UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

TEMA: "ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO DE LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO DE BÁSICA DEL INSTITUTO NACIONAL MEJÍA"

Trabajo de Investigación

Previa a la obtención del Grado Académico de Magíster en Docencia Matemática

Autora: LIC. ESPERANZA ELIZABETH SIGCHA GUEVARA

Director: DR. MSC. RAÚL GALORA VELOZ

Ambato- Ecuador

2011

Al Consejo de Posgrado de la U T A.

El tribunal receptor de la defensa del trabajo de investigación con el tema:" ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO DE LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO DE BÁSICA DEL INSTITUTO NACIONAL MEJÍA", presentado por la Lic. Esperanza Elizabeth Sigcha Guevara y conformado por: Ing. Msc. Fausto Garcés Chávez, Ing. Mg. José Logroño Vizuete, Ing.Msc. Víctor Hugo Paredes Sandoval, Miembros del Tribunal, Dr. Msc. Raúl Galora Veloz Director del trabajo de investigación y presidido por Ing. Mg. Juan Garcés Chávez Presidente del tribunal y Director del CEPOS-UTA, una vez escuchada la defensa oral el Tribunal aprueba y remite el trabajo de investigación para uso y custodia en las bibliotecas de la U T A.

Ing. Mg Juan Garcés Chávez	*Ing. Mg Juan Garcés Chávez*
Presidente del Tribunal de Defensa	*DIRECTOR CEPOS*

Dr. Msc. Raúl Galora Veloz
Director de Trabajo de Investigación

Ing. Msc. Fausto Garcés Naranjo
Miembro del tribunal

Ing. Mg. José Logroño Vizuete
Miembro del Tribunal

Ing. Msc. Víctor Hugo Paredes Sandoval
Miembro del Tribunal

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema: "ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO DE LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO DE BÁSICA DEL INSTITUTO NACIONAL MEJÍA", nos corresponde exclusivamente a la Lic. Esperanza Elizabeth Sigcha Guevara Autora y del Dr. Msc. Raúl Galora Veloz Director del trabajo de investigación; y el patrimonio intelectual de la misma a la Universidad Técnica de Ambato.

Lic. Esperanza Elizabeth Sigcha Guevara	Dr. Msc. Raúl Galora Veloz
Autora	Director

DERECHOS DE AUTOR

Lic. Esperanza Elizabeth Sigcha Guevara

DEDICATORIA

Este aporte lo dedico a mi madre quién me apoyó y me dio la voz de aliento en los momentos que más lo he necesitado para de esta forma cumplir con mis metas.

ELIZABETH

AGRADECIMIENTO

Expreso mi más sincero agradecimiento a Dios, mi madre, a los compañeros del Área de Matemática y directivos del Instituto Nacional Mejía, a los estudiantes de Octavo de Básica del Instituto, a la Universidad Técnica de Ambato por la apertura que brinda a los profesionales de la educación para que podamos seguir con nuestra superación, al CEPOS por creer en nosotros los educadores, al Dr. Raúl Galora tutor de este trabajo, a mis compañeros maestrantes del programa de maestría.

ELIZABETH

INDICE GENERAL

ÍNDICE DE GRÁFICOS

ÍNDICE DE TABLAS

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

Tema:

"ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO DE LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO DE BÁSICA DEL INSTITUTO NACIONAL MEJÍA".

Autora: Lic. Esperanza Elizabeth Sigcha Guevara

Director: *Dr. Raúl Galora*

Resumen Ejecutivo

Este estudio de tipo cuantitativo-descriptivo-correlacional, amparado en trabajos de Gómez, B. Ortega, T y Ortiz, M; Gelman y Gallisted,surge al detectaren los estudiantes del Instituto Nacional Mejía, incorrectos procedimientos, escasas formas de solución, limitado razonamiento para resolver problemas numéricos y dificultad para ingresar a Carreras de Ingeniería; responde a la pregunta planteada:¿Cómo incide la baja Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental en el Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo de Básica del Instituto Nacional Mejía?, empleando como técnica, la encuesta, validados mediante pruebas piloto y juicio de expertos, se aplicó un cuestionario de 25 preguntas cerradas en escala lickert y un Test de Razonamiento Numérico para una muestra de 272 estudiantes y 15 docentes; cumpliéndoselos objetivos de:establecer el nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental, estimar el nivel percentilar del Razonamiento Numérico;se determinó que el 89.93% de los estudiantes tiene un bajo nivel de Comprensión de estrategias de Calculo Mental cuyo efecto fue un 91.57% en el bajo nivel percentilar de razonamiento numérico; concluyéndose que: Los estudiantes presentan (a) una baja comprensión de estrategias de cálculo mental, a causa de la limitada comprensión de las actividades básicas, determinante para el deficiente empleo de la estrategia apropiada y la falta de eficacia del razonamiento numérico, (b) El bajo nivel de razonamiento numérico,repercute en la limitada resolución de problemas complejos y un bajo aprendizaje de la Aritmética, c)los estudiantes requieren mayor tiempo del establecido para resolver problemas numéricos. Y cumpliendo el último objetivo, se propone un programa de adquisición de Estrategias de Cálculo Mental para mejorar el Razonamiento Numérico.

DESCRIPTORES: Estrategias de Cálculo Mental, Razonamiento Numérico.

Introducción

Cada año se realizan las olimpiadas de Cálculo mental a nivel mundial, sus competidores emplean diferentes estrategias y algoritmos de todo tipo, para lograr el triunfo, demostrando un formidable dominio y velocidad, que parecen ser genios matemáticos, por el entrenamiento y la motivación que tienen por ejercitarse; pues, su desarrollo permite, la toma correcta de decisiones, en este mundo lleno de números y relaciones matemáticas.

La revolución educativa, posee como eje fundamental la resolución de problemas y el desarrollo del cálculo, se apoya en modelos visuales para que encuentren sus propios caminos de solución, mejorando la disposición práctica de las operaciones, y disminuyendo la memorización de reglas. En el Instituto Nacional Mejía, aunque existe cierto interés por parte de los maestros, por desarrollar en los estudiantes el Cálculo Mental, todavía no se ha enseñado en forma explícita y adecuada, observándose, que los estudiantes poseen, una limitada comprensión del significado de los números, de las propiedades en las operaciones aritméticas básicas, limitada reflexión de las diferentes formas que existen para resolver problemas numéricos; poseen una memorización pobremente establecida de reglas aritméticas, ejecutan procedimientos en operaciones aritméticas de forma mecánica e incorrecta. Esta formación matemática limitada, mecanizada e irreflexiva, dificulta la eficacia para calcular mentalmente problemas aritméticos, bajo rendimiento en Pruebas de Admisión a la Universidad, especialmente en Razonamiento Numérico; pocas posibilidades para ingresar a carreras de Ingeniería, y tienen un bajo desenvolvimiento en problemas cotidianos.

Sobre la base de hechos anteriores, se toma en cuenta la posición relevante de las Estrategias de Cálculo Mental, y que debe ocupar en el sistema educativo, por el papel que juegan, para incrementar la comprensión y desarrollo de equivalentes escritos de los números; con el enfoque "hermenéutico y dialéctico," inicialmente, se determina en forma cuantitativa-descriptiva-correlacional, la incidencia de la

Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental en el Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo de Básica del Instituto Nacional Mejía; como plan de acción, se propone un programa de adquisición de estrategias de Cálculo Mental, que beneficiará a los estudiantes lograr su comprensión siendo más reflexivos, que elijan y empleen correctamente la estrategia más apropiada, mejoren la resolución de problemas numéricos y automaticen sus cálculos mentales siendo más razonadores; también, será un aporte a los maestros, por ser una guía que brindará el conocimiento de cómo enseñar dichas Estrategias, y sobre los errores más comunes que cometen los estudiantes en el Cálculo Mental, para sentar las bases de su posible reconceptualización, insistiendo en aspectos que pueden cometer errores para la corrección.

En el fundamento teórico de este trabajo, en referencia, las estrategias de Calculo Mental, se basa en el currículo de matemáticas, y se sirve de documentos electrónicos de Gómez, Bernardo**,** Ortega, T y Ortiz, M, los mismos que poseen como modelo teórico," la falta de competencia en el cálculo mental". Para el Razonamiento Numérico se toma en cuenta a Gelman y Gallistel (1978), quienes describieron tres clases de principios de razonamiento numérico: relaciones, operaciones con los números y principios de resolubilidad.

Para una visión global de este trabajo, se han considerado seis capítulos los mismos que se describen a continuación:

Capítulo I: El Problema. Tema, Planteamiento del Problema, Contextualización (Macro, Meso y Micro), Análisis Crítico: Prognosis, Formulación del Problema de Investigación, Interrogantes de la Investigación, Delimitación del Problema de Investigación, Unidades de Observación, Justificación y Objetivos General y Específico.

Capítulo II: Marco Teórico. Antecedentes Investigativos, Fundamentaciones, Categóricas fundamentales, Constelación de Ideas Conceptuales de las Variables Independiente y Dependiente, Hipótesis y Señalamiento de Variables.

Capítulo III: Metodología. Enfoque de la Investigación, Modalidades de Investigación, Nivel o Tipo de Investigación; Población y Muestra; Operacionalización de Variables Independiente y Dependiente, Plan de Recolección de la Información, Plan de Procesamiento de la Información, Análisis y Resultados.

Capítulo IV: Análisis e Interpretación de Resultados.

Capítulo V: Conclusiones y Recomendaciones.

Capítulo VI: Propuesta. Título, Datos Informativos, Antecedentes, Fundamentaciones, Justificación, Objetivos, Factibilidad, Fundamentación, Metodología, Plan Operativo, Administración, Evaluación.

Fuentes Electrónicas, Bibliografía, Anexos.

CAPITULO 1

EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Tema

"ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO DE LOS ESTUDIANTES DE OCTAVO DE BÁSICA DEL INSTITUTO NACIONAL "MEJÍA"

1.2 Planteamiento del Problema

1.2.1 Contextualización

En las tres últimas olimpiadas de Cálculo mental, que se realizan anualmente, se han destacado: Rudiger Gamm, Roberto Fountain y Alberto Coto, quienes poseen diferentes formas en ejecutar cálculos, como, en el caso de Gamm, quien realiza en base a códigos memorizados que le permiten hacer una prueba de potencias y otras tan complejas; Fountain, posee un genio matemático que, domina algoritmos de todo tipo por su conocimiento y estrategias y; el último campeón mundial, Coto quien ha conseguido más títulos en Cálculo Mental que nadie, por obtener dos títulos en sumas, 3 títulos de multiplicaciones, y el título de campeón absoluto.

El ser humano puede desarrollar sus capacidades y ejecutarlos varias de ellas en forma simultánea involucrando también su subconsciente, demostrándose esto en Alberto Coto, ya que mientras escuchaba una conversación y hablaba, también podía calcular a velocidades vertiginosas.

Particularmente, el desarrollo del Cálculo Mental permite tener muchas facilidades y ventajas **en la toma de decisiones** en este mundo lleno de números, porcentajes, descuentos, medidas, tamaños, relaciones matemáticas…, el espacio, el tiempo, que conllevan a la idea de número, y para conseguir la velocidad en que ejecuta los cálculos, a más de la estructura neuronal que tenemos los seres humanos, también es importante el entrenamiento y la motivación por ejercitarse.

En el campo educativo, la **Unión Europea,** a más de la información de la Matemática, se dedica también al desarrollo de capacidades como son el cálculo y la resolución de problemas relacionados con la vida cultural, social y laboral. Un ejemplo claro de esta revolución educativa, es España, donde el estudiante encuentra sus propios caminos personales, apoyándose en modelos visuales, para la disposición práctica de las operaciones y ha tenido actualmente un lugar asegurado en el currículo escolar, especialmente en la primaria, donde se hace énfasis en el cálculo variado: una integración del cálculo escrito, estimado, mental y con calculadora según convenga, disminuyendo la memorización de reglas.

Otro ejemplo al que hacemos referencia es Colombia, país cuyos lineamientos curriculares en matemática, en su nuevo proyecto de reforma curricular, respecto a la formación matemática básica, el énfasis está en potenciar el pensamiento numérico, mediante la apropiación de contenidos, que tiene que ver con algunos aspectos fundamentales, constituidos por el uso significativo de los números y el sentido numérico, que supone una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no solo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos y de desarrollar estrategias apropiadas de la resolución de problemas.

En **Ecuador**, El grupo Editorial Santillana, en sus colecciones de matemática de octavos, novenos años de educación básica, considera como competencias específicas en el áreas de matemática dos aspectos importantes, que determinan la actual visión de la educación matemática, que **hace hincapié en la práctica, la aplicación y el vínculo del conocimiento matemático con la realidad**, estos dos aspectos son: la resolución de problemas, la realización de cálculo y estimaciones, han sido consideradas como competencias específicas en el área matemática, para su propuesta. Particularmente, el Cálculo Mental no solamente sirve en el aula de clases sino en el mundo de los estudiantes y la sociedad para la cual se están preparando, de tal manera que el estudiante debe interpretar información, conocer sobre aspectos cuantitativos y especiales de la realidad, demostrar creatividad, asertividad,… en la búsqueda de soluciones, realizando con seguridad cálculos numéricos y algebraicos, **utilizando los procedimientos más adecuados,** efectuando estimaciones razonables para interpretar y valorar diferentes situaciones de la vida real.

Luego de estas aportaciones, se ha podido observar que en el **Instituto Nacional Mejía**, aunque existe cierto interés por parte de los maestros en desarrollar el Cálculo Mental en los estudiantes, se observa una limitada comprensión del significado de los números, un escaso empleo de las propiedades en operaciones aritméticas básicas para resolver problemas numéricos, escazas maneras para resolver ejercicios numéricos para llegar a la respuesta correcta, por lo que los estudiantes se han acostumbrado a ejecutar operaciones mecánicas, sin reflexión y sin significado, haciendo que la matemática sea vista como una asignatura mecánica, aburrida, difícil y poco práctica.

Los estudiantes de bachillerato de esta institución educativa poseen un índice estadístico bajo para poder ingresar a las carreras de Ingeniería, por una formación matemática, mecanizada e irreflexiva, el olvido de al menos un paso en los algoritmos estándares ocasiona la ejecución incorrecta de los procedimientos obteniendo respuestas incorrectas, el conocimiento limitado y la falta de comprensión sobre las diferentes formas de resolver problemas numéricos, hace que tengan un bajo desenvolvimiento en problemas cotidianos y problemas propuestos en las pruebas para ingreso a la Universidad. De lo anterior, se supone que, los estudiantes poseen una escasa comprensión de estrategias para operar números mediante el cálculo mental, tienen una limitada reflexión y escaso razonamiento para resolver otros tipos de problemas aritméticos.

1.2.2. Analisis Crítico

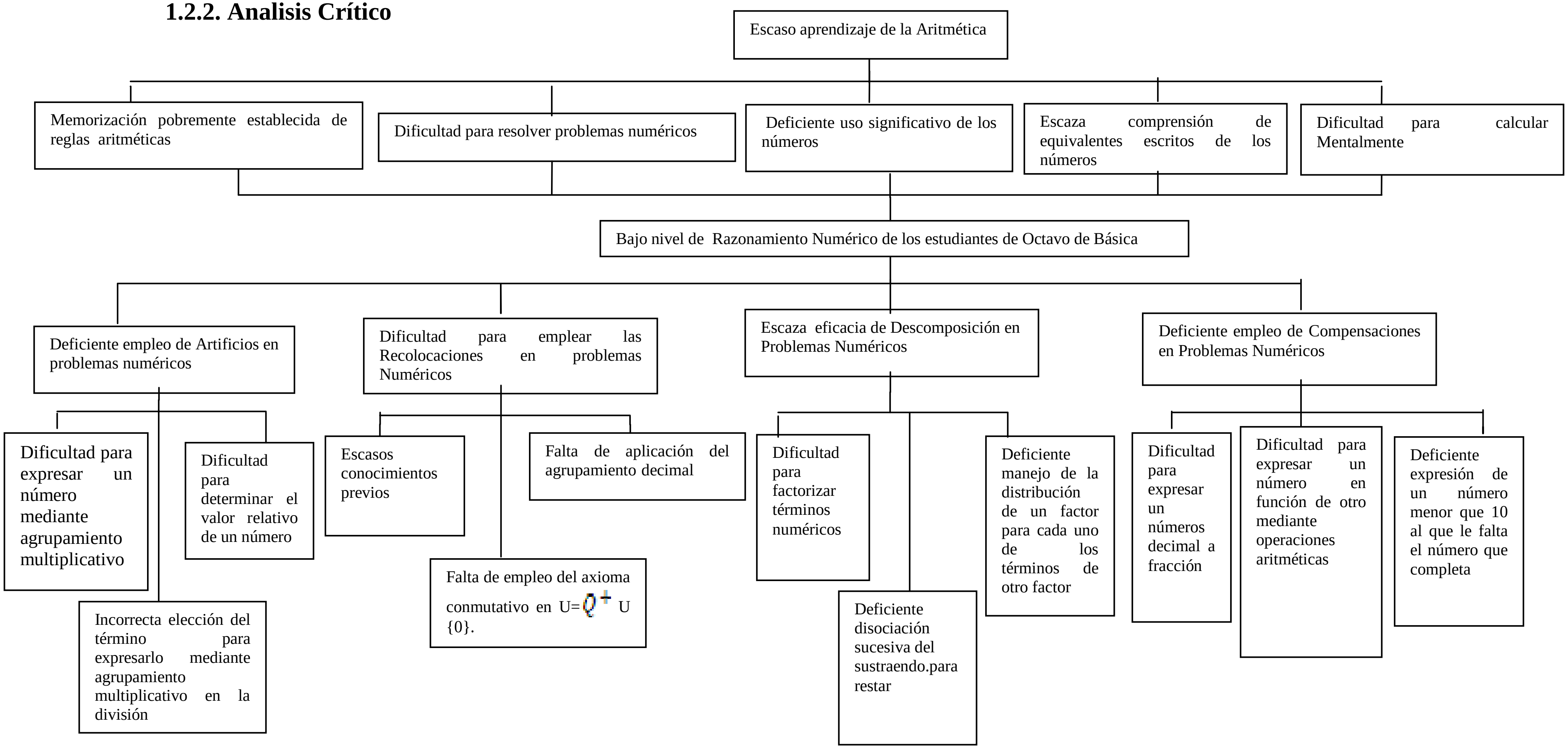


Grafico N° 1: Árbol de Problemas

El problema que se aborda en esta investigación es el bajo nivel de Razonamiento Numérico de los estudiantes, que es debido a: la dificultad para expresar un número mediante agrupamiento multiplicativo, la incorrecta elección del término para expresarlo mediante agrupamiento multiplicativo en la división, la dificultad para determinar el valor relativo de un número, ocasionando un deficiente empleo de artificios cuando se enfrentan a problemas numéricos; escasos conocimientos previos, la falta de empleo del axioma conmutativo, la falta de aplicación del agrupamiento decimal, produciendo dificultad para emplear las Recolocaciones en problemas Numéricos; también la Dificultad para factorizar términos numéricos, con la Deficiente disociación sucesiva del sustraendo para efectuar restas y el Deficiente manejo de la distribución de un factor, para cada uno de los términos de otro factor, promueve la escaza a eficacia de Descomposición en Problemas Numéricos; y la dificultad para expresar un número decimal a fracción, con la deficiente expresión de un números menores que los múltiplos de 10, al que le falta el número que completa, con la Dificultad para expresar un número, en función de otro mediante operaciones aritméticas, originan el Deficiente empleo de Compensaciones en Problemas Numéricos. Todo esto trae como consecuencia la memorización pobremente establecida de reglas aritméticas, la dificultad para resolver problemas numéricos, el deficiente uso significativo de los números, la escaza comprensión de equivalentes escritos de los números y dificultad para calcular mentalmente, conduciendo a un bajo aprendizaje de la Aritmética.

