
  2. Ejecutar aplicaciones propuestas en el texto para la solución de ejercicios y problemas propuestos.
  3. Enviar ejercicios y problemas para que los estudiantes, resuelvan analíticamente y mediante el uso de software matemático.

6.5. **ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD**

Es importante el desarrollo de esta propuesta debido a que el próximo año se inicia en el mes de septiembre con (BGU), esto permite que el colegio Mejía tenga un texto guía de Matemática para que todos los maestros y estudiantes puedan utilizarlos, en el desarrollo de contenidos y además se realicen aplicaciones utilizando software matemático en algunos modelos y problemas planteados.

Esta propuesta permitirá al maestro tener un texto guía para el desarrollo de contenidos, y realizar aplicaciones con el uso de la tecnología de la comunicación; al estudiante le beneficiará para aprender matemática, realizar aplicaciones con uso de software, que le permitirá mejorar el rendimiento académico. Esto estará sujeto a la autorización de las autoridades del colegio y la colaboración de los maestros.

6.6. FUNDAMENTACIÓN

El maestro, cuando enseña Matemática a los estudiantes, casi siempre enfrenta problemas especialmente en lo que se refiere al rendimiento académico, por eso SUCHODOLSKY A. plantea una educación que despierte en los jóvenes la fuerza para construir su futuro en una nueva civilización.

La educación no debe ser una mera adaptación para los cambios tecnológicos del progreso y desarrollo, sino para la realización creadora del trabajo profesional y la participación activa en la vida social, debe existir una formación en valores cívicos y el desarrollo de una vida cultural.

La postmodernidad educativa inspirada en la obra de NIETZSCHE propugna desde el pensamiento, el impacto de la tecnología y desde la filosofía de sistemas, una nueva concepción del hombre y al mismo tiempo define las características de la sociedad tecnológica del futuro.

Por tanto, la postmodernidad se presenta ante la educación como una filosofía y como una consecuencia de la sociedad tecnológica; por consiguiente el hombre inmerso en los contextos tecnológicos.

Con el aparecimiento de las nuevas tecnologías de la información, las que han posibilitado las transformaciones que han modificado la sociedad y en consecuencia, las condiciones que genera el conocimiento.

La teoría de la educación, es posible que haya utilizado la teoría de sistemas como instrumento, como tecnología conceptual para desarrollar la ponencia materialista, lo que ha llevado a plantear un enfoque de sistemas como contexto epistemológico y de apoyo al paradigma tecnológico de la educación.

La educación del futuro tendrá que modificar sus contenidos, mallas curriculares. En consecuencia la transmisión de contenidos educativos se basará en la enseñanza y aprendizaje de lenguajes que alimenten a las nuevas tecnologías de la información, tendrá sentido funcional e inmediato, por lo que el sistema educativo deberá perfeccionar sus capacidades transmisivas lo que se podrá conseguir mediante el uso de la tecnología de la información.

La formación educativa, debe plantearse en términos de eficiencia y de utilidad, porque la enseñanza individual, así como el valor del individuo

serán importantes rompiendo todos los criterios sociales y de las teorías marxistas.

La sociedad postmoderna incluye el lazo social como consecuencia de la tecnología de la comunicación, el hombre será un ser aislado, solo, pero al mismo tiempo conectado a las redes de Internet, redes sociales, sistemas audiovisuales, etc. que lo pondrán en contacto con todo el mundo.

TOFFLER A. Concibe la educación del futuro a partir de las siguientes características:

1. INTERACTIVIDAD o educación a través de tecnología interactiva, con capacidad bidimensional de respuesta (alumno- máquina o viceversa)
2. MOVILIDAD o capacidad de desarrollar la educación en cualquier ambiente o institución.
3. COVERTIBILIDAD o capacidad de transmitir y procesar información entre medios y redes diferentes a fin de conformar sistemas complejos y multivariados de uso común.
4. CONECTABILIDAD o posibilidad de conexión que el estudiante poseerá con varias fuentes de información.
5. OMNIPOTENCIA o democratización total de la información.
6. MUNDIALIZACIÓN o información sin frontera, ni diferencias.

Se puede decir que la educación no se basará en programas rígidos, se conformará en situaciones abiertas y serán fundamentalmente focos de experimentación y de innovación continua.

En consecuencia, educar será innovar y aprender a vivir con el cambio.

TOFFLER A. manifiesta que para obtener tales logros serán necesarias tres estrategias que son:

1. Cambios en los docentes actuales(La educación será tan importante en el futuro que su responsabilidad no podrá estar solo en manos de los maestros y profesores, vamos a una sociedad educadora y educan te). Además se tendrá que cambiar contenidos, los lenguajes como cultura, se tendrá que aportar a una orientación de los conocimientos en relación al futuro, es decir la innovación constante y continua.
2. La educación se asentará en la tecnología y en la innovación. Para ello se requerirá de una pedagogía que poco a poco se reconvierta en una verdadera tecnología cognitiva, es decir, deberá ampliar su conocimiento en orden como aprenda el educando, para así desarrollar su capacidad intelectual ya que la innovación será la innovación del conocimiento, siendo las tecnologías informáticas una fuente primordial para el logro de este conocimiento del futuro, o sea el conocimiento virtual.
3. La sociedad es una sociedad del saber, de la ciencia, de los sistemas, propiciando todo ello por la tecnología y por el avance de las capacidades y posibilidades intelectuales del hombre; de un hombre que no requiere de certezas externas, sino que se basta así mismo para saber dónde se encuentra la verdad. El logro del hombre que rompe con los absolutos, porque se sabe que se basta así mismo.

   La misión de la educación se basará en el logro mediante el saber del hombre autosuficiente y creador de su futuro.

Concluyendo: La educación se basará en lo teórico, en la filosofía de sistemas, con el fin de dar una explicación científica.

La teoría de sistemas es capaz de explicar la educación sin aportes humanísticos y con posibilidades científicas.

A nivel práctico la educación se basará en las nuevas tecnologías de la información como elemento básico del desarrollo del saber y de la innovación del conocimiento.

En el desarrollo de la propuesta se considera los siguientes aspectos para el docente como para el estudiante: El problema, la experimentación, el modelar, La interpretación y la generalización.

1. **EL PROBLEMA**.-

El maestro al iniciar temas generales, debe proponer uno o varios problemas o situaciones, cuya representación matemática, utilizará definiciones matemáticas principales que se requiera estudiar el tema.

El estudiante deberá leer el problema, averiguará sobre él, en la cual posiblemente no entienda el problema.

2. **EXPERIMENTACIÓN.-**

El maestro propondrá diversas actividades a los estudiantes para que se familiaricen con el problema o situación. Estas actividades pueden ser en experimentar con los elementos del problema, lo que le permitirá registrar datos mediante tablas o gráficas. A partir de estas representaciones, los estudiantes podrán formular hipótesis, descubrir soluciones o también algunas “no soluciones”. El docente, contará con el material didáctico y el vocabulario suficientes para introducir las

definiciones de los aspectos en estudio, que facilitarán la solución de los problemas o dar explicación a alguna situación.

En esta fase, se tiene la oportunidad de hacer uso de las tecnologías de la información, mediante la toma de datos, la elaboración de tablas, de gráficos etc. También permite integrar los conocimientos adquiridos de Matemática que los estudiantes conocen.

En esta fase también se puede plantear la hipótesis, cuando se analizan, se interpretan los datos obtenidos, y se proponen procesos para resolver el problema.

3. MODELAR.

El modelar un problema es, pasar los datos y hacer una representación de los elementos del problema, estableciendo las relaciones existentes entre ellos, mediante definiciones matemáticas, obteniendo relaciones donde se identificarán las variables dependientes e independientes, donde se especificará el tipo de función dada.

En esta fase, la abstracción es una de las principales herramientas que el estudiante debe tener, también debe estar en capacidad de identificar las variables y las relaciones que existen entre ellas. El estudiante debe hacer uso correcto del lenguaje de modo que le permita elegir los símbolos que representan a los elementos del problema.

4. INTERPRETACIÓN Y GENERALIZACIÓN.

Una vez obtenido el modelo, se resuelve el problema, se interpreta los resultados matemáticos para dar solución al problema original. Se debe enfatizar en que la solución matemática encontrada permite obtener métodos generales que puedan resolver una variedad de problemas “del mismo tipo”, o pueden guiarnos a dar solución a problemas más complejos, pero, para ello, es necesario estudiar, con mayor profundidad, las definiciones que surgieron como abstracciones de los elementos que intervinieron en la elaboración del modelo.

En esta fase, también se puede estudiar varios conceptos únicamente con motivaciones matemáticas para demostrar un teorema mediante dos métodos diferentes.

En esta fase, es importante los niveles de abstracción, la generalización, el uso correcto de la lengua, las tecnologías de la comunicación también estarán presentes.

La manera de saber que algo es la solución es “probar”, justificar, que lo hallado es una solución; parte del desarrollo de las definiciones que están encaminados para ese fin.

6.7 **METODOLOGÍA Y MODELO OPERATIVO**

La metodología para dar a conocer a los maestros de matemática, la propuesta será mediante un documento base, socializar en el área, una capacitación y demostración de aplicaciones.

PLAN OPERATIVO

ACTVIDADES	FASES	RECURSOS	COSTOS	RESPONSABLES	TIEMPO
SENSIBILIZAR AUTORIDADES	2011-10-04	OFICIO	0.50	AUTORIDADES Y AREA	1H00
SOCIALIZACION DEL PROYECTO	2011-10-05	DOCUMENTO BASE	63.00	JEFE DE AREA	2H00
CAPACITACION A MAESTROS	2011-10-12	INFOCUS, PC	20.00	JEFE DE AREA	4H00
DEMOSTRACION APLICACIONES	2011-10-19	INFOCUS, PC Y SOFTWARE	5.00	JEFE DE AREA	1H00
EVALUACIÓN	2011-10-19	INSTRUMENTO EVALUACIÓN	1.00	JEFE DE AREA	1H00

6.8 ADMINISTRACIÓN.

La administración de la propuesta lo realizará el señor Jefe del Área de Matemática, luego de que sea conocido como se va a llevar a cabo la ejecución de la propuesta.

La propuesta se ejecutará en el Instituto Nacional Mejía, que está ubicado en la Calle Vargas N 13- 93 y Arenas.

6.9 DESARROLLO DE LA PROPUESTA

FUNCIÓN

Definición.- Sean A y B dos conjuntos no vacíos cualesquiera, una función f de A en B, cuya notación es f: A→B, por facilidad la notación será f(x), es una correspondencia que a cada elemento de A (x∈A), le corresponde un único elemento de B (y∈B).

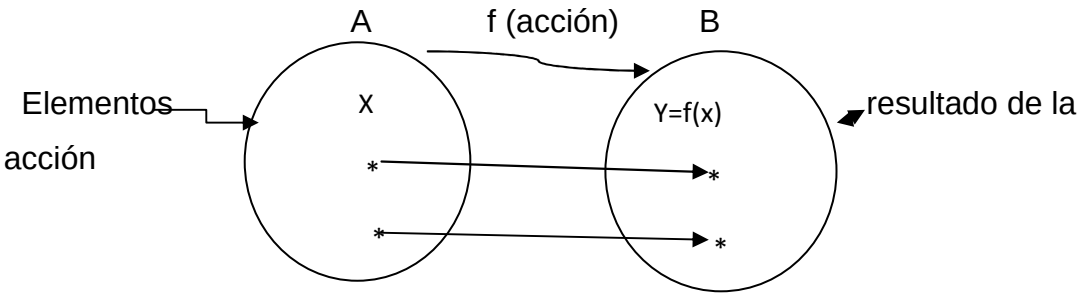
Al conjunto A, se llama conjunto de salida de f y al conjunto B, se llama conjunto de llegada.

Nota.- Una función es un caso particular de una relación, a ésta se define como el siguiente conjunto de pares ordenados:

$f = \{(x, y) \in AxB: \forall x \in A, \exists\, !\, y \in B \ tal \ que \ y = f(x)\}$

Se dice que y es la imagen de x por medio de f.

Gráficamente:



$$\boldsymbol{f : A \rightarrow B}$$

DOMINIO Y RECORRIDO DE UNA FUNCIÓN

DOMINIO DE UNA FUNCIÓN

Definición.- El dominio de una función f se define como:

$Dom(f) = \{x \in A: \exists! \, y \in B \; tal \; que \; y = f(x)\}$, Significa, que el dominio de una función f es el conjunto de todos los elementos de A que tienen un solo elemento de B (imagen por medio de f); esto es: $Dom(f) \subset A$. Al decir que f es una función de A en B, se entiende que A es el dominio de la función f.

RECORRIDO (O IMAGEN) O RANGO DE UNA FUNCIÓN.

Definición.- El rango o recorrido (o imagen) de una función f se define como:

$Rg(f) = \{ y \in B : \exists x \in A \; tal \; que \; y = f(x)\}$, Significa que el rango de una función f es el conjunto de todos los elementos de B que tiene al menos una preimagen, por medio de f, se tiene que el $Rg(f) \subset B$.

Nota.- Cuando el conjunto de llegada es en todo **R**, es una función $f(x)$ es una función real definida en A.

FUNCIÓN REAL.

Definición.- Sean A y B dos subconjuntos no vacíos de **R**, definidos como:

$f: A \to B$, se llama función real.

$x \to y = f(x)$

Ejemplos.

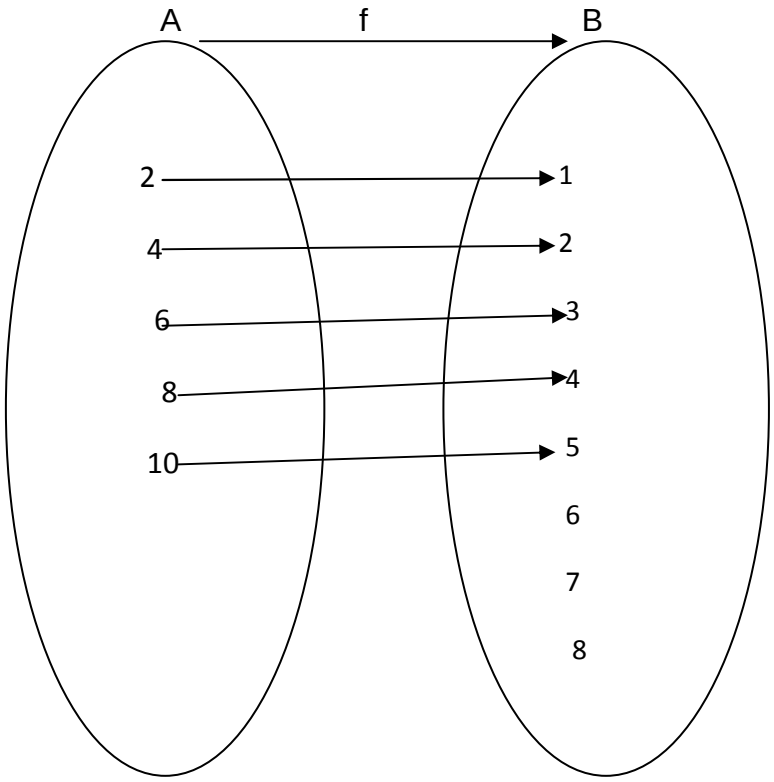
1. Dados los conjuntos $A = \{2,4,6,8,10\}$ y $B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$. Se define la relación **"el doble** ", es decir: $\mathbb{R} = \{(2,1), (4,2), (6,3), (8,4), (10,5)\}$

Esta relación es una función, puesto que para cada elemento de A le corresponde un único elemento de B. La función está definida de la siguiente manera:

$f: A \to B$

$x \to f(x) = \frac{x}{2}$

Gráficamente:

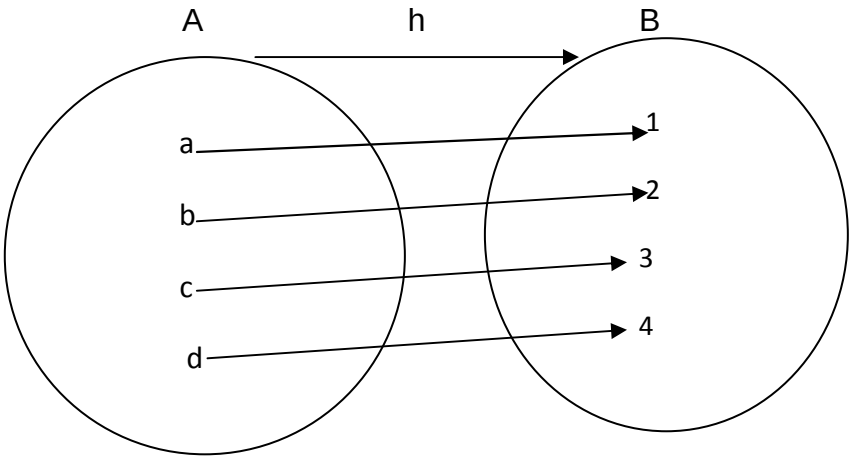


El $Dom(f) = \{2,4,6,8,10\}$ y el $Rg(f) = \{1,2,3,4,5\}$

2. Sean $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{1,2,3,4\}$, y h la función de A en B definida como:

$$h(a) = 4, \quad h(b) = 2, \quad h(c) = 3, \quad h(d) = 1$$

Mediante el diagrama de Venn tenemos:



Al observar el diagrama de Venn, podemos darnos cuenta que cada elemento de A, está en correspondencia con un único elemento de B, por tanto h es una función.

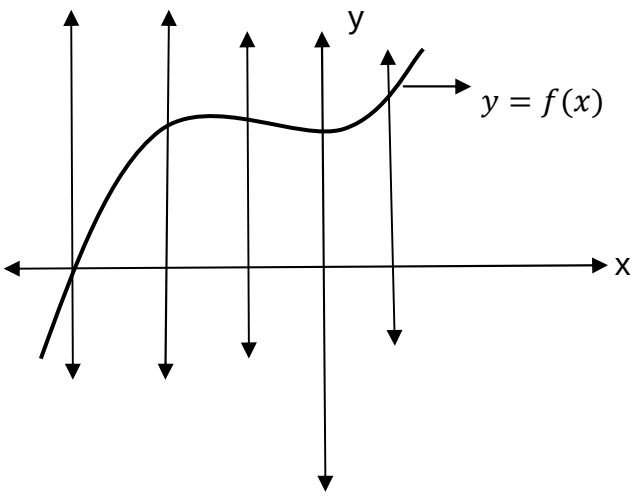
El $Dom(h) = \{ a, b, c, d\}$ y el $Rg(h) = \{ 1, 2, 3, 4\}$

GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN

Definición.- Si $f$es una función, entonces la gráfica de f es el conjunto de todos los puntos $(x, y) \in R^2$ para lo cual (x, y) es un par ordenado de f.

Nota.- La gráfica de la función f, es la misma gráfica que $y = f(x)$.

Gráficamente se puede probar, que $y = f(x)$ es una función, si se traza rectas perpendiculares al eje x e interceptan en un solo punto de la curva.



$\boldsymbol{f\ es\ una\ funci\acute{o}n.}$

Para trazar la gráfica de una función dada por la ecuación $f(x, y) = 0$ debemos hacer:

1.- **DETERMINAR LAS INTERSECCIONES CON LOS EJES X E Y.**

Intersección con el eje x.- Para hallar el punto de intersección con el eje x, se hace que y=0 en la ecuación $f(x, y) = 0$ y se resuelve la ecuación.

Intersección con el eje y.- Para hallar el punto de intersección con el eje y, se hace que x=0 en la ecuación $f(x, y) = 0$ y se resuelve la ecuación.

2.- **DETERMINAR LAS SIMETRÍAS CON RESPECTO A LOS EJES Y AL ORIGEN.**

1.- Simetría con respecto al eje x.- Para probar la simetría con respecto al eje x, se reemplaza a y por – y en la ecuación original, ella no cambia. Ejemplo.

Probar que la ecuación $y^2 = 4x$, es simétrica con al respecto eje x.

Solución: Hacemos que $y = -y$, reemplazamos en $y^2 = 4x$.

$(-y)^2 = 4x, y^2 = 4x$, la ecuación original no cambia, entonces es simétrica con respecto al eje x.

2.- Simetría con respecto al eje y.- Para probar la simetría con respecto al eje y, se reemplaza a $x\ por - x$ en la ecuación original, ella no cambia. Ejemplo.

Probar que la ecuación $y = x^2 - 3$, es simétrica con respecto al eje y.

Solución: Hacemos que $x = -x$, reemplazamos en $y = x^2 - 3$.

$y = (-x)^2 - 3\ , y = x^2 - 3$, la ecuación original no cambia, entonces es simétrica con respecto al eje y.

3.- Simetría con respecto al origen.- Para probar la simetría con respecto al origen, se reemplaza a $x\ por - x, y\ a\ y\ \ por - y$ en la ecuación original, ella no cambia. Ejemplo.

Probar que la ecuación $y = x^3$, es simétrica con respecto al origen.

Solución: Hacemos que $x = -x\ e\ y = -y$, reemplazamos en $y = x^3$.

$(-y) = (-x)^3\ , -y = -x^3\ , y = x^3$, la ecuación original no cambia, entonces es simétrica con respecto al origen.

Nota.- Para cualquier gráfica, si existe dos de los tres tipos de simetría, entonces existe el tercer tipo de simetría.

3. DETERMINAR LA EXTENSIÓN DE LA CURVA.

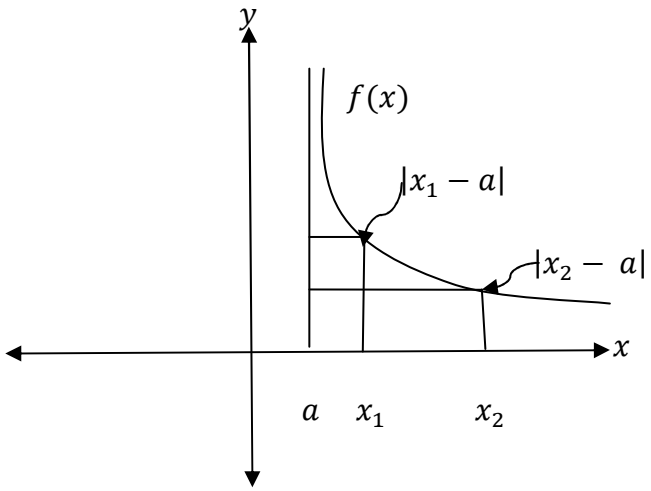
La determinación de la extensión de la curva, consiste en calcular el dominio (Dom.) y el rango (Rg.) de la función que está definida.

3. **DETERMINAR LAS ASÍNTOTAS.**

Para el trazado de gráficas, solo se analizará las asíntotas verticales y horizontales.

ASÍNTOTAS VERTICALES.

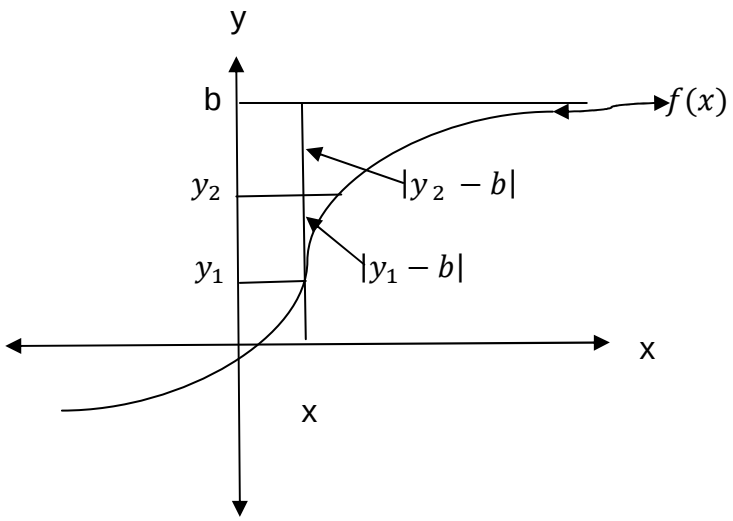
La recta $x = a$, es una asíntota vertical de la función $f(x, y) = 0$, si para cada $(x, y) \in f(x, y)$, se tiene que para cada "y " es bastante grande la distancia de " x " a " a ", es decir, $|x - a|$ es muy pequeña.