1.2.3. Prognosis

La baja comprensión del estudiante en las Estrategias de Cálculo Mental, provocaría un bajo nivel percentilar del Razonamiento Numérico, reflejado principalmente en la dificultad para resolver problemas numéricos, y la lentitud para calcular mentalmente, conduciendo a un bajo aprendizaje de la Aritmética, desmotivación, bajo rendimiento académico, pérdida del año escolar y /o deserción escolar provocando a que el joven ecuatoriano tenga un bajo desenvolvimiento en las tareas cotidianas donde se requieren Cálculos Aritméticos y contribuya escasamente al desarrollo del país con sus limitados conocimientos, destrezas y estrategias; por lo que es necesario buscar las causas de dicho problema y buscar soluciones urgentes.

1.2.4 Formulación del Problema

- ¿Cómo incide la baja Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental en el Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo de Básica sección décima tercera a décima octava del Instituto Nacional “Mejía” de la ciudad de Quito ,durante el año lectivo 2010-2011?

1.2.5 Interrogantes (Subproblema)

- ¿Qué nivel de comprensión poseen los estudiantes en las Estrategias de Cálculo Mental?
- ¿Cuál es el nivel percentilar de los estudiantes en el Razonamiento Numérico?
- ¿Qué alternativa de solución a la baja comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental mejorará el Razonamiento Numérico?

1.2.6 Delimitación del Objeto de Investigación

1.2.6.1. Delimitación del contenido

Campo: Educativo

Área: Matemática

Aspecto: Estrategias de Cálculo

1.2.6.2. Delimitación Espacial

La investigación se realizará en el Instituto Nacional "Mejía", el mismo que está ubicado en la Provincia de Pichincha, cantón Quito, Parroquia Santa Prisca en las calles Vargas N13-93 y Arenas.

1.2.6.3. Delimitación Temporal

Éste problema será estudiado desde febrero del 2010 hasta agosto del 2011.

1.2.6.4. Unidades de Observación

Los objetos de observación serán los estudiantes de Octavo de Básica y los maestros del Área de Ciencias Exactas.

1.3 Justificación

Esta investigación, como respuesta a los intereses y preocupación de la comunidad educativa por mejorar la excelencia y calidad académica y al compromiso con la sociedad, se ocupa tanto en la enseñanza como el aprendizaje de la matemática; por el enfoque "hermenéutico y dialéctico", primero se establece la relación que existe entre el nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental y el nivel percentilar del Razonamiento Numérico, constituyéndose en un documento inicial de sondeo de estas dos variables en los estudiantes de Octavo de Básica del" Instituto Nacional Mejía" a través del cual se podrá estudiar y dar importancia a la práctica y aplicación de diversos problemas numéricos para desarrollar el razonamiento, y puede ampliarse en los diferentes cursos solo con el ferviente deseo de lograr una instrucción más efectiva.

Desde el punto de vista de enseñanza-aprendizaje en el Pensamiento Numérico se tiene en cuenta la posición relevante las Estrategias Cálculo Mental que debe ocupar en el Sistema Educativo porque es y será fundamental en la historia del pensamiento y no se puede hacer matemática sin cálculo. La Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental es necesaria para elegir la estrategia más apropiada, practicarlas y aplicarlas de forma efectiva al enfrentarse a problemas numéricos complejos.

En otros países se ha buscado estrategias nuevas de cálculo para las operaciones elementales y se han aplicado masivamente, pero sigue habiendo dificultades ya que todavía no se ha tratado de hacer comprender los cálculos sobre todo con las fracciones y los decimales en gran parte de las escuelas; y todavía se desconoce cómo enfrentarse a esas nuevas dificultades de los estudiantes. Sin el Cálculo, el ser humano no tendrá futuro, más aún si se continúa haciéndose el simpático ante los estudiantes o sirva para decir que al aprender a calcular a mano es acercarse a los débiles.

Se garantiza el triunfo matemático en este siglo XXI, cuando se tenga la disposición de prestar más interés el reconocer diferentes formas de calcular problemas numéricos y elegir la mejor vía de solución, reconocer y percibir que precisa del cálculo y razona con él que saber cuándo es 234x56 debido al escaso aporte que brinda al potenciar el razonamiento numérico.

Por el papel que desempeñan las Estrategias de Cálculo Mental, este proyecto beneficiará principalmente a los estudiantes para desarrollar la comprensión de equivalentes escritos de números, el descubrimiento de estructuras del Sistema numérico decimal y el Razonamiento Numérico, aumento de la flexibilidad mental y conceptual, aumento de la reflexión e inventiva de diversos problemas propuestos y los que surgen de la vida cotidiana , mejoramiento del rendimiento escolar, aumento de la concentración y confianza en sí mismo; se propone un plan de acción para la comprensión de las actividades básicas, la elección y aplicación de las Estrategias más apropiadas. Ttambién será un aporte a los maestros por ser una guía que brindará el conocimiento de cómo enseñar dichas Estrategias a los estudiantes y la detección de los errores más comunes que cometen los estudiantes en el Cálculo Mental para la corrección y sentar las bases para su posible reconceptualización.Este proyecto es viable porque existe material bibliográfico sobre el tema, que tratan sobre las Estrategias de Cálculo Mental, el desarrollo del pensamiento y ciertas habilidades cognitivas como el Razonamiento Numérico.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

- Identificar la incidencia de la comprensión en las Estrategias de Cálculo Mental en el Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo de Básica del Instituto Nacional Mejía de la ciudad de Quito, durante el año lectivo 2010-2011.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Establecer el nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental que poseen los estudiantes de octavo de básica
- Estimar el nivel percentilar del Razonamiento Numérico en los estudiantes de octavo de básica
- Plantear una alternativa de solución al bajo nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental para mejorar el razonamiento numérico de los estudiantes de octavo de básica

CAPITULO II

MARCO TEÓRICO

2.1 Antecedentes de Investigación (Marco Referencial)

La investigación en el campo de la psicología: DSM IV (1995) Los criterios a observar para el diagnóstico de la discalculia (dificultades en el aprendizaje de las matemáticas sin otros trastornos asociados) son: La capacidad aritmética que se situarían por debajo de lo esperado en función de la edad, inteligencia y escolaridad, el trastorno de cálculo que interfiere significativamente en el rendimiento académico del estudiante o las habilidades de la vida cotidiana, y déficit sensoriales.

"Estrategias de Cálculo Mental utilizado por estudiantes de nivel secundaria de baja Californiana". Jeannette Cortés, Eduardo Vachof y Javier Organista, cuyo objetivo fue identificar las competencias de los estudiantes de 2º grado de secundaria del municipio de Ensenada para resolver problemas de cálculo estimado y las estrategias mentales que utilizan los mejores estimadores para resolver diversos problemas aritméticos sin la ayuda de lápiz y papel ni con ningún otro dispositivo; se halló que estos escolares no tienen un buen dominio en el cálculo mental y confirman que la estimación de resultados de **operaciones aritméticas mentales no se enseñan en forma explícita** y adecuada en las escuelas.

El Artículo de España" LOS MÉTODOS DE CÁLCULO MENTAL VERTIDOS POR LA TRADICIÓN REFLEJADA EN LOS LIBROS DE ARITMÉTICA" de (Bernardo, A), Por el carácter funcional de este tipo de cálculo y considerado dentro del currículum escolar, es necesaria la enseñanza de los Métodos de Cálculo Mental, por lo que da un listado obtenidos de un extenso análisis histórico bibliográfico para la selección, organización y presentación en base a criterios como**:** lista exhaustiva, formas de enunciar, relaciones numéricas notables, estructura común y lenguaje horizontal, elementos que conducen a un determinado modelo de presentación: enunciado, orden y enlace de los métodos, haciendo ciertas precisiones para eliminar ambigüedades y de disponer de terminología apropiada y con la finalidad de aportar con un catálogo organizado y actualizado de esta forma su enseñanza conducirá a conseguir una disminución del énfasis en los automatismos en favor del análisis y la expresión significativa de las acciones sobre las situaciones numéricas.

En el trabajo "TIPOLOGÍA DE LOS ERRORES EN EL CÁLCULO MENTAL. UN ESTUDIO EN EL CONTEXTO EDUCATIVO" por GÓMEZ ALFONSO; aporta con un conocimiento provechoso sobre las concepciones que tienen los estudiantes en procedimientos de cálculo y sentar las bases para su posible reconceptualización, insistiendo en aspectos que pueden cometer errores y diseñar estrategias para la corrección de las mismas logrando el desarrollo de una instrucción más efectiva. Proyecto de postura constructivista y enfoque de diagnóstico y remedio, utiliza como fuente de información los errores en el cálculo mental en base a lo que han aprendido y cómo han aprendido los estudiantes universitarios para revelar la existencia de obstáculos didácticos, modelos implícitos y dificultades individuales que están relacionadas con mal entendidos instalados y consolidados; para ello, el autor aborda en dos partes principales, la primera enfoca en analizar la configuración de métodos variados del cálculo a lo largo de su historia, propone experimentalmente una selección de dichos métodos organizados con una estructura global y unificadora de las cuatro operaciones; **y la segunda se enfoca al** estudio mediante un pretest, test y una entrevista individual de la forma en que los estudiantes se apropian del conocimiento y utilizan dichos métodos antes y después de recibir enseñanza secuencial con ejemplos numéricos de una, dos o tres cifras y viejas reglas, analizando los errores, identificando el empleo de mecanismos incorrectos, de los cuales se han establecido una tipología como: generalizaciones, extrapolaciones y centramientos, que están relacionados con la influencia de los conocimientos previos sobre los sobrevenidos; mecanismos empleados debido a la sobregeneralización de propiedades no explicitas de determinadas situaciones numéricas; a rigideces motivadas por un predominio de lo sintáctico sobre lo semántico; evidenció la ausencia de la necesaria comprobación o estimación de la razonabilidad del resultado, una falta de percepción de la sintaxis de los procedimientos en el lenguaje horizontal de paréntesis e igualdades del álgebra, una comprensión pobre del efecto de las alteraciones en datos que produce en los resultados. Y concluye que la invención de procedimientos incorrectos tienen relación con la separación entre la sintaxis y la semántica subyacente y que los métodos de cálculo mental son valiosos para el desarrollo del pensamiento aritmético, en particular lo relacionado con el análisis de las situaciones numéricas y el manejo de los hechos de la numeración para la expresión flexible, significativa y no automática de las acciones sobre los números.

El artículo sobre el trabajo de Investigación "JERARQUÍA HOLÍSTICA DE LAS DIFICULTADES ASOCIADAS A LAS ESTRATEGIAS ADITIVAS DE CÁLCULO MENTAL por (Ortega, T y Ortiz, M) del Departamento de Análisis Matemático y Didáctica de la Universidad de Valladolid, describe que esta investigación se origina por el deseo de querer averiguar la manera de resolver un determinado cálculo aritmético, para lo cual aplica un procedimiento de obtener una jerarquía holística de dificultades asociadas a las Estrategias Aditivas del Cálculo Mental, cuyo objetivo se centró en **analizar la estructura de dichas estrategias** y establecer la dificultad de las más habituales en los colegios investigados. Para ello, lo que primero hicieron fue: definir, censar y clasificar las estrategias más utilizadas en función **del valor relativo del número, en las tablas de sumar y restar y propiedades de las operaciones (artificios, recolocación, descomposición, compensación** y línea numérica); segundo, descompusieron estas estrategias en las **actividades básicas del Cálculo Mental** que las integran; y tercero, cuantificaron la dificultad tanto de las actividades básicas como de las estrategias estableciendo y definiendo las unidades de medida que permitan realizar dicha cuantificación con el concepto de graduación.

La metodología consta de dos fases: – En la primera, el fin fue elaboración del test, para analizar cualitativamente en base a la descomposición de estrategias para conjeturar cómo podían ser las respuestas de los alumnos, y el contraste de las opiniones del profesorado acerca de la dificultad de las mismas para ello,– En la segunda se han cuantificado las respuestas de cinco grupos de alumnos de ESO de cuatro colegios diferentes, muestra que estaba conformada por 68 alumnos y se ha hecho un análisis cuantitativo mediante un test de actividades básicas categorizadas por sus siglas para elaborar una tabla de datos permitiendo recabar información que permita medir las dificultades para determinar el grado de significación de las dificultades de las actividades básicas a través de unos índices de dificultad, y con ellos se ha establecido una jerarquía holística de las dificultades asociadas a las estrategias aditivas de Cálculo Mental. En esta investigación, evidenciaron que las estrategias de operaciones con llevada tienen coeficientes de dificultad superiores que las correspondientes estrategias sin llevadas; las estrategias más difíciles son las del bloque de descomposición, mientras que las más fáciles son las de artificios y las que utilizan la recta numérica; **las dificultades asociadas a las actividades básicas se pueden medir de forma empírica utilizando el concepto de índice de dificultad, y que éstas proporcionan un método para establecer la jerarquía de dificultades asociadas a estrategia**s aditivas, **la dificultad depende directamente del número de actividades básicas que componen la estrategia**. En este trabajo no se aborda qué relación puede tener esta clasificación holística de las dificultades asociadas a las estrategias con las dificultades de cálculo de usuarios, y tampoco se han evaluado las dificultades de estrategias asociadas a otras operaciones.

2.2. Fundamentaciones

2.2.0. Fundamentación Filosófica

La investigación en función de sus objetivos se sustentará en un diseño, desde el paradigma crítico-propositivo ya que a más de interpretar la realidad mediante un resultado científico, es necesario encontrar las razones cualitativas y encontrar en ellas la posibilidad de proponer cambios necesarios para el logro de una mejor calidad de vida. Por lo tanto, su fundamentación es ontológica, axiológica, y metodológica y legal.

2.2.2. Fundamentación Ontológica

El análisis de la relación que existe entre las Estrategias de Cálculo Mental con el Razonamiento Numérico en el presente trabajo de investigación se enmarca en un contexto cambiante y dinámico, en donde el ser humano es agente activo en la construcción de la realidad; por ello las condiciones presentes pueden cambiar, **mejorando la Comprensión de dichas estrategias** para que sean utilizadas para un mejorar el Razonamiento Numérico y por ende el aprendizaje de la Aritmética y permitirá entender e interpretar el mundo real.

2.2.3. Fundamentación Epistemológica

En este trabajo, se pretende reconstruir esta realidad facilitando la transformación de la conciencia , trabajando con los valores y creencias, dentro de una postura crítica mediante la comprensión de las causas de este fenómeno para dar respuesta de mencionadas estrategias influyen o no en el bajo nivel de Razonamiento Numérico, variables que se inscriben en un enfoque de totalidad política, económica, científica, tecnológica y cultural en el cual se desenvuelve en permanente interrelación.

2.2.4. Fundamentación Axiológica

La investigación está influenciada por los valores, pues, la investigadora como parte involucrada en el contexto y sujeto de investigación, contribuirá en este proceso, quien no se conformará con saber, sino que, asume el compromiso de cambio, tomando en cuenta el contexto socio-cultural en el que desarrolla el problema, respetando valores religiosos, morales, éticos y políticos de todos quienes conforman la institución.

2.2.5. Fundamentación Metodológica

Metodológicamente está dentro de un enfoque "hermenéutico y dialéctico**"**. El objeto de la investigación en este paradigma es la construcción de teorías prácticas, configurados desde la misma praxis y constituida por reglas que gobiernan los fenómenos sociales y no por leyes, insiste en la relevancia del fenómeno, describiendo el hecho en el que se desarrolla el acontecimiento, optando por una metodología cuantitativa y cualitativa que se logra con la participación y comprometimiento de los sujetos sociales involucrados y comprometidos con el problema, basada en una rigurosa descripción contextual , mediante una recogida sistemática de datos por medio de la investigación específica, singulares y propios de la acción humana. (Observación participativa, estudio de casos, investigación **–** acción), que posibilite un análisis e interpretación del fenómeno en cuestión, desde la perspectiva de los participantes en cada situación y para establecer alternativas viables que posibiliten el mejoramiento de la enseñanza de la matemática en que el estudiante no pase a ser un mero resolutor de problemas numéricos, sino también un analizador de situaciones problémicas estimuladas por las Estrategias de Cálculo Mental.

2.2.6. Fundamentación Legal

Los sustentos legales para esta Investigación se hallan en la ley de Educación:

Art. 2 literal h) de los Principios de la Educación Capítulo II, la Educación se rige a los siguientes principios: de unidad, continuidad, flexibilidad y permanencia.

Art. 43 literal p) de la Dirección Nacional de Planeamiento de la Educación Capítulo VII de la Ley de Educación, son deberes y atribuciones de la Dirección Nacional de Planeamiento de la Educación: Estudiar proposiciones sobre innovaciones y adecuaciones curriculares y formular las recomendaciones para la toma de decisiones en el nivel directivo correspondiente.

Art. 43 literal w) Elaborar orientaciones técnicas que faciliten la actualización y ajustes de planes y programas de estudio y desarrollo del currículo de acuerdo con la realidad del medio.

Por estos artículos tomados por la Ley de Educación, el presente Proyecto es factible, el mismo que será presentado como una herramienta de gran utilidad a los docentes y estudiantes como propuesta innovadora para el mejoramiento del proceso enseñanza aprendizaje en los establecimientos educativos del país.