Para calcular las asíntotas verticales se despeja la variable y de la función $\mathrm{f}(\mathrm{x}, \mathrm{y}) = 0$, es decir, $y = \frac{f(x)}{g(x)}$, donde $f\ y\ g$ son expresiones solo de x, entonces las asíntotas verticales se obtiene de la ecuación $g(x) = 0$, es decir, el denominador se iguala a cero.

ASÍNTOTAS HORIZONTALES

La recta $y = b,$ es una asíntota horizontal de la función $f(x, y) = 0$, si para cada $(x, y) \in f(x, y)$, se tiene para cada " x " bastante grande la distancia de " y " a " b " , es decir, $|y - b|$ es muy pequeño.



Para calcular las asíntotas horizontales, se despeja la variable x de la ecuación $f(x, y) = 0$, es decir,$x = \frac{f(y)}{g(y)}$, donde $f\ y\ g$ son expresiones en y, entonces las asíntotas horizontales se obtienen de la ecuación $g(y) = 0,$ es decir, igualando el denominador igual a cero.

5.- MONOTONÍA DE LAS FUNCIONES

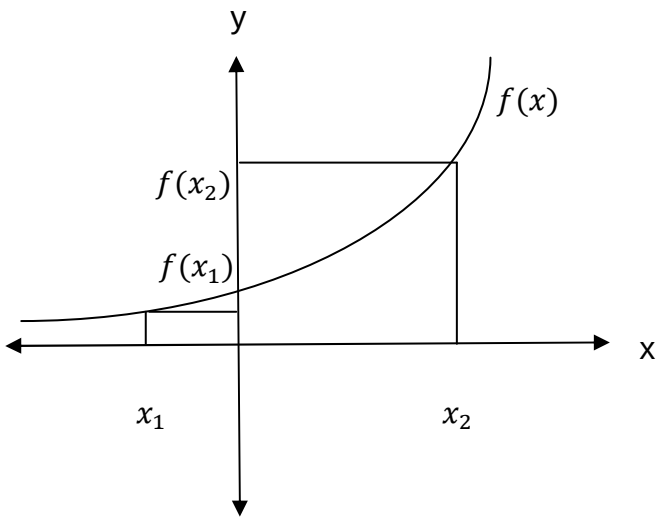
Definición.- Sean A y B dos subconjuntos no vacíos de **R** **y** $\boldsymbol{f}$ una función de **A** en **B,** $\boldsymbol{I \subset A}$.

1. Se dice que f es creciente sobre I: si $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$, que se denota como: $\nearrow$

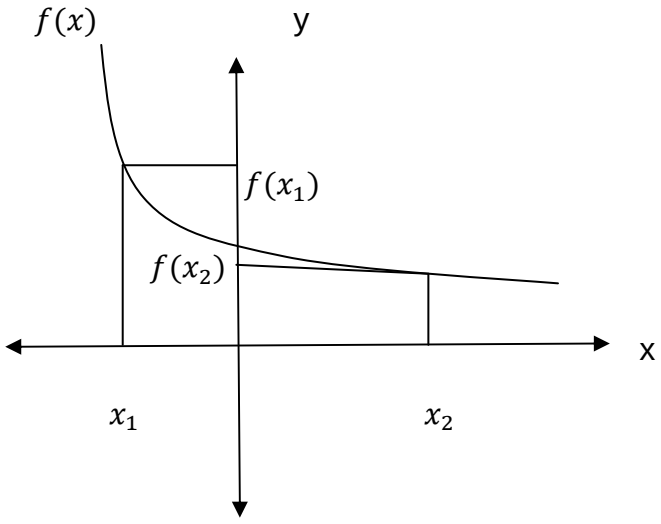
2. Se dice que f es estrictamente creciente sobre I: si $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
3. Se dice que f es decreciente sobre I: si $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$, que se denota como : .
4. Se dice que f es estrictamente decreciente sobre I: si $\forall x_1, x_2 \in I, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

   Una función que es creciente o decreciente en I, se denomina función monótona en I.
5. Se dice que f es constante en I: $si\ \forall x \in I; f(x) = c$

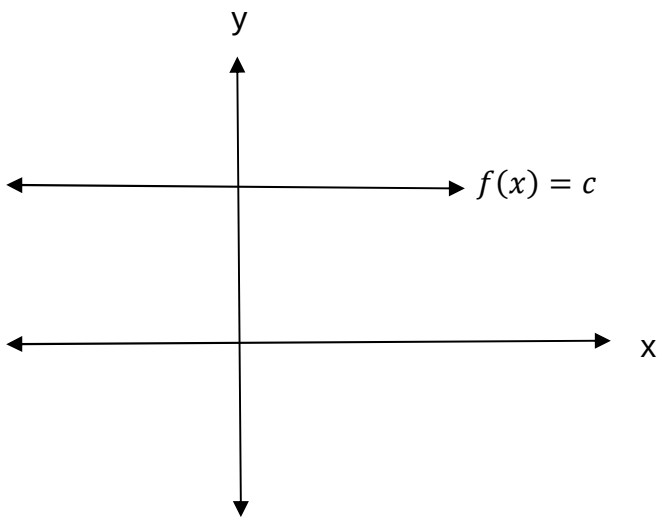
Gráficamente:



$f(x)$ Es creciente en **R.**



$f(x)$ Es decreciente en **R.**



$f(x)$ Es una función constante en **R** y creciente y decreciente a la vez.

FUNCIONES PARES E IMPARES.

Definición.- Sea $A \subset \boldsymbol{R}$ tal que $\forall x \in A, -x \in A, f$ una función real definida en A.

1.- Se dice que f es par, si y solo si, $\forall x \in A; f(x) = f(-x)$.

2,- Se dice que f es impar, si y solo si, $\forall x \in A; f(-x) = -f(x)$.

Ejms.

1.- Probar si $f(x) = x^2$ es una función par o impar.

Para probar se hace $x = -x$ y se reemplaza en la función dada:

$f(x) = x^2$; $f(-x) = (-x)^2$; $f(-x) = x^2$;por lo tanto $f(x) = f(-x)$; entonces f es una función par.

2.- Probar si $f(x) = x^3$ es una función par o impar.

Para probar se hace $x = -x$ y se reemplaza en la función dada:

$f(x) = x^3$; $f(-x) = (-x)^3$;$f(-x) = -x^3$; $f(-x) = -f(x)$; por lo tanto f es una función impar.

6.- TABULACIÓN DE VALORES.

La tabulación de valores consiste en calcular un número determinado de pares ordenados a partir de la ecuación $f(x,y)=0$.

7.- TRAZAR LA GRÁFICA.

Trazar una gráfica es la unión de todos los pares ordenados mediante una línea uniforme y continua.

Ejm. Trazar la gráfica $y=\ x^2-4$.

Para graficar $y=\ x^2-4$ se hace:

1.- Determinar la intersección de los ejes de coordenadas.

Intersección con el eje x: Hacemos que $y=0$, entonces $x^2-4=0$ resolviendo por factoreo tenemos: $(x+2)(x-2)=\ 0; x+2=0\ \vee\ x-2=0; x=2\ \vee x=\ -2$.

Los puntos de intersección en el eje x son: $P_1(-2,0)\ y\ P_2(2,0)$.

Intersección con el eje y: Hacemos que $x=0$ entonces $y=\ x^2-4$; reemplazando: $y=\ 0^2-\ 4; y=\ -4$.

El punto de intersección con el eje y es:$P_3(0,-4)$.

2.- Determinar la simetría con respecto a los ejes de coordenadas x, y y al origen.

Simetría con respecto al eje x: Para probar la simetría con respecto al eje x, hacemos que y sea remplazada por $-y$, así: $y=\ -y$ y reemplazamos en: $y=\ x^2-\ 4; -y=\ x^2-4; y=4-\ x^2$.

La ecuación obtenida no es equivalente a la ecuación dada, por tanto, la gráfica no es simétrica con respecto al eje x.

Simetría con respecto al eje y: Para probar la simetría con respecto al eje y, hacemos que $x = -x$ y reemplazamos en: $y = x^2 - 4$ así: $y = (-x)^2 - 4;\ y = x^2 - 4$.

La ecuación obtenida es equivalente a la ecuación dada, por tanto, la gráfica es simétrica con respecto al eje y.

Simetría con respecto al origen: Para probar la simetría con respecto al origen, hacemos que $x = -x$ **y** $\boldsymbol{y = -y}$ **,** se reemplaza en la ecuación $y = x^2 - 4; -y = (-x)^2 - 4; -y = x^2 - 4; y = 4 - x^2$.

La ecuación obtenida no es equivalente a la ecuación dada, por tanto, la gráfica no es simétrica con respecto al origen.

3.- Determinar el dominio y el rango de la función.

Cálculo del dominio de la función. El $Dom(f(x)) = \boldsymbol{R}$; porque para cualquier valor de x, existe un valor de y.

Cálculo del rango. Para calcular el rango despejo x.

$y = x^2 - 4;\ x^2 - 4 = y;\ x^2 = y + 4; x = \sqrt{y+4}$

$y + 4 \geq 0; y \geq -4$, entonces el $Rg(f(x)) = [-4; +\infty[$

4.- Determinar las asíntotas.

Como en la ecuación $y = x^2 - 4$, no tiene denominador, por tanto, no existen asíntotas para los ejes x, ni para el eje y.

5.- Determinar si la función es creciente o decreciente.

Se dice que $f(x)$ es creciente sobre **R:** si $\forall x_1, x_2 \in \boldsymbol{R}$, $\boldsymbol{x_1 < x_2}$ entonces, $f(x_1) < f(x_2)$.

Sea $f(x) = x^2 - 4\ ; x \varepsilon \boldsymbol{R}: si\ \forall x_1\ , x_2 \in \boldsymbol{R}$.

No.	Afirmaciones	Razones
1	$x_1 < x_2$	Dato
2	$x_1 + (-4) < x_2 + (-4)$	Propiedad de la inecuaciones.
3	$x_1 - 4 < x_2 - 4$	Ley de los signos
4	$f(x_1) < f(x_2)$	Por sustitución

Entonces $f(x)$ es una función creciente.

6.- Determinar si la función es par o impar

Probar si la función es par: Se dice que f es una función par si y solo si, $\forall x \in A; f(x) = f(-x)$.

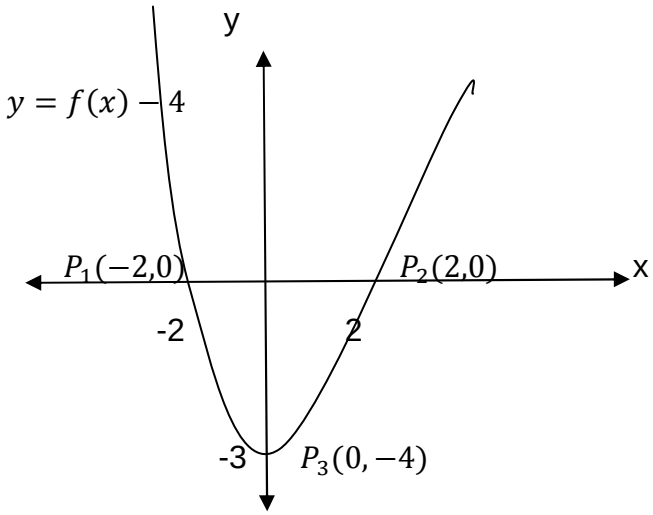
Sea $f(x) = x^2 - 4$; $f(-x) = (-x)^2 - 4$; $f(-x) = x^2 - 4$ entonces, $f(x) = f(-x)$

Por lo tanto, $f(x)$ es una función par.

7.- Tabulación de valores

La tabulación de valores consiste en dar valores a la variable independiente y se evalúan los valores de la variable dependiente.

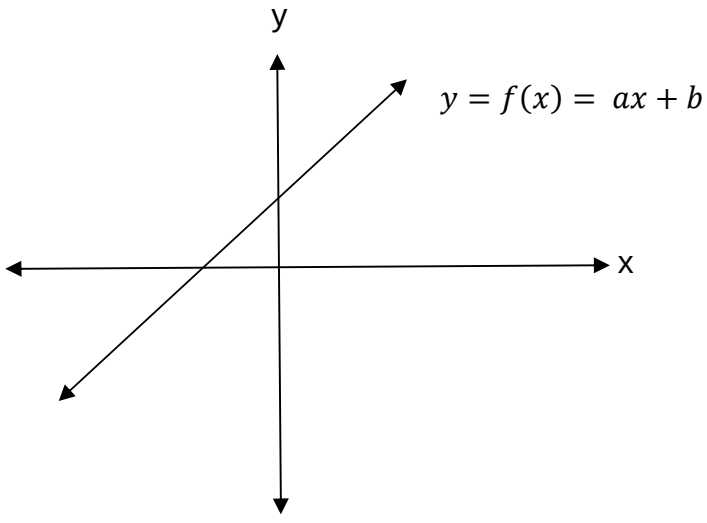
x	*1*	*3*	*4*	*-1*	*-3*	*-4*
y	*-3*	*5*	*10*	*-3*	*5*	*10*



FUNCIÓN LINEAL.-

Definición.- Una función de **R en R** definida como $f(x) = ax + b\,, x \in \boldsymbol{R}$, siendo $a, b \in \boldsymbol{R}; a \neq 0,$ donde $a = m; m \neq 0,$ su gráfica es una recta que tiene una pendiente llamada $m\ y\ b$ que es una ordenada al origen.

$Dom\ f(x) = \boldsymbol{R};\ Rg\big(f(x)\big) = \boldsymbol{R}$.



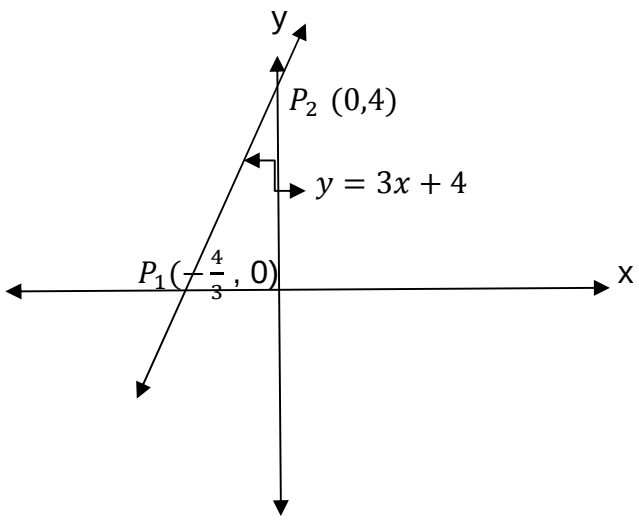
Ejemplo: Graficar la siguiente función lineal $y = f(x) = 3x + 4$.

Determinar la intersección de los ejes:

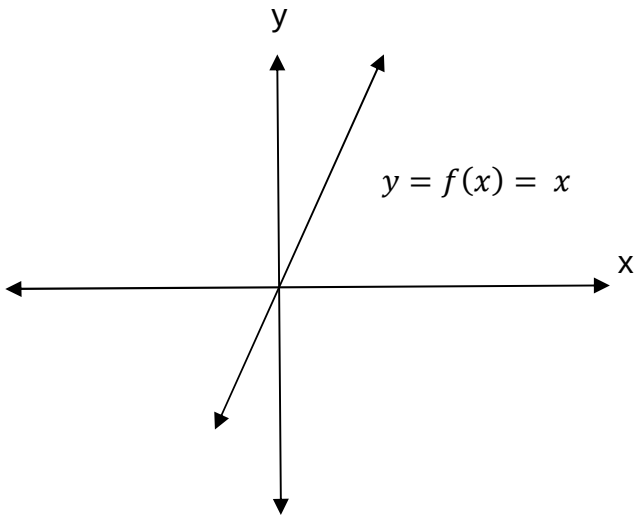
Si $y = 0$ $reemplazamos\ en\ y = 3x + 4$; $3x + 4 = 0$; $x = -\frac{4}{3}$

Si $x = 0$ $reemplazamos\ en\ y = 3x + 4$; $y = 3\ (0) + 4; y = 4.$

Los puntos de intersección son: $P_1(-\frac{4}{3}, 0)$ y $P_2(0,4)$.



La función lineal definida como $y = f(x) = x$, se llama función identidad donde $a = m = 1, b = 0,$ la función gráficamente es una línea recta que pasa por el origen de coordenadas. El $Domf(x) = \boldsymbol{R}; Rgf(x) = \boldsymbol{R}$. Su gráfico es:



TEOREMA.- Sean $a, b \in \boldsymbol{R}$ $con\ a \neq 0$ y la función de $R\ en\ R$ definida como $f(x) = ax + b\ , x \in \boldsymbol{R}$ entonces:

a) f es estrictamente creciente, si y solo si, $a > 0$

ii) f es estrictamente decreciente, si y solo si, $a < 0$

PD) Si $f(x_1) < f(x_2) <=> x_1 < x_2$

DEMOSTRACIÓN

No.	Afirmaciones	Razones
1	$a, b \in \boldsymbol{R}; a \neq 0; f(x) = ax + b$	Dato
2	$f(x_1) = a\,x_1 + b$	Reemplazando $x = x_1$
3	$f(x_2) = ax_1 + b$	Reemplazamos $x = x_2$
4	$f(x_1) < f(x_2)$	Definición de función creciente
5	$ax_1 + b < a\,x_2 + b$	Reemplazando 2 y 3 en 4
6	$x_1 < x_2$	Axioma inverso aditivo y multiplicativo

PD) Si $f(x_1) > f(x_2) <=> x_1 > x_2$

DEMOSTRACIÓN

No.	Afirmaciones	Razones
1	$a, b \in \boldsymbol{R}; a \neq 0; f(x) = ax + b$	Dato
2	$f(x_1) = a\,x_1 + b$	Reemplazando $x = x_1$
3	$f(x_2) = ax_1 + b$	Reemplazamos $x = x_2$
4	$f(x_1) > f(x_2)$	Definición de función decreciente
5	$ax_1 + b > a\,x_2 + b$	Reemplazando 2 y 3 en 4
6	$x_1 > x_2$	Axioma inverso aditivo y multiplicativo
7	f es creciente, si y solo si, $a > 0$	Por demostración anterior
8	f es decreciente, $<=> a < 0$	Por demostración anterior

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE.

1.- Sean $A = \{1,2,3,4\}$, $B = \{t, u, v, w\}$. Determinar cuáles de los siguientes conjuntos representan una función de A en B; cuál es el dominio y el rango de la función respectiva.

a) $f_1 = \{(1,t),(2,t),(3,t),(4,t)\}$

b) $f_2 = \{(1,w),(2,u),(3,u),(4,w)\}$

c) $f_3 = \{(1,u),(2,v),(4,w),\}$

d) $f_4 = \{(1,v),(2,t),(3,w),(4,u)\}$

e) $f_5 = \{(1,t),(2,t),(3,v),(4,w)\}$

2.- Indique cuáles de las siguientes expresiones representan funciones:

a) $f: \boldsymbol{Q}$ en $\mathbf{Q}$ **,** sea $\boldsymbol{f(x) = 1 + x + x^2}$**;**

b) $f: \boldsymbol{R} - \{\mathbf{0}\}$ en $\boldsymbol{R}$, sea $f(x) = \frac{1}{x^2}$,

c) $f: \boldsymbol{R}$ en $\boldsymbol{R}$, sea $f(x) = x^3$ **;**

d) $f: \boldsymbol{R}^+$ en R^+, sea $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2-2}}$,

e) $f: \boldsymbol{R}$ en $\boldsymbol{R}$, sea $f(x) = 4 - 3x$

f) $f: \boldsymbol{R}$ en $\boldsymbol{R}$, sea $f(x) = \sqrt{1-x}$

3.- Una función $f: A \to B, donde\ A\ y\ B$ son subconjuntos de $\boldsymbol{R}$ se denomina función real. Indicar el dominio de cada una de las funciones definidas por:

a) $f\ (x) = 2\,x^2 - 3x + 5.$

b) $f(x) = \frac{x-2}{x+3}$.

c) $f(x) = \frac{5x-1}{(x-3)(x+7)}$.

En los siguientes ejercicios grafique las funciones siguiendo todos los pasos dados en la teoría.

1.- $y = f(x) = x^2 - 1.$

2. $x = y^3.$

3. $2x + y^2 = 4.$

4. $f(x) = 3x - 2.$

5. $f(x) = -2x + 3.$

6. $f(x) = \sqrt{x+4}.$

7. $f(x) = 4 - x^2$

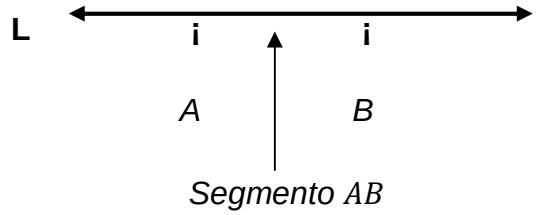
8. $f(x) = x^2 + 2x - 8.$

9. $g(x) = \begin{cases} x - 6, si\ x \geq 3 \\ x^2, si\ x < 3 \end{cases}$

10. $\begin{cases} x + 1, si\ 0 \leq x \leq 3 \\ 4, si\ 0 \leq x \leq 5 \\ x - 1, si\ x > 5 \end{cases}$

SEGMENTO DIRIGIDO.

Definición.- Un segmento dirigido es la porción de una línea recta comprendida entre dos puntos y su notación es AB, donde $A\ y\ B$ son puntos extremos del segmento. Gráficamente tenemos:



Segmento AB

Donde:

A: Se llama punto de origen o punto inicial.

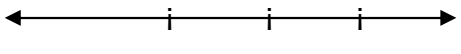
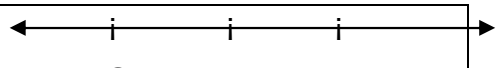
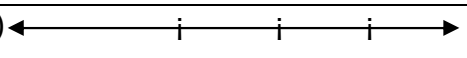
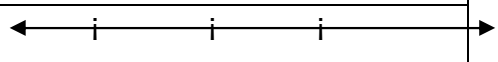
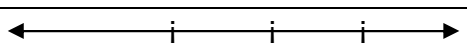
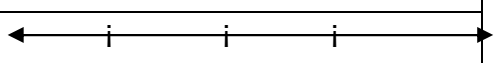
B: Se llama punto extremo o punto final.

El sentido de un segmento dirigido se indica siempre, escribiendo primero el punto origen y luego el punto final.

Debemos considerar que las longitudes de los segmentos dirigidos $AB\ y\ BA$ *son las mismas (por Geometría Plana), pero desde el punto de vista de la Geometría Analítica hay una diferencia en los signos de éstas longitudes, por tanto, la longitud del segmento dirigido* AB *es positivo y la longitud del segmento dirigido* BA es negativo. Así:

$AB = -BA$.

Consideremos tres puntos distintos A, B y C sobre una línea recta cuya dirección es positiva de izquierda a derecha. Hay $3! = 6$ posibles formas de ordenar éstos puntos, considerando solo segmento dirigidos de longitudes positivas, que se presentan gráficamente a continuación.

a)  $AC + CB = AB$	b)  $CA + AB = CB$
c)  $AB + Bc = AC$	d)  $BC + CA = BA$
e)  $CB + BA = CA$	f)  $BA + AC = CB$

Demostremos que todas estas relaciones están incluidas en la relación fundamental $AB + BC = AC$.

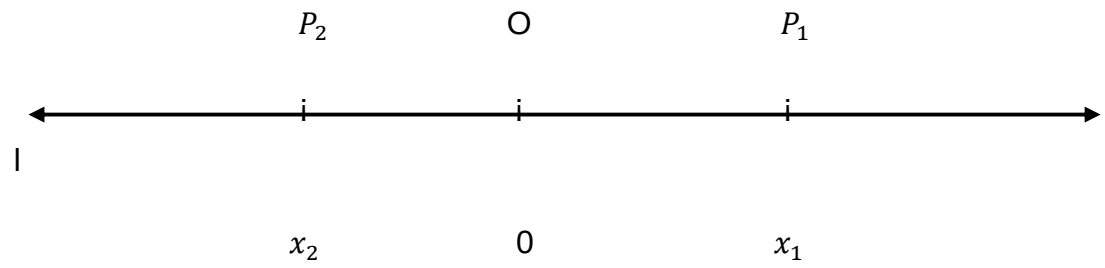
PD) $AC + CB = AB \equiv AB + BC = AC$

DEMOSTRACIÓN

No.	Afirmaciones	Razones
1	$AC + CB = AB$	Dato
2	$CB = -BC$	Def. de longitud de segmento dirigido
3	$AC - BC = AB$	Reemplazando 2 en 1.
4	$AC = AB + BC$	Axioma aditivo de la igualdad
5	$AC + CB = AB \equiv AB + BC = AC$	Por demostración anterior

ACTIVIDAD PARA EL ESTUDIANTE LOS LITERALES b,c,d,e y f demostrar.

Para determinar la longitud del segmento que une dos puntos dados cualesquiera $P_1(x_1)\ y\ P_2(x_2)$. El gráfico:



$OP_1 + P_1P_2 = OP_2$ [1]

Pero $OP_1 = x_1 \quad y \quad OP_2 = x_2$

Reemplazando $OP_1\ y\ OP_1$ en [1]

$x_1 + P_1P_2 = x_2$

$\boxed{P_1P_2 = x_2 - x_1}$ Longitud del segmento P_1P_2

Como:

$P_2P_1 = -P_1P_2$

$P_2P_1 = -(x_2 - x_1)$

$\boxed{P_2P_1 = x_1 - x_2}$ Longitud del segmento P_2P_1.

La longitud de un segmento dirigido que une dos puntos cualesquiera de una recta se obtiene, en magnitud y signo, restando la coordenada del extremo menos la coordenada del origen.

Definición.- La distancia entre dos puntos se define como el valor absoluto de la longitud del segmento rectilíneo que une esos dos puntos y de denota con la letra d y se escribe $d = |P_1p_2| = |x_2 - x_1|$ o también $d = |P_2P_1| = |x_1 - x_2|$

Ejemplo.

Hallar la distancia entre los puntos $P_1(5)\ y\ P_2\ (-8)$.

$d = |P_1P_2| = |x_2 - x_1| = |-8 - 5| = |-13| = 13$

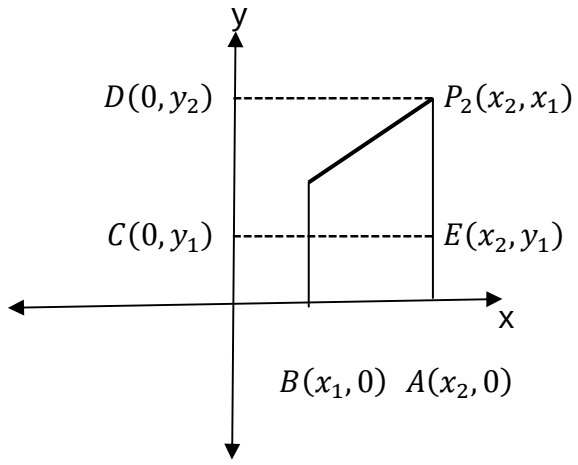
$d = |P_2P_1| = |x_1 - x_2| = |5 - (-8)| = |5 + 8| = 13$

Podemos observar que el valor de las dos distancias es la misma.

DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS.

Definición.- Sean $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ dos puntos cualesquiera del plano. Vamos a determinar la distancia entre los puntos P_1 y P_2, que se denota como d, siendo $d = P_1P_2$ (es un segmento dirigido). Por P_1, P_2 trazamos las perpendiculares P_1A y P_2D a los ejes de coordenadas, sea E el punto de intersección entre las dos perpendiculares, formando un triángulo rectángulo

$\triangle$ P_1EP_2, que gráficamente tenemos:



Por el teorema de Pitágoras

$(P_1P_2)^2 = (P_2E)^2 + (P_1E)^2$ [1]

Pero $P_1P_2 = d$ [2]

$P_2E = y_2 - y_1$ [3]

$P_1E = x_2 - x_1$ [4]

Reemplazando 2, 3, 4 en 1

$d^2 = (y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2$

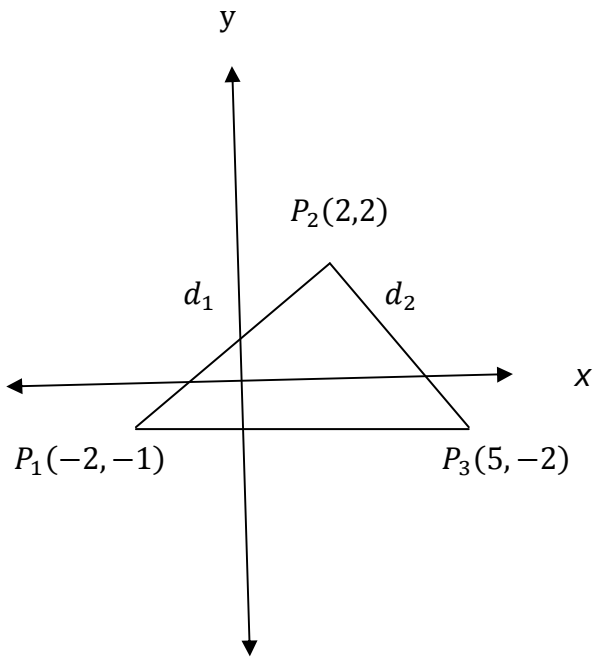
$d = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Fórmula de distancia entre dos puntos.

Ejemplo.

Demostrar que los puntos $P_1(-2,-1), P_2(2,2), P_3(5,-2)$ son los vértices de un triángulo isósceles.



Para que un triángulo sea isósceles dos lados son iguales

$d_1 = d_2$

$d_1 = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d_1 = \sqrt{[2 - (-2)]^2 + [2 - (-1)]^2}$

$d_1 = \sqrt{(2+2)^2 + (2+1)^2}$

$d_1 = \sqrt{16 + 9}$

$d_1 = 5$

$d_2 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2 + (y_3 - y_2)^2}$

$d_2 = \sqrt{(5-2)^2 + (-2-2)^2}$

$d_2 = \sqrt{16 + 9}$

$d_2 = 5$

Entonces $d_1 = d_2$, por tanto, el triángulo $P_1P_2P_3$ es isósceles.

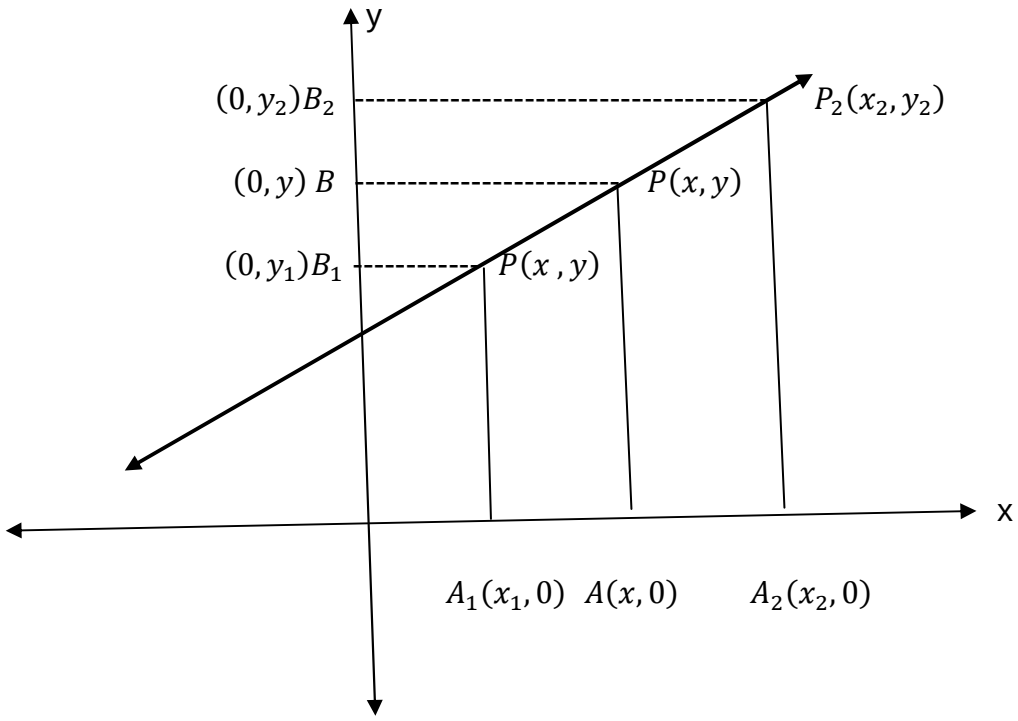
DIVISIÓN DE UN SEGMENTO EN UNA RAZÓN DADA.

Teorema.- Si $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ son los puntos extremos de un segmento P_1P_2, el punto $P(x, y)$ que divide a éste segmento en la razón dada:

$r = P_1P : PP_2$ son :$x = \frac{x_1 + rx_2}{1+r}$ $y = \frac{y_1 + ry_2}{1+r}$ $r \neq 1$

Demostración.

Trazamos los ejes de coordenadas y ubicamos los puntos P_1PP_2, trazamos las perpendiculares a los ejes.



Las rectas paralelas P_1A_1 , PA , P_2A_2 interceptan segmentos proporcionales sobre las rectas P_1P_2 y A_1A_2. Por tanto podemos expresarle: $\frac{P_1P}{A_1A} = \frac{PP_2}{AA_2}$ [1]

Como: $A_1A = x - x_1$, $AA_2 = x_2 - x$

Reemplazando en [1]

$\frac{P_1P}{x - x_1} = \frac{PP_2}{x_2 - x}$, $\frac{P_1P}{PP_2} = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$ [∝] , pero $r = \frac{P_1P}{PP_2}$

Reemplazando r en [∝] , $r = \frac{x - x_1}{x_2 - x}$ despejando x tenemos:

$r(x_2 - x_1) = x - x_1$

$rx_2 - rx = x - x_1$ Propiedad distributiva.

$rx_2 + x_1 = x + rx$ Propiedad inversa aditiva de la igualdad.

$x + rx = x_1 + r\,x_2$ Propiedad conmutativa.

$x(1 + r) = x_1 + rx_2$ Propiedad distributiva re colectiva.

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1 + r} \quad r \neq -1$$

Por analogía tenemos:

$$y = \frac{y_1 + r\,y_2}{1 + r} \quad r \neq -1$$

En el caso que P es el punto medio de un segmento dirigido P_1P_2, es $r = 1$ de modo que:

$$x = \frac{x_1 + rx_2}{1 + r} \; ; x = \frac{x_1 + (1)x_2}{1 + 1} \; ; x = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

$$y = \frac{y_1 + ry_2}{1 + r} \; ; y = \frac{y_1 + (1)y_2}{1 + 1} \; ; y = \frac{y_1 + y_2}{2}$$

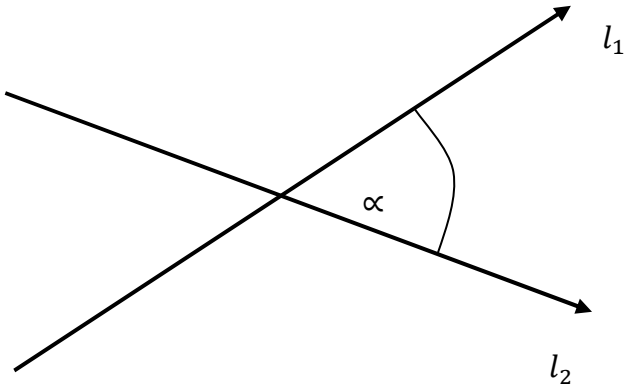
Las coordenadas de un punto medio de un segmento dirigido cuyos puntos extremos son: (x_1, y_1), (x_2 , y_2) es $P\left(\frac{x_1 + x_2}{2} , \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

Nota.- Si el punto de división p es extremo al segmento dirigido P_1P_2, la razón r es negativa.

ÁNGULO FORMADO POR DOS RECTAS DIRIGIDAS.

Definición. $-$ *El ángulo de dos rectas dirigidas, es el ángulo formado por los lados* que se alejan del vértice.

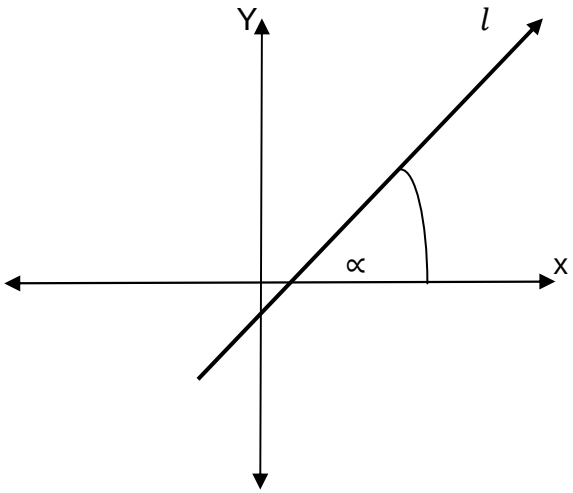
Gráficamente.



El ángulo $\propto$ es un ángulo formado por dos rectas y siempre es $\propto \leq 180^o$'

ANGULO DE INCLINACIÓN.

Definición.- Se llama ángulo de inclinación de una recta l, al ángulo formado por la parte positiva del eje x y la recta l, cuando ésta se considera dirigida hacia arriba. Gráficamente:



El ángulo de inclinación es: $0 \leq \propto \leq 180^o$.

PENDIENTE DE UNA RECTA.

Definición.- Se llama pendiente (coeficiente angular) de una recta a la tangente de su ángulo de inclinación; se denota a la pendiente como m, p[illegible]bir:

$$m = \tan \propto$$

Nota.-

1. Si el ángulo de inclinación es agudo $(\propto < 90)$, la pendiente es positiva.

2. Si el ángulo de inclinación es obtuso $(\propto > 90)$, la pendiente es negativa.

3. Si el ángulo de inclinación es recto $(\propto = 90)$, no existe la pendiente.

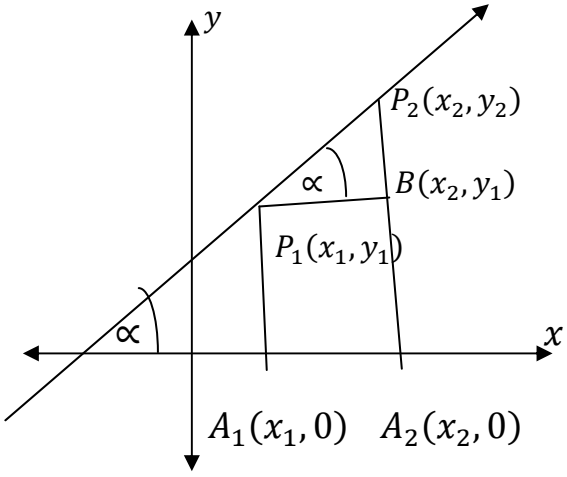
Podemos decir, cualquier recta que sea paralela o coincida con el eje y, y es perpendicular al eje x no existe pendiente (no está definida)

TEOREMA.-

SI $P_1(x_1, y_1)\ y\ P_2(x_2, y_2)$ son dos puntos diferentes de una recta, la pendiente de la recta l es: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $x_2 \neq x_1$

Demostración:

Sea la recta P_1P_2 que pasa por los puntos $P_1(x_1, y_1)\ y\ P_2(x_2, y_2)$ y sea $\propto$ el ángulo de inclinación. Por $P_1\ y\ P_2$ trazamos las perpendiculares $P_1A_1\ y\ P_2A_2$ al eje x, y por P_1 trazamos una paralela al eje x y que corta a P_2A_2 en B.



El ángulo $P_2P_1B = \propto$, por las funciones trigonométricas tenemos:

$m = \tan \propto = \frac{P_2B}{P_1B}$ [1]

Como $P_2B = y_2 - y_1\ y\ P_1B = x_2 - x_1$, reemplazando en [1]

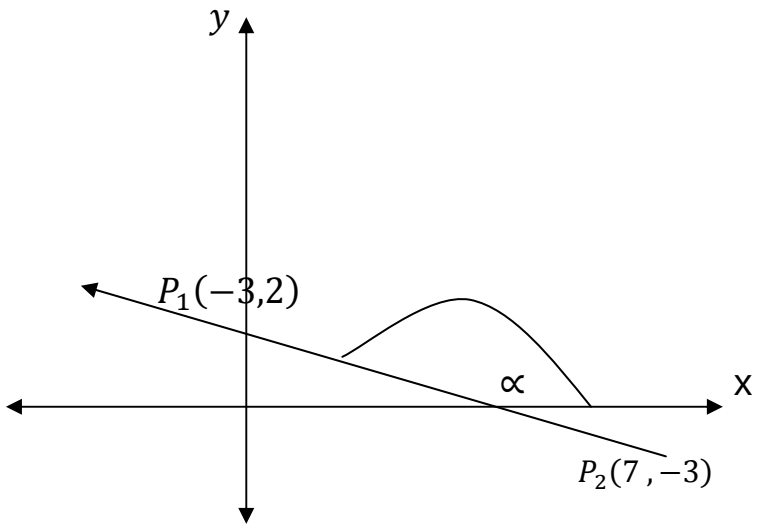
,tenemos: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $x_2 \neq x_1$.

Ejemplo.

Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $P_1(-3,2)\ y\ P_2(7, -3)$.

Solución.-

En los ejes de coordenadas trazamos la recta que resulta de unir los puntos dados.



Para calcular la pendiente m:

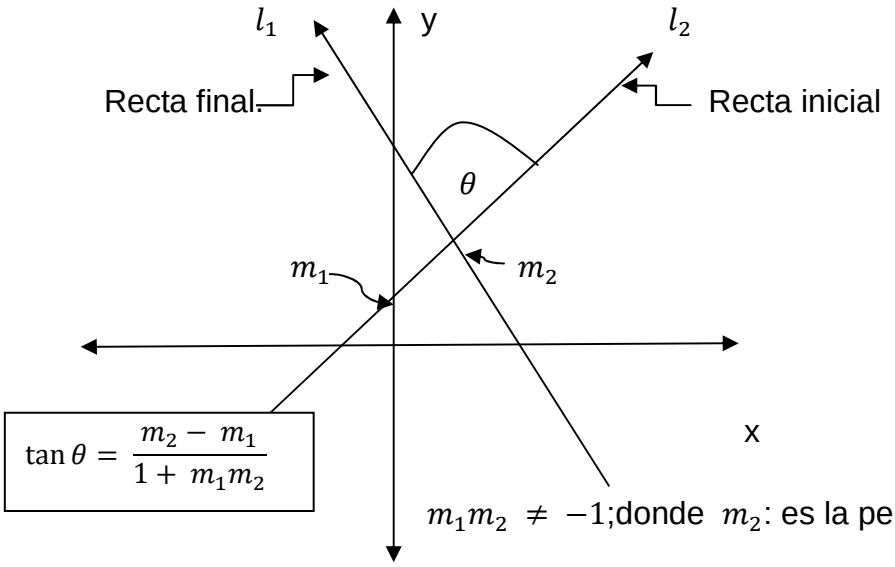
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$, $m = \frac{-3-2}{7-(-3)}$; $m = \frac{-5}{10}$; $m = -\frac{1}{2}$

Para calcular el ángulo de inclinación:

$\tan \propto = m; tan \propto = -\frac{1}{2}$; $\propto = tan^{-1}(-0{,}5)$; $\propto = 153{,}43^o$

ANGULO DE DOS RECTAS.-

En los ejes de coordenadas trazamos dos rectas que se cortan en el punto C, y se especifica un ángulo θ que es en el sentido contario a las manecillas del reloj, es decir, en el sentido positivo. La recta a partir donde se mide el ángulo se llama recta inicial; la recta hacia donde se dirige el ángulo se llama recta final, se llaman pendientes inicial y pendiente final respectivamente.



$$\tan\theta = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_1 m_2}$$

$m_1 m_2 \neq -1$;donde m_2: es la pendiente final,

m_1 : es la pendiente final.

Nota.-

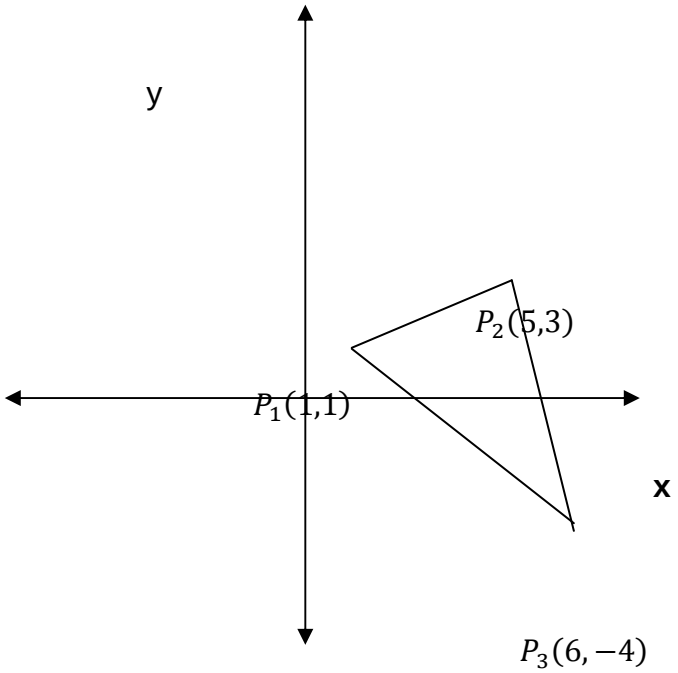
1) Si el producto de dos pendientes es igual a menos uno, significa que las rectas son perpendiculares, es decir, $m_1 m_2 = -1$.
2) Si las pendientes son iguales , significa que las dos rectas son paralelas, es decir, $m_1 = m_2$.

Ejemplo.

Demostrar que los puntos $P_1(1\ ,1), P_2(5,3)\ y\ P_3(6,-4)$, son vértices de un triángulo isósceles, hallar uno de los ángulos iguales.

Solución.-

En los ejes de coordenadas ubicamos los puntos y los unimos obteniendo un triángulo.



Para probar que el triángulo $P_1P_2p_3$ es isósceles debemos calcular la distancia de los lados $P_1P_3\ y\ P_2P_3$, las mismas que deben ser iguales.

$$dP_1P_3 = \sqrt{(x_3 - x_1)^2+(y_3 - y_1)^2}\,, \qquad dP_1P_3 = \sqrt{(6-1)^2 + (-4-1)^2}$$

$$dP_1P_3 = \sqrt{25+25},\ dP_1P_3 = 5\sqrt{2}.$$

$$dP_2P_3 = \sqrt{(x_3 - x_2)^2+(y_3 - y_2)^2}\,, \qquad dP_2P_3 = \sqrt{(6-5)^2 + (-4-3)^2}$$

$$dP_2P_3 = \sqrt{1+49},\ dP_2P_3 = 5\sqrt{2}.$$

Concluimos que el triángulo $P_1P_2P_3$ es isósceles porque $dP_1P_2 = dP_2P_3$, entonces el ángulo A y el ángulo B son iguales.