2.3. Categorías Fundamentales

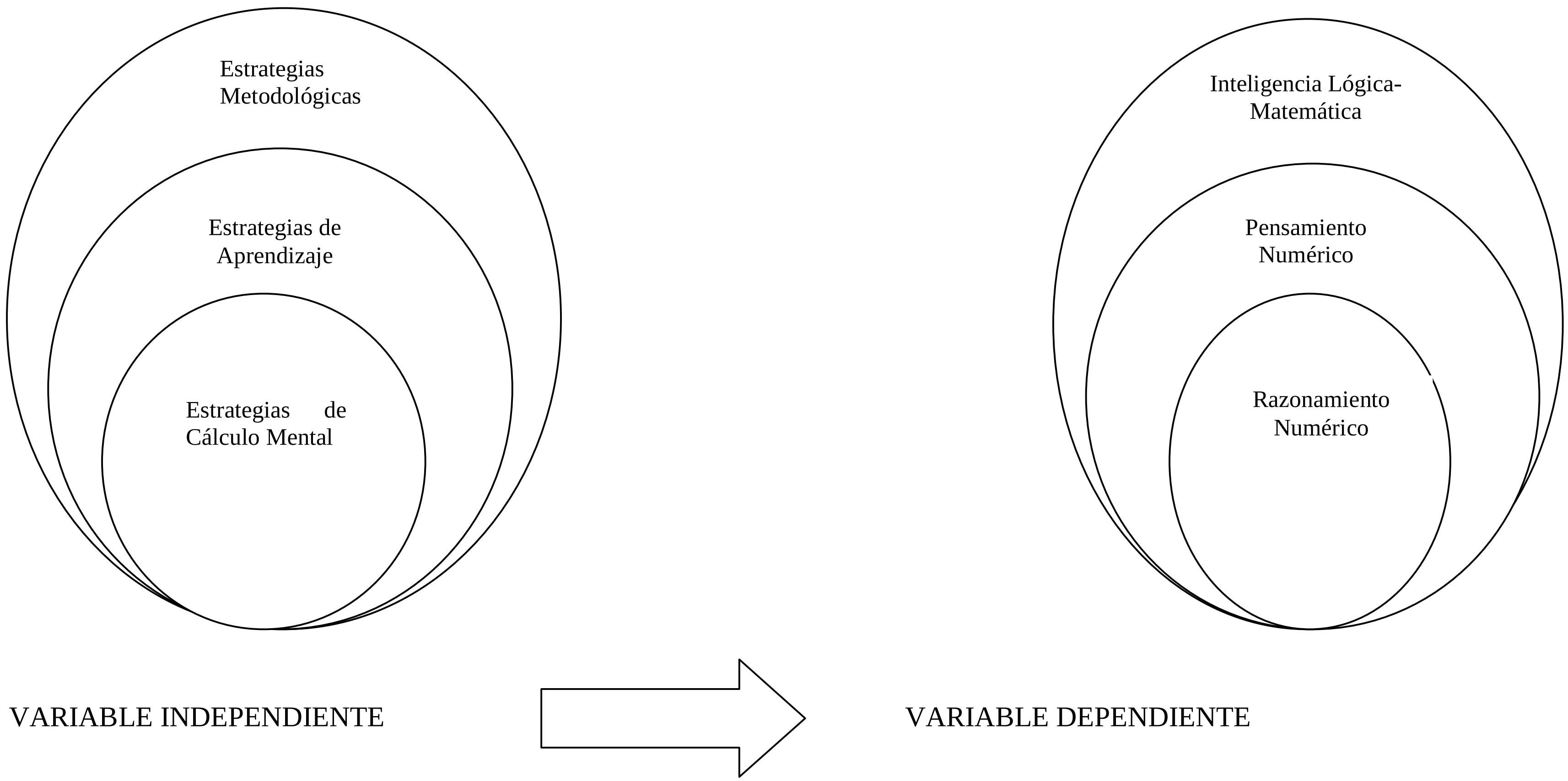


Gráfico Nº 2: Red de Inclusiones

Elaborado por: Sigcha E.

2.3.1 Constelación de Ideas Conceptuales de la Variable Independiente

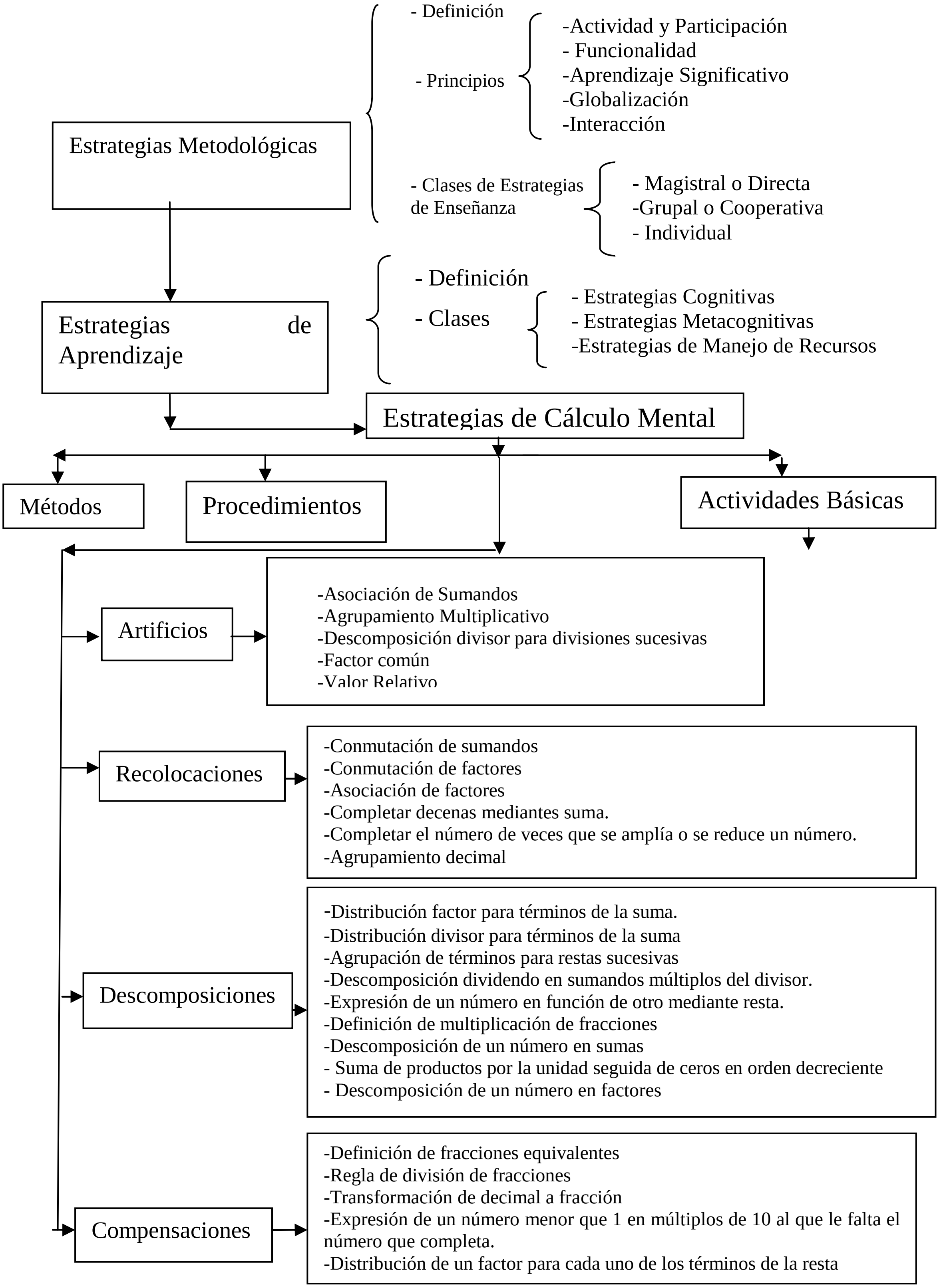


Gráfico Nº3: Constelación de Ideas Conceptuales de las Estrategias de Cálculo Mental.

Elaborado por: Sigcha E.

2.3.2 Constelación de Ideas Conceptuales de la Variable Dependiente

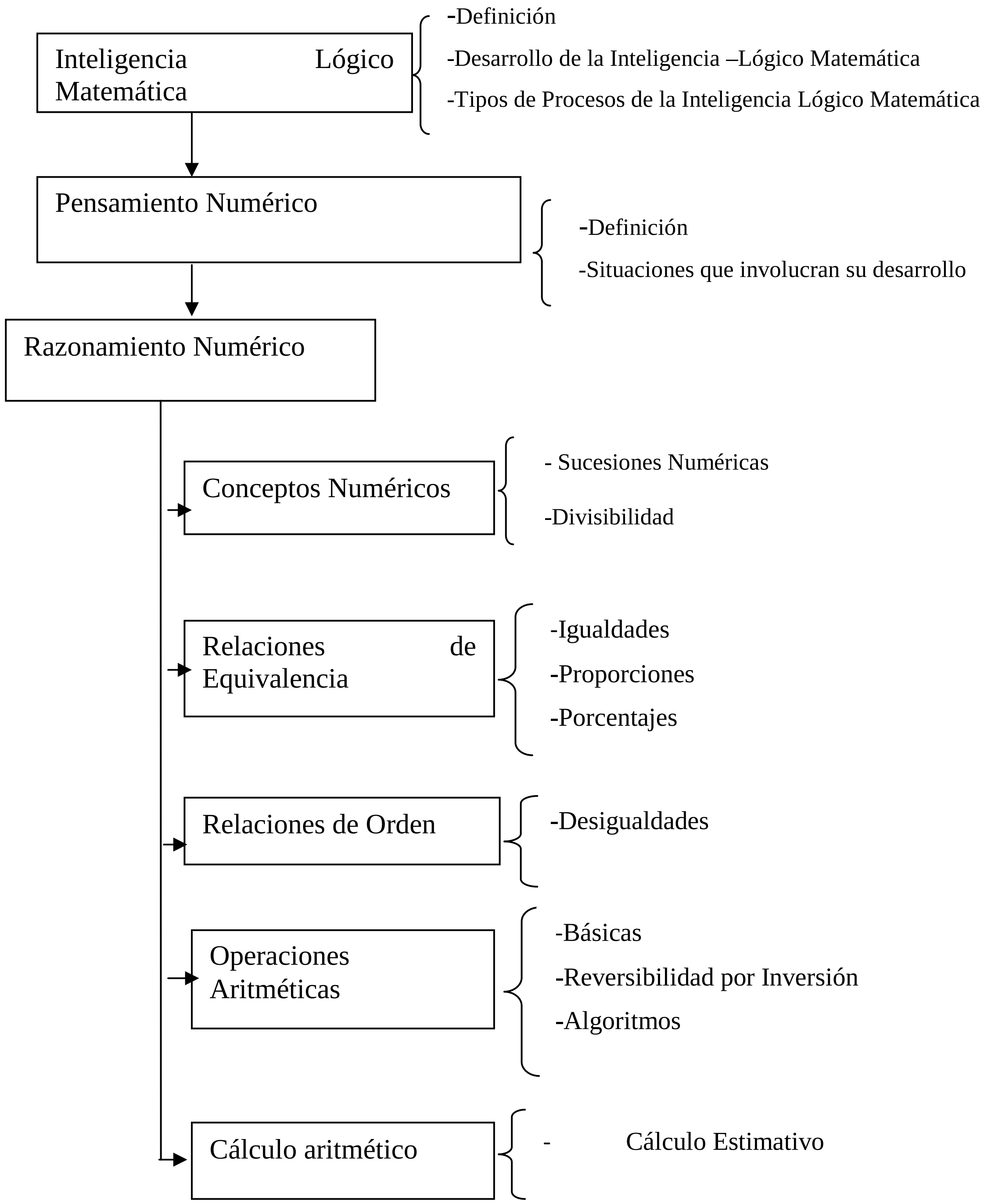


Gráfico N° 4: Constelación de Ideas Conceptuales del Razonamiento Numérico

Elaborado por: Sigcha E.

DESARROLLO DE LA VARIABLE INDEPENDIENTE

1. Estrategias Metodológicas

1.1. Definición.-

La Estrategia Metodológica es la habilidad para coordinar (dirigir) el sistema enseñanza aprendizaje (Bastidas, P., 2004); son parte de la metodología, es decir, cómo va el maestro a enseñar y cómo va el alumno a aprender. Una Estrategia comprende de actividades (Hernández, 1995), acciones o arreglos organizacionales diseñadas y desarrolladas durante el proceso enseñanza.-aprendizaje para conseguir una instrucción eficaz (Szcurek, 1989).

Cuando estas Estrategias Metodológicas cumplan pautas más o menos precisas para aprender, recordar o solucionar un problema, se pueden decir que aplican métodos concretos y técnicas de aprendizaje adaptadas a las características personales y suficientemente practicadas tales como: lecturas, subrayado, esquema, mapa conceptual, con el auxilio de uno o varios materiales. Cuando las estrategias Metodológicas o Didácticas están encaminadas para la enseñanza, sus procedimientos, técnicas y acciones que son realizadas por el maestro como la generación de expectativas, activación de la información previa con la finalidad de promover aprendizajes significativos y elevar la calidad de la educación.

1.2. Principios Metodológicos.-

García, P; Moreno G (2001) describen los siguientes principios que se basan las estrategias metodológicas de enseñanza:

1.2.1. Principio de Actividad y Participación.-

La adquisición de conocimientos, debe estar basada en la actividad, de tal forma que no hagan del aprendizaje una mera adquisición pasiva de conocimientos, sino la aplicación de los mismos para resolver problemas concretos y tareas que les permitan aprender o lograr cualquier objetivo adecuado a sus posibilidades.

Desde el punto de vista del diseño de las actividades, es necesario que se tengan en cuenta una serie de características que hagan que el alumnado pueda sentirse partícipe de ellas, que les haga sentir que son capaces de hacerlas y que no las viva como un reto imposible de superar. Para ello, las actividades tienen que tener un diseño variado, tanto desde el punto de vista del soporte utilizado (papel, lenguaje oral, objeto manual, producción informática, etc.), como desde el punto de vista de la responsabilidad de los que las hacen (individualmente o en grupo), como desde el punto de vista de los niveles de complejidad que contemplan, ya que se deben favorecer actividades que permitan diversos niveles de ejecución, para que todo el mundo tenga un cierto nivel de éxito en las mismas.

1.2.2. Principio de funcionalidad.-

La funcionalidad, significa la satisfacción de una necesidad o un deseo de preguntar, investigar, aprender para utilizar los conocimientos al resolver o hacer algo en el presente, y comprueba la utilidad de lo que aprende en cada momento, de manera que al finalizar cualquier actividad, el alumno debe percibir que ha logrado algo provechoso y debe saber para que le sirve y cómo utilizarlo; para ello, es necesario unir la educación a la vida.

1.2.3. Principio de Aprendizajes Significativos.-

La elaboración de conocimientos se basa, en la construcción de aprendizajes partiendo de los conocimientos previos y las relaciones entre ellos, así como su proyección en la vida cotidiana y en el mundo laboral. Nadie aprende a partir de la nada y todo lo que se aprende tiene alguna relación con lo que ya sabemos.

1.2.4. Principio de la Globalización.

La globalización, según A. Zabala "Es una actitud ante la enseñanza, más que la aplicación mimética de una técnica concreta". Es decir, es un modo de plantear la organización de los escenarios de lo que se quiere que aprendan los estudiantes para lograr un aprendizaje eficaz, inclusivo y valioso.

1.2.5. Principio de interacción.-

El proceso de aprendizaje del alumno debe desarrollarse en un ambiente que facilite las interacciones entre "profesor - alumnado" y "alumnado - alumnado", que le lleve a una situación de pertenencia al grupo. En la interacción profesor alumnado, el profesor es un elemento que ayuda a que los caminos trazando por los estudiantes sean de forma autónoma y a posibilitarles que los recorran adecuadamente, favoreciendo de esta forma la autonomía de pensamiento y acción del alumnado. En la interacción del alumnado consigo mismo, constituye uno de los principios metodológicos más potentes desde el punto de vista de los resultados que consigue. La interacción entre iguales, supone que el alumnado participa en situaciones de aprendizaje donde los intereses, motivaciones, conocimientos previos y dudas son muy similares, con lo que las posibilidades de generar objetivos comunes y estrategias de trabajo conjuntas se multiplican con respecto a otro tipo de situaciones.

1.3. Tipos de Estrategias de Enseñanza.-

Para Kindsvatter (1988), las estrategias de enseñanza pueden ser:

a) Enseñanza directa o estrategia magistral.
b) Enseñanza cooperativa o estrategia grupal.
c) Estrategia individual.

1.3.1. **La estrategia Magistral.-**

Se refiere al modelo académico donde el docente dirige y controla las actividades del sistema enseñanza aprendizaje. Dentro de la estrategia magistral se puede considerar: la conferencia, demostración, presentación, interrogatorio, estudio de casos.

1.3.2. **La estrategia Grupal.-**

Enfatiza el trabajo en conjunto de los estudiantes, en actividades de aprendizaje cooperativo, supeditadas a la tutoría del docente, quien actúa como facilitador del aprendizaje. Dentro de las estrategias grupales se puede considerar: Mesa redonda, panel, simposio, role playing, entrevista colectiva, Phillips 66, torbellino de ideas, seminario, diálogos simultáneos, debate, rejas, dramatización, investigación de campo, investigación de laboratorio, investigación documental, taller, equipos de trabajo, asamblea.

1.3.3. **La estrategia Individual.-**

Es un modelo de instrucción individualizado sobre la base de un programa estructurado para cada estudiante, tiene el propósito de cumplir con tareas de aprendizaje específico, diseñado para que sean realizados por los estudiantes, como eje principal es la adquisición de individual de conocimientos concretos.

Dentro de las estrategias individuales se puede considerar: estudio documental, estudio independiente, investigación de campo, investigación de laboratorio, investigación documental estudio dirigido, enseñanza programada, trabajo individual.

2. Estrategias de Aprendizaje

2.1. Definición.-

La Estrategia de Aprendizaje es el proceso que sigue el estudiante partiendo de la previa reflexión y recuperación coordinada de los conocimientos previos para la toma de decisiones ó elección consciente e intencional y cumplir con el objetivo de resolver o aprender algo concreto, (Schneider, S. 2004).

Las Estrategias de Aprendizaje están constituidas de las destrezas o habilidades, y el uso eficaz de ellas depende en buena medida del dominio de las actividades o acciones que la componen y una reflexión profunda sobre el modo de utilizarlas, (Pozo y Postigo, 1993).