Para determinar el ángulo A , lo calculamos usando las pendientes de los lados $P_1P_2\ y\ P_1P_3$.

$$mP_1P_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1},\ mP_1P_2 = \frac{3-1}{5-1},\ \ mP_1P_2 = \frac{2}{4}\,,\ mP_1P_2 = \frac{1}{2}$$

$$mP_1P_3 = \frac{y_3 - y_2}{x_3 - x_2},\ mP_1P_3 = \frac{-4-1}{6-1},\ \ mP_1P_3 = \frac{-5}{5}\,,\ mP_1P_2 = -1$$

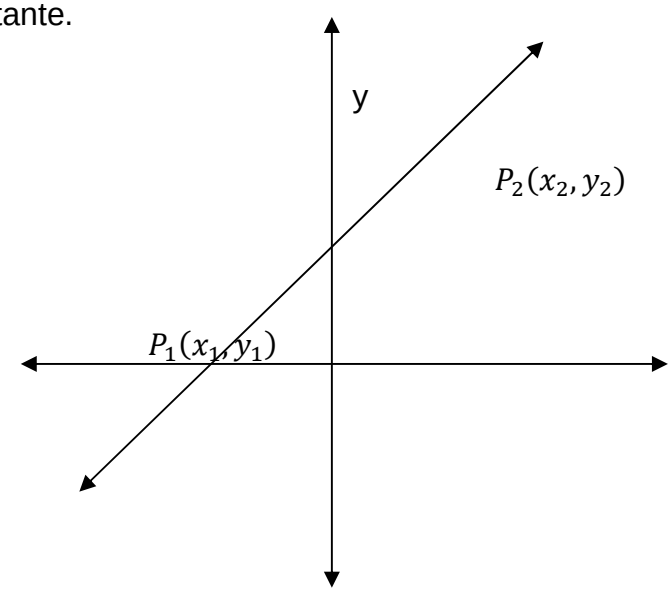
$\tan A = \frac{mP_1P_2 - mP_1P_3}{1+mP_1P_2 mP_1P_3}$, $\tan A = \frac{\frac{1}{2} - (-1)}{1+\left(\frac{1}{2}\right)(-1)}$, $\tan A = 3$, $A = tan^{-1}(3)$, $A = 71{,}57^o$.

ACTIVIDADES A DESARROLLAR EL ESTUDIANTE.

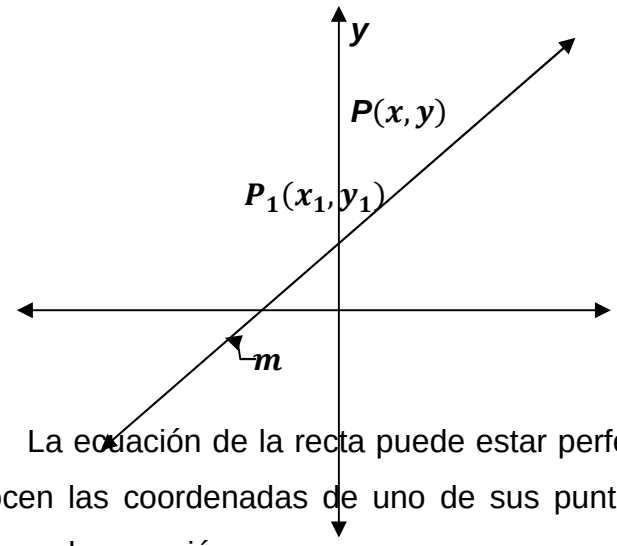
1) Hallar la distancia entre los puntos cuyas coordenadas son: (-5) y (6) , (3) y (-7), (-8) y (- 12).
2) Hallar el punto de trisección y el punto medio del segmento dirigido cuyos extremos son los puntos $(-\ 7)\ y\ (-19)$.
3) Hallar la distancia del origen al punto (a, b).
4) Los extremos de un segmento dirigido son los puntos $P_1(4)\ y\ P_2(-2)$. Hallar la razón $P_2P = PP_1$, en que el punto $P(7)$, divide a este segmento.
5) Los vértices de un triángulo son: $A(3,8)$, $B(2,-1), y\ C(6,-1)$. Si D es el punto medio del lado BC, calcular la longitud de la mediana AD.
6) Una de los extremos de un segmento rectilíneo de longitud 5 es el punto $(3,-2)$. Si la abscisa del otro extremo es 6, Hallar la ordenada.
7) Uno de los puntos extremos de un segmento es el punto $(7,8)$, y su punto medio es $(4,3)$. Hallar el otro extremo.
8) Hallar la pendiente y el ángulo de inclinación de la recta que pasa por los puntos $(-3,2)\ y\ (7,-3)$.
9) Una recta de pendiente -2 pasa por el punto $(2,7)$ y por los puntos $A\ y\ B$. Si la ordenada de $A\ es\ 3$ y la abscisa de $B\ es\ 6$. ¿Cuál es la ordenada de B?
10) Dos rectas se cortan formando un ángulo de 135^o, sabiendo que la recta final tiene una pendiente de $-\ 3$, calcular la pendiente de la recta inicial.
11) Por medio de las pendientes demuéstrese que los tres puntos $P_1(6,-1), P_2(2,1)\ y\ P_3(-2,4)$, son coliniales.
12) Demostrar que la recta que pasa por los dos puntos $(-2\ ,5)\ y\ (4,1)$ es perpendicular a la recta que pasa por los dos puntos $(-1,1)\ y\ (3,7)$.
13) Una recta l_1 pasa por los puntos $(3,2)\ y\ (-4,-6)$ y otra recta l_2 pasa por el punto $(-7,1)$ y el punto A cuya ordenada es -6. Hallar la abscisa del punto A, sabiendo que l_1 es perpendicular a la recta l_2.

LÍNEA RECTA.-

Definición.- Se llama línea recta al lugar geométrico de los puntos tales que tomados de dos en dos puntos diferentes cualesquiera $P_1(x_1, y_1)$ y $P_2(x_2, y_2)$ den lugar al valor de la pendiente m sea siempre constante.



ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR UN PUNTO Y TIENE UNA PENDIENTE DADA.



La ecuación de la recta puede estar perfectamente determinada si se conocen las coordenadas de uno de sus puntos y su pendiente m y está dada por la ecuación:

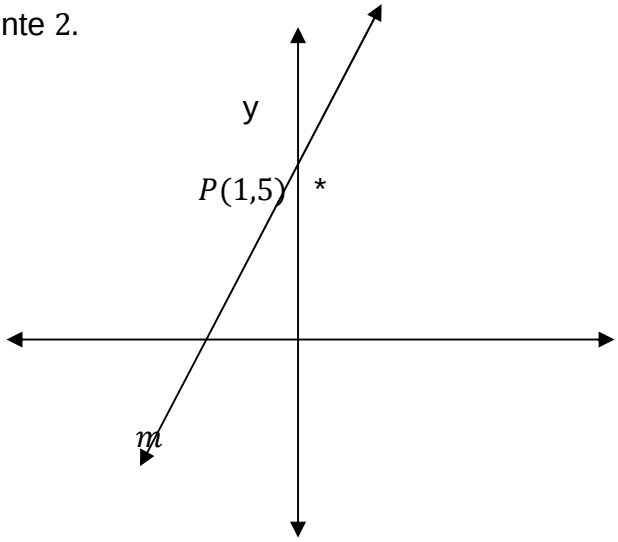
$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

Nota.-

1) La ecuación de la forma $y - y_1 = m(x - x_1)$ está dada en función de un punto y la pendiente y se lo llama de la forma punto pendiente.
2) Una recta que coincide o es paralela al eje y no tiene pendiente, en este caso la ecuación de la recta es de la forma $x = c, c \in \boldsymbol{R}$.

Ejemplo.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $P(1,5)$ y tiene de pendiente 2.



Solución.-

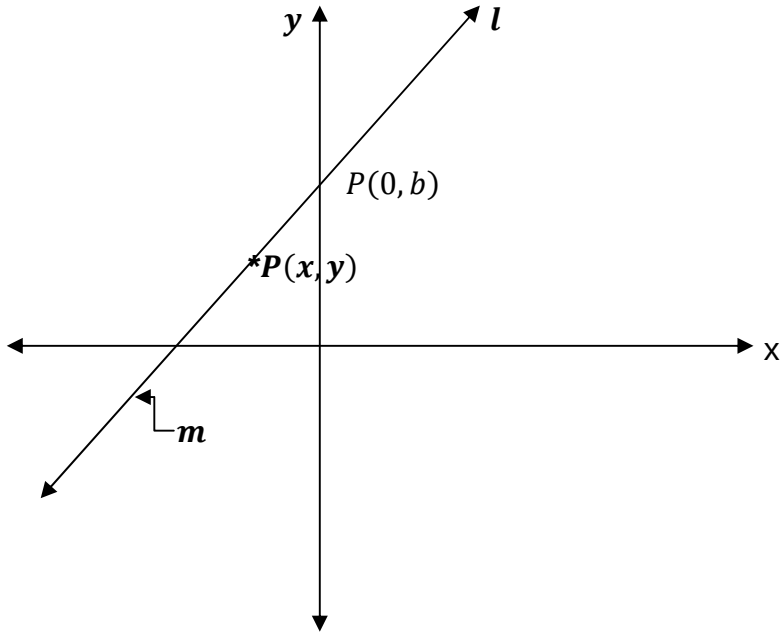
Nos da como datos un punto y la pendiente, utilizamos la ecuación punto pendiente.

$y - y_1 = m(x - x_1), \qquad y - 5 = 2(x - 1), \qquad y - 5 = 2x - 2,$

$y = 2x - 2 + 5$

$y = 2x + 3$

ECUACIÓN DE LA RECTA DADA LA PENDIENTE Y SU ORDENADA AL ORIGEN.



Considerando una recta l cuya pendiente es m y su ordenada al origen es $P(0,b)$ que está en la recta tenemos: $y - y_1 = m(x - x_1),\ y - b = m(x - 0)$

$y - b = mx$

$$y = mx + b$$

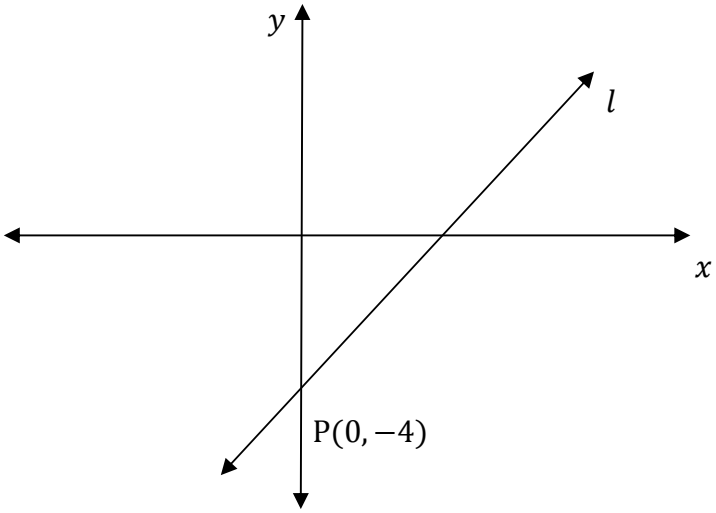
Nota.- Una recta paralela al eje y no tiene ordenada al origen en es te caso la ecuación es $x = c\ , c\epsilon\ \boldsymbol{R}$

Ejemplo

Encontrar la ecuación de la recta que tiene una pendiente de 3 y la ordenada al origen es -4.

$m = 3; b = -4$

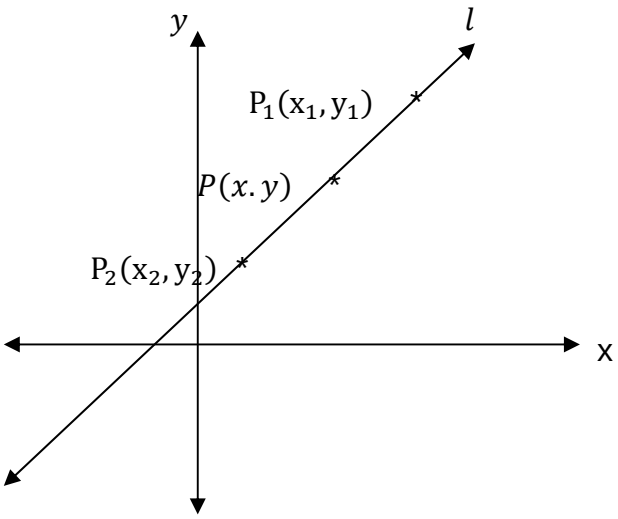
P(0, -4)



Para obtener la ecuación de la recta conociendo la pendiente y la ordenada al origen tenemos: $y = mx + b$

$y = 3x + (-4), \qquad y = 3x - 4$

ECUACIÓN DE LA RECTA QUE PASA POR DOS PUNTOS

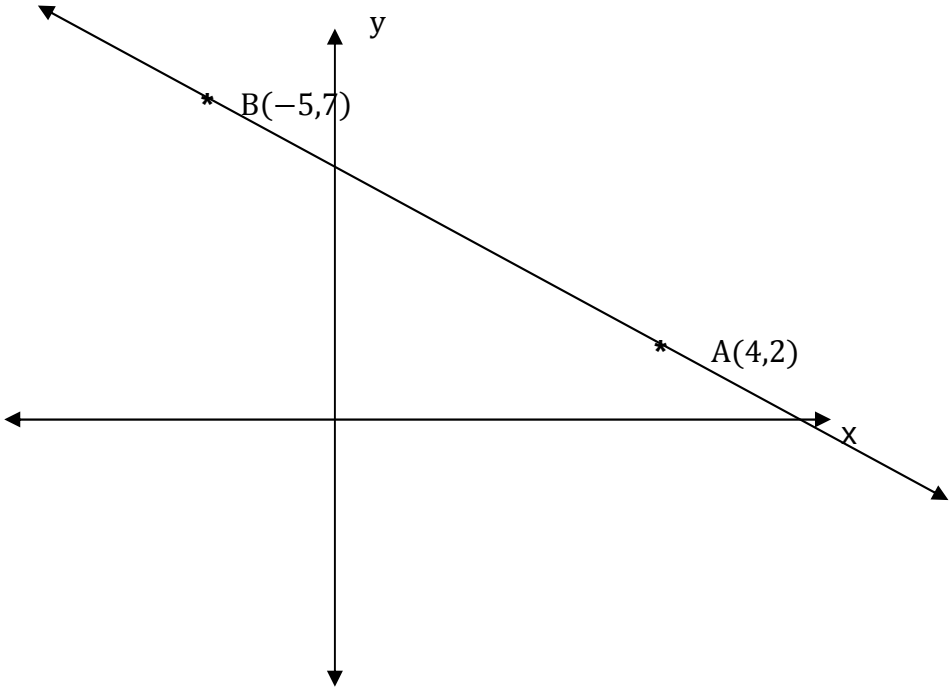


La ecuación de la recta que pasa por dos puntos queda perfectamente determinada conociendo dos puntos cualesquiera de la recta y tiene por ecuación:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

Ejemplo.

Hallar la ecuación de la recta que pasa por los puntos $A(4,2)\ y\ B\ (-5,7)$



Solución.-

Para obtener la ecuación de una recta que pasa por dos puntos, está dada por la ecuación:

$$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$$

$$y - 7 = \frac{2 - 7}{4 - (-4)}[x - (-5)],$$

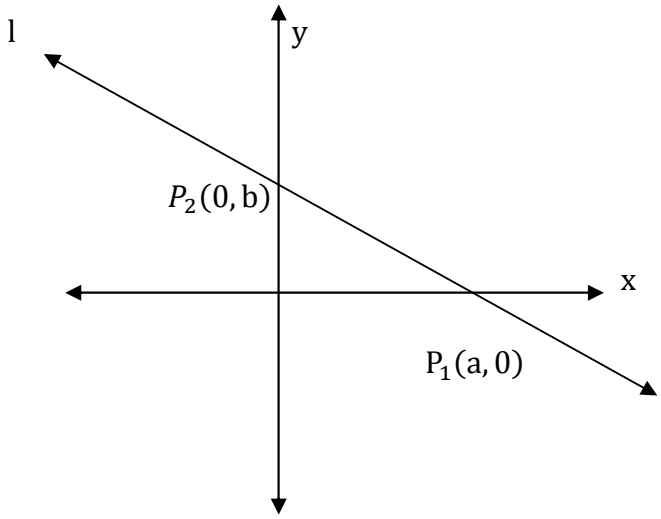
$$5y - 7 = \frac{-5}{9}(x + 5)$$

$$9(y - 7) = -5(x + 5)$$

$$9y - 63 = -5x - 25$$

$$5x + 9y - 38$$

ECUACIÓN SIMÉTRICA DE LA RECTA



Sean $a \neq 0\ y\ b \neq 0$ los segmentos que una recta determina sobre el eje x y sobre el eje y, es decir, las intercepciones está dado por $P_1(a, 0)\ y\ P_2(0, b)$, son puntos de la recta. Por tanto, el problema para obtener la ecuación de una recta que interceptan los ejes x, y , se reduce a hallar la ecuación de una recta que pasa por dos puntos y tenemos:

$y - y_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}(x - x_1)$, como los puntos son $P_1(a, 0)\ y\ P_2(0, b)$ y se reemplaza en la ecuación anterior.

$y - 0 = \frac{b-0}{0-a}(x - a),\ y = -\frac{b}{a}(x - a),\ ay = -bx + ab$

$bx + ay = ab$, Dividiendo por ab tenemos:

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$$

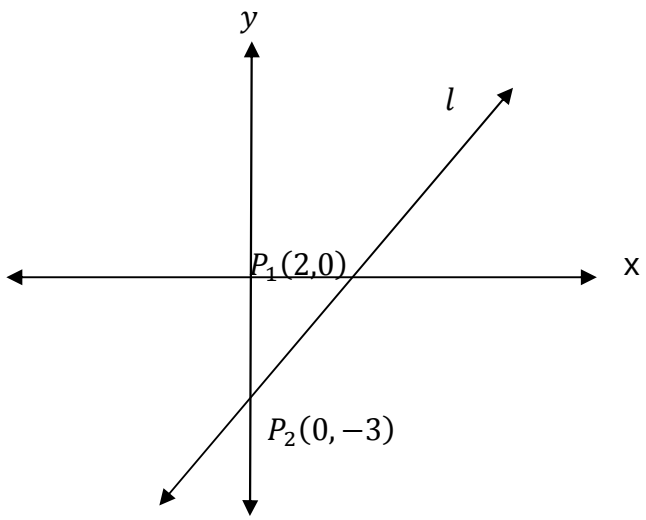
Nota.- Si $a = 0$, entonces también $b = 0$, y la forma simétrica no puede usarse. En este caso, solamente se conoce un punto que es el origen de coordenadas y no es suficiente para determinar la ecuación de una recta.

Ejemplo.

Los segmentos de una recta determinan sobre los ejes x y y son 2 y -3 respectivamente. Hallar su ecuación.

Solución.-

Los puntos de corte son $P_1(2,0)\ y\ P_2(0,-3)$ entonces $a = 2\ y\ b = -3$ graficando tenemos:



La ecuación simétrica de la recta es:

$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$,

$\frac{x}{2} + \frac{y}{-3} = 1,$

$\frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 1.$

ECUACIÓN GENERAL DE LA RECTA.-

Definición.- La ecuación de una recta cualquiera en el plano, tiene la forma: $Ax + Bx + C = 0$, donde $A \neq 0$ ó $B \neq 0$ y C puede ser o no cero.

En la ecuación general de la recta y analizando el coeficiente de y (que es B) tenemos los siguientes casos:

1) Si $B = 0$, entonces $A \neq 0$, la ecuación general se reduce: $Ax + Bx = C = 0$, $Ax + Oy + C = 0; Ax + C$ $\boxed{x = -\frac{C}{A}}$, en este caso, la ecuación

   de la recta es: $x = k, k \in \boldsymbol{R}$ y es paralela al eje y.
2) Si $B \neq 0$, la ecuación general podemos expresarla como: $Ax + By + c = 0$, dividiendo a la ecuación por B queda: $\frac{A}{B}x + \frac{B}{B}y + C = 0$,

   $\boxed{y = -\frac{A}{B}x - \frac{C}{B}}$

Podemos darnos cuenta que la ecuación anterior tiene la forma de la ecuación de la recta pendiente ordenada al origen $y = mx + b$, donde por analogía tenemos que:

$m = -\frac{A}{B}$ y $b = -\frac{C}{B}$.

Concluyendo: Vemos que en todos los casos la ecuación $Ax + By + C = 0$ representa una recta.

De todo el análisis de la ecuación de la recta de la forma: $Ax + By + C = 0$, nos queda el problema ¿cómo determinar el valor de los coeficientes A, B y C, donde $A, B, C \epsilon \boldsymbol{R}$, siempre que A y B no sean simultáneamente nulos, puede parecer a primera vista que estas tres constantes son independientes. Pero puede demostrarse fácilmente que en realidad, solo hay dos constantes independientes. En efecto, uno cuando menos de los coeficientes A y B debe ser diferente de

cero. Por tanto, si $A \neq 0$, podemos dividir la ecuación $Ax + By + C = 0$ por A y obtener la ecuación $\frac{Ax+By+C}{A} = \frac{0}{A}$

$\frac{A}{A}x + \frac{B}{A}y + C = 0$, $\boxed{x + \frac{B}{A}y + \frac{C}{A} = 0}$

En la ecuación hay solo dos constantes independientes que son las razones arbitrarias $\frac{B}{A}$ y $\frac{C}{A}$. Desde el punto de vista del algebra para calcular estas constantes, se necesita un sistema de ecuaciones independientes que las contengan y que cada una de las ecuaciones se obtiene a partir de una condición independiente. Por tanto, analíticamente la ecuación de una recta queda perfectamente determinada por dos condiciones independientes.

Ejemplo.

Hallar los valores que deben tener los coeficientes de la ecuación general $Ax + By + C = 0$ de una recta, para que pase por los puntos $P_1(-1,4)$ y $P_2(3,-2)$. De ahí Hallar la ecuación de la recta.

Solución.-

Como en el problema como datos nos da dos puntos, los mismos que pertenecen a la recta $Ax + By + C = 0$, deben satisfacer a esta ecuación.

Se toma el punto $P_1(-1,4)$ y se reemplaza en la ecuación general.

$Ax + By + C = 0$

$A(-1) + B(4) + C = 0$

$-A + 4B + C = 0$ $\boxed{1}$

Reemplazamos en la ecuación general el punto $P_2(3,-2)$

$Ax + By + C = 0$

$A(3) + B(-2) + C = 0$

$3A - 2B + C = 0$ [2]

Despejamos A en la ecuación $1\ y\ 2$

$-A + 4B + C = 0, \quad A = 4B + C$

$3A - 2B + C = 0, \quad 3A = 2B - C, \quad A = \frac{2B - C}{3}$

Igualamos los segundos miembros y despejamos B.

$4B + C = \frac{2B - C}{3}, 3(4B + C) = 2B - C, 12B + 3C - 2B = -C,$

$10B = -C - 3C$

$B = -\frac{4C}{10},$

$B = -\frac{2}{5}C$

Remplazamos los valores de $B\ en\ 2$ tenemos:

$3A - 2B + C = 0$ [2]

$3A - 2\left(-\frac{2}{5}C\right) + C = 0$

$3A + \frac{4}{5}C + C = 0$

$3A = -\frac{9}{5}C, \quad A = -\frac{9}{15}C$

$A = -\frac{3}{5}C$

Reemplazando los valores de $A\ y\ B$ en la ecuación general

$Ax + By + C = 0$

$\frac{3}{5}Cx - \frac{2}{5}Cy - C = 0$ Dividiendo para $-\frac{C}{5}$

$3x + 2y - 5 = 0$

Donde $A = 3, B = 2\ y\ C = -5$

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE

1) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-6,-3)$ y tiene un ángulo de inclinación de 45^o.
2) Hallar la ecuación de la recta cuya pendiente es -3 y cuya intercepción con el eje y es -2.
3) Hallar la ecuación de la recta que pasa por los dos puntos $A(4,2)\ y\ B(-5,7)$.
4) Una recta pasa por los puntos $A(-3,1)\ y\ B(2,-6)$. Hallar la ecuación en la forma simétrica.
5) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el punto $A(-2,4\ )$, y determina sobre el eje x el segmento -9.
6) Hallar la ecuación de la mediatriz del segmento que los ejes de coordenadas determinan en la recta $5x + 3y - 15 = 0$.
7) El punto P de ordenada 10 está sobre la recta cuya pendiente es 3 y que pasa por el punto $A(7,-2)$. Calcular la abscisa de P.
8) Determinar el valor de los coeficientes $A\ y\ B$ de la ecuación $Ax - By + 4 = 0$ de una recta, si debe pasar por los puntos $C(-3,1)\ y\ D(1,6\ )$.
9) Hallar la ecuación de la recta, determinando los coeficientes de la ecuación general, que es perpendicular a la recta $3x - 4y + 11 = 0$, y pasa por el punto $A(-1,-3)$.
10) Hallar el ángulo agudo formado por las rectas $4x - 9y + 11 = 0$ y $3x + 2y - 7 = 0$.
11) Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $A(2,-1)$ y que forman cada una un ángulo de 45^o con la recta $2x - 3y + 7 = 0$.

ECUACIONES E INECUACIONES LINEALES (VALOR ABSOLUTO Y PROPIEDADES)

ECUACIONES DE PRIMER GRADO CON UNA INCÓGNITA

Definición.- Una ecuación de primer grado con una incógnita es una igualdad de la forma $ax + b = c$; donde $a, b, c, x \epsilon$ **R.**

Los elementos de la ecuación son: **los datos:** $a, b, c \epsilon$ **R**, la **incógnita:** $\boldsymbol{x \epsilon R}$**, La potencia** de la incógnita $x\ es\ 1$.

Resolver una ecuación significa hallar todos los valores de la incógnita $x \epsilon$**R;** si x existe, tales que $ax + b = c$.

Para resolver las ecuaciones de primer grado con una incógnita en los reales (R) se aplican las propiedades de los números reales.

Ejemplos.

Consideremos la ecuación $x \in \boldsymbol{R}$ tal que $4x + 3 = 2$. Hallar la solución en $\boldsymbol{R}$.

Para resolver la ecuación dada aplicaremos las propiedades algebraicas de los números reales.

AFIRMACIONES	RAZONES
$4x + 3 = 2$	dato
$4x + 3 + (-3) = 2 + (-3)$	Axioma inverso aditivo de la igualdad
$4x + [3 + (-3)] = [2 + (-3)]$	Propiedad asociativa.
$4x + 0 = -1$	Propiedad clausurativa.

$4x = -1$	Propiedad modulativa.
$\frac{1}{4}(4x) = -1\left(\frac{1}{4}\right)$	Inverso multiplicativo de la igualdad.
$x = -\frac{1}{4}$	Propiedad clausurativa.

Se verifica que $x = -\frac{1}{4}$ es la solución de la ecuación $4x + 3 = 2$

$4\left(-\frac{1}{4}\right) + 3 = 2$

$-1 + 3 = 2$

$2 = 2.$

Nota.- Existen ecuaciones que pueden ser reducidas a ecuaciones de primer grado con una incógnita. Por ejemplo consideremos la ecuación: $x \in \boldsymbol{R}$ tal que $(x+1)^2 + x = x^2 + 5$.

Solución.-

Esta es una ecuación que es reducible a una ecuación de primer grado con una incógnita.

Si $x \in \boldsymbol{R}$, tenemos $(x+1)^2 + x = x^2 + 5$, aplicando las propiedades de los números reales tenemos:

AFIRMACIONES	RAZONES
$(x+1)^2 + x = x^2 + 5$	Dato.
$x^2 + 2x + 1 + x = x^2 + 5$	Producto notable.
$3x + 1 = 5$	Axioma cancelativo y aditivo.
$3x + 1 + (-1) = 5 + (-1)$	Axioma inverso aditivo de la igualdad.
$3x + [1 + (-1)] = [5 + (-1)]$	Propiedad asociativa.
$3x + 0 = 4$	Propiedad clausurativa.
$3x = 4$	Propiedad modulativa.

$\left(\frac{1}{3}\right)(3x) = \frac{1}{3}(4)$	Propiedad inversa multiplicativa de la igualdad.
$x = \frac{4}{3}$	Propiedad clausurativa.

Verifiquemos que $x = \frac{4}{3}$ es solución de la ecuación $(x+1)^2 + x = x^2 + 5$, reemplazamos el valor de x.

$(x+1)^2 + x = x^2 + 5,$

$\left(\frac{4}{3} + 1\right)^2 + \frac{4}{3} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 + 5$

$\left(\frac{7}{3}\right)^2 + \frac{4}{3} = \frac{16}{9} + 5$

$\frac{49}{9} + \frac{4}{3} = \frac{16+45}{9}$

$\frac{49+12}{9} = \frac{61}{9}$

$\frac{61}{9} = \frac{61}{9}$

$\frac{3}{x+4} = \frac{2}{3x-2}$ $; x \in \mathbf{R}\left\{-\mathbf{4}, \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\right\}$

$3(3x-2) = 2(x+4)$

$9x - 6 = 2x + 8$

$9x - 2x = 8 + 6$

$7\mathrm{x} = 14$

$x = 2.$

Verifiquemos que $x = 2$ es solución de la ecuación $\frac{3}{\mathrm{x}+4} = \frac{2}{3x-2}$;

$$\frac{3}{2+4} = \frac{2}{3(2) - 2}$$

$$\frac{3}{6} = \frac{2}{6-2}, \quad \frac{1}{2} = \frac{1}{2}.$$

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE.

1) $4w - 3 = 11 - 3w.$
2) $1 - 3(2x - 4) = 4(6 - x) - 8$
3) $-2[5 - (5 - 45)] + 4 = -35$

Encuentre el conjunto solución de las ecuaciones.

4) $\frac{3x-2}{3} + \frac{x-3}{2} = \frac{5}{6}$
5) $\frac{1}{4-t} = \frac{3}{6+t}$
6) $\frac{2}{3x-4} = \frac{5}{6x-7}$
7) $\frac{3}{x^2-9} - \frac{7}{x-3} = -\frac{4}{x+3}$
8) $\frac{3}{x^2-x-6} = \frac{4}{2x^2+x-6}$
9) $\frac{\frac{1}{3}\left(x+\frac{1}{4}\right)}{x+\frac{1}{5}} + \frac{\frac{1}{6}\left(x+\frac{1}{5}\right)}{x+\frac{1}{4}} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6}$
10) $(x+2)(2x-3) + (x-5)(x-4) - (x+1)(3x+2) - 5\frac{1}{2}$

En los ejercicios, demuestre que el conjunto solución de las ecuaciones es conjunto vacío.

11) $\frac{2x+16}{x^2+16x+55} + \frac{4}{x+5} = \frac{1}{x+11}$
12) $\frac{1}{2x+5} - \frac{4}{2x-1} = \frac{4x+4}{4x^2+8x-5}$

Encuentre el conjunto solución de cada una de las siguientes ecuaciones.

13) $\frac{x}{x} = 1$
14) $\frac{x-2}{x-2} = 2$

Resuelva las ecuaciones considerando las incógnitas x, y en función de los otros símbolos.

15) $a\,(y-a)-\,2b(y-3b)-\,ab$

16) $\frac{x+b}{3a-4b}=\frac{x-a}{2a-5b}$

17) $\frac{x+a}{2}-\,6+\frac{a-x}{5}=\,\frac{7}{10}a$

18) $\frac{a^2-2ax+x^2}{a^2-x^2}+\,\frac{a+x}{a^2+2ax+x^2}=1$

Despeje la letra indicada en la fórmula dada.

19) $A=P\left(1+\,\frac{r}{n}\right)$

20) $E=I\left(R+\,\frac{r}{n}\right)$

ECUACIONES COMO MODELOS MATEMÁTICOS.

En muchas aplicaciones de la matemática, los enunciados de los problemas nos proporcionan las relaciones entre números conocidos y desconocidos, los cuales deben ser determinados. La solución de problemas fortalece no solo la destreza matemática, sino también las habilidades de lectura y escritura.

SUGERENCIAS PARA OBTENER UNA ECUACIÓN COMO MODELO MATEMÁTICO.

a) Leer el problema las veces que sean necesarias hasta su total comprensión.
b) Determinar las cantidades conocidas llamadas datos, y las desconocidas llamadas incógnitas.

   Hay que emplear una incógnita para representar cada una de las cantidades desconocidas que intervienen en la ecuación.

   Cuando se utiliza una sola ecuación, cualquier cantidad desconocida deberá expresase en términos de una incógnita. Debido a que la incógnita representa un número y en ocasiones hay que especificar las unidades que acompaña a la incógnita.
c.) Anotar cualquier dato numérico conocido a cerca de la incógnita. En muchos de los enunciados de los problemas, estos datos pueden ser incorporados en una tabla.
d.) Con la información disponible en el paso anterior determinar expresiones algebraicas que permitan plantear las ecuaciones.
e.) Encontrar el conjunto solución de la ecuación obtenida como modelo matemático.
f.) Comprobar sus soluciones determinando si satisface las condiciones del problema, ésta comprobación verifica la exactitud de la ecuación planteada, como la exactitud del conjunto solución.
g.) Escribir una conclusión que contenga una o más oraciones completas sobre las respuestas a las preguntas del problema.

En los problemas de aplicación de ecuaciones de primer grado con una incógnita, se pueden encontrar en todas las áreas del conocimiento humano, como en la Física, Química, Bilogía, Economía, Matemática etc.

Ejemplos.

1) Aníbal tiene doble dinero que Bolívar. Si Aníbal diese $ 15 a Bolívar entonces tendrían la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto tiene cada uno?

   Razonamiento. Planteo.

   Dinero que tiene Aníbal: $2x$ $2x - 15 = x + 15$

   Dinero que tiene Bolívar: x $2x - x = 15 + 15$

   $x = 30$

   El dinero que tiene Aníbal es: $2x = 2(30)$ = 60 dólares.

   El dinero que tiene Bolívar es: $x = 30\ dólares$.

2) Seis amigos van a comprar un terreno a partes iguales, A última hora dos de ellos desisten y esto hace que cada uno de los otros tenga que aportar $ 500 más ¿Cuál es el valor del terreno?

   Razonamiento. Planteo

   Valor del terreno: x $\frac{x}{6} + 500 + \frac{x}{6} + 500 + \frac{x}{6} + 500 + \frac{x}{6} + 500 = x$

   Aporte de cada amigo: $\frac{x}{6}$ $\frac{4}{6}\ x + 2000 = x$

   Aporte de cada uno al $\frac{2}{3}\ x - x = -2000$

   Retirarse dos : $\frac{x}{6} + 500$ $2x - 3x = 3(-2000)$

   $-x = -6000$

   $x = 6000$

   El precio del terreno es de 6000 dólares.

3) Un rectángulo y un cuadrado tienen la misma área. El largo del rectángulo es 6 m mayor que el lado del cuadrado y su ancho es 4 m menor que el lado del cuadrado. Hallar las dimensiones y el área del cuadrado y del rectángulo.

Razonamiento Planteo

Lado del cuadrado: x $x^2 = (x + 6)(x - 4)$

Lado del rectángulo es 6m mayor $x^2 = x^2 + 2x - 24$

que el lado del cuadrado: $x + 6$ $x^2 - x^2 - 2x = -24$

Ancho del rectángulo es 4m menor $-2x = -24$

Que el lado del cuadrado: $x - 4$ $x = 12$

El área de cuadrado por definición es igual lado por lado, es decir, $A = L(L)$, entonces $A = x(x)$, $A = x^2$, $A = (12)^2$, $A = 144\ m^2$

El área del rectángulo por definición es igual a largo por ancho, es decir $A = L(a)$, entonces $A = (x + 6)(x - 4), A = (12 + 6)(12 - 4), A = (18)(8), A = 144\ m^2$.

El área del cuadrado es: $144m^2$ y el área del rectángulo es: $144m^2$.

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE.

1) Anita tiene tres veces tanto dinero como Beatriz. Si Anita da $ 25 a Beatriz tiene entonces el doble que Beatriz. ¿Cuánto tiene cada una al principio?
2) El duplo de las horas que han transcurrido de un día es igual al cuádruplo de las que quedan por transcurrir. Averiguar la hora.
3) La edad de un padre es el tripe de la de su hijo y dentro de 10 años será el doble. ¿Cuál es la edad actual de cada uno?
4) La edad de un padre es ahora el duplo de la de su hijo, pero hace 20 años era el cuádruplo. ¿Cuál es la edad actual?
5) La suma de las edades de dos hermanos es 25 años. La edad del menor es dos tercios de la edad del mayor. ¿Cuál es la edad de cada uno?
6) El denominador de un quebrado excede en dos unidades al numerador. Si se suma 1 al numerador y 1 al denominador el nuevo quebrado equivale a $\frac{2}{3}$. Hallar el quebrado primitivo.
7) Un rectángulo tiene 20m más de largo quede ancho. Si el largo tuviese 100m más y el ancho 40m menos el área sería la misma. Hallar las dimensiones del rectángulo primitivo.
8) La diferencia de los cuadrados de los números consecutivos es 61. Hallar los números.
9) La diferencia de los cuadrados de dos números impares consecutivos es 80. Hallar los números.
10) Dividir un ángulo de 180^0 en dos partes cuyas medidas estén entre sí como 4: 5.
11) La entrada en un cine cuesta $ 10 los mayores y $ 6 los menores, una noche entraron 320 personas y pagaron $ 2720. ¿ Cuántos mayores y cuántos menores entraron?
12) En un número de dos cifras, las cifras de las unidades excede en dos a la cifra de las decenas. Si al número se le agrega el tripe de sus unidades resulta 36. Averiguar el número.

13) La diferencia entre la cifra de las decenas y la cifra de las unidades de un número de dos cifras es 6. Si al número se le agrega el duplo de la suma de los valores absolutos de sus cifras se obtiene 87. Hallar el número.

14) En un número de dos cifras, la cifra de las decenas es igual al duplo de la cifra de las unidades. Si al número se resta 27 se obtiene otro número con las mismas cifras pero en orden inverso. ¿Cuál es el número?

15) Las cifras de un número de tres cifras son tres números consecutivos, siendo la cifra de las centenas el número menor y la cifra de las unidades el número mayor. Si el número se divide por el número de dos cifras que forman las decenas y las unidades el cociente es 8 y el resto también es 8. Hallar el número.

SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES.

SISTEMA DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS.

Definición.- Un sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas es un conjunto de ecuaciones dado como:

$$\begin{cases} a_1x + b_1 y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_1 \end{cases}$$

Donde $x, y \in \mathbf{R}$ y son las incógnitas, $a_1, a_2, b_1, b_2 \in \boldsymbol{R}$ se llaman coeficientes, $c_1, c_2 \in \mathbf{R}$, se llaman términos independientes.

Los coeficientes de x que son a_1, a_2 y los de y que son $b_1, b_2,$ supondremos que los coeficientes no todos son nulos.

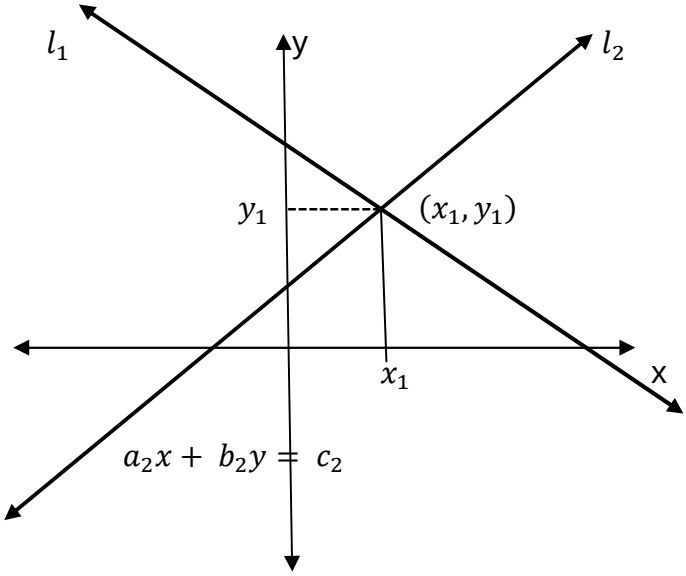
Resolver en el conjunto $\boldsymbol{R}^2$ el sistema de ecuaciones lineales con coeficiente y términos independientes en $\mathbf{R}$, significa dos números reales x, y, si existen, que satisfacen a las dos ecuaciones del sistema propuesto. Denotamos como S al conjunto solución, esto es: $S = \left\{(x, y) \in \boldsymbol{R} \begin{cases} \mathrm{a_1x} + \mathrm{b_1y} = \mathrm{c_1} \\ \mathrm{a_2x} + \mathrm{b_2y} = \mathrm{c_2} \end{cases}\right\}$ donde $S \subset \boldsymbol{R^2}$.

Encontramos tres clases de sistemas de ecuaciones lineales.

1) Sistemas de ecuaciones lineales que tienen una única solución. $S = \{(x_o, y_o) \in \mathbf{R^2}\}$
2) Sistemas de ecuaciones lineales que tiene infinitas soluciones.
3) Sistemas de ecuaciones lineales que no tiene solución, es decir, $S = \emptyset,$ a este tipo de ecuaciones se los llama sistemas inconsistentes.

SISTEMAS DE ECUACIONES QUE TIENE UNA ÚNICA SOLUCIÓN.

Gráficamente:



Se puede observar que las rectas se cortan en un solo punto(x_1, y_1) que es la solución del sistema de ecuaciones líneas $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$

Ejemplo.-

$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x - y = -1 \end{cases}$.

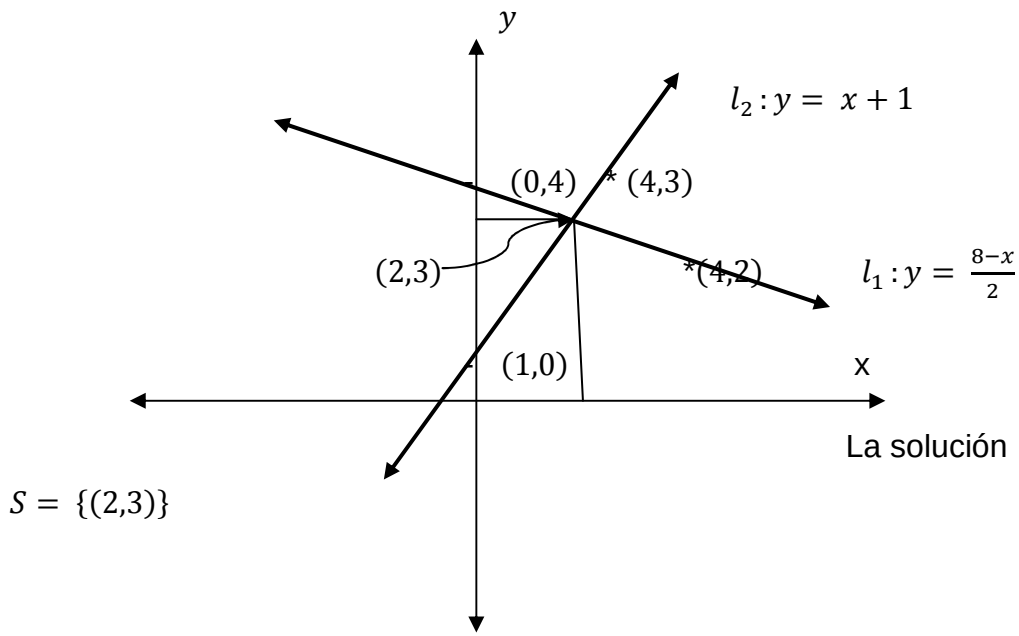
Se toma la ecuación $x + 2y = 8$, despejamos y, $2y = 8 - x;\ \ y = \frac{8-x}{2}$.

Luego escribimos la ecuación $x - y = -1$, depejamos $y, -y = -1 - x, y = 1 + x$.

Si x=0 entonces y = 4, si x = 4 entonces y = 2.

Si x = 0 entonces y = 1, si x= 3 entonces y =4.

Los puntos son: $P_1(0\ ,4\ )$ y $P_2(4, 2), P_3(0,1)\ y\ P_4(3, 4)$

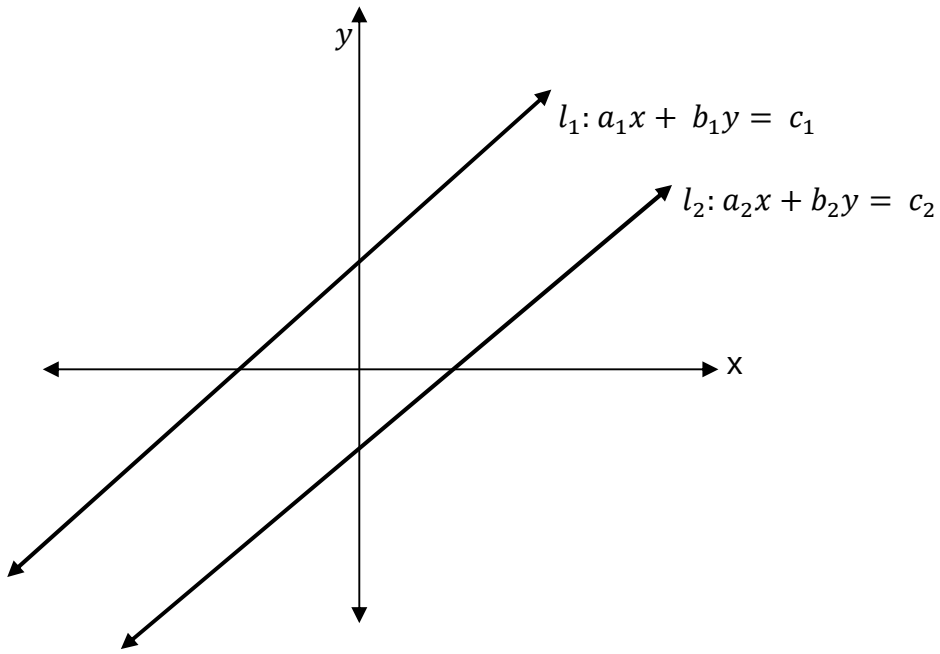


La solución

$S = \{(2,3)\}$

SISTEMAS DE ECUACIONES QUE NO TIENE SOLUCIÓN.

Gráficamente.-



Podemos observar que las dos rectas $l_1\, y\, l_2$ son paralelas, en este caso el sistema de ecuaciones no tiene solución $S = \emptyset$.

Ejemplo.-

$\begin{cases} x + 2y = 8 \\ x + 2y = 4 \end{cases}$

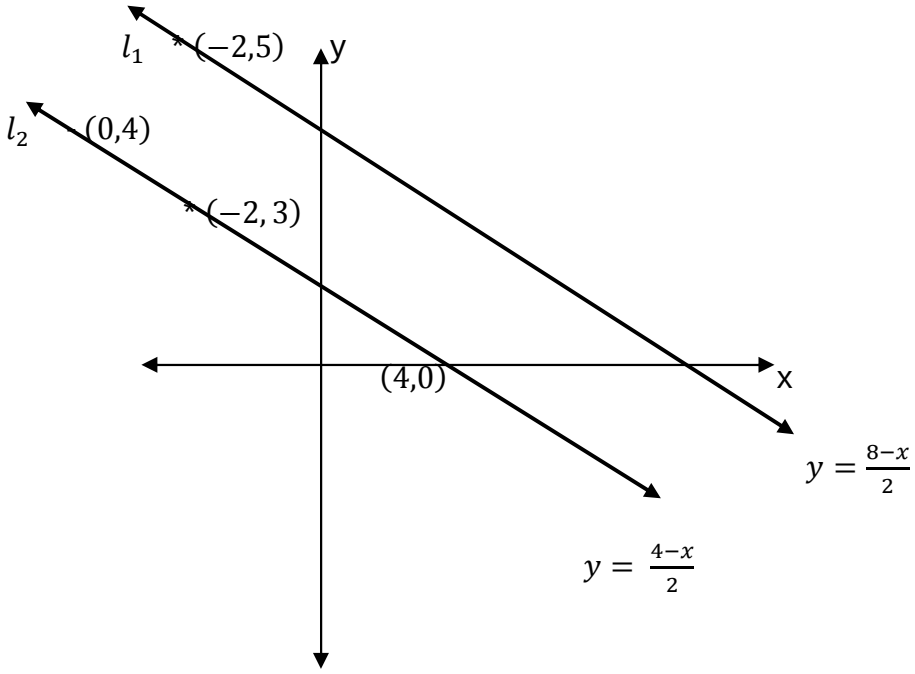
De la ecuación $x + 2y = 8$, despejamos y, $\quad 2y = 8 - x,\ y = \frac{8-x}{2}$.