Cerón, S; Briseño M (2008)

2.2. Clases de Estrategias de Aprendizaje.-

De la gran diversidad existente en la categorización de las estrategias de aprendizaje, existen ciertas coincidencias entre algunos autores (por ejemplo: Pintrich, 1989; Pintrich y De Groot, 1990; Weinstein y Mayer, 1986; McKeachie, Pintrich, Lin y Smith, 1986 -citado en Pokay y Blumenfeld, 1990, González y Tourón, 1992) en establecer tres grandes clases de estrategias: las estrategias cognitivas, las estrategias metacognitivas, y las estrategias de manejo de recursos

2.2. 1. Estrategias cognitivas.-

Hacen referencia a la integración del nuevo material con el **conocimiento previo** como por ejemplo: **los hechos, los conceptos y los principios** (Serrano, J); y que las estrategias de selección, organización, elaboración e integración de la información, constituyen las condiciones cognitivas del aprendizaje significativo, (Mayer, 1992).

2.2.**2. Estrategias Metacognitivas.-**

Las Estrategias Metacognitivas o también llamadasEstrategias de Control de la Comprensión,(Weinstein y Mayer 1986), están formadas por procedimientos de autorregulación que hacen posible el acceso consciente a las habilidades cognitivas empleadas para procesar la información,hacen referencia a la **conciencia y conocimiento de variables de la persona** como: capacidades , intereses y actitudes, su propio proceso de aprendizaje, características y demandas de la tarea y de las estrategias necesarias para completar la tarea, a la **planificación, control, y evaluación por parte de los estudiantes de su propia cognición**, (Monereo y Clariana 1993) con el objeto de lograr determinadas metas de aprendizaje (González y Tourón, 1992).Planificar la tarea significa **seleccionar la estrategia más apropiada para utilizar**, **orientar la tarea a los objetivos propuestos**, **considerar oportunamente los saberes previos**, **relacionarlos con el nuevo contenido que se trabaje y comprobar errores**. Controlar y revisar la tarea significa organizar el trabajo de manera gradual y secuencialmente, detectar y corregir errores**. Para** poder poner en práctica una estrategia, s**e debe saber qué, cómo, cuándo y porque debe usarlas y observar la eficacia de las estrategias elegidas y cambiarlas según las demandas de la tarea,** Kurtz (1990)**.**

Una ayuda para el aprendizaje es conocer acerca de lo que han aprendido, como lo han aprendido y dar sugerencias para remediarlas, analizar los errores cometidos en el transcurso del aprendizaje (Menchinskaya y Moro, 1975; Radatz, 1979; 1980; Movshovitz-Hadar et al. 1987; Brousseau, 1983; Brousseau, Davis y Werner, 1986; Confrey, 1991; Borasi, 1987,1994),los mismos que pueden ser: obstáculos didácticos, modelos implícitos y **dificultades individuales que están relacionados con los malentendidos instalados y consolidados como resultado de un incorrecto proceso de aprendizaje que se manifiesta en forma persistente y reproducible**(Menchinskaya y Moro, 1975).

2.2.3. E**strategias de manejo de recursos.-**

Son una serie de estrategias de apoyo que incluyen diferentes tipos de recursos cuya finalidad es sensibilizar al estudiante con lo que va a aprender; y esta sensibilización hacia el aprendizaje integra tres ámbitos: la **motivación, las actitudes y el afecto** (Beltrán, 1996; Justicia, 1996) que contribuyen a la eficacia de la resolución de la tarea, para ello no es sólo necesario saber cómo hacerlo, saber poder hacerlo, se requiere ciertas capacidades, conocimientos, etcétera, y es preciso, además, recurrir a los **aspectos motivacionales y disposicionales** para que los estudiantes tengan una disposición favorable y pongan en funcionamiento todos los recursos mentales disponibles que contribuyan un aprendizaje eficaz,(González y Tourón, 1992).

3. Estrategias de Cálculo Mental

En esta Investigación, se toma un enfoque de uso reflexivo y no mecánico del Cálculo Mental (Gómez, 1994) ; por tanto se centra **en la Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental,** las mismas que integradas con los conocimientos previos dan origen a **una nueva estructura** y que sumada a la destreza de ciertas acciones de dichas Estrategias se puede lograr el Aprendizaje significativo en conceptos relacionados con la operatoria (Pozo, 1989b).

3.1. Definición.-

Las Estrategias de Cálculo Mental son los principios directores generales de resolución que atendiendo la manera de tratar los datos funcionan con cualquiera que sea la operación tanto para los números naturales como con números decimales,(Gómez, B**),** cuya reflexión, comprensión, dominio y la elección consciente de **artificios**, **recolocaciones descomposiciones, compensaciones** se logra una resolución precisa en problemas numéricos propuestos y un aprendizaje significativo en conceptos relacionados con la operatoria.

Las Estrategias de Cálculo Mental son personales porque cuando se suelen utilizar en una tarea concreta cambian de un individuo a otro, dando lugar a una enorme variación, aunque todas ellas, en menor o mayor grado, (Ortega, T y Ortiz, M).

Calcular es establecer una relación directa entre cantidades a partir de sus representaciones numéricas, sin pasar por la construcción física de una o varias colecciones cuyos elementos se cuentan, las mismas que puntualizan el nuevo papel del Cálculo Mental e involucran a las Estrategias de Cálculo Mental por ser parte de éste en los argumentos se detallan a continuación:

- ✓ Es un medio para incrementar la comprensión de los números (Plunkett, 1979) individualizándolos y relacionándolos con diversas formas de escribirlos (Giménez y Girondo, 1990) y conociendo cómo está compuesto de sumandos y factores (Menchinskaya y Moro, 1975).

- ✓ Es de utilidad en la comprensión y desarrollo de los equivalentes escritos (Cockcroft, 1985), pudiendo llevar al descubrimiento de pautas, propiedades y estructuras de nuestro sistema numérico (Reys, 1985).

- ✓ Es un tipo de análisis de las situaciones numéricas que puede ser usado por los educadores para incrementar la flexibilidad en el cálculo (Henneessy et al., 1989) y su reflexión sobre el procedimiento mismo, (French, 1977).

- ✓ Se puede usar en el diagnóstico de la comprensión del número y del valor de posición (Henneessy et al., 1989) y para comprobar las concepciones de los estudiantes (y su disponibilidad) ligadas a la numeración decimal y a las propiedades de las operaciones (Butlen y Pezard, 1991).

3.2. Fundamento de las Estrategias de Cálculo Mental.-

Para Carpenter y Moser (1983, 1984); De Corte y Verschaffel (1987), las Estrategias mentales se fundamentan en hechos o combinaciones numéricas, en el que los niños tienden a reemplazar los procedimientos de conteo por otras estrategias aditivas ayudando a la resolución de problemas; Baroody afirma que la generación eficiente de combinaciones numéricas se debe, a partir de reglas o principios, y otras son producidas por **los procesos reconstructivos o extraídos rápidamente mediante procesos reproductivos**, estas estrategias son:

3.2.1. Estrategias basadas en el uso o aplicación de Reglas de Derivación.-

Es cuando se averigua la respuesta correcta aplicando reglas de composición o descomposición numéricas o de un hecho numérico conocido. Por ejemplo, para hallar la suma total de 7+5, se tiene como hecho numérico que 5+5= 10, entonces el 7 se descompone en sumandos y se obtiene: 2+5+5= 1, (Bermejo y Rodríguez).

3.2.2**. Estrategias de Hecho Conocido**.-

Es cuando la respuesta de una combinación numérica se basa en el recuerdo inmediato de hechos almacenados en la memoria a largo plazo generada por los conocimientos conceptual y procedimental y son producidas por procesos reconstructivos o extraídos rápidamente mediante procesos reproductivos para resolver una combinación numérica, sin conteo aparente**, como por ejemplo, al** resolver las sumas 2+6 y 6+2 supone poner en marcha el conocimiento semántico (la propiedad conmutativa) y el conocimiento factual (la asociación conjunta de que 2 y 6 son 8).

3.3. **Clases de Estrategias de Cálculo Mental**.-

La elección consciente de las Estrategias de Cálculo Mental determina una resolución precisa en problemas propuestos (Gómez, Bernardo**)**, las mismas que

están en función del valor relativo del número, en las tablas de sumar y restar, propiedades de las operaciones (Ortega, T y Ortiz, M), **composición y descomposición del número** (Baroody), clasificándose de la siguiente forma:

3.3.1. **Artificios.-**

Es una forma de Estrategia de Cálculo que no requiere de la descomposición numérica, recolocaciones, ni de compensaciones para facilitar los cálculos. A este grupo se han considerado las Reglas, las mismas que son recogidas por la tradición escrita en las Aritméticas antiguas.

3.3.2. **Recolocaciones**.-

Consiste, primeramente, en calcular las cantidades propuestas para la conformación de decenas, centenas, etcétera para su posterior resolución con el resto de cantidades.

3.3.3. **Descomposiciones.-**

Consiste en descomponer uno de los términos para formar la expresión en otra equivalente más cómoda para el uso de cantidades menores que las dadas. A este tipo de Estrategias corresponde las Disociaciones por Descabezamiento de los sumandos para completar las cifras con sus ceros correspondientes o con sus órdenes de unidad; y las Disociaciones Subsidiarias que consisten en descomponer uno de los datos en función del otro; y las Factorizaciones en el que se trata de sustituir uno o más factores por un equivalente numérico en forma de serie de productos o cocientes. Descomposición de uno o ambos datos en factores.

3.3.4. **Compensaciones**.-

Es servirse del incremento de uno o dos datos compensando adecuadamente el resultado. A este grupo corresponden las Compensaciones Intermedias, en las que se realizan las compensaciones antes de operar los parciales, y la Compensación Final en el que se compensa al acabar las operaciones parciales. Entonces, el punto de apoyo usual para las Estrategias de Cálculo Mental es un suficiente dominio de artificios, descomposiciones, compensaciones, recolocaciones en los problemas numéricos propuestos.

3.4. Métodos, Procedimientos y Actividades Básicas de Cálculo Mental.-

3.4.1. **Métodos de Cálculo Mental**.-

Para (Gómez, B.**),** Los métodos de Cálculo Mental "son las formas que se concretan las estrategias al tomar en cuenta las operaciones, los hechos y las relaciones numéricas involucradas en los datos. Las modalidades de los métodos son sus diversas variantes según se aplique a uno o al otro dato, o sobre una u otra operación". Este autor describe los métodos correspondientes a cada estrategia de Cálculo Mental.

Los métodos correspondientes a las Reglas más utilizadas en las Estrategias de Cálculo Mental son: Operaciones aritméticas básicas cuando los términos terminan en ceros; Multiplicación cuando uno de los factores están formados sólo por unos; Multiplicación cuando uno de los factores están formados sólo por nueves.

Los métodos de las Recolocaciones se pueden emplear en operaciones aritméticas de suma y multiplicación cuando los términos no terminan en ceros.

Como Métodos de las Disociaciones por Descabezamiento de un dato están: Agregar, o sumar sucesivamente empezando por la cifra de orden superior completada ; Segregar, o restar sucesivamente empezando por la cifra de orden superior completada; Distribuir, o multiplicar sucesivamente empezando por la cifra de orden superior completada; y la División sucesiva de los diversos órdenes de unidad del dividendo.

Los Métodos de las Disociaciones por Descabezamiento de dos datos o por "primeros dígitos" son: Resta descabezando y recuperando; Suma descabezando y reagrupando; Resta descabezando y cambiando el signo de la resta parcial cuando la parte que hace de sustraendo es mayor que la que hace de minuendo.

Los Métodos de las Disociaciones Subsidiarias se encuentran: Resta haciendo la misma terminación; Resta prestando; Suma, resta, multiplicación o división por patrones o hechos conocidos como*:* Dobles, Complementos, Cuadrados, Cuartos, Mitades, Tercios; Multiplicación de 5, 25, 35,... por un número no par; Multiplicación por 25, 1215, 1125, 75, 175, 15, 150, 155; y División, descomposición del dividendo en sumandos que son múltiplos del divisor.

Los Métodos para las Factorizaciones Simples, corresponden: Multiplicación por 12, 15, 22, 33, 44, etcétera; y la División descomponiendo el divisor en factores.

Los Métodos para las Compensaciones Intermedias son: los de Añadir o Quitar a un dato unidades que se quitan al otro en: Suma completando decenas; Suma doblando el número central, conocida como procedimiento del "número misterioso" (Green, 1985); Multiplicación de 15, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, por un número par; y Multiplicación por un número que es potencia de 2; las **Conservaciones** que consiste en Sumar o Restar el mismo número al minuendo y al sustraendo, para completar decenas, centenas, etcétera; o la Resta sumando a los datos el complemento del sustraendo**. Las Alicuotar** como parte de las Compensaciones Intermedias consisten en la Aplicaciones de las relaciones alícuotas (ser divisor) de un dato, que corresponden: Multiplicación por 5, 2 y 1/2 o 2,5, 25, 125, 75, 375, 625, 875 etcétera, o cualquier otro número que sea parte alícuota de 10, 100, 1000; División por 5; 25; 125; 75; 0,50; 0,25; 0,125; 0,75; 1,25; 1,5; etcétera, y en general cuando el divisor es parte alícuota de 10, 100, etcétera; Multiplicación por 0,5; 0,25; 0,2; 0,125; División por 0,5; 0,25; 0,2; 0,125 ; Multiplicación por 0, 75 1,25; 1,5; División por 0,75; 1,25; 1,5; División por un número al que a su inverso le falta una parte alícuota de 1, 10, 100, etcétera.

Como Métodos de la Compensación Final se tiene **el Redondeo**, el mismo que consiste en alterar los dos términos de la operación buscando el redondeo a ceros al menos, de uno de ellos y la compensación mediante: la Completación de decenas, centenas, etcétera inmediata superior de alguno de los datos; la suma añadiendo a cualquiera de los sumandos para hacer una cantidad exacta de decenas, centenas, y la compensación; la Resta añadiendo al sustraendo para hacer una cantidad exacta de decenas, centenas, etcétera, la Multiplicación por un número cualquiera de nueves: 9, 99, etcétera; la Multiplicación por un número próximamente menor que un número múltiplo 10, 100, 1000 ; la Multiplicación por un número próximamente menor que 10, 100, 1000 al que le falta un número que es parte alícuota de alguno de éstos; la División cuando al dividendo le falta un múltiplo del divisor para ser 100, 1000; Multiplicación por un número al que le falta 1/10 de su decena inmediata superior: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 91.

Los métodos de cálculo mental son valiosos para el desarrollo del pensamiento aritmético, en particular lo relacionado con el análisis de las situaciones numéricas y el manejo de los hechos de la numeración para la expresión flexible, significativa y no automática de las acciones sobre los números,(Gómez, A.,1994; y hacer emerger una problemática ligada al aprendizaje de la aritmética, emprender el análisis, para que el profesor conozca y enfrente las concepciones sobre los procedimientos de cálculo de los estudiantes, afirmando las bases para su posible conceptualización, (Reys, Trafton, Reys, Zawojewski, 1984, cit. Reys, 1985; por la generalizada falta de competencia de los estudiantes, sobre todo cuando se pasa de calcular con números naturales a calcular con números decimales, (Gómez, 1994).

3.4.2. **Procedimientos de Cálculo Mental.-**

Los Procedimientos de Cálculo Mental son las secuencias ordenadas y explícitas de cálculos que desarrollan los métodos hasta llegar al resultado, (Gómez, B.), se sustentan en los principios que rigen el Cálculo dentro del sistema de numeración decimal, como son: cifras, agrupamiento decimal, valor relativo de sus cifras, suma de números acabados, y agrupamiento multiplicativo.

Las cifras son cada uno de los diez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) que se usan dentro del Sistema de Numeración Decimal y conforman los números naturales.

El Agrupamiento Decimal significa, la agrupación de 10 unidades forman una decena, grupos de 10 decenas forman una centena, etcétera.

El Valor Relativo de sus cifras significa que a todo número natural, leyendo de derecha a izquierda, la primera cifra corresponde a las unidades (u), la segunda a las decenas (d), la tercera a centenas (c), y así sucesivamente.

La Suma de Números Acabados significa que sólo los números naturales que tienen decenas llevan un cero en el lugar de las unidades; sólo los que tienen centenas llevan dos ceros, uno en el lugar de las unidades y otro en el lugar de las decenas, etc. Por lo tanto, todo número natural es una suma de números acabados en sucesión decreciente de ceros, ejemplo 356= 300+50+6.

El Agrupamiento Multiplicativo, significa que todo número natural es una suma de multiplicaciones ordenadas de sus cifras, de derecha a izquierda por 1, 10, 100, 1000…, por ejemplo: 20 se puede escribir 2x10 porque como 2 decenas son dos veces 1decena; 423 se puede escribir 4x100+2x10+3.

Por lo que todo número natural se puede escribir de varias maneras:

- En forma posicional 423
- Descompuesto

a) En unidades, decenas, centenas. 4c, 2d, 3u (valor relativo de sus cifras)

b) En suma de números acabados en ceros. 400+20+3

c) En suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente… 4x100+2x10+3.

El procedimiento inapropiado, **persistente y reproducible en la solución de problemas numéricos se conoce con el nombre de "bugs"**, (Brown y VanLehn, 1980), (Blando, Kelly, Schneider y Sleeman, 1989) donde los estudiantes **adaptan incorrectamente fórmulas o reglas poco conocidas a una situación nueva o poco familiar o difícil (**etapa de producción),**(Brousseau (cit. Palarea y Socas, 1994), este uso inadecuado de fórmulas o reglas se pueden basar a la limitada comprensión del significado de las mismas (**etapa de codificación), por ejemplo, las del tipo 1000: 200=50 o 500, y 96: 16 = 10 que puede ser causa de la escasa relación con los conocimientos previos, o por incompletos prerrequisitos aritméticos (acomodación); y tienen su consecuencia sobre los sobrevenidos los mismos que han sido clasificados por: extrapolaciones, generalizaciones y centramientos, (Gómez, 1994).