De la ecuación $x + 2y = 4$, despejamos y, $\quad 2y = 4 - x,\ y = \frac{4-x}{2}$.

Si x =0 entonces y = 4, si x = -2 entonces y = 5

Si x = - 2 entonces y = 3, si x = 4 entonces y =0.

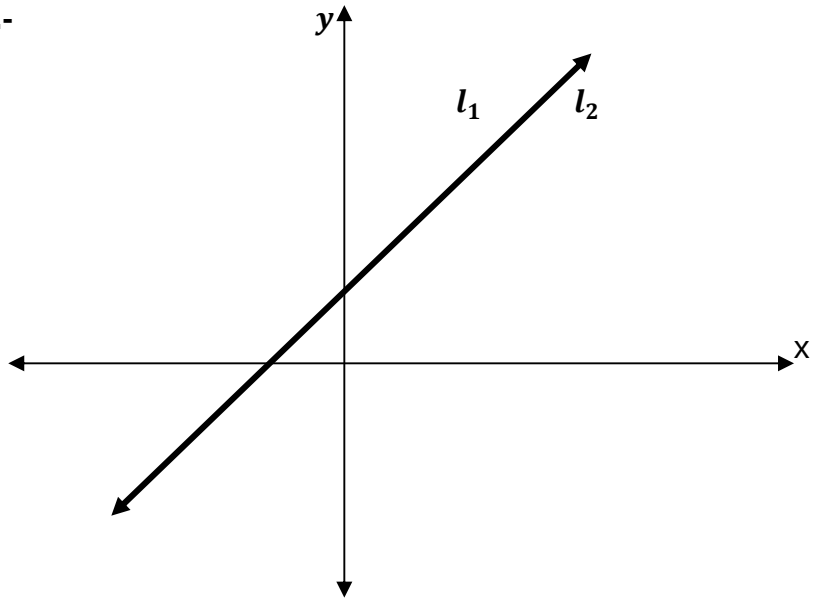
Los puntos son: $P_1(0,4)\ y\ P_2(-2,5),\ P_3(-2,3)\ y\ P_4(4,0)$



El sistema de ecuaciones no tiene solución por tanto $S = \emptyset$.

SISTEMAS DE ECUACIONES QUE TIENE INFINTAS SOLUCIONES.

Gráficamente.-



Podemos observar que las dos rectas $l_1\ y\ l_2$ coinciden en todos sus puntos, es decir, $l_1 = l_2$, en este caso el sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.

Ejemplo.-

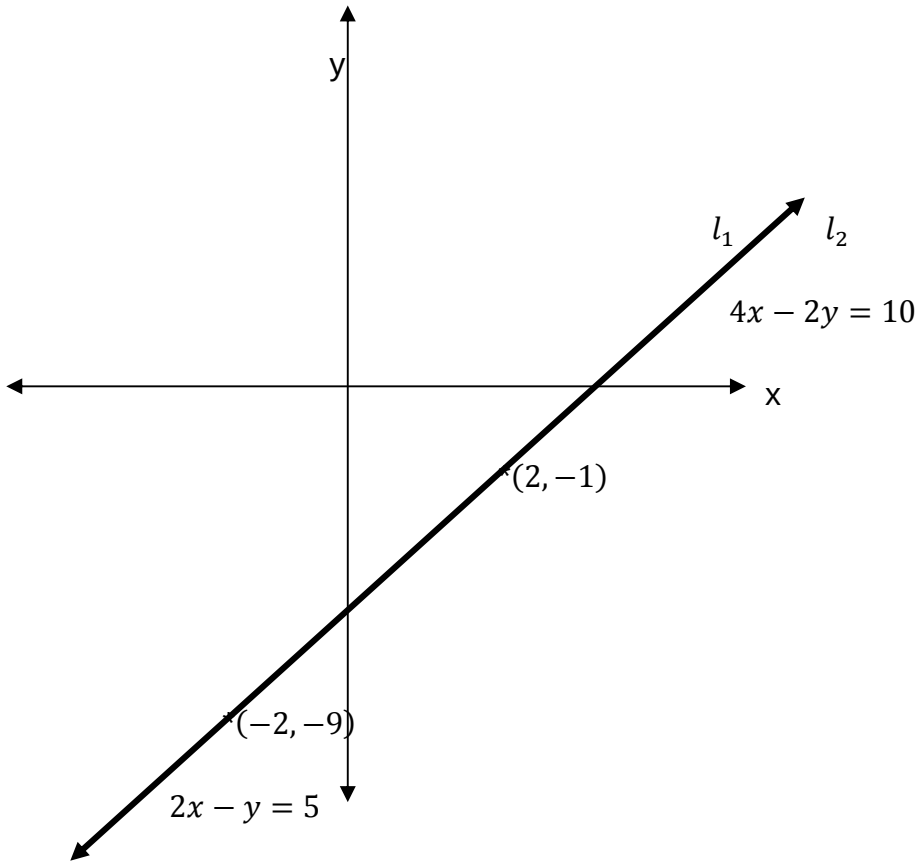
$$\begin{cases} 2x - y = 5 \\ 4x - y = 10 \end{cases}$$

De la ecuación 2x- y = 5 , despejamos y, - y = 5 – 2x, y = 2x -5.

De la ecuación 4x – 2y = 10, despejamos y, -2y = 10 – 4x, $y = \frac{4x-10}{2}$

Si x = -2 entonces y =-9, si x=2 3ntonces y = -1.

$P_1 = P_3 = (-2, -9)\ y\ P_2 = P_4 = (2, -1)$



El sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.

SOLUCIÓN DE SISTEMAS DE DOS ECUACIONES CON DOS INCÓGNITAS.

Método de Igualación.

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales definido por $(x, y) \in \boldsymbol{R^2}$ tal que: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ donde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \boldsymbol{R}$, con a_1, a_2, b_1, b_2 , no todos nulos.

El método de solución de sistemas de ecuaciones por igualación se fundamenta en el siguiente procedimiento.

Supongamos que los coeficientes de la incógnita x no son nulos, esto es, $a_1 \neq 0, a_2 \neq 0$, Entonces tomamos la ecuación $a_1x + b_1y = c_1$ y despejamos x, $a_1x + b_1y = c_1,\ a_1x = c_1 - b_1y;\ x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$.

Luego se toma la ecuación $a_2x + b_2y = c_2$, despejamos x, $a_2x = c_2 - b_2y$; $x = \frac{c_2 - b_2y}{a_2}$.

Igualando los segundos miembros tenemos: $\frac{c_1 - b_1y}{a_1} = \frac{c_2 - b_2y}{a_2}$; finalmente

$$Y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Reemplazando el valor de y en la ecuación $a_1x + b_1y = c_1$, tenemos:

$a_1x + b_1y = c_1;\ a_1x + b_1\left(\frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}\right)$; Finalmente nos queda:

$$X = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_1b_1}$$

1) Si $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0$, entonces el sistema de ecuaciones lineales tiene una única solución.
2) Si $a_1b_2 - a_2b_1 = 0\ y\ b_2c_1 - b_1c_2 = 0$ ó $a_1c_2 - a_2c_1 = 0$, entonces el sistema de ecuaciones tiene infinitas soluciones.
3) Si $a_1b_2 - a_2b_1 \neq 0\ y\ b_2c_1 - b_1c_2 \neq 0$ ó $a_1c_2 - a_2c_1 \neq 0$, entonces el sistema de ecuaciones no tiene solución.

Ejemplo.-

Resolver: $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

La solución del sistema de ecuaciones se realizará por el método de igualación:

Se toma la ecuación $2x + 3y = 7$, se despeja x, $2x = 7 - 3y$; $x = \frac{7 - 3y}{2}$.

Se toma la ecuación $-x + y = -1$, se despeja x, $-x = -1 - y$: $x = y + 1$

Igualando los segundos miembros tenemos:

$\frac{7-3y}{2} = \quad y+1, \quad 7-3y = 2(y+1), \quad 7-3y = 2y+2, \qquad -3y-2y = 2-7,$

$-5y = -5;$

$y = 1.$

Reemplazamos el valor de y en la ecuación $-x+y = -1$, se encuentra el valor de x. $-x+y = -1, -x+1 = -1; \ -x = -1-1, \ x = 2;$

El sistema de ecuaciones tiene una única solución $S = \{2,1\}$.

Método de Sustitución.

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales definido por $(x,y) \in \boldsymbol{R^2}$ tal que: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ donde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \boldsymbol{R}$, con a_1, a_2, b_1, b_2 , no todos nulos.

El método de solución de sistemas de ecuaciones por sustitución.

Suponemos que $a \neq 0$ y de la ecuación $a_1x + b_1y = c_1$, despejamos x.

$a_1x + b_1y = c_1, \quad a_1x = c_1 - b_1y, \quad x = \frac{c_1 - b_1y}{a_1}$; Reemplazamos el valor de x en la ecuación $a_2x + b_2y = c_2$ y encontramos el valor de y.

$a_2\left(\frac{c_1-b_1y}{a_1}\right) + b_2y = c_2$, finalmente el valor de y es: $\boxed{y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}}$

Reemplazamos el valor de y en la ecuación $a_2x + b_2y = c_2$, $a_2x + b_2\left(\frac{a_1c_2-a_2c_1}{a_1b_2-a_2b_1}\right) = c_2$, finalmente el valor de x es: $\boxed{x = \frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}}$

Ejemplo.-

Resolver: $\begin{cases} 3x-2y = 1 \\ 5x+7y = 50 \end{cases}$

La solución del sistema de ecuaciones se realizará por el método de sustitución

De la ecuación $3x - 2y = 1$ despejamos x, $3x = 1 + 2y;\ x = \frac{2y+1}{3}$, reemplazamos el valor de x en la ecuación $5x + 7y = 50$, se encuentra el valor numérico de y.

$5x + 7y = 50\ ,\ 5\left(\frac{2y+1}{3}\right) + 7y = 50\ ;\ \frac{10y+5+21y}{3} = 50;\ 31y + 5 = 150;\ 31y = 150 - 5$

$y = \frac{145}{31}$, reemplazamos el valor de y en la ecuación $3x - 2y = 1$ y hallamos el valor de x.

$3x - 2y = 1,\ 3x - 2\left(\frac{145}{31}\right) = 1, 3x = 1 + \frac{290}{31}\ , x = \frac{107}{31}$.

El sistema de ecuaciones tiene una única solución y está dado: $S = \left\{\frac{107}{31}, \frac{145}{31}\right\}$

Método de Reducción (Suma y Resta)

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales definido por $(x, y) \in \boldsymbol{R^2}$ tal que: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ donde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \boldsymbol{R}$, con a_1, a_2, b_1, b_2 , no todos nulos.

El método de solución de sistemas de ecuaciones por reducción.

Supongamos que $b_1 \neq 0\ , b_1 \neq 0$, a la ecuación $a_1x + b_1y = c_1$ le multiplicamos por b_2 y a la ecuación $a_2x + b_2y = c_2$, le multiplicamos por $(-b_1)$ y tenemos las respectivas ecuaciones equivalentes que son:

$a_1b_2x + b_1b_2y = b_2c_1$

$-a_2b_1x - b_1b_2y = -b_1c_2$

$a_1b_2x - a_2b_1x = b_2c_1 - b_1c_2$, por factor común

$x(a_1b_2 - a_2b_1) = b_2c_1 - b_1c_2$

X= $\frac{b_2c_1 - b_1c_2}{a_1b_2 - a_2b_1}$.

Reemplazando x en la ecuación $a_1x + b_1y = c_1$ tenemos:y es: $$y = \frac{a_1c_2 - a_2c_1}{a_1b_2 - a_2b_1}$$

Ejemplo.-

Resolver: $\begin{cases} 5x + 2y = 14 \\ 3x - 4y = 24 \end{cases}$

La solución del sistema de ecuaciones se realizará por el método de reducción.

Se multiplica a la ecuación $5x + 2y = 14$ por (2) y la ecuación equivalente es:

$10x + 4y = 28$, la otra ecuación se le lo multiplica por (1) y se ubica debajo.

$3x - 4y = 24$

$13x \quad = 52$, $x = \frac{52}{13}$, $x = 4$

Reemplazando el valor de x en la ecuación $5x + 2y = 14$ se encuentra el valor de y.

$5x + 2y = 14$; $5(4) + 2y = 14$; $20 + 2y = 14$; $2y = 14 - 20$; $2y = -6$; $y = -3$.

El sistema de ecuaciones tiene una única solución y está dado: $S = \{4, -3\}$

Método de Determinantes (Crammer)

Consideremos el sistema de ecuaciones lineales definido por $(x, y) \in \boldsymbol{R^2}$ tal que: $\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1 \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$ donde $a_1, a_2, b_1, b_2, c_1, c_2 \in \boldsymbol{R}$, con a_1, a_2, b_1, b_2 , no todos nulos.

El método de solución de sistemas de ecuaciones por determinantes.

Para resolver por determinantes seguimos los siguientes pasos

1) Se calcula el determinante del sistema que se denota como Ds, y esta formado por los coeficientes de $x\ e\ y$. está dado por:

$$Ds = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix} = a_1 b_2 - a_2 b_1$$

2) Se evalúa el determinante de las incógnitas que de denota como $Dy, Dx, Dz, ..$ para evaluar el Dx, en la columna de los coeficientes de x se reemplaza la columna de los términos independientes; para evaluar Dy, en la columna de los coeficientes de y se remplaza la columna de los términos independientes .Así:

$$Dx = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix} = b_2 c_1 - b_1 c_2$$

$$Dy = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix} = a_1 c_2 - a_2 c_1$$

3) Se calcula los valores de x , y, que se define de la siguiente manera:

$x = \frac{Dx}{Ds}$, $\boxed{x = \dfrac{b_2 c_1 - b_1 c_2}{a_1 b_2 - a_2 b_1}}$

,

$\mathrm{y} = \frac{\mathrm{Dy}}{\mathrm{Ds}}$, $\boxed{y = \dfrac{a_1 c_2 - a_2 c_1}{a_1 b_2 - a_2 b_1}}$

Ejemplo.-

Resolver: $\begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 2 \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{2} = 5 \end{cases}$

La solución del sistema de ecuaciones se realizará por el método de Crammer.

1) Se calcula el determinante del sistema: $Ds = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{4} & \frac{1}{2} \end{vmatrix} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{1}{3}\right)\left(\frac{1}{4}\right)$

$\frac{1}{4} + \frac{1}{12} = \frac{4}{12}, \quad Ds = \frac{1}{3}$

2) Se evalúa los determinantes de las incógnitas: $Dx = \begin{vmatrix} 2 & -\frac{1}{3} \\ 5 & \frac{1}{2} \end{vmatrix}$

$2\left(\frac{1}{2}\right) - 5\left(-\frac{1}{3}\right) = 1 + \frac{5}{3},\ Dx = \frac{8}{3}$,

$Dy = \begin{vmatrix} \frac{1}{2} & 2 \\ \frac{1}{4} & 5 \end{vmatrix} = 5\left(\frac{1}{2}\right) - 2\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{5}{2} - \frac{1}{2} = \frac{4}{2},\ Dy = 2.$

3) Se Calcula los valores de $x\ e\ y$, $x = \frac{Dx}{Ds}$, $x = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{1}{3}}$, $x = 8$

$\boldsymbol{y} = \frac{\mathrm{Dy}}{\mathrm{Ds}},\ y = \frac{2}{\frac{1}{3}}, y = 6.$

El sistema de ecuaciones tiene una única solución y está dado. $S = \{8, 6\}$

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE.

Resuelva gráficamente y determine si los sistemas de ecuaciones tienen una única solución, tiene infinitas soluciones o no tiene solución.

1) $\begin{cases} x + 2y = 5 \\ 2x - 7 = -5 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 4x + 6y = 36 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x - 3y = 8 \\ 3x + y = -10 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x - y = 3 \\ 4x - 2y = 6 \end{cases}$

5) $\begin{cases} 5x + 2y = 10 \\ 2{,}5x + y = 5 \end{cases}$

Resuelva los sistemas de ecuaciones por los diferentes métodos analizados y determine si los sistemas dados tienen solución única, no tenga solución o tienen infinitas soluciones.

6) $\begin{cases} 10x - 3y = 16 \\ 4x - 7y = 18 \end{cases}$

7) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{5}y = 3 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}y = 4{,}25 \end{cases}$

8) $\begin{cases} \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 6 \\ \frac{1}{6}x - \frac{1}{4}y = -1 \end{cases}$

9) $\begin{cases} \frac{3x-y}{y-2} = 4 \\ \frac{x+2y}{2x-y} = 3 \end{cases}$

10) $\begin{cases} \frac{8}{x} + \frac{3}{y} = 5 \\ \frac{10}{x} - \frac{9}{y} = 2 \end{cases}$

11) $\begin{cases} \frac{3}{4x} + \frac{4}{5y} = 2 \\ \frac{5}{2x} + \frac{2}{3y} = \frac{25}{6} \end{cases}$

12) $\begin{cases} 2x + 3y = 7 \\ -x + y = -1 \end{cases}$

13) $\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y = 7 \\ \frac{1}{3}x + \frac{1}{4}y = 5 \end{cases}$

14) $\begin{cases} \sqrt{2}x + \sqrt{3}y = 2\sqrt{6} \\ \sqrt{3}x + \sqrt{2}y = 5 \end{cases}$

15) $\begin{cases} x - \frac{1}{2}y = 3 \\ -4x + 2y = -12 \end{cases}$

16) $\begin{cases} \frac{2}{5}x - 3y = -1 \\ x - \frac{15}{2}y = -\frac{1}{2} \end{cases}$

17) $\begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ 3x + \frac{9}{2}y = 3 \end{cases}$

18) $\begin{cases} \frac{\sqrt{2}}{2}x + \frac{1}{5}y = 3 \\ x + \frac{\sqrt{2}}{5}y = 2\sqrt{2} \end{cases}$

Determine todos los valores de $a \in \boldsymbol{R}$ para los que el sistema de ecuaciones lineales que se propone tenga solución única. Calcule la solución (x, y) por el método más adecuado que usted considere.

19) $\begin{cases} ax + 2y = 2 \\ -x + 3y = -1 \end{cases}$

20) $\begin{cases} 3x + ay = 3 + a \\ -x + 4y = 6 \end{cases}$

PROBLEMAS DE PLANTEO

Existen problemas en Economía, Biología, Física, etc. que para resolverlos se requiere que se planteen sistemas de ecuaciones lineales, para la solución se siguen los pasos mencionados anteriormente.

Ejemplos.-

1) Una lancha de motor navega río arriba a una velocidad de $21\frac{km}{h}$ y río abajo a una velocidad de $27\frac{km}{h}$. Hallar la velocidad de la corriente del río y la velocidad de la lancha.

   Solución.-

   Velocidad del río: v_R

   Velocidad del río: v_L

   Planteo

$$v_R + v_L = 27$$

$$v_R - v_L = 21$$

$$2v_R = 48$$

$$v_R = 24\ \frac{km}{h}$$

   Esquema gráfico

   Cuando la lancha navega río abajo

   $\rightarrow v_R$ $\rightarrow v_L$

   Cuando la lancha navega río arriba.

   $\rightarrow v_R$ $\leftarrow v_L$

   Reemplazamos el valor v_R

   En la ecuación:

Reemplazamos el valor de v_L en la ecuación $v_R + v_L = 27$, $24 + v_L = 27$;

$\boldsymbol{v_L} = 3\frac{\text{km}}{\text{h}}$.

La velocidad del río es $24\ \frac{km}{h}$, y la velocidad de la lancha es $3\ \frac{km}{h}$.

2) Para un experimento necesitamos 18 gramos en total, de dos productos y los pagamos \$ $5{,}80$. Uno de ellos cuesta \$ 0,30 el gramo y el otro 0,35. ¿Cuántos gramos hemos comprado de cada uno?

Solución.- Planteo

Gramos de la primera substancia: x. x+ y =18

Gramos de la segunda substancia: y 0,30x +0,35y = 5,80

Costo del gramo de la primera substancia: $ 0,30

Costo de la segunda substancia: $ 0,35

La ecuación con coeficientes decimales se transforma a coeficientes fraccionarios $\frac{30}{100}x + \frac{35}{100}y = \frac{580}{100}$; $30x + 35y = 580$, dividiendo para 5 tenemos

$6x + 7y = 116.$

De la ecuación $x + y = 18$, despejamos x, tenemos: $x = 18 - y$, reemplazamos en $6x + 7y = 116;\ 6(18 - y) + 7y = 116;\ 108 - 6y + 7y = 116$

$y = 116 - 108;\ y = 8$, el valor de y reemplazamos en la ecuación $x + y = 18,$

$x + 8 = 18, x = 18 - 8;\ x = 10$

Concluyendo: Se compra 10 g de la primera substancia y 8 gramos de la segunda substancia.

3) Una sociedad científica invirtió cierta suma de dinero al 5% para instituir; con el interés de esa suma, un premio anual. La tasa de interés fue reducida al 4% y entonces la sociedad tuvo que incrementar el capital invertido en $ 750 para poder mantener el mismo premio ¿ A cuánto asciende el premio?.

   Datos Planteo

Suma de Capital: C $I = crt; I = C(0{,}05)(1)$

r = 0,05 $I = 0{,}05C.$ $*$

t= 1 año $I = (C + 750)0{,}04(1)$

La tasa reducida fue del 4%; $r_1 = 0{,}04$ $I = 0{,}04\ (C + 750)\ **$

Se incrementa el capital invertido: $C + 750$

Igualando los segundos miembros de * y ** , tenemos:

$0{,}05\ C = 0{,}04\ (C + 750)$, $0{,}05\ C = 0{,}04C + 30$; $0{,}05C - 0{,}04C = 30$;

$0{,}01C = 30$: $C = 3000$; El capital asciende a $ 3000.

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE

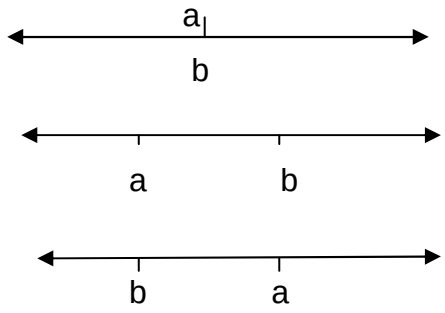
1) Un bote navega 26 km río abajo en 2 horas y 6 km río arriba en una hora 30 minutos. Hallar la velocidad de bote en aguas tranquilas y la velocidad de la corriente del río.
2) Dividir el número m en dos partes que estén entre sí como $p\ es\ a\ q$.
3) Dos nadadores A y B se entrenan para una competencia de relevo en una piscina de 30m de largo. A nada dos largos y le sigue B que nada también dos largos y lo hacen en un tiempo total de 76 segundos. Si A nada un largo y B tres lagos, entonces lo hacen en 74 segundos. Hallar la velocidad de cada uno.
4) La distancia entre A y B es de 500 km. Un automóvil parte de A hacia B, con velocidad constante, al mismo tiempo que otro sale de B hacia A, también con velocidad constante y tardan 5 horas en encontrarse. Si el segundo móvil saliese de B en dirección opuesta a A, el primero tardaría 25 horas en alcanzarlo. ¿Cuál es la velocidad de cada uno?.
5) La suma de las cifras de un número de dos cifras es 8. Si al número se añaden 18 el número resultante está formado de las mismas cifras en orden inverso. Hallar el número primitivo.
6) Cuarenta una monedas de 5 y 10 centavos suman $ 2,95. Hallar cuántas hay de cada clase.
7) El empresario del cine resuelve contribuir a una obra benéfica con 60 centavos por cada entrada de mayores y 40 por la de niños. Asisten 250 personas y el importe que dona es de $128. ¿A cuántas entradas de mayores y cuántas de niño corresponden?
8) Un fabricante de productos químicos debe surtir una orden de 500litros de ácido al 25%(25% del volumen es ácido). Si en existencia hay disponible soluciones al 30% y al 18%. ¿Cuántos litros de cada una debe mezclar para surtir el pedido?
9) Un jardinero tiene dos fertilizantes que contienen diferentes concentraciones de nitrógeno. Uno tiene el 3% de nitrógeno y el otro tiene el 11% de nitrógeno. ¿Cuántas libras de cada fertilizante debe mezclar para obtener 20 libras con una concentración del 9%?