Las Extrapolaciones son inserciones improcedentes de alguna parte o de algunos de los pasos, pero no de todos, de las reglas aprendidas, que los estudiantes extraen y llevan a otra regla o método que están aplicando en una situación nueva en la que no funcionan**,** por ejemplo:2,4x0,15=36. **«**2,4x0,15=240x15=240x10=2400, 2400+1/2 2400=2400+1200=3600,→ 36,00, donde se fijan en el dato que más cifras decimales tiene, en este caso 0,15. Como éste tiene dos cifras decimales, para eliminar la coma decimal multiplica por 100 tanto 0,15 como 2,4, obteniendo 240x15. Esta manera inválida de suprimir la coma decimal en la multiplicación puede ser a causa de dificultades en el uso de los números decimales y fraccionarios en diferentes contextos que puede ser por una escaza comprensión del significado de los mismos, o que durante su proceso de aprendizaje ha habido una limitada relación de las reglas con los prerrequisitos como: la expresión de un número decimal a fracción, expresión de un número decimal a un número natural mas una fracción; de igual forma con los distintos significados de las fracciones como la división o cociente, mediante la comparación o expresión como la razón entre dos cantidades, en sus usos para expresar parte o partes de una cantidad o número, en las fracciones equivalentes, la idea del valor que representa la fracción 15/100**,** Enright, (1983).

Las Generalizaciones son extensiones de métodos completos, reglas o propiedades no explicitadas en determinadas situaciones numéricas que no siempre funcionan en otras situaciones familiares y que los alumnos aplican, tal cual las conocen o han aprendido, a situaciones nuevas en las que no funcionan, por ejemplo: 245-197~245-200=45-3~42**,** donde la estrategia de compensación es válido solo en la suma pero el estudiante generaliza al caso de la resta porque no entiende que esto puede ser diferente.

Los Centramientos son métodos que sufren una interferencia por algún hecho que centra la atención del resolutor provocando que algún paso o resultado intermedio se desvíe de su aplicación correcta, por ejemplo en:19x18=341, «20x18=360; 19x1=19; 360-19=341.» donde el estudiante fija su atención en la necesidad de compensar la alteración efectuada al redondear el 19 a 20, pero viola el significado de la multiplicación 19x18=(20-1)x18, ya que se centra en que es con el número alterado, el 19, con el que debe disminuirse el producto, esto es una evidencia de una falta de percepción de la sintaxis de los procedimientos en el lenguaje horizontal de paréntesis e igualdades del álgebra, donde conocen la sintaxis de la propiedad distributiva y saben reconocer en su forma usual en los textos 3x (4+5)= 3x4+3x5, pero no son capaces de representar la situación de esta manera 19x18 = (20-1)x 18 = 360-18, Gómez (1994).

Estos tres tipos de errores también pueden ser debidos a rigideces motivadas por un predominio de lo sintáctico sobre lo semántico**,** es decir, predomina la atención en lo reglado sobre el significado de las reglas y en lo alterado sobre el efecto de la alteración en los resultados ya que no hacen valoraciones sobre la razonabilidad o no de sus resultados incorrectos y tiene una comprensión pobre del efecto que las alteraciones en los datos produce en los resultados, existiendo un débil reconocimiento de los conceptos, leyes y principios que rigen la operatoria.

3.4.3. Actividades Básicas de Cálculo Mental.-

Las Actividades Básicas son los componentes básicos de Cálculo, (Ortega, T y Ortiz, M), que posterior a su conocimiento, son comprendidas, aplicadas en los cálculos, al escoger de manera consciente los procedimientos más convenientes. (Gómez, B.), (Bloom, 1972). Concretar qué actividades básicas requieren los diferentes tipos de estrategias de cálculo mental**,** permitirá medir la Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental, apreciar las dificultades, tomar decisiones y graduarla para el aprendizaje de las estrategias, (Karmel, 1974).

3.5. Demostraciones de las Estrategias de Cálculo Mental

A continuación se demuestran la resolución de problemas numéricos mediante el uso de las Estrategias de Cálculo Mental con sus respectivos procedimientos para reflexionar y comprobar la veracidad de las afirmaciones, denominadas como Actividades básicas:

–**Artificios**

• **Reglas**, *Sumas de números que acaban en ceros*

Ejemplo: Sumar 600 + 700 + 4500

Proposiciones	**Razones**
1) 600+700+4500	Dato
2) 600+700+4500=600+700+4500	Axioma Reflexivo de la igualdad
3) (6c,0d,0u), (7c,0c,0u), (4um,5c,0d,0u)	**Valor Relativo**
4) 600+700+4500= **(6x100)+(7x100)+(45x100)**	**Agrupamiento multiplicativo**
5) 600+700+4500 **= (6+7+45)x100**	**Factor común**
6) 600+700+4500 = ((6+7)+45)x100	Axioma Asociativa de la suma
7) 600+700+4500 = (13+45)x100	Axioma Clausurativo de la suma
8) 600+700+4500 = 58x100	Axioma Clausurativo de la suma
9) 600+700+4500= 5800	Axioma Clausurativo de la multiplicación

• **Reglas**, Restas de números que acaban en ceros

Ejemplo: 7000 - 4500

Proposiciones	**Razones**
1) 7000-4500	Dato
2) 7000-4500=7000-4500	Axioma Reflexivo de la Igualdad
3) **(7um,0c,0d,0u), (4um,5c,0d,0u)**	**Valor relativo (p1)**
4) 7000 >4500	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
5) si es posible restar	Condición de Resta por pasos 1) y 3)
6) 7000-4500 **=(70x100)-(45x100)**	**Agrupamiento multiplicativo**
7) 7000-4500 **=(70-45)x100**	**Factor común**
8) (7d,0u), (4d,5u)	Valor relativo
9) 70>45	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
10) si es posible restar	Condición de Resta por paso 6) y 8)
11) 7000-4500 = 25x100	Definición de resta
12) 7000-4500 = 2500	Axioma Clausurativo de la multiplicación

• **Reglas,** Multiplicación por números que acaban en ceros

Ejemplo: 7x300

Proposiciones	**Razones**
1) 7 x300	Dato
2) 7 x300=7 x300	Axioma reflexivo de la Igualdad
3) **7: 0c.0d,7u ; 300: 3c,0d,0u**	**Valor relativo**
4) 7 x300=**7x(3x100)**	**Agrupamiento multiplicativo**
5) 7 x300 **=(7x3)x100**	**Axioma Asociativo de la Multiplicación**
6) 7 x300=21x100	Axioma Clausurativo de la Multiplicación
7) 7 x300=2100	Axioma Clausurativo de la Multiplicación

• **Reglas,** División cuando el divisor acaba en cero

Ejemplo: 234÷20

Proposiciones	**Razones**
1) 234÷20	Dato
2) 234÷20=234÷20	Axioma Reflexivo de la igualdad
3) 234÷20=**234÷(2x10)**	**Agrupamiento multiplicativo**
4) (234÷2)÷10	**Descomposición del divisor para divisiones sucesivas**
5) 234 es divisible para 2	Regla de criterios de divisibilidad
6) si es posible realizar la división exacta	Condición de división por pasos 4) y 5)
7) 234÷20= 117÷10	Definición de División exacta
8) 234÷20= 11,7	Regla de división para potencias

Reglas, División cuando el dividendo y divisor acaban en ceros

Ejemplo: 4500÷500

Proposiciones		**Razones**
1)	4500÷500	Dato
2)	4500÷500= 4500÷500	Axioma reflexivo de la igualdad
3))	**(4um,5c,0d,0u) ,(5c,0d,0u)**	**Valor relativo**
4)	4500÷500 **=(45x 100)÷ (5X100)**	**Agrupamiento multiplicativo**
5)	4500÷500= 45x100÷ 5x100	Destrucción del paréntesis precedido de signo mas
6)	4500÷500 **=((45x100) ÷5) ÷100**	**Descomposición del divisor para divisiones sucesivas**
7)	4500÷500 =((45X100)/5) ÷100	Notación de la división
8)	4500÷500 **=(45/5 x100) ÷100**	**Definición de multiplicación**
9)	4500÷500 **=(45/5 x 100)/100**	**Notación de la división**
10)	4500÷500 **=(45/5x 100)x 1/100**	**Definición de división**
11)	4500÷500=45/5x (100x 1/100)	Axioma asociativo de la multiplicación
12)	4500÷500=**45/5 x (100/100)**	**Definición de multiplicación, axioma modulativo (x)**
13)	4500÷500=**45/5 x 1**	**Un número dividido para sí mismo da 1**
14)	4500÷500=45/5	Axioma modulativo de la multiplicación
15)	45 es múltiplo de 5	Criterio de divisibilidad
16)	4500÷500=9	Definición de división

b) Recolocación

• *Suma*

Ejemplo: 57+26+13

Proposiciones		**Razones**
1)	57+26+13	Dato
2)	57+26+13=57+26+13	Axioma Reflexivo de la igualdad
3)	57+26+13=**57+ ?= ?0**	**Completar decenas mediante suma**
4)	**7u+3u=10u=1d**	**Agrupamiento decimal**
5)	57+26+13=**57+ (26+13)**	**Axioma asociativo de la suma ,de paso 1)**
6)	57+26+13=**57+ (13+26)**	**Axioma conmutativo de la suma**
7)	57+26+13 **=(57+13)+26**	**Axioma asociativo de la suma**
8)	57+26+13=70+26	Axioma Clausurativo de la suma
9)	57+26+13=96	Axioma Clausurativo de la suma

Multiplicación

Ejemplo: 12x9x5

Proposiciones		**Razones**
1)	12x9x5	Dato
2)	12x9x5=12x9x5	Axioma reflexivo de la igualdad
2)	**? x ?= ?0**	**Completar decenas mediante multiplicación**
3)	**2u x 5 u = 10 u = 1 d**	**Agrupamiento decimal**
4)	12x9x5=**12x (9x5)**	**Axioma asociativo de la multiplicación**
5)	12x9x5=**12x(5x9)**	**Axioma conmutativo de la multiplicación**
6)	**(12x5)x9**	**Axioma asociativo de la multiplicación**
7)	12x9x5=60x9	Axioma clausurativo de la multiplicación
8)	12x9x5=540	Axioma clausurativo de la multiplicación

c) Descomposiciones

•Disociaciones por Descabezamiento d**e** un dato por defecto en Suma

Ejemplo: 57+ 26

Proposiciones		**Razones**
1)	57+26	Dato
2)	57+26=5 7+26	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	**57+ (30-4)**	Expresión de un número dado en función de otro mediante resta
4)	57+26=57+30-4	Destrucción de paréntesis precedido de signo mas
5)	57+26 **=(57+30)-4**	**Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas**
6)	57+26 **=87-4**	Axioma clausurativo de la suma
7)	87>45	Axioma de Tricotomía de la desigualdad ()
8)	si es posible restar	Condición de resta, por pasos 5) y 7)
9)	57+26=83	Definición de resta

• **Disociaciones** por Descabezamiento sucesivo del Sustraendo empezando por la cifra de orden superior completada.

Ejemplo: 894-632

Proposiciones		Razones
1)	894-632	Dato
2)	894-632=894-632	Axioma Reflexivo de la igualdad
3)	632: 6c,3d,2u	Valor relativo
4)	894-632= 894- (6x100+3x10+2)	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente
5)	894-632=**894- (600+30+2)**	Agrupamiento multiplicativo
6)	894-632=894- 600-30-2	Destrucción del paréntesis precedido de signo menos

7) 894-632 **=(894-600)-30-2**	**Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas**
8) 894>600	Axioma de tricotomía de la desigualdad
9) si es posible restar	Condición de resta
10) 894-632 =(294)-30-2	Definición de resta
11) 894-632 =(294-30)-2	Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas
12) 294>30	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
13) Si es posible restar	Condición de resta, por pasos 11) y 12)
14) 894-632=264-2	Definición de resta
15) 264>2	Axioma de tricotomía de la desigualdad
16) es posible restar	Condición de resta, por pasos 14) y 15)
17) 894-632=**262**	Definición de resta

- **D**isociaciones por Descabezamiento; Distributiva de la multiplicación empezando la cifra de orden superior completada**.**

Ejemplo: 23x4

Proposiciones	**Razones**
1) 23x4	Dato
2) 23x4=23x4	Axioma reflexivo de la Igualdad
3) 23: 2d,3u	Valor relativo
4) 23x4 =(2x10+3)x 4	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente
5) 23x4 **=(20+3)x4**	**Agrupamiento multiplicativo**
6) 23x4 **=(20x4)+ (3x4)**	**Axioma distributivo de la multiplicación con respecto a la suma**
7) 23x4=**80+ 12**	Axioma clausurativo de la multiplicación
8) 23x4=92	Axioma clausurativo de la suma

- **Disociaciones** por Descabezamiento; distributiva de la División sucesiva en diversos órdenes de unidad del dividendo

Ejemplo: 1500 ÷25

Proposiciones	Razones
1) 1500÷25	Dato
2) 1500: 1um,5c,0d,0u	Valor relativo
3) (1x1000+5x100)÷ 25	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente
4) (**1000+ 500)÷ 25**	**Agrupamiento multiplicativo**
5) **(1000÷ 25)+ (500÷ 25)**	**Axioma distributivo de la división con respecto a la suma**
6) 1000 y 500 son divisibles para 25	Regla de criterios de divisibilidad

7)	**Si es posible dividir**	Condición de división exacta, por pasos 5) y 6) Regla de la división exacta de un número múltiplo de 10 o 100 para un natural
8)	**40+ 20**	
9)	**60**	Axioma clausurativo de la suma

•**Disociaciones Subsidiarias,** resta haciendo la misma terminación

Ejemplo: 51 - 23

Proposiciones		**Razones**
1)	51-23	Dato
2)	51-23=51-23	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	**51- (21+2)**	**Descomposición de un número en suma**
4)	51-21-2	Destrucción de paréntesis precedido de signo menos
5)	**(51-21)-2**	**Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas**
6)	51: 5d,1u 21: 2d,1u	Valor Relativo
7)	51>21	Axioma de tricotomía de la desigualdad
8)	**Si es posible la resta**	Condición de resta
9)	**30-2**	Definición de resta
10)	30>2	Axioma de tricotomía de la desigualdad
11)	si se puede restar	Condición de resta , paso 9) y 10)
12)	28	Definición de resta

•**Disociaciones Subsidiarias**por complemento

Ejemplo: 57 + 26

Proposiciones		**Razones**
1)	57+26	Dato
2)	57+26=57+26	
3)	**57+ 2?= ?0**	**Completar decenas mediante suma**
4)	**7u+3u= 10u =1d**	Agrupamiento decimal
5)	57+26=**57+ (23+3)**	Descomposición de un número en suma
6)	57+26=**57+23+3**	Destrucción de paréntesis precedido de signo mas
7)	57+26 **=(57+23)+3**	Axioma asociativo de la suma
8)	**57: 5d,7u** **23: 2d,3u**	Valor Relativo
9)	57+26=**80+3**	Axioma clausurativo de la suma
10)	**80: 8d,0u** **3: 0d,3u**	Valor Relativo
11)	57+26=**83**	Axioma clausurativo de la suma

• **Disociaciones Subsidiarias** con multiplicación por 25, 15

Ejemplo: 38x15

Proposiciones	**Razones**
1) 38x15	Dato
2) 38x15=38x15	Axioma Reflexivo de la igualdad
2) 15: 1d,5u	Valor relativo
3) 38x15=38x (1x10+5)	Suma de productos por unidad seguida de ceros orden decreciente
4) 38x15=**38x (10+5)**	**Agrupamiento multiplicativo**
5) 38x15=**38x (10+ 5/1)**	**Transformación de un natural a fracción**
6) 38x15=**38x (10+10/2)**	**Definición de fracción equivalente**
7) 38x15 **=(38x10)+ (38x 10/2)**	**Axioma distributivo de multiplicación con respecto a suma**
8) 38x15 =(38x10)+ ((38x10)/2)	Definición de multiplicación
9) 38x15=380+ 380/2	Regla de la multiplicación por una potencia de 10
10) 38x15=380+380÷2	Notación de división
11) 380 es divisible para 2	Criterio de divisibilidad
12) Si es posible dividir	Condición de división, por pasos 11) y 12)
13) 38x15=380+ 190	División exacta de un número múltiplo de 10 o 100 para natural
14) 380= 3c,8d,0u 190= 1c,9d,0u	Valor relativo
15) 38x15=**570**	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias por Cuadrados

Ejemplo: 15x16

Proposiciones	**Razones**
1) 15x16	Dato
2) 15x16=5x16	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 15x16 **=(15x (15+1))**	**Descomposición de un número en sumas**
4) 15x16 =(15x15)+ (15x1)	Axioma distributivo de la multiplicación con respecto a la suma
5) 15x16=225+ (15x1)	Axioma clausurativo de la multiplicación
6) 15x16=**225+15**	Axioma modulativo de la multiplicación
7) 225= 2c,2d,5u 15= 1d,5u	Valor Relativo
8) 15x16=**240**	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias por Cuartos

Ejemplo: 36x1, 25

Proposiciones		**Razones**
1)	36x1,25	Dato
2)	36x1,25=36x1,25	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	36x1,25=**36x (1+ 0,25)**	**Descomposición de un número en suma**
4)	36x1,25=**36x (1+ 25/100)**	**Transformación de un decimal a fracción**
5)	36x1,25=**36x (1+ 1/4)**	**Definición de fracciones equivalentes**
6)	36x1,25 **=(36x 1)+ (36x1/4)**	**Axioma distributivo multiplicación con respecto a suma**
7)	36x1,25 =(36x1)+ ((36x1)/4)	Definición de multiplicación
8)	36x1,25=**36+ (36/4)**	Axioma modulativo de la multiplicación
9)	36x1,25=36+ (36÷4)	Notación de división
10)	36 es divisible para 4	Criterios de divisibilidad
11)	**Si es posible dividir**	Condición de división exacta, por paso 9) y10)
12)	36x1,25=**36+9**	Definición de División exacta
13)	36=3d,6u 9 = 0d,9u	Valor Relativo
14)	36x1,25=**45**	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias por Mitades

Ejemplo: 38 x 1,5

Proposiciones		**Razones**
1)	38x1,5	Dato
2)	**38x (1+0,5)**	**Descomposición de un número mediante suma**
3)	**38x (1+ 5/10)**	**Transformación de decimal a fracción**
4)	**38x (1+ 1/2)**	Definición de fracción equivalente
5)	(38x1)+ (38x1/2)	Axioma distributivo de la multiplicación con respecto a suma
6)	(38x1)+ ((38x1)/2)	Definición de multiplicación
7)	**38+ (38/2)**	Axioma modulativo de la multiplicación
8)	38+ (38÷2)	Notación de división
9)	38 es divisible para 2	Criterio de Divisibilidad
10)	si es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 9) y 10)
11)	**38+ 19**	Definición de división exacta
12)	38: 3d,8u 19: 1d,9u	Valor Relativo
13)	57	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias por Tercios