10) En un laboratorio, un estudiante de química desea obtener una mezcla de 32 mililitros con 30% de ácido, partiendo de dos soluciones. La solución A contiene 42% de ácido y la solución B, 18% de ácido. ¿Cuántos mililitros debe usar de cada solución?.

INECUACIONES LINEALES.-

DESIGUALDADES LINEALES.-

Supongamos que $a\ y\ b$ son dos puntos sobre la recta de los números reales, éstos puntos $a\ y\ b$ coinciden ó a se encuentra a la izquierda de b ó a se encuentra a la derecha de b. Gráficamente significa.



a = b, se lee “a es igual a b”

$a < b$, se lee “ a es menor que b

$b < a$, se lee “a es mayor que b”

$b < a$, se lee “b es menor qua b”

Podemos decir $a > b\ y\ b < a$ son desigualdades equivalentes.

Definición.- $\forall a, b \in \boldsymbol{R}$, $a < b$, si y solo si $b - a\ > 0$.

Otro símbolo de desigualdad “≤ " , que se lee “es menor o igual a” y se define como $a \leq b$, si y solo si, $a = b$ ó $a < b$, de manera semejante sucede con el símbolo de desigualdad “≥ " que está definido como: $a \geq b$, si y solo si, $a > b$, ó $a = b$, que en éste caso leemos que “a es mayor o igual que b”.

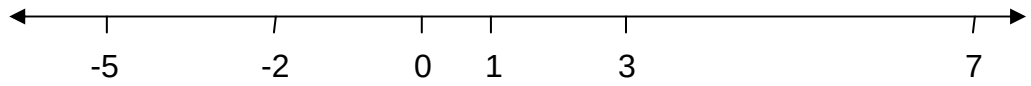
El uso de la palabra números reales y puntos de manera indistinta, se debe a que existe una correspondencia biunívoca entre los números reales y los puntos que están en la recta.

Ejemplos.-

-5, -2, 0, 1, 3, 7, podemos escribir como:

$-5 < -2, -2 < 0, \quad 1 > 0, 3 \leq 3, 7 \geq 0$

Los puntos podemos ubicar en la recta numérica:

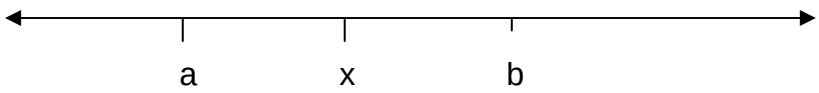


Nos damos cuenta que si $a > 0$, entonces a es positiva.

Si $a < b$, entonces a es negativa.

Supongamos que $a < b$, $y\ x$ está entre $a\ y\ b$. Entonces no solo $a < x$ también $x < b$, esta propiedad escribimos como: $a < x < b$ y se lo puede considerar como una desigualdad doble.

Gráficamente: $a < x < b$



Ejemplo.-

$7 < x < 9$.

Los signos $(>, \geq, \leq$ podemos usar para la escritura de las desigualdades.

Definición.-

Una desigualdad es un enuciado que se establece que un número es menor o igual que otro.

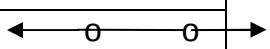
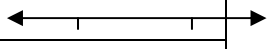
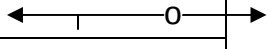
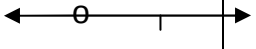
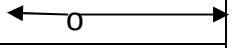
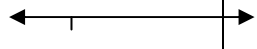
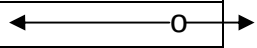
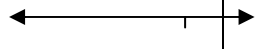
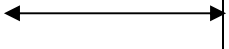
Resolver una desigualdad es encontrar todos los valores de la incógnita para los cuales dicha desigualdad es verdadera.

Para poder expresar las soluciones de las desigualdades es necesario definir los intervalos.

INTERVALOS.-

Definición.- Un intervalo, es el dominio de la incógnita de una desigualdad que está dado por el conjunto de los números reales, para los cuales están definidos los miembros de la desigualdad.

Los tipos de intervalos son los siguentes:

Nombre intervalo	Desigualdad	Notación	R.Gráfica
Abierto	$a < x < b$	(a,b)ó $]a,b[$	
Cerrado	$a \leq x \leq b$	$[\![a,b]\!]$	
Cerrado a la izq.	$a \leq x < b$	$[a,b[$ ó $[a,b)$	
Cerrado a la der.	$a < x \leq b$	$]a,b]$ ó $(a,b[$	
Infinito a la der.	$x > a$	$]a,+\infty[$ó (a,b)	
Cerrado izq. Al inf.derecha	$x \geq a$	$[a,+\infty[$ó $[a,+\infty)$	
Infinito a la izq.	$x < a$	$]-\infty,a[$ ó $(-\infty,a)$	
Infinito a la izq. Cerrado a la der.	$x \leq a$	$]-\infty,a]$ó $(-\infty,a]$	
Infinito	$-\infty < x < +\infty$	$]-\infty,+\infty[$ó $(-\infty,+\infty)$	

Los métodos para resolver desigualdades en x, son semejantes a las que se usan en las ecuaciones. En particular, se usan las propiedades de las desigualdades, para sustituir una desigualdad determinada por desigualdades equivalentes que termina en una desigualdad, a partir de la cual se obtiene el conjunto solución que se denota como S y las propiedades son las siguientes:

1) Si a una desigualdad le sumamos o restamos un mismo número, la desigualdad resultante tiene el mismo sentido que la desigualdad original.

Simbolicamente: $Si\ a,b,c \in \boldsymbol{R}$, entonces $a+c < b+c\ y\ a-c < b-c$

Ejemplo

Si $7 < 10$, entonces, $7+3 < 10+3$

Si $7 < 10$,entonces, $7 - 3 < 10 - 3$

2) Si a una desigualdad, se multiplican o se dividen a los dos lados por un mismo número positivo, ls desigualdad resultante tendrá en mismo sentido que la desigualdad original'

   Simbolicamente: $\forall\ a, b \in \boldsymbol{R}, c \in \mathrm{R}^{+}$

   Si $a < b$ y c> 0, entonces, $ac < bc\ y\ \frac{a}{c} < \frac{b}{c}$

Ejemplo.

$3 < 5\ y\ 2 > 0$, entonces, $3(2) < 5(2)\ y\ \frac{3}{2} < \frac{5}{2}$

3) Si a los dos lados de una desigualdad, se multiplican o se dividen por un mismo número negativo, la desigualdad resultante tendrá sentido contrario al de la desigualdad original.

   Simbolicamente: $\forall a, b \in \boldsymbol{R}\ \boldsymbol{y}\ c \in \boldsymbol{R}^{-}$,

   Si $a < b\ y\ c < 0$, entonces, $ac > bc\ y\ \frac{a}{c} > \frac{b}{c}$

Ejemplo.-

Si $3 < 5\ y - 3 < 0,$ entonces, $3(-3) > 5(-3)\ y\ \frac{3}{-3} > \frac{5}{-3}$

4) Cualquier lado de una desigualdad puede ser reeplazado por una expresión equivalente.

   En forma simbólica: Si $a < b\ y \cup a = c,$ entonces, $c < b$.

Ejemplo.-

Si $x < 2\ y\ x = y + 4$, entonces, $y + 4 < 2$

5) Si los lados de una desigualdad son ambos positivos o ambos nagativos, entonces sus recíprocos respectivos estarán relacionados por un símbolo de desigualdad con sentido contrario a la desigualdad original.

   En forma simbólica: si $a < b\ y\ a \neq 0, b \neq 0$, entonces, $\frac{1}{a} > \frac{1}{b}$

Ejemplo.-

$3 < 5 < pero\ \frac{1}{3} > \frac{1}{5}$

Nota.- El recíproco de un número $a; a \neq 0$, está definido como: $\frac{1}{a}$

6) Si ambos miembros de la desigualdad son positivos y elevamos a la misma potencia, entonces la desigualdad resultante tendrá el mismo sentido que la desigualdad original.
En forma simbólica: $0 < a < b \; y \; n > 0; n \in \boldsymbol{Z}^{+}$, entonces, $a^n > b^n$ y $\sqrt[n]{a} < \sqrt[n]{b}$

Ejemplo.-

$4 < 9;\ 4^2 < 9^2$ y $\sqrt{4} < \sqrt{3}$

INECUACIONES DE PRIMER GRADO.

Definición.- Sean $a, b, c \in \boldsymbol{R}$ con a $\neq 0$. Una inecuación de primer grado con una incógnita es una desigualdad del tipo $ax + b < c,\ ax + b > c,\ ax + b \leq c$ y $ax + b \geq c$, donde x es la incógnita.

Resolver una inecuación de primer grado con una incógnita, es encontrar (si existen) todos los valores $x \in \boldsymbol{R}$ que satisfacen a la desigualdad dada.

Para resolver una inecuación se aplican las propiedades algebraicas y de orden de los números reales (analizados anteriormente). Denotamos como S al conjunto solución. Entonces $S = \{x \in \boldsymbol{R}: ax + b < c\}$, si no existe solución en el conjunto $\boldsymbol{R}$**,** escribimos $S = \emptyset$.
Consideremos la inecuación $ax + b < c$ con $a \neq 0$ determinar el conjunto solución S.

Si $ax + b < c;\ ax + b + (-b) < c + (-b), ax < c - b$,

i) $Si\ a < 0\ ;\ a^{-1}(ax) > a^{-1}(c - b), (a^{-1}a)x > a^{-1}(c - b), \quad x > \frac{c-b}{a}$

$Si\ a < 0, \quad S = \{\, x \in \text{R: ax + b} < c\} = \left]\frac{\text{c} - \text{b}}{\text{a}}, +\infty\right[$

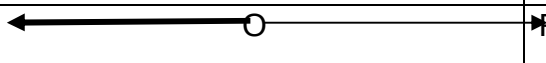
Nota.- Si $a > 0$; $a^{-1} > 0$ y $aa^{-1} = 1$

ii) Multiplicando a la inecuación $ax + b < c \ \ por\ a^{-1} < 0$ obtenemos que $a^{-1}(ax) < a^{-1}(c - b)$, la desigualdad no cambia de sentido; $(a^{-1}a)x < \frac{c-b}{a}$

$x < \frac{c-b}{a}$ el conjunto solución se escribe como: $S = \{ x \in \boldsymbol{R}: \text{ax} + \text{b} < c\}$ = $\left]-\infty; \frac{c-b}{a}\right[$ con $a > 0$.

EJEMPLOS.

1. Resolver en $\boldsymbol{R}$ las inecuaciones $3x + 22 < 43$ y encontrar el conjunto solución S.

AFIRMACIONES	RAZONES
$3x + 22 < 43$	Dato
$3x + 22 + (-22) < 43 + (-22)$	Sumando -22 a los dos lados de la desigualdad.
$3x < 21$	Axima aditivo.
$\frac{1}{3}(3x) < \frac{1}{3}(21)$, $\frac{1}{3} > 0$	Al multiplicar por un número positivo, a los dos lados de una desigualdad la misma no cambia
$x < 7$	Propiedad clausurativa
 7	Representación gráfica de la solución.
$S = \{ x \in \boldsymbol{R}: 3x + 22 < 43 =]-\infty; 7[$	Conjunto solución

Resolver: $\frac{3}{2}(x - 2) + 1 > -2\,(x - 4)$

Afirmaciones	Razones
$\frac{3}{2}(x - 2) + 1 > -2\,(x - 4)$	Dato
$2\left[\left[\frac{3}{2}(x - 2) + 1\right]\right] > 2[\![-2\,(x - 4)]\!]$	Al multiplicar a los dos lados de una desigualdad por un número positiv el sentido de la desigualdad no

	cambia.
$3(x-2)+2>-4\,(x-4)$	Al multiplicar $a\left(\frac{1}{a}\right)=1, a>0$
$3x-6+2>\ -4x+16$	Propiedad distributiva.
$3x-4>-4x+16$	Axioma aditivo
$3x+4x-4>-4x+4x+16$	Al sumar a los dos lados de una desigualdad una misma expresión a desigualdad no cambia el sentido.
$7x-4\ >16$	Axioma aditivo.
$7x-4+4\ >16+4$	En una desigualdad al sumar a los dos lados por una misma expresión, la desigualdad original no cambia.
$7x>20$	Axioma aditivo
$\frac{1}{7}(7x)>\frac{1}{7}(20)$	Al multiplicar a los dos lados de la desigualdad por $\frac{1}{7}>0$, la desigualdad original no cambia.
$x>\frac{20}{7}$	Si $a>0, a\left(\frac{1}{a}\right)=1$
	Representación gráfica de solución
$S=\left\{x\in \boldsymbol{R}:\frac{3}{2}(\mathrm{x}-2)+1>-2(\mathrm{x}-4)\right\}$ $=\left]\frac{20}{7};+\infty\right[$	Conjunto solución

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE

Resuelva las desigualdades,dé su respuesta (S) en notación de intervalo y respresente en forma geométrica sobre la recta de los números reales.

1) $-4x \geq 2$
2) $3 - 5x > 5$
3) $2x - 3 \leq 4 + 7x$
4) $3(2 - 3x) > 4(1 - 4x)$
5) $x + 2 < \sqrt{3} - x$
6) $\frac{4y-3}{2} > \frac{1}{3}$
7) $\frac{2(2t-2)}{2} > \frac{6t-3}{5} + \frac{1}{10}$
8) $\frac{y}{2} + \frac{y}{3} > y + \frac{y}{5}$

Resolver en R la inecuación que se indica y expresar el conjunto solución S como intervalo.

9) $S = \{x \in \boldsymbol{R}: 5\mathrm{x} - 12 \geq 0\}$
10) $S = \{x \in \boldsymbol{R}: 7\mathrm{x} - 8 \leq -6\}$
11) $S = \left\{x \in \boldsymbol{R}: \frac{1}{3}\mathrm{x} + 10 \geq 4\mathrm{x} - 1\right\}$
12) $S = \left\{x \in \boldsymbol{R}: -\frac{11}{5}\mathrm{x} - 1 \geq -\frac{1}{5}\mathrm{x} + 1\right\}$
13) $S = \{x \in \boldsymbol{R}: (5\mathrm{x} - 7)^2 < 25(\mathrm{x} + 1)^2\}$
14) $S = \{x \in \boldsymbol{R}: 1 + (\mathrm{x} + 10)(\mathrm{x} - 10) \geq (\mathrm{x} - 1)^2\}$

VALOR ABSOLUTO.-

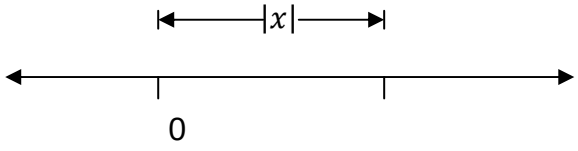
Definición.- El valor absoluto de un número real x que se denota como $|x|$, se define como: $|x| = \begin{cases} x, si\ x \geq 0 \\ -x, si\ x < 0 \end{cases}$

Ejemplo.

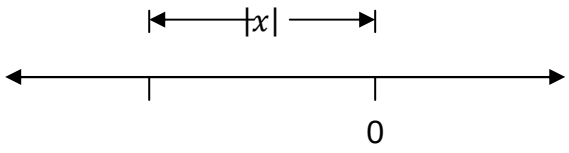
$|7| = 7,\ \ |-7| = 7$

Sobre la recta numérica real, $|x|$ es la distancia del origen al punto x, sin considerar el sentido izquierdo o el sentido derecho.

Gráficamente:



$si\ x > 0$



$si, x < 0$

PROPIEDADES DEL VALOR ABSOLUTO.-

Las propiedades son las siguientes.

1) $|x| \geq 0, \forall x \in \boldsymbol{R}$
2) $|x| \geq x, \forall x \in \boldsymbol{R}$
3) $|x| = |-x|$
4) $|xy| = |x||y|$
5) $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}\ y\ \neq 0$
6) $|x + y| \leq |x| + |y|,$ (Desigualdad triangular)

PROPIEDADES PARA RESOLVER ECUACIONES E INECUACIONES CON VALOR ABSOLUTO.

1) $|x| = 0, si\ y\ solo\ si\ , x = 0$
2) $|x| = b, si\ y\ solo\ si, [b \geq 0\ y\ (x = b\ \text{ó}\ x = -b)]$
3) $|x| = |b|, si\ y\ solo\ si, x = b\ \text{ó}\ x = -b$
4) Si x ∈ **R**, b $> 0\ entonces$
   i. $|x| < b, si\ y\ solo\ si, -b < x < b$
   ii. $|x| \leq b, si\ y\ solo\ si, -b \leq x \leq b$
   iii. $|x| > b, si\ y\ solo\ si, x > b\ \text{ó}\ x < -b$
   iv. $|x| \geq b, si\ y\ solo\ si, x \geq b\ \text{ó}\ x \leq -b$
   v. $|x| = \sqrt{x^2}$
   vi. $|x|^2 = x^2$

Resolución de ecuaciones con valor absoluto.

a) Resolver $|x - 3| = 2$

   Recordando la propiedad $|x| = b \leftrightarrow [b \geq 0\ y\ (x = b\ \text{ó}\ x = -b)]$

   Tenemos:

   $|x - 3| = 2 \leftrightarrow [2 \geq 0\ y\ (x - 3 = 2\ \text{ó}\ x - 3 = -2)]$

ó

$x - 3 = 2$	$x - 3 = -2$
$x = 2 + 3$	$x = -2 + 3$
$x = 5$	$x = 1$

El conjunto solución de la ecuación $|x - 3| = 2$ es $S = \{1,5\}$

Resolver: $|7 - 3x| = 5$

Recordando la propiedad $|x| = b \leftrightarrow [b \geq 0\ y\ (x = b\ \text{ó}\ x = -b)]$

Tenemos:

$|7 - 3x| = 5 \leftrightarrow [5 \geq 0\ y\ (7 - 3x = 5\ \text{ó}\ 7 - 3x = -5)]$

ó

$7-3x=5$	$7-3x=\ -5$
$-3x=5-7$	$-3x=\ -5-7$
$x=\frac{2}{3}$	$x=4$

El conjunto solución de la ecuación $|7-3x|=5$ es $S=\{\frac{3}{2},4\}$

Resuelva $|x-2|<4$

Por la propiedad , si $b>0\ \ entonces, |x|<b, si\ y\ solo\ si, -b<x<b$;

Si 4> 0, entonces $-4<x-2<4;\ \ -4+2<x<4+2;\ \ -2<x<6.$

La solución de la inecuación es $S=(-2\ \ ,6)$

Resolver: $|x+5|\geq 7$

Por la propiedad si $b>0,\ \ entonces, |x|\geq b, si\ y\ solo\ si, x\geq b$ ó $x\leq -b$

Si $b\geq 7\ entonces$: $|x+5|\geq 7, entonces, x+5\geq 7$ ó $x+5\leq -7$

$x\geq 7-5$ ó $x\leq\ -7-5;\ \ x\geq 2$ ó $x\leq -12$

La solución de la inecuación $|x+5|\geq 7$ es $S=(-\infty,-12]\cup[\ 2,+\infty)$

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE

Resuelva las ecuaciones y desigualdades con valor absoluto dados

1) $-2-3x \geq 2$
2) $2x+5 < 3x-7$
3) $-3 < 2x-5 < 7$
4) $3 \leq \frac{2x-3}{5} < 7$
5) $0 \leq 4-\frac{1}{3}x < 2$
6) $(2x-3)(4x+5) \leq (8x+1)(x-7)$
7) $\frac{4}{3x+2} \geq 0$
8) $|x-5| = 8$
9) $|7-4x| = 5$
10) $|4+3x| = 2$
11) $|1-2x| = 1$
12) $\left|x-\frac{1}{2}\right| > 1$
13) $\left|\frac{3x-8}{2}\right| \leq 2$
14) $|5-2x| \leq 1$
15) $|5x-1| \leq -6$
16) $\left|\frac{x-8}{4}\right| \leq 2$
17) $|3x-1| = 2x+5$
18) $\left|\frac{x+2}{2x-3}\right| < 4$
19) $\left|4+\frac{1}{x}\right| < 5$
20) $|x-2| \leq 2x$

FUNCIÓN CUADRÁTICA O FUNCIÓN DE SEGUNDO GRADO

Definición.- La función f de $\boldsymbol{R}$ **en** $\boldsymbol{R}$ está definda como $f(x) = ax^2 + bx + c;\ \forall a, b, c \in \mathbf{R}, \mathrm{a} \neq 0, \mathrm{x} \in \mathbf{R},$ llama función cuadrática. Los números reales $a, b\ y\ c$ son los coeficientes de la función cuadática.

A ia función f se llama también polinomio de segundo grado; con coeficientes.

FUNCIONES CUADRÁTICAS IGUALES.

Definición.- Sean $a_1, b_1, c_1, a_2, b_1, c_2 \in \boldsymbol{R}, \mathrm{con\ a}_1 \neq 0, \mathrm{a}_2 \neq 0, \mathrm{f\ y\ g}$ las funciones de $\boldsymbol{R}$ **en** $\boldsymbol{R}$ definidas como $f(x_1) = a_1x^2 + b_1x + c,\ g(x_2) = a_2x^2 + b_1x + c; x \in \boldsymbol{R}$. Diremos $f = g, si\ y\ solo\ si, a_1 = a_2, b_1 = b_2, c_1 = c_2.$

El dominio de f es todos los reales, que simbolizaremos $Dom(f(x))$, determinaresmos el rango de f que se denota como $Rg(f(x))$

Sea $y = f(x), a \neq 0, existe\ a^{-1} \in \boldsymbol{R}$ tal que $aa^{-1} = 1$, por tanto: $y = ax^2 + bx + c$

$= a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a}\right] = a\left[x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right]$=$a\left[\left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2}\right) + \left(-\frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)\right]$

$= a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \left(\frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2}\right)\right] = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right], \quad y = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2}\right],$

$, y - \frac{4ac - b^2}{4a} = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2, x \in \boldsymbol{R}\right]$

Se identifican dos casos :

1) Si $a > 0, \forall x \in \boldsymbol{R}, \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0, entonces\ , y - \frac{4ac - b^2}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ donde $y \geq \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ con lo cual el $Rg(f(x)) = \left[\frac{4ac - b^2}{4a}, +\infty\right[$
2) Si $a < 0, \forall x \in \boldsymbol{R}, \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$, siendo $a < 0$, resulta que $a\left(x + \frac{b}{2a}\right) \leq 0$, entonces $y - \frac{4ac - b^2}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \leq 0$, de donde $y \leq \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$ en éste caso el $Rg(f(x)) = (-\infty, \frac{4ac - b^2}{4a}]$

Conclusión $Rg(f(x)) = \begin{cases} \left(-\infty, \frac{4ac-b^2}{4a}\right], a < 0 \\ \left[\frac{4ac-b^2}{4a}, +\infty\right[, a > 0 \end{cases}$

En la función $y = f(x) = a\left[\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac-b^2}{4a^2}\right]$, expresando de la forma $y - \frac{4ac-b^2}{4a} = a\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$, representa la ecuación de una parábola de la forma $(y-k) = 4p(x-h)^2$, donde el vértice $V(h,k)$ está dado por $h = -\frac{b}{2a}$ y $k = \frac{4ac-b^2}{4a}$.