Ejemplo: 27÷ 0,75

Proposiciones	**Razones**
1) 27÷0,75	Dato
2) 27÷0,75=27÷0,75	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 0,75 = 0u,7*d*,5*c*	Valor Relativo
4) **2**7÷0,75=2**7÷(75/100)**	**Transformación de un decimal a fracción**
5) 27÷0,75=**27÷(3/4)**	**Definición de fracciones equivalentes**
6) 27÷0,75=**27x (4/3)**	**Regla de división**
7) 27÷0,75=**27x (1+ 1/3)**	**Descomposición de sumandos**
8) 27÷0,75 =(27x1)+ (27x 1/3)	Axioma distributivo de la multiplicación con respecto a suma
9) 27÷0,75 =(27x1)+ ((27x 1)/3)	Definición de multiplicación
10) 27÷0,75=**27+ (27/3)**	Axioma modulativo de la multiplicación
11) 27÷0,75=27+ (27÷3)	Notación de división
12) 27 es múltiplo de 3	Criterio de divisibilidad
13) si es posible dividir	Condición de división exacta, Por pasos 10) y 11)
14) 27÷0,75=**27+9**	Definición de División exacta (de)
15) 27= 2d,7u 9 = 9u	Valor Relativo
16) 27÷0,75=36	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias con División, descomponiendo el dividendo en sumandos que son múltiplos del divisor

Ejemplo: 792÷ 11

Proposiciones	**Razones**
1) 792÷ 11	Dato
2) 792÷ 11=792÷ 11	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 792= 7? ?+??	**Descomposición del dividendo en suma de múltiplos divisor**
4) 792÷ 11= (770+22)÷ 11	Descomposición en sumandos
5) 792÷ 11= **(770÷ 11)+ (22÷ 11)**	**Axioma distributivo de la división con respecto a la suma**
6) 792÷ 11=70+(22÷ 11)	Regla de la división exacta de múltiplo de 10 para natural
7) **22 es divisible para 11**	Criterio de divisibilidad
8) **Si es posible dividir**	Condición de división exacta
9) 792÷ 11=**70+2**	Definición de división exacta
10) 792÷ 11=72	Axioma Clausurativo de la Suma

Factorizaciones

Factorizaciones Simples, *Multiplicación por 12, 15, 22, 33, 44, ...*

Ejemplo: 26x33

Proposiciones	Razones
1) 26x33	Dato
2) 26x33=26x33	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 26x33=**26x (3x11)**	**Descomposición en factores**
4) 26x33=**26x(11x3)**	**Axioma Conmutativo de la multiplicación**
5) 26x33= **(26x11)x3**	**Axioma Asociativo de la multiplicación**
6) 26x33=286x3	Multiplicación de un número de dos cifras por 11
7) 26x33=858	Axioma Clausurativo de la multiplicación

d) Compensaciones

Intermedias, Suma completando decenas:

Ejemplo:81+59

Proposiciones	Razones
1) 81+59	Dato
2) 81+59=81+59	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 81+59= **(80+1)+59**	**Descomposición de un número en sumas**
4) 81+59=80+1+59	Destrucción de paréntesis precedido de signo mas
5) 81+59=**80+ (1+59)**	**Axioma asociativo de la suma**
6) 59: 5d,9u 1: 0d,1u	Valor Relativo
7) 81+59=80+60	Axioma clausurativo de la suma
8) 80: 8d,0u 60: 6d,0u	Valor Relativo
9) 81+59=140	Axioma clausurativo de la suma

Intermedias, Suma doblando el número central, conocida como procedimiento del "número misterioso"

Ejemplo: 34+36

Proposiciones	**Razones**
1) 34+36	Dato
2) 34+36=34+36	
2) 34+36 **=(35-1)+ 36**	**Expresión de número dado en función de otro mediante resta**
3) 34+36 **=(35-1)+ (1+35)**	**Descomposición de un número en suma**
4) 35>1	Axioma de tricotomía de la desigualdad
5) Si es posible restar	Condición de resta, por pasos 4) y 5)
6) 34+36=**34+ (1+35)**	**Definición de resta**
7) 34+36=34+1+35	Destrucción de paréntesis precedido signo mas
8) 34+36 **=(34+1)+ 35**	**Axioma Asociativo de la suma**
9) 34+36=**35+35**	**Axioma clausurativo de la suma**
10) 35: 3d,5u 35: 3d,5u	Valor Relativo
11) 34+36=70	Axioma clausurativo de la suma

Intermedias, Multiplicación de 15, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, por un número par:

Ejemplo: 28x35

Proposiciones	**Razones**
1) 28x 35	Dato
2) 28x 35=28x 35	Axioma reflexivo de la igualdad
3) **35x? = ?0**	**Completando decenas mediante la multiplicación**
4) 5x2 = 10 = 1d	Agrupamiento decimal
5) 28 es divisible para 2	Criterio de divisibilidad
6) 28x 35= **(14x2)x35**	**Descomposición de un número en factores**
7) 28x 35=14x2x35	Destrucción de signo de agrupación precedido signo mas
8) 28x 35=14x (2x35)	Axioma asociativo de la multiplicación
9) 28x 35=14x 70	Axioma clausurativo de la multiplicación
10) 28x 35=14x (7x10)	Descomposición de un número en factores
11) 28x 35=(14x7)x10	Axioma asociativo de la multiplicación
12) 28x 35=98x 10	Axioma clausurativo de la multiplicación

13) 28x 35=980	Regla de la multiplicación por una potencia de 10

Intermedias, Multiplicación por un número que es potencia de 2**.**

Ejemplo: 8x36

Proposiciones	**Razones**
1) 8x36	Dato
2) 8x36=8x36	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 8x36= **(4x2)x 36**	**Descomposición de un número en factores**
4) 8x36=4x2x36	Destrucción de paréntesis precedido de signo mas
5) 8x36=4x(2x36)	Axioma asociativo de la multiplicación
6) 8x36=4x 72	Axioma clausurativo de la multiplicación
7) 8x36 **=(2x2) x72**	**Descomposición de un número en factores**
8) 8x36=2x2x72	Destrucción de paréntesis precedido de signo mas
9) 8x36=2x (2x72)	Axioma asociativo de la multiplicación
10) 8x36=2x 144	Axioma clausurativo de la multiplicación
11) 8x36=288	Axioma clausurativo de la multiplicación

Intermedias Alicuotar, Multiplicación por 5, 2 y 1/2 o 2,5 o cualquier otro número que sea parte alícuota de 10.

Ejemplo: 36x7, 5

Proposiciones	**Razones**
1) 36x7,5	Dato
2) 36x7,5=36x7,5	Axioma reflexivo de la igualdad
2) 36x7,5=**36x 75/10**	**Transformación de decimal a fracción**
3) 36x7,5=**36x 30/4**	**Definición de fracciones equivalentes**
4) 36x7,5 =(36x 30)/4	Definición de multiplicación
5) 36x7,5=36/4 x 30	Definición de multiplicación
6) 36x7,5 =(36÷4)x30	Notación de división
7) 36 es divisible para 4	Criterio de Divisibilidad
8) si es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 6) y 7)
9) 36x7,5=9x30	Definición de División exacta
10) 36x7,5=9x (3x10)	Agrupamiento multiplicativo
11) 36x7,5 =(9x 3)x10	Axioma asociativo de la multiplicación
12) 36x7,5=27x10	Axioma clausurativo de la multiplicación
13) 36x7,5=270	Regla de multiplicación de natural por potencia de 10

Intermedias Alicuotar, División por 5; 0,25; 0,75; 1,25; 1,5; etc., y en general cuando el divisor es parte alícuota de 10, 100,...

Ejemplo: 2400÷25

Proposiciones		**Razones**
1)	2400÷*25*	Dato
2)	2400÷*25*=2400÷*25*	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	2400÷*25*=2400x 1/25	Regla de división
4)	2400÷*25*=**2400x 4/100**	Definición de fracciones equivalentes
5)	2400÷*25* =(2400x4)/100	Definición de multiplicación
6)	2400÷*25* =(24x100x4)/100	Agrupamiento Multiplicativo
7)	2400÷*25* =(24x (100x4))/100	Axioma asociativo de la multiplicación
8)	2400÷*25* =(24x (4x100))/100	Axioma conmutativo de la multiplicación
9)	2400÷*25* =((24x4)x100)/100	Axioma asociativo de la multiplicación
10)	2400÷*25* =(96x100)/100	Axioma clausurativo de la multiplicación
11)	2400÷*25* =(9600)/100	Regla de multiplicación de un natural por potencia de 10
12)	2400÷*25*=96	División exacta entre dos números terminados en 10,100,..

Intermedias, Alicuotar, Multiplicación por0,5; 0,25; 0,2; 0,125*:*

Ejemplo: 40x0,2

Proposiciones		**Razones**
1)	40x0,2	Dato
2)	40x0,2=40x0,2	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	40x0,2=40x2/10	Transformación de decimal a fracción
4)	40x0,2=40x 1/5	Definición de fracciones equivalentes
5)	40x0,2 =(40x1)/5	Definición de multiplicación
6)	40x0,2=40/5	Axioma modulativo de la multiplicación
7)	40x0,2=**40÷5**	Notación de división
8)	40 es divisible para 5	Criterio de Divisibilidad
9)	es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 7) y8)
10)	40x0,2=8	Definición de División exacta

Intermedias, Alicuotar, División por 0,5; 0,25; 0,2; 0,125*:*

Ejemplo: 36 ÷0,5

Proposiciones	Razones
1) 36 ÷0,5	Dato
2) 36 ÷0,5=36 ÷0,5	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 36 ÷0,5=36÷1/2	Transformación de decimal a fracción
4) 36 ÷0,5=36 x2	Regla de división
5) 36 ÷0,5=72	Axioma clausurativo de la multiplicación

Intermedias, Alicuotar, Multiplicaciónpor0, 75 1,25; 1,5:

Ejemplo: 34x1,5

Proposiciones	**Razones**
1) 34x1,5	Dato
2) 34x1,5=34x1,5	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 34x1,5=34x 15/10	Transformación de decimal a fracción
4) 34x1,5=34x 3/2	Definición de fracciones equivalentes
5) 34x1,5 **=(34x3)/2**	Definición de multiplicación
6) 34x1,5=34/2 x3	Definición de multiplicación
7) 34x1,5 =(34÷2)x3	Notación de división
8) 34 es divisible para 2	Criterio de divisibilidad
9) es posible la división exacta	Condición de división exacta ,Por pasos 7) y8)
10) 34x1,5= 17x3	Definición de división exacta
11) 34x1,5=51	Axioma clausurativo de la multiplicación

Intermedias, Alicuotar, División por 0,75; 1,25; 1,5

Ejemplo: 69 ÷ 0,75

Proposiciones	**Razones**
1) 69÷ 0,75	Dato
2) 69÷ 0,75=69÷ 0,75	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 69÷ 0,75=69÷75/100	Transformación de decimal a fracción
4) 69÷ 0,75=69÷3/4	Definición de fracciones equivalentes

5)	69÷ 0,75=69x 4/3	Regla de división
6)	69÷ 0,75 =(69X 4)/3	Definición de multiplicación
7)	69÷ 0,75=69/3 x4	Definición de multiplicación
8)	69÷ 0,75 **=(69÷3) x4**	Notación de división
9)	69 es divisible para 3	Criterio de Divisibilidad
10)	es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 8) y 9)
11)	69÷ 0,75=23x4	Definición de División exacta (de)
12)	69÷ 0,75=92	Axioma clausurativo de la multiplicación

División por un número al que a su inverso le falta una parte alícuota de 1, 10, 100,...

Ejemplo: 93÷1,5

Proposiciones		**Razones**
1)	93÷1,5	Dato
2)	93÷1,5=93÷1,5	Axioma reflexivo de la igualdad
2)	93÷1,5=93÷15/10	Transformación de decimal a fracción
3)	93÷1,5=93÷3/2	Definición de fracciones equivalentes
4)	93÷1,5=93x (2/3)	Regla de división
5)	93÷1,5=**93x (1-1/3)**	Expresión de un número en función de otro mediante resta
6)	93÷1,5 **=(93x1)- (93x 1/3)**	**Axioma distributivo de multiplicación con respecto resta**
7)	93÷1,5 =(93x1)- (93x 1)/3	Definición de multiplicación
8)	93÷1,5=93-93/3	Axioma modulativo de la multiplicación
9)	93÷1,5=93- (93÷3)	Notación de división
10)	93 es divisible para 3	Criterio de divisibilidad
11)	es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 9) y 10)
12)	93÷1,5=93-(31)	Definición de División exacta
13)	93: 9d,3u 31: 3d,1u	Valor Relativo
14)	93>31	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
15)	es posible restar	Condición de resta, por pasos 12) y 14)
16)	93÷1,5=63	Definición de resta

3.2 **Compensación Final**

• **Redondeo,** Completar decena en Suma

Ejemplo: 57 + 26

Proposiciones		**Razones**
1)	57+26	Dato
2)	57+26=57+26	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	57+? = ?0	Completar decenas en sumas
4)	7+3= 10 = 1d	Agrupamiento decimal
5)	57+26=57+(3+23)	Descomposición de un número en sumas
6)	57+26=57+3+23	Destrucción de paréntesis precedido por signo mas
7)	57+26 =(57+3)+23	Axioma asociativo de la suma
8)	57+26=60+23	Axioma clausurativo de la suma
9)	60: 6d,0u 23: 2d,3u	Valor Relativo
10)	57+26=83	Axioma clausurativo de la suma

Redondeo, Multiplicación por un número *cualquiera de nueves***:** 9, 99:

Ejemplo: 84x9

Proposiciones		**Razones**
1)	84x 9	Dato
2)	84x 9=84x 9	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	9+? = ?0	Completar decenas en suma
4)	9+1= 10 = 1d	Agrupamiento decimal
5)	84x 9=84x (10-1)	Expresión de número dado en función de otro mediante resta
6)	(84x10)- (84x1)	Axioma distributivo de multiplicación con respecto a resta
7)	84x 9=**840- (84x1)**	Multiplicación por una potencia de 10
8)	84x 9=**840-84**	Axioma modulativo de la multiplicación
9)	840: 8c,4d,0u 84: 0c,8d,4u	Valor Relativo
10)	840>84	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
11)	Si es posible restar	Condición de resta , por pasos 6) y 8)
12)	84x 9=756	Definición de resta

Redondeo, Multiplicación por un número próximamente menor que un número múltiplo 10, 100**.**

Ejemplo: 34x19

Proposiciones		Razones
1)	34x19	Dato
2)	34x19=34x19	
3)	34x19=20>19	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
4)	20 es múltiplo de 10	Criterio de divisibilidad
5)	34x19=34x (20-1)	Descomposición de un número en resta
6)	34x19 =(34x20)- (34x1)	Axioma distributivo de multiplicación con respecto a resta
7)	34x19 =(34x20)- 34	Axioma modulativo de la multiplicación
8)	34x19 =(34x2x10)-34	Agrupamiento multiplicativo
9)	34x19 =((34x2)x10)-34	Axioma asociativo de la multiplicación
10)	34x19 =(68x10)-34	Axioma clausurativo de la multiplicación
11)	34x19=680-34	Multiplicación por una potencia de 10
12)	680: 6c,8d,0u 34: 0c,3d,4u	Valor Relativo
13)	680>34	Axioma de tricotomía de la desigualdad
14)	si es posible restar	Condición de resta (Por pasos 11) y13)
15)	34x19=646	Definición de resta

Redondeo, Multiplicación por un número próximamente menor que 10al que le falta un número que es parte alícuota de 10

Ejemplos: 36x 7,5

Proposiciones		Razones
1)	36x7,5	Dato
2)	36x7,5=36x7,5	
3)	7,5: 7u,5d	Valor Relativo
4)	36x7,5=36x (10-2,5)	Expresión de un número en función de otro mediante resta
5)	36x7,5=**36x (10-(1/4x10))**	Descomposición de un número en factores
6)	36x7,5 =(36x10)- (36x(1/4x10))	Axioma distributivo multiplicación con respecto a resta
7)	36x7,5=360- (36x (1/4x10))	Regla de la multiplicación por una potencia de 10
8)	36x7,5=360- (36x (1x10/4))	Definición de multiplicación
9)	36x7,5=360-(36x10/4)	Axioma modulativo de la multiplicación
10)	36x7,5=360-(360/4)	Regla de multiplicación natural por una potencia de 10

11)	36x7,5=360- (360÷4)	Notación de división
12)	36 es divisible para 4	Criterio de Divisibilidad
13)	es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 12) y 13)
14)	360-90	Definición de División exacta
15)	360: 3c,6d,0u 90: 0c,9d,0u	Valor Relativo
16)	360>90	Axioma de tricotomía de la desigualdad
17)	es posible la restar	Condición de resta ,por pasos 14) y 16)
18)	36x7,5=270	Definición de resta

Redondeo, División cuando al dividendo le falta un múltiplo del divisor para ser 100.

Ejemplo: 85÷ 5

	Proposiciones	**Razones**
1)	85÷5	Dato
2)	85÷5=85÷5	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	85+??= 100	Completar centenas mediante suma
4)	5+5=10=1d 9+1=10= 1d	Agrupamiento decimal
5)	85÷5= (**100-15)÷5**	Expresión de un número dado función otro mediante resta
6)	85÷5 =(100÷5)-(15÷5)	Axioma distributivo de la división con respecto a resta
7)	85÷5=**20-(15÷5)**	Regla de división exacta de múltiplo de 100 para natural
8)	15 es divisible para 5	Criterio de divisibilidad
9)	es posible la división exacta	Condición de división exacta ,por pasos 6) y 7)
10)	85÷5=**20-3**	Definición de División exacta
11)	20>3	Axioma de tricotomía de la desigualdad
12)	es posible restar	Condición de resta, por pasos 9) y 10)
13)	85÷5=17	Definición de División exacta

3.6. Caracterización de las Estrategias de Cálculo Mental en Función de las Actividades Básicas

Una de las formas de ejercitar el razonamiento es por medio del Cálculo mental, el mismo tiene como base las Actividades Básicas (Ortega, T y Ortiz, M), a través de ellas se podrá obtener las características de cada Estrategia y Método, las cuales están descritas a continuación, con sus respectivas siglas para su estudio:

CÁLCULO MENTAL		
ESTRATEGIAS	MÉTODOS	ACTIVIDADES BÁSICAS
Artificios (Reglas)	Operaciones aritméticas básicas cuando los términos terminan en ceros.	-Valor Relativo (vr) -Agrupamiento Multiplicativo (agm) -Factor Común (fc) -Asociación de sumandos (aas) -Asociación de factores (aam) -Descomposición del divisor para divisiones sucesivas (ddds)
Recolocaciones	Asociación y conmutación de términos sin descomposiciones para obtener decenas o centenas mediante la operación suma	-Agrupamiento decimal (agd) -Completar decenas mediante suma (cds) -Asociación de sumandos (ass) -Conmutación de sumandos (acs)
	Asociación y conmutación de términos para obtener decenas o centenas mediante la operación multiplicación	-Agrupamiento decimal (agd) -Asociación de factores (aam) -Conmutación de factores (acm) -- **Completar el número de veces que se amplía o se reduce otro número** (cdm)

Descomposiciones	Operaciones básicas sucesivas empezando por la cifra de orden superior con descabezamiento	-- Expresión de un número dado en función de otro mediante resta (enfr) - **Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas (**agi) -Valor Relativo (vr) -Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente (spuc) -Agrupamiento multiplicativo (agm) -Distribución de un factor para cada uno de los términos de la suma (adms) -Distribución del divisor por la derecha con cada uno de los términos de la suma(adds) -Descomposición de un número en sumas (dns) -Completar decenas en suma (cds) -Agrupamiento decimal (agd) -Asociación de sumandos (aas) -Definición de fracciones equivalentes (dfe) -Definición de multiplicación de fracciones (dmf) -Regla de división de fracciones (rd) -Descomposición del dividendo en suma de múltiplos del divisor (ddsmd)
	-Operaciones básicas por patrones o hechos conocidos.	-Descomposición de un número en sumas (dns) -Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas **(**agi) -Distribución del divisor por la derecha con cada uno de los términos de la suma(adds) -Valor Relativo (vr) -Transformación de decimal a

		fracción (tdf) -Agrupamiento decimal (agd) -Asociación de sumandos (aas) --Completar decenas mediante suma (cds) -Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente (spuc) -Definición de fracciones equivalentes (dfe) -Distribución de un factor para cada uno de los términos de la suma (adms) -Definición de multiplicación de fracciones (dmf) -Descomposición del dividendo en suma de múltiplos del divisor (ddsmd) - Regla de división de fracciones (rd)
	-Factorizaciones Simples	-Descomposición de un número en factores (df) -Conmutación de factores (acm) -Asociación de factores (aam)
Compensaciones	- Completación a decenas, centenas, mediante descabezamiento o reducción de un término para compensar a otro término en Operaciones básicas	-Descomposición de un número en sumas (dns) -Valor relativo (vr) -Expresión de un número dado en función de otro mediante resta (enfr) -Asociación de sumandos (aas) -Completando decenas mediante la multiplicación (cdm) -Agrupamiento decimal (agd) -Descomposición de un número de factores (df) -Asociación de factores (aam) -Transformación de decimal a

		fracción (tdf) -Definición de fracciones equivalentes (dfe) -Definición de multiplicación de fracciones (dmf) -Agrupamiento multiplicativo (agm) -Regla de división de fracciones (rd) -Distribución de un factor para cada uno de los términos de la resta (admr.) -Conmutación de factores (acm)
	- Expresar un dato por su equivalencia numérica en función del redondeo a decenas, centenas, en Operaciones básicas	-Completar decenas mediante suma (cds) -Agrupamiento decimal (agd) -Descomposición de un número en sumas (dns) -Asociación de sumandos (aas) -Valor relativo (vr)) -Expresión de un número dado en función de otro mediante resta (enfr) -Descomposición de un número en factores (df) -Distribución de un factor para cada uno de los términos de la resta (admr.) -Definición de multiplicación de fracciones (dmf) - Expresión de un número menor que uno de los múltiplos de 10 al que le falta el número que completa (enpfr)

Tabla Nº 1: Caracterización de las Estrategias del Cálculo Mental

Fuente: Proyectos de Gómez, Bernardo; Ortega, T y Ortiz, M; Baroody

Elaboración: Elizabeth Sigcha

Como se pudo observar la Tabla Nº1, la mayoría de las Actividades básicas están presentes en más de una Estrategia y Método de Cálculo Mental. En la Tabla Nº2 se obtiene las puntuaciones de cada Estrategia de acuerdo a la apreciación de expertos en instrumentos de evaluación, en forma particular las Escalas Estimativas ,que con la ayuda de las definiciones de cada uno de los tipos o Estrategias se determina el Valor Relativo del Ítem (VRI) y previo a la obtención del Puntaje obtenido (PO) la observadora, es decir, la investigadora marcará un valor de la escala la misma que está dada en intervalo de acuerdo a su apreciación y observación del numero de frecuencias en el uso de cada actividad en cada estrategia, detallado en las páginas 41 a 58 .

INSTRUCCIONES:

A continuación se presentan una serie de indicadores, por bloques; para evaluar las Actividades Básicas de Cálculo Mental y determinar la característica particular de cada Estrategia. Escriba la letra x, en el casillero pertinente, según su observación apreciación, considerando la siguiente escala.

ESCALA:

[0,1[:NUNCA [1,2[:CASI NUNCA [2,3[: FRECUENTEMENTE [3,4[:CASI SIEMPRE [4,5]:SIEMPRE

No	INDICADORES:	[0,1[	[1,2[	[2,3[	[3,4[	[4,5]	VRI	PI	PO	CA
	1. ARTIFICIOS									
	1.1. REGLAS						**5,00**			
1	Asociación de factores (aam)			2,00			1,00	5,00	2,00	2,00
2	Asociación de sumandos (aas)					4,80	1,00	5,00	4,80	4,80
3	Agrupamiento Multiplicativo (agm)					4,80	0,80	4,00	3,84	4,80
4	Descomposición del divisor para divisiones sucesivas (ddds)					4,80	1,00	5,00	4,80	4,80
5	Factor Común (fc)					4,80	‘0,80	4,00	3,84	4,80
6	Valor Relativo (vr)					4,80	0,40	2,00	1,92	4,80
					SUBTOTAL			**25,00**	21,20	26,00

	2. RECOLOCACIONES									
	2.1. EN SUMAS						**2,50**			
1	Conmutación de sumandos (acs)					4,80	0,50	2,50	2,40	4,80
2	Agrupamiento decimal (agd)					4,50	0,80	4,00	3,60	4,50
3	Asociación de sumandos (ass)			2,50			0,50	2,50	1,25	2,50
4	Completar decenas mediante suma (cds)					4,80	0,70	3,50	3,36	4,80
	2.2.EN MULTIPLICACIONES			SUBTOTAL			**2,50**	12,50	10,61	16,60
1	Asociación de factores (aam)					4,80	0,50	2,50	2,40	4,80
2	Conmutación de factores (acm)					4,80	0,50	2,50	2,40	4,80
3	Agrupamiento decimal (agd)		2,20				0,80	4,00	1,76	2,20
4	Completar el número de veces que se amplía o se reduce otro número (cdm)					5,00	0,70	3,50	3,50	5,00
					SUBTOTAL			**12,50**	10,06	16,80
	3. DESCOMPOSICIONES									
	3.1. DISOCIACIONES DESCABEZAMIENTO						**1,7**			
1	Asociación de sumandos (aas)	0,90					0,08	0.40	0,07	
2	Distribución del divisor por la derecha con cada uno de los términos de la suma(adds)					4,20	0,15	0,75	0,63	2,40
3	Distribución de un factor para cada uno de los términos de la suma (adms)					4,80	0,15	0,75	0,72	4,80
4	Agrupamiento decimal	0,50					0,08	0,40	0,04	0,50

	(agd)									
5	Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas (agi)					4,50	0,13	0,65	0,58	4,46
6	Agrupamiento multiplicativo (agm)		1,00				0,08	0,40	0,08	0,16
7	Completar decenas en suma (cds)	0,50					0,13	0,65	0,06	0,46
8	Descomposición del dividendo en suma de múltiplos del divisor (ddsmd)					4,50	0,13	0,65	0,58	4,46
9	Definición de fracciones equivalentes (dfe)		1,00				0,08	0,40	0,08	1,00
10	Definición de multiplicación de fracciones (dmf)	0,50					0,13	0,65	0,06	0,46
11	Descomposición de un número en sumas (dns)				3,00		0,13	0,65	0,39	3,00
12	Expresión de un número dado en función de otro mediante resta (enfr)				3,00		0,09	0,45	0,27	3,00
13	Regla de división de fracciones (rd)			2,00			0,13	0,65	0,26	2,00
14	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente (spuc)			2,00			0,13	0,65	0,26	2,00
15	Valor Relativo (vr)	0,50					0,08	0,40	0,04	0,50
					SUBTOTAL			**8,50**	4,12	26,2
	3.2. DISOCIACIONES SUBSIDIARIAS						**1,7**			
1	Asociación de sumandos (aas)			3.00			0,10	0,50	0,30	3,00
2	Distribución del divisor por la derecha con cada uno de los términos de la suma(adds)			3,50			0,12	0,60	0,42	3,50
3	Distribución de un factor				4,00		0,12	0,60	0,48	4,00

	para cada uno de los términos de la suma (adms)									
4	Agrupamiento decimal (agd)		2,00				0,10	0,50	0,20	2,00
5	Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas (agi)			3,00			0,08	0,40	0,24	3,00
6	Completar decenas en suma (cds)			3,50			0,10	0,50	0,35	3,5
7	Descomposición del dividendo en suma de múltiplos del divisor (ddsmd)			3,00			0,10	0,50	0,30	3,00
8	Definición de fracciones equivalentes (dfe)		1,50				0,18	0,90	0,27	1,50
9	Definición de multiplicación de fracciones (dmf)					5,00	0,12	0,60	0,60	5,00
10	Descomposición de un número en sumas (dns)					4,30	0,18	0,90	0,77	4,28
11	Regla de división de fracciones (rd)			2,50			0,12	0,60	0,30	2,50
12	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente (spuc)					4,00	0,12	0,60	0,48	4,00
13	Transformación de decimal a fracción (tdf)				3,00		0,18	0,90	0,54	3,00
14	Valor Relativo (vr)		2,00				0,08	0,40	0,16	2,00
					SUBTOTAL			**8,50**	5,41	44,28
	3.3.FACTORIZACIÓN						**1,6**			
1	Asociación de factores (aam)			2,00			0,4	2.00	0,80	2,00
2	Conmutación de factores (acm)			2,00			0,4	2,00	0,80	2,00
3	Descomposición de un número en factores (df)					5,00	0,8	4,00	4,00	5,00
					SUBTOTAL			**8,00**	**5,60**	**9,00**

	4. COMPENSACIONES									
	4.1. INTERMEDIAS						**2,5**			
1	Asociación de factores (aam)		1,50				0,20	1.00	0,30	1,5
2	Asociación de sumandos (aas)		1,00				0,20	1,00	0,20	1,00
3	Conmutación de factores (acm)		1,00				0,10	0,50	0,10	1,00
4	Distribución de un factor para cada uno de los términos de la resta (admr.)		1,20				0,20	1.00	0,24	1,20
5	Agrupamiento decimal (agd)	0,50					0,10	0,50	0,05	0,50
6	Agrupamiento multiplicativo (agm)	0,50					0,10	0,50	0,05	0,50
7	Completando decenas mediante la multiplicación (cdm)			2,20			0,15	0,75	0,33	2,20
8	Descomposición de un número en factores (df)				3,80		0,30	1,50	1,14	3,80
9	Definición de fracciones equivalentes (dfe)					4,00	0,15	0,75	0,60	4,00
10	Definición de multiplicación de fracciones (dmf)		1,10				0,10	0,50	0,11	1,10
11	Descomposición de un número en sumas (dns)		1,00				0,10	0,50	0,10	1.00
12	Expresión de un número dado en función de otro mediante resta (enfr)		1,00				0,10	0,50	0,10	1,00
13	Regla de división de fracciones (rd)					4,70	0,30	1,50	1,41	4,70
14	Transformación de decimal a fracción (tdf)					4,50	0,30	1,50	1,35	4,50
15	Valor relativo (vr)	0,50					0,10	0,50	0,05	0,50

					SUBTOTAL			**12,50**	5,85	28,50
	4.2. FINALES						**2,5**			
1	Asociación de sumandos (aas)			2,00			0,10	0,50	0,20	2,00
2	Expresión de un número menor que uno de los múltiplos de 10 al que le falta el número que completa (enpfr)					5,00	0,80	4,00	4,00	5,00
3	Distribución de un factor para cada uno de los términos de la resta (admr.)					5,00	0,20	1,00	1,00	5,00
4	Agrupamiento decimal (agd)	0,80					0,20	1,00	0,16	0,80
5	Completar decenas mediante suma (cds)		1,00				0,20	1,00	0,20	1,00
6	Descomposición de un número en factores (df)		1,00				0,20	1,00	0,20	1,00
7	Definición de multiplicación de fracciones (dmf)		1,80				0,25	1,25	0,45	1,80
8	Descomposición de un número en sumas (dns)		1,00				0,25	1,25	0,25	1,00
9	Expresión de un número dado en función de otro mediante resta (enfr)		1,25				0,25	1,25	0,31	1,24
10	Valor relativo (vr)	0,80					0,05	0,25	0,04	0,80
					SUBTOTAL			12,50	6,61	19,64

Tabla Nº2: Escalas Estimativas de las Actividades Básicas del Calculo Mental

Fuente: Elizabeth Sigcha
Autora: Elizabeth Sigcha

Para la toma de decisiones en la aplicación de las Escalas Estimativas se considera el mayor valor obtenido para cada actividad en cada estrategia en la columna de Calificación sobre cinco puntos (CA) para la determinación de las características particulares en cada Estrategia, cuyos resultados finales se resumen a continuación:

No	INDICADORES:	ESC
	1. ARTIFICIOS	
	1.1. REGLAS	
1	Asociación de sumandos (aas)	4,80
2	Agrupamiento Multiplicativo (agm)	4,80
3	Descomposición del divisor para divisiones sucesivas (ddds)	4,80
4	Factor Común (fc)	4,80
5	Valor Relativo (vr)	4,80
	2. RECOLOCACIONES	
	2.1.EN SUMAS	
1	Conmutación de sumandos (acs)	4,80
2	Agrupamiento decimal (agd)	4,50
3	Completar decenas mediante suma (cds)	4,80
	2.2. EN MULTIPLICACIONES	
1	Asociación de factores (aam)	4,80
2	Conmutación de factores (acm)	4,80
3	**Completar el número de veces que se amplía o se reduce otro número** (cdm)	5,00
	3. DESCOMPOSICIONES	
	3.1. DISOCIACIONES DESCABEZAMIENTO	
1	Distribución de un factor para cada uno de los términos de la suma (adms)	4,80
2	**Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas (**agi)	4,46
3	Descomposición del dividendo en suma de múltiplos del divisor (ddsmd)	4,46
4	Expresión de un número dado en función de otro mediante resta (enfr)	3,00
	3.2. DISOCIACIONES SUBSIDIARIAS	
1	Distribución del divisor por la derecha con cada uno de los términos de la suma(adds)	3,50
2	Definición de multiplicación de fracciones (dmf)	5,00

3	Descomposición de un número en sumas (dns)	4,28
4	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente (spuc)	4,00
	3.3.FACTORIZACIÓN	
1	Descomposición de un número en factores (df)	5,00
	4. COMPENSACIONES	
	4.1. INTERMEDIAS	
1	Definición de fracciones equivalentes (dfe)	4,00
2	Regla de división de fracciones (rd)	4,70
3	Transformación de decimal a fracción (tdf)	4,50
	4.2. FINALES	
1	Expresión de un número menor que uno de los múltiplos de 10 al que le falta el número que completa (enpfr)	5,00
2	Distribución de un factor para cada uno de los términos de la resta (admr.)	5,00

Tabla N° 3: Resultados de las Estrategias del Cálculo Mental
Fuente: Elizabeth Sigcha
Elaboración: Elizabeth Sigcha

Para la comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental se requiere de la habilidad para interpretar y expresar con claridad y precisión informaciones, datos y argumentaciones, aumentando la posibilidad real de seguir aprendiendo a lo largo de la vida.

DESARROLLO DE LA VARIABLE DEPENDIENTE

4. Inteligencia Lógica Matemática

La Inteligencia Lógico Matemática es una de los siete tipos de Inteligencias que posee el ser humano, corresponde con el modo de pensamiento del hemisferio lógico y con lo que nuestra cultura ha considerado siempre como la única inteligencia. (Gardner *1987).*

4.1. Definición

La inteligencia Lógico- Matemática es la habilidad para comprender y utilizar relaciones, conceptos numéricos en forma efectiva y razonar en forma lógica, por lo que requiere de capacidades para el análisis, asociaciones, síntesis, deducción, comparación, el cálculo numérico, estrategias personales para resolver problemas, etcétera, (Serrano, 2003).

4.2. Desarrollo de la Inteligencia Lógico- Matemática

La inteligencia lógico matemática puede ser desarrollada de acuerdo a sus propias potencialidades naturales, partiendo de la confrontación con los objetos, con su ordenación y reordenación, como también, con la capacidad de cuantificar adecuadamente los objetos; este proceso va desde lo concreto hasta la máxima abstracción; hace cumbre en la adolescencia y los primeros años de la vida adulta, Gardner (1994). La mejor herramienta para evaluar este tipo de inteligencia es mediante la observación, cuyos indicadores son: el interés por cómo funcionan las cosas, resolver problemas aritméticos mediante cálculos mentales, disfrutar de las clases de matemática, interés por los juegos matemáticos, juegos de ajedrez, damas u otros juegos de estrategia, gusto por hacer rompecabezas lógicos, gusto por ordenar las cosas en categorías o jerarquías, experimentar demostrando procesos cognitivos de pensamiento de orden superior, pensar en un nivel más abstracto o en un nivel superior a sus pares, tener un buen sentido de causa-efecto, de acuerdo a su edad . *(Gorriz, Jyuhanang).*

4.3. Tipos de Procesos de la Inteligencia Lógico Matemática.-

Los tipos de procesos que se usan al servicio de esta inteligencia incluyen: la categorización, la clasificación, la inferencia, la generalización, el cálculo y la demostración.

5. Pensamiento Numérico.-

5.1. Definición

El pensamiento Numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y el cálculo necesario en las operaciones; a la habilidad de usar esta comprensión para explorar y reflexionar sobre las diversas maneras de solución; emitir juicios para encontrar la estrategia útil, o comprobar la razonabilidad en forma natural a la luz de los datos el resultado exacto o aproximado, Mcintosh (1992), Molina (2006).