Si $\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 \geq 0$ y $a > 0$ se asume que $f(x)$ tiene un mínimo cuando $x + \frac{b}{2a} = 0$, esto es, cuando $x = -\frac{b}{2a}$ y la ordenada que corresponde al valor de x es $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$,

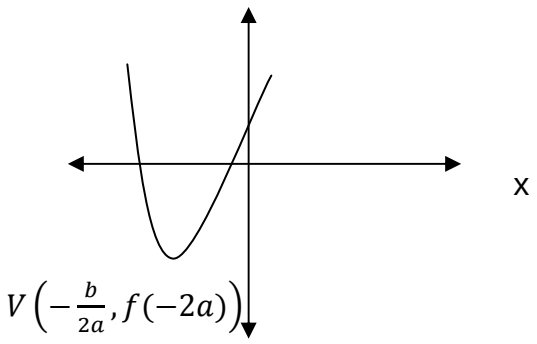
Así el vértice es: $V(h,k) = \left(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac-b^2}{4a}\right) = \left(-\frac{b}{2a}, f\left(-\frac{b}{2a}\right)\right)$, cuando la parábola se abre hacia arriba.

También es el vértice de la parábola se abre hacia abajo(si a< 0), pero en este caso $f\left(-\frac{b}{2a}\right)$, es el valor máximo de $f(x)$.

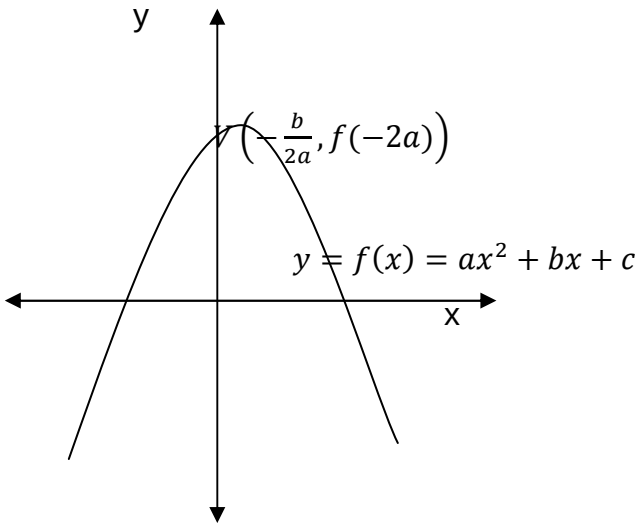
Se debe analizar la concavidad:

1) Si $a < 0$ la parábola es cóncava hacia abajo.
2) Si $a > 0$ la parábola es cóncava hacia arriba.

Gráficamente tenemos: $y = f(x) = ax^2 + bx + c$



si$a > 0$, se abre hacia arriba.



Si $a < 0$, se abre hacia abajo.

Ejemplo.

Graficar una función cuadrática $y = f(x) = -x^2 - 4x + 12$

Para graficar esta función seguimos los siguiinetes pasos:

1) DETEMINAR LAS INTERSECCIONES CON LOS EJES x, y

INTERSECCIÓN CON EL EJE X:

Hacemos que el eje $y = 0$, entonces $-x^2 - 4x + 12 = 0$, $x^2 + 4x - 12 = 0$, $(x + 6)(x - 2) = 0, x_1 = -6$ ó $x_2 = 2$

Los puntos de intersección en el eje x son: $P_1(-6, 0)$, $P_2(2, 0)$

INTERSECCIÓN CON EL EJE Y:

Hacemos que $x = 0$, entonces $y = -x^2 - 4x + 12$, $y = -0^2 - 4(0) + 12$, $y = 12$.

El punto de intersección con el eje $y\ es$: $P_3(0,12)$

CALCULO DEL VÉRTICE

Para calcular el vértice está dado:

$a = -1,\ b = -4\ , c = 12$

$\times = -\frac{b}{2a}$, $x = -\frac{(-4)}{2(-1)}$, $x = -2$

$f\left(-\frac{b}{2a}\right) = -(-2)^2 - 4(-2) + 12,\ f(-2) = 16$

El vértice es $V(-2,16)$

Además como $a < 0$, la parábola se abre hacia abajo, por tanto, exiiste un valor máximo que es , $f(-2) = 16$

2) **SIMETRÍA CON RESPECTO A LOS EJES DE COORDENADAS x, y Y CON RESPECTO AL ORIGEN.**

a) SIMETRIA CON RESPECTO AL EJE X.-

Para probae la simetría con respecto al eje x, hacemos que $y = -y$ y reemplazamos en $y = -x^2 - 4x + 12$, $-y = -x^2 - 4x + 12$, $y = x^2 + 4x - 12$, la ecuación obtenida no es equivalente a la ecuación dada, por tanto, la gráfica no es simétrica con respecto al eje x.

b) SIMETRÍA CON RESPECTO AL EJE Y.

Para probar la simetría con respecto al eje y, hacemos que $x = -x$ y reemplazamos en la ecuación $y = -x^2 - 4x + 12$, $y = -(-x)^2 - 4(-x) + 12$;

$y = -x^2 + 4x + 12$, la ecuación obtenida no es equivalente a la ecuación dada, por tanto, la gráfica no es simétrica con respecto al eje y.

c) SIMETRÍA CON RESPECTO AL ORIGEN.

Para probar la simetría con respecto al origen, hacemos que $x = -x$ y $y = -y$, reemplazamos en la ecuación $y = -x^2 - 4x + 12$, , - $y = -(-x)^2 - 4(-x) + 12$;

$y = x^2 - 4x - 12$, la ecuación obtenida no es equivalente a la ecuación dada, por tanto, la gráfica no es simétrica con respecto al origen.

3) **DEMERMINAR EL DOMINIO Y RANGO DE LA FUNCIÓN**

a) CÁLCULO DEL $Dom(f(x))$

Como existe un término cuadrático entonces $Dom\big(f(x)\big) = \boldsymbol{R}$.

b) CÁLCULO DEL $Rg(f(x))$

Como $a < 0$ entonces $Rg\big(f(x)\big) = \left(-\infty; \frac{4ac-b^2}{4a}\right]$, $Rg\big(f(x)\big) = (-\infty, 16)$

4) DETERMINAR ASÍNTOTAS.

Como la función $y = -x^2 - 4x + 12$ no tiene denominador, por tanto, no existen asíntotas con respecto al eje x y al eje y.

5) DETERMINAR SI LA FUNCIÓN ES CRECIENTE O DECRECIENTE, ES PAR O IMPAR.

a) DETERMINAR SI LA FUNCIÓN ES CRECIENTE O DECRECIENTE

La función es creciente en el intervelo $(-\infty, 16]$ y decreciente en el intervalo $[16, +\infty)$

b) DETERMINAR SI LA FUNCIÓN ES PAR.

Se dice que una funciónf es par, si y solo si, $\forall x \in \boldsymbol{R}$, $\mathrm{f(x)} = \mathrm{f}(-\mathrm{x})$

Sea $f(x) = -x^2 - 4x + 12$, $f(-x) = -(-x)^2 - 4(-x) + 12$,

$f(-x) = -x^2 + 4x + 12$, entonces $f(x) \neq f(-x)$, f no es función par.

c) DETERMINAR SI LA FUNCIÓN ES IMPAR.

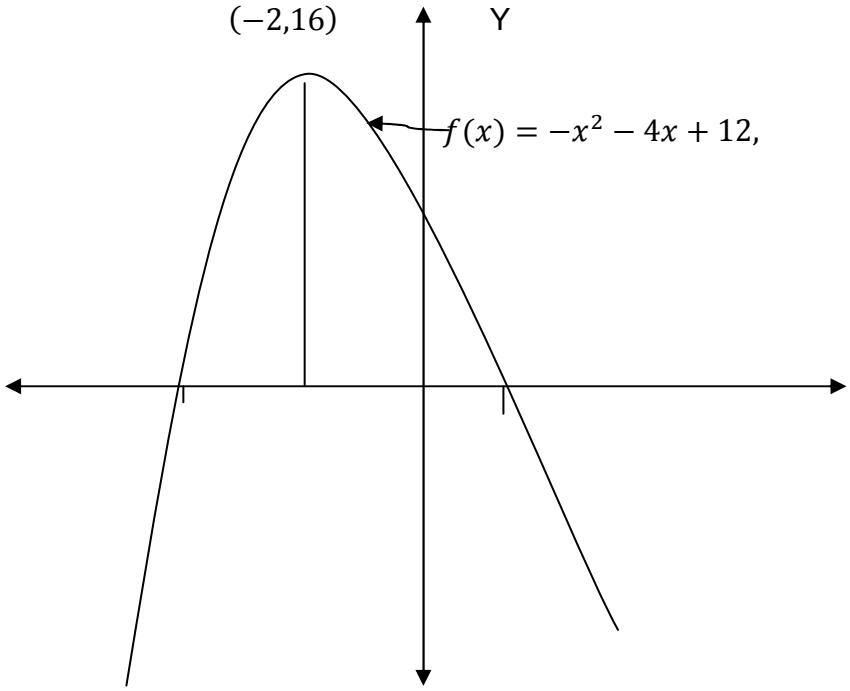
Se dice que una funciónf es impar, si y solo si, $\forall x \in \boldsymbol{R}$, $\mathrm{f(x)} = -\mathrm{f(x)}$

Sea $f(x) = -x^2 - 4x + 12$, $f(-x) = -(-x)^2 - 4(-x) + 12$,

$f(-x) = -x^2 + 4x + 12$, $f(-x) = -(x^2 - 4x - 12)$, entonces $f(x) \neq -f(x)$, f no es función impar.

6) TABULACIÓN DE VALORES.

X	-3	3	-1	-4
Y	15	-9	1	12



ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO.

Definición.- Sean $a, b, c \in \boldsymbol{R}$, a $\neq 0$ y f una función de $\boldsymbol{R}$ **en** $\boldsymbol{R}$ definida por $f(x) = ax^2 + bx + c$. Consideremos la ecuación: hallar $x \in R$, tal que $f(x) = 0$, que se escribe de la siguiente manera: $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0,}$ esta ecuación se llama ecuación de segundo grado.

Para resolver una ecuación de segundo grado donde $x \in \boldsymbol{R}$, analizaremos dos métodos que son: por descomposición de factores y por la fórmula general.

Solución de la Ecuación de Segundo Grado por Descomposición de Factores.

A la ecuación de fa forma $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ **,** se descompone en factores luego cada factor se iguala a cero, encontrando así sus raíces que se denota como $x_1 , x_2 \in \mathbf{R}$.

Ejemplo

Resolver la siguiente ecuación $x^2 + 5x + 6 = 0$ por descomposición de factores.

Solución

$x^2 + 5x + 6 = 0$; $(x + 3)(x + 2) = 0$ entonces $(x + 3) = 0$ ó $(x + 2) = 0$ entonces $x_1 = -3$ ó $x_2 = -2$, podemos verificar que las raíces halladas son solución de la ecuación dada, para ello reemplazamos los valores en la ecuación $x^2 + 5x + 6 = 0$ $(-3)^2 + 5(-3) + 6 = 0, 9 - 15 + 6 = 0, 0 = 0.$ y $(-2)^2 + 5(-2) + 6 = 0,$

$4 - 10 + 6 = 0,$ $0 = 0.$

La solución de la ecuación de segundo grado es $S = \{-2, -3\}$

Solución de Ecuaciones de Segundo Grado por el Método de la Fórmula General.

Considerando la ecuación de segundo grado de la forma $\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ **,** deduciremos la fórmula que nos permite calcular las raíces reales de la ecuación dada.

$\boldsymbol{ax^2 + bx + c = 0}$ dividiendo por a

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$ Completando trinomios

$x^2 + \frac{b}{a}x + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{c}{a}$ Por trinomio cuadrado perfecto opererando

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$ Igualando a cero

$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2-\frac{b^2-4ac}{4a^2}=0$ Por diferencia de cuadrados

$\left(x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)\left(x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\right)=0$

$x+\frac{b}{2a}-\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=0$ ó $x+\frac{b}{2a}+\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}=0$

$\boldsymbol{x_1=\frac{-b+\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$ ó $\boldsymbol{x_2=\frac{-b-\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$

En general queda expresado de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$$

Fórmula para resolver una Ecuación de segundo grado

Resolver la siguiente ecuación de segundo grado por la fórmula general

$x^2-5x+6=0$

Se escriben los coeficientes que son $a=1, b=-5\ y\ c=6$;

Aplicando la fórmula tenemos:

$\boldsymbol{x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}}$; $\boldsymbol{x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4(1)(6)}}{2(1)}}$, $\boldsymbol{x=\frac{5\pm\sqrt{25-24}}{2}}$; $\boldsymbol{x=\frac{5\pm1}{2}}$,

$x_1=\frac{5+1}{2}$ ó $x_2=\frac{5-1}{2}$, $x_1=3$ ó $x_2=2$

La solución $S=\{2,3\}$

Existen problemas que se pude resolver mediante el planteamiento de una ecuación de segundo grado.

Es necesario verificar las raíces, para comprobar si se cumplen las condiciones dadas en el problema.

Ejemplo.

Un rectángulo tiene de largo 5m más que el ancho. Si su área es de $204m^2$. ¿Cuáles son sus dimensiones?

Razonamiento	Planteo
Largo: x + 5	área de un cuadrado = largo(ancho)
Ancho: x	x(x+5) = 204
Área del rectángulo: $204\ m^2$	$x^2 + 5x - 204 = 0$

Solución

Aplicamos la factorización

$x^2 + 5x - 204 = 0, \quad (x + 17)(x - 12) = 0, \quad x + 17 = 0 \quad$ ó $\ x - 12 = 0$

$x_1 = -17 \quad , x_2 = 12$

El valor de -17 no puede ser solución debido a que las dimensiones siempre son positivas

El ancho es 12m , el largo es 17.

ACTIVIDADES PARA EL ESTUDIANTE

Graficar las siguientes funciones de segundo grado.

1) $y = 2x^2 + x - 6$
2) $y = 4x^2 - 4x - 3$
3) $y = -x^2 + 2x + 1$
4) $y = x^2 - 6x + 12$

Resolver las ecuaciones siguientes,$x \in \boldsymbol{R}$

5) $x^2 - x - 2 = 0$
6) $3x^2 + 61x + 20 = 0$
7) $x^2 + 2\sqrt{2}\,x - 7 = 0$
8) $x^2 + (x+5)^2 = 5 + 16(3-x)$
9) $(x+1)^2 + (x+2)^2 = x^2 + 6$
10) $\frac{x+1}{x+3} + \frac{x-3}{x-1} = \frac{5}{4}$
11) $\frac{6}{x+2} - \frac{3}{x^2-x-6} = \frac{20}{9-x^2}$
12) $\sqrt{2 + \sqrt{x-4}} = \sqrt{12-x}$
13) $3\sqrt{x} - \sqrt{2x+1} = \sqrt{3x-3}$

Resuelva los siguientes problemas

14) Hallar dos números pares consecutivos cuyo producto sea 728
15) El largo de un rectángulo excede en 6 pies al ancho. Si el área es de 720 $pies^2$, ¿cuáles son sus dimensiones?
16) Una piscina que tiene 20 m de largo por 8 de ancho está orillada por un paseo de anchura uniforme. Si el área del paseo es de 288m^2, ¿ cuál es su anchura?
17) La suma de los cuadrados de dos números enteros consecutivos es igual al mayor más 10 veces la suma de ambos. ¿Cuáles son los números?
18) Un grupo de biólogos estudió los efectos nutricionales en ratas alimentadas con una dieta que contenía un 10% de proteínas. La proteína estaba compuesta de levadura y harina de maíz. Cambiando

el porcentaje P(expresado como un decimal) de levadura en la mezcla de la proteína, el grupo estimó que el promedio de aumento de peso g (en gramos)en una rata durante cierto período estaba dado por:

$$g = -200\,P^2 + 200P + 20$$

¿Cuál es el porcentaje de levadura que da un aumento promedio de peso de 70 gramos)?

19) Existen varias reglas para determinar las dosis de las medicinas para niños una vez especificadas las de los adultos. Tales reglas pueden basarse en el peso, la altura etc. Si A = edad del niño , d= dosis para adultos y c= dosis para niño, a continuación se presentan dos reglas:

Regla de Young: $c = \frac{A}{A+12}\,d$

Regla de Couling: $c = \frac{A+1}{24}\,d$

¿ A qué edad las dosis para niños son las mismas usando estas reglas? Redondee el año más cercano.

CAPÍTULO VII

7.1. BIBLIOGRAFÍA

- http://es.wikipedia.org/wiki/sistema-educativo

- CARRIÓN J. Fabián, DURÁN M Juan, Programa de mejoramiento y capacitación docente. Estrategias educativas para el aprendizaje activo, DINAMED. Quito 2004
- POVEDA, Elvia. Didáctica de las teorías del aprendizaje para el docente. Quito-Ecuador. Septiembre, 2009.

- Curso para docentes, evaluación, evaluación y ciclo de aprendizaje. Santillana. Ecuador. 2009

- SANCHEZ RAMIREZ, Carlos, GUARANGA ROSS, Oscar,Ensayo de Epistemología Educativa: el constructivismo pedagógico. Editorial San Marcos. 1999.

- ANDRADE VILLACRES, Jorge A. Conocimientos básicos para la evaluación docente, Quito-Ecuador 2009

- ALVARADO CEVALLOS, Ana. Curso para docentes, Santillana, Quito-Ecuador, 2009

- http:/definición de/rendimiento-académico/

- ARAUJO MARTINEZ, Betty. Planificación y ciclo de aprendizaje significativo. Santillana, Quito-Ecuador. 2009

- CARRIAZO SALCEDO, Mercedes. ¿Cómo hacer el aprendizaje significativo?. Santillana. Quito-Ecuador. 2009

- COLOM Antoni J, BERNABEU, Josep Luis, DOMINGUEZ, Emilia, SARRAMONA, Jaume. Teoría e Instituciones contemporáneas de la educación. Ariel S.A. España. 2002.

- Ministerio de Educación y Cultura. Programa de mejoramiento y capacitación docente. Evaluación de los aprendizajes. 2004.

- Instituto Nacional Mejía. Reforma del Bachillerato. 2003

- BENALCAZAR GOMEZ, Matemática para el bachillerato tomo1. Quito 2007.

- ALLENDOERFER Carl B., OAKLEY Cletus O. Fundamentos de Matemáticas Universitarias McGraw – Hill. México.

- ESPINOZA RAMOS, Eduardo, Análisis Matemático tomo1.Lima-Perú.

- LEHMANN, Charles H, Geometría Analítica .Hispano-Americana. México.

- TORO, José Luis. CASTILLO, Carlos. Fundamentos de Matemática. Quito- Ecuador. 2010

- HAESUSSLER JR., Ernest F. Paul Richard S. Matemáticas para Administración, Economía, Ciencias Sociales y de la vida.Prentice Hall Hispanoamericana México.1997.

- LEITHOLD Louis. Matemáticas previo al Cálculo. México. 1999

- GARCÍA ARDURA, Manuel. Editorial Hernando S.A. España

- GONZALEZ M.O. MANCILL J.D. Algebra Elemental Moderna. Editorial Kapeluz. Buenos Aires.

- CÍRCULO DE LECTORES, Diccionario Ilustrada Círculo, Editorial: Plaza y Janés S. A editores, Valencia – España, 1984

CAPÍTULO VIII

8.1. ANEXO

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN

INSTITUTO NACIONAL MEJÍA

ENCUESTA DIRIGIDA A LOS ESTUDIANTES DEL PRIMER AÑO DE BACHILLERATO

Como aspirante a la Maestría en Docencia Matemática, se está realizando un estudio relacionado con las "Metodologías Tradicionales en la enseñanza de la Matemática y su incidencia en el rendimiento académico". Por tal motivo, se solicita a usted se digne escribir una X en la columna de la derecha que crea conveniente; debe ser contestada de la manera más sincera, porque dicha información es de mucha valía para realizar la investigación.

DATOS INFORMATIVOS

Curso_____ Sección_____

Fecha de aplicación de la encuesta: _____

CUESTIONARIO

No.	Pregunta	Nunca	A veces	Siempre	Casi siempre
1	¿El maestro dicta la materia en cada clase?				

2	¿El maestro le permite a usted participar activamente en el desarrollo de su clase?				
3	¿El maestro impone la disciplina en forma autoritaria en su hora de clase?				
4	¿En las tareas que usted realiza en casa, hace ejercicios parecidos a los que hace el maestro en clase?				
5	¿El maestro al desarrollar el contenido de Matemática usa recursos tecnológicos como software, computador, infocus?				
6	¿El maestro le envía a investigar temas de matemática de acuerdo a su especialidad?				
7	¿El maestro desarrolla ejercicios en el aula de su interés?				
8	¿El maestro desarrolla en la hora de clase problemas aplicados a su especialidad?				
9	¿El maestro utiliza material didáctico para la enseñanza de la matemática de acuerdo a su especialidad?				
10	¿En los exámenes, las preguntas, ejercicios o problemas son planteados de acuerdo a su especialidad?				
11	¿Usted tiene la predisposición para aprender matemática?				
12	¿Los temas de matemática que				

	está aprendiendo están de acuerdo a su especialidad?				
13	¿Usted tiene dificultad en aprender los temas de estudio de matemáticas?				
14	¿Cuándo usted tiene una prueba o examen de matemática, en ese mismo día tiene otros exámenes o pruebas?				
15	¿Los temas desarrollados cree que están de acuerdo a su especialidad?				
16	¿Usted se siente motivado para estudiar matemática?				
17	¿En las pruebas o exámenes su profesor le proporciona las preguntas en hojas impresas?				
18	¿En las pruebas o exámenes su profesor le escribe las preguntas, ejercicios o problemas en el pizarrón?				
19	¿En la prueba o examen su profesor le hace preguntas de distinto tipo como: selección múltiple, verdadero o falso, etc.?				
20	¿Al ser calificada su prueba o examen, usted ha notado que el maestro le ayuda o le perjudica?				

Muchas gracias por su colaboración.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN

INSTITUTO NACIONAL MEJÍA

ENCUESTA DIRIGIDA A LOS MAESTROS DEL ÁREA DE MATEMÁTICA.

Como aspirante a la Maestría en Docencia Matemática, se está realizando un estudio relacionado con las “Metodologías Tradicionales en la enseñanza de la Matemática y su incidencia en el rendimiento académico”. Por tal motivo, se solicita a usted se digne escribir una X en la columna de la derecha que crea conveniente; debe ser contestada de la manera más sincera, porque dicha información es de mucha valía para realizar la investigación.

DATOS INFORMATIVOS

Curso_____ Sección_____

Fecha de aplicación de la encuesta: _____

CUESTIONARIO

No.	Pregunta	Nunca	A veces	Siempre	Casi siempre
1	¿Usted dicta la materia en sus horas clase?				
2	¿Usted permite la participación activa de los estudiantes en el desarrollo de su clase?				
3	¿Usted envía a los estudiantes a				

	desarrollar ejercicios y problemas de Matemática de acuerdo a la especialidad?				
4	¿Usted desarrolla problemas de aplicación de acuerdo a la especialidad?				
5	¿En las pruebas y exámenes usted plantea ejercicios y/o problemas de aplicación de acuerdo a la especialidad?				
6	¿En el desarrollo de los contenidos de Matemática usted utiliza software, computador, infocus o algún otro recurso tecnológico?				

Gracias por su colaboración