5.2. Situaciones que involucran el desarrollo del Pensamiento Numérico.-

Las situaciones que involucran el desarrollo del Pensamiento Numérico hacen referencia a sus diferentes interpretaciones, a la utilización de su poder descriptivo, al reconocimiento del valor (tamaño) absoluto y relativo de los números, a la apreciación del efecto de las distintas operaciones, al desarrollo de puntos de referencia para considerar números, Molina (2006).

El Pensamiento Numérico es a veces determinado por el contexto en el cual las matemáticas evolucionan, por ejemplo, mientras el estudiante en la escuela no se incomoda porque 514 sea la suma de 26+38, el mismo estudiante en una tienda puede exigir que se le revise la cuenta si tiene que pagar $5140 por dos artículos cuyos precios son $ 260 Y $380. Para otro estudiante resulta más fácil decir que en ½ libra de queso hay más que en ¼ de libra, que determinar cuál es el mayor entre ¼ ½.

La manera como se trabajan los números en la escuela contribuye o no a la adquisición del pensamiento numérico. Los estudiantes que son muy hábiles para efectuar cálculos con algoritmos de lápiz y papel, pueden o no estar desarrollando este pensamiento. Cuando un estudiante de sexto grado dice que ¾ + 5/6 = 8/ 10, o un estudiante de segundo grado afirma que 40-36= 16, están intentando aplicar un algoritmo que han aprendido pero no están manifestando pensamiento numérico.

El conocimiento de que los números se pueden representar de diferentes maneras, junto con el reconocimiento de que algunas representaciones son más útiles que otras en ciertas situaciones de resolución de problemas, es valioso y esencial para desarrollar el pensamiento numérico. Ejemplos: reconocer que 2+2+2+2 es lo mismo que 4x2 es una conexión conceptual útil entre adición y multiplicación. Reconocer que $ 300 son $ 200 más $ 100 ó 3 monedas de 100, o reconocer que 30 minutos como ½ hora, resultaría útil en ciertas situaciones.

Los puntos de referencia son valores que se derivan del contexto y evolucionan a través de la experiencia escolar y extraescolar de los estudiantes; la comparación con éstos se refiera a las diferentes simbolizaciones usados como puntos fijos comunes en nuestro sistema de numeración que son útiles para hacer juicios, por ejemplo, cuando se considera la fracción 5/8, uno puede imaginársela gráficamente como parte de un círculo o sobre una recta numérica o en una fracción equivalente o en forma decimal. Una representación igualmente importante es darse cuenta que 5/8 en "un poco más que ½" o está entre ½ y ¾ ". Aquí la mitad sirve como un punto de referencia para representar y comparar otros números.

De acuerdo con (Ortiz Alfonso), "El Pensamiento Numérico se adquiere gradualmente y va evolucionando en la medida que los alumnos tienen la oportunidad de pensar en los números y de usarlos en contextos significativos", se lo estimula mediante la reflexión sobre las interacciones entre los conceptos, los

números, las operaciones, y sobre la respuesta usando estrategias para el cálculo, tales como la descomposición y la recomposición de las propiedades numéricas.
El Pensamiento Numérico se interesa por: “La elaboración, codificación y comunicación de sistemas simbólicos con los que expresa los conceptos y relaciones de una estructura numérica, (Rico, L).

6. Razonamiento Numérico

El razonamiento, es una habilidad del ser humano, para generar inferencias, consistentes en el paso de proposiciones previas o premisas hasta llegar a la proposición final o conclusión, obteniéndose una estructuración en el cual uno es consecuencia de otros a partir de la información o conocimientos previos,(Pasek, E., 2008), Ayala (2001), (Kurtz, Gentner y Gunn), (documento de la Red. © 1997 Monografias.com S.A). El razonamiento, posee una estructura conformada por tres elementos básicos: la información disponible, los procesos cognitivos y las inferencias generadas.

Las inferencias poseen reglas y principios que se deben aplicar, pero también, existen personas, que desde la experiencia individual, crean modelos y las utilizan en sus explicaciones, más que a las mismas reglas, Jonson-Laird y otros (citados por Ayala). Para razonar bien no basta conocer las reglas de razonamiento o de inferencia, es preciso poseer cierta información y experiencias previas para su combinación y el empleo ingenioso de los modelos creados por la experiencia previa.

Tradicionalmente consideramos dos modos de razonar: el inductivo y el deductivo. Ambos razonamientos, en la práctica, son complementarios y se trabajan vinculados; lo que se evidencia cuando en la ciencia se realizan predicciones y pruebas, las cuales, a su vez, implican inducción y deducción. A continuación se da un ejemplo de argumento en forma de esquema:

Premisa: Los caraqueños son venezolanos

Premisa: La señora Eva Pasek nació en Caracas

Conclusión: La señora Eva Pasek es venezolana

6.1. Definición de Razonamiento Numérico.-

El Razonamiento Numérico e**s** la habilidad de inferir lógicamente los procedimientos pertinentes partiendo de diversos datos numéricos y de la comprensión de los conocimientos previos como: conceptos numéricos, relaciones de equivalencia, relaciones de orden, operaciones aritméticas, dentro del contexto del cálculo aritmético elegido; que permitan la solución del problema numérico propuesto. (Newton – Bristol, 2009), (**López, Hernández, Tello y Briceño)**.

Una persona usa el Razonamiento Numérico cuando examina alternativamente dos o más conceptos o ideas aritméticas para recordar o detectar, analizar, comprender y usar relaciones que pueden existir entre ellos para tener pistas no solo sobre las operaciones apropiadas y los números que se usan en dichas operaciones sino también elegir el cálculo apropiado para resolver un problema planteado o aprender algo sobre la situación o los conceptos involucrados. (**Fuente:**http://html.rincondelvago.com/test-de-aptitudes-diferenciales.html).

Gelman y Gallistel (1978) describieron tres clases de principios de razonamiento numérico: relaciones, operaciones y principios de resolubilidad. En este estudio, los componentes o categorías del Razonamiento Numérico son: Conceptos Numéricos, Relaciones de Equivalencia, Relaciones de Orden, Operaciones Aritméticas y Cálculo aritmético.

6.2. Conceptos Numéricos

De acuerdo con un documento emitido por el Ministerio del Gobierno de Colombia, a los Conceptos Numéricos corresponden los Números y la Numeración; y su dominio requiere de la comprensión significativa del sistema de numeración, el agrupamiento y el valor posicional.

Un número puede tener un carácter cardinal cuando se adjudica una palabra numérica distinta a cada uno de los elementos de un conjunto bien definido, empleando la correspondencia biunívoca, el número de elementos que contiene el conjunto está determinado por tal número, por ejemplo el número 4, se puede referir a un conjunto de objetos bien definidos: 4 manzanas, 4 naranjas, etcétera ; en la cardinalidad, todos los objetos son equivalentes o iguales, al igual que una clase se reúne con otra una unidad se añade a la otra. Se puede hallar el cardinal de un conjunto porque se conoce de memoria una sucesión ordenada de palabras: uno, dos, tres, etcétera, y se las recita siempre en el mismo orden, (Cid, E; Godino,J ; Batanero, C (2004).

Un número puede también tener un carácter ordinal cuando se refiere al orden que guardan cierto grupo de objetos o personas acomodadas según cierta ley preestablecida para lo cual se debe marcar una posición, por ejemplo el número 4, puede ser el lugar que ocupa una persona en, por ejemplo, una fila formada ante la ventanilla de un banco, es claro que antes de tal persona, está la que ocupa el tercer lugar o que tiene el número 3 en la fila y después de ella esta la que ocupa el quinto lugar o que tiene el número 5 en tal fila; en la ordinalidad, todos los objetos son vistos como diferentes, lo que nos permite ponerlos en secuencia o serie al aplicarles la enumeración. Según Cid, E ; Godino,J ; Batanero, C (2004) .

Para obtener el ordinal de un elemento se recita cada una de las sucesiones de palabras numéricas ordinales adjudicando dichas palabras a los elementos del conjunto siguiendo el orden establecido hasta llegar al elemento en cuestión y la palabra que le corresponde a dicho elemento es su ordinal.

Por eso una palabra numérica que se pronuncia tiene un doble significado: el ordinal del elemento correspondiente en la ordenación que se va construyendo, y es el cardinal del conjunto formado por los objetos ya contados hasta ese momento. La construcción misma del concepto de número requiere de un largo proceso en el que uno de sus indicadores se ubica en el momento en que los niños logran integrar los aspectos ordinal y cardinal del número, es decir, cuando al contar asocia a la última palabra número un doble significado: para distinguir un objeto que tiene la misma categoría de los restantes y para representar la cantidad de objetos de la colección. Es pasar, por ejemplo, de "el siete" a "los siete".

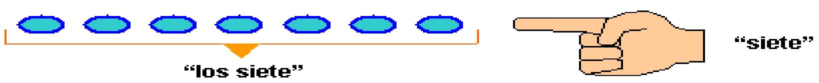


Gráfico Nº 5: Construcción de Concepto de Número
Fuente: González Marí, J. L. (2009).

El desarrollo del conocimientos sobre el número está relacionada con la Numeración, (González Marí, J. L., 2009); y el desarrollo de conceptos numéricos tiene como aspecto esencial la comprensión del agrupamiento. Un sistema de numeración está compuesto por un pequeño número de signos que combinados adecuadamente según ciertas reglas que sirven para efectuar todo tipo de recuentos y representar todos los números necesarios permitiendo entender con rapidez grandes números y permita guardarlos en la memoria en forma duradera,(Cid, E ; Godino,J ; Batanero, C., 2004). Para ello se han basado en dos principios:

- Los signos no representan sólo unidades sino también grupos de unidades. A cada uno de esos grupos de unidades se le llama unidad de orden superior. Al número de unidades que constituye cada unidad de orden superior se le llama base del sistema de numeración.
  En nuestra cultura occidental, las unidades son agrupadas en decenas; colecciones de diez decenas se agrupan en centenas; éstas se agrupan en millares y así sucesivamente, por lo que se conoce a este sistema de base 10.

Es necesario la experiencia en la apreciación del tamaño de los números, el valor del tamaño, la lectura y escritura de los números previo a la comprensión de la importancia de la posición de las cifras, ya que es poco probable que los estudiantes reconozcan el significado de la representación de los números, por ejemplo, treinta y dos (a saber tres decenas y dos unidades), ni que tengan la menor idea del aspecto que realmente ofrecían 32 objetos, (Dickson, 1991). El agrupamiento permite hallar el tamaño de una colección como el siguiente gráfico, permitiendo escribir el número de elementos que existen.

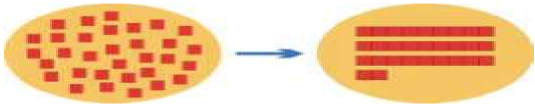


Gráfico Nº 6: Tamaño de los Número
Fuente: González Marí, J. L. (2009).

Esto nos permite escribir el número 32.

- Cualquier número se representa mediante combinaciones de los signos definidos en el sistema de numeración. Un número se representa mediante combinaciones de los 10 primeros dígitos definidos en el sistema decimal y la numeración comprende de Sistemas Multiplicativos y Posicionales. En los primeros, los signos son de dos tipos: los que se repiten y los que indican las veces que se tienen que repetir los primeros, por ejemplo, nuestra numeración hablada es multiplicativa: tres miles, cuatro cientos, etcétera. Mientras que en los segundos, cada cifra tiene dos valores, uno según su valor como cifra y otro por el lugar que ocupa en una serie de cifras ordenadas linealmente, por ejemplo: 5.346, el 5 tiene valor de cinco (valor absoluto) y de 5.000 (valor relativo o valor de la cifra dependiendo de su posición dentro del número) por ocupar el lugar de las unidades de millar) y su valor es 5x 1000. El número 5.346 = 5.000+300+40+6 = 5x1.000+3x100+4x10+6. A partir de la experiencia de agrupamiento surge el sentido del valor posicional

> Existen errores habituales en la escritura y lectura de números, los estudiantes escriben los números en función de cómo se nombran, se confunde número con su escritura; por ejemplo,: "treinta y cinco" como 305; El cero intercalado provoca dificultades. Como errores, los niños no conocen el significado del número 15, a saber representa una decena más 5 unidades.

Como elemento de cualquier sistema numeral, es el número natural, (Godino, Font Moll, Wilelmi, (2009)). Para Gómez (1993), los números naturales tienen un sistema simbólico preferente, el sistema decimal de numeración, forman parte del conjunto N = {0, 1, 2, 3, . . }, incluyen al cero ya que se relaciona con el número de elementos del conjunto vació debido a los fundamentos lógicos de la matemática y de algunas aplicaciones ,González Marí, J. L. (2009).

Russell (1982), llama al conjunto de los números naturales o números ordinales, o simplemente número, como un conjunto ordenado por una representación, cuyos elementos se pueden distinguir y se considera solamente las relaciones en que se hallan colocados por la representación ordenatriz. Los números naturales sirven para contar, asignar un valor a la cantidad de objetos separados de un conjunto (establecer el cardinal de una colección) o designar el orden en una serie discreta (establecer el orden de un elemento); se presentan en secuencia por lo que es muy importante precisarlo como la secuencia numérica, donde un número n es miembro de la serie de los números naturales. La Secuencia Numérica son términos puestos en relación. Es decir que los números naturales se presentan en forma de sucesiones más básicas. Los números naturales como sucesiones numéricas básicas se pueden clasificar en números pares e impares, etcétera, (Fernández, C., 2010).

Una de las tareas más importantes del desarrollo mental lógico y numérico son las sucesiones numéricas las mismas que requieren de las inferencias lógicas.

6.2.1. Sucesiones Numéricas.-

Según documento emitido por la Secretaría de la Fundación Pública CENEVAL CE, Las Sucesiones Numéricas o Series Numéricas, es un conjunto de números reales que siguen un orden lógico, consiste en descubrir el criterio de ordenación o relación a través del cálculo mental en el manejo de operaciones aritméticas.

Todas las sucesiones tienen un primer término y cada término tiene un siguiente, (Matemática para Bachillerato de la ESPOL, 2006).El ordenamiento fomenta: la habilidad de fijar su atención en los atributos de los elementos, la capacidad de tomar en cuenta la posición que ocupa cada elemento dentro de la serie según sus características (seriación), y la **habilidad de reconocer que cada elemento debe seguir un orden determinado**. Para ordenar los elementos en una Sucesión, se supone de una clasificación de los mismos.

Los números son una de las herramientas conceptuales para describir y manejar aspectos del mundo, y además constituyen un sistema de conceptos y relaciones que contienen pautas que suscitan interés por sí mismas, BELL, A (1997). La utilización plena del sistema numérico implica el conocimiento de las relaciones como las propiedades de algunos números en particular, es decir propiedades relacionadas con los números primos y **la divisibilidad**, números cuadrados y triangulares, ternas pitagóricas, sucesiones generadas por duplicación, etc.

Para la facilitar el estudio de las Sucesiones Numéricas, indicador del Razonamiento Numérico, se realizan las correspondientes clasificaciones y ejemplos que se han obtenido al analizar este marco teórico y la Prueba de Razonamiento Numérico DAT, el mismo que se detalla a continuación:

Indicador: Sucesiones Numéricas

Destreza: Reconocer el criterio de relación

Ejemplo: ¿Qué número continua esta serie?

11, 16, 13, 18, 15?

6.2.2. Divisibilidad.-

El concepto de divisibilidad requiere dominar la multiplicación, división y potenciación de números naturales. Para la descomposición de un número en factores primos, es necesario saber distinguir entre números primos y compuestos y aplicar los criterios de divisibilidad. El empleo de la técnica de descomposición en factores primos de un número dado nos permite obtener los múltiplos y divisores de dicho número y expresar un número como producto de varios números primos elevados a potencias.

El paso siguiente será calcular el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo de varios números.

A continuación, se describen algunas definiciones y criterios de divisibilidad:

• Número primo es aquel que solo es divisible por él mismo y por la unidad. A los números que no son primos se les llama compuestos.

Un número natural a es múltiplo de otro b si la división a : b es exacta. Se dice también que b es divisor de a y que a es divisible por b.

• Un número es divisible por 2 si acaba en 0 o cifra par. Es divisible por 3 cuando la suma de sus cifras es múltiplo de 3. Es divisible por 5 cuando acaba en 0 o 5. Y es divisible por 10 cuando acaba en 0.

• El máximo común divisor (m.c.d.) de dos números es el mayor de los divisores comunes de ambos. Se obtiene descomponiendo cada número en producto de factores primos y multiplicandos los factores comunes elevados al menor exponente.

• El mínimo común múltiplo (m.c.d.) de dos números es el menor de los múltiplos comunes. Se obtiene descomponiendo cada número en producto de factores primos y multiplicando los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente, **(**Quiñonez Y., 2007). Encontrar el mínimo común múltiplo es útil para sumar o restar fracciones heterogéneas, el mismo que va a ser el denominador común y los numeradores el resultado del m.c.m entre el denominador por el numerador.

Las destrezas que se requieren para la Divisibilidad son:

1. Identificar los múltiplos y divisores de un número.

2. Comprender y aplicar los criterios de divisibilidad.

3. Diferenciar entre número primo y número compuesto.

4. Obtener múltiplos y divisores comunes de varios números.

Para la facilitar el estudio de la Divisibilidad, indicador del Razonamiento Numérico, se realiza la correspondiente clasificación y ejemplo, obtenido al analizar este marco teórico y la Prueba de Razonamiento Numérico DAT, el mismo que se detalla a continuación:

Indicador: Divisibilidad

Destreza: Aplicar criterios de Divisibilidad

1.1. Condición: Un número natural

Ejemplo: ¿Qué número es divisible exactamente por 3?

1.2. Condición: Suma de dos números naturales

Ejemplo: ¿Por qué número es divisible exactamente la suma de 132 más 402?

1.3. Condición: Suma algorítmica de dos números naturales

Ejemplo: ¿Por qué número es divisible exactamente el resultado de esta suma?

$$\begin{array}{r} 132 \\ 204 \\ 504 \\ +\ \ 28 \\ \hline \end{array}$$

1.4. Condición: Multiplicación de dos números naturales

Ejemplo: ¿Por qué número es exactamente divisible el producto de 423x26?

Destreza: Obtener el mínimo común múltiplo entre dos números

Ejemplo: ¿Cuál es el número MÁS PEQUEÑO que es divisible exactamente por 10 y por 15?

Las relaciones numéricas incluyen, a su vez, tres clases diferentes: relación de equivalencia, relación de orden y transitividad de las relaciones, Gelman y Gallistel (1978).

6.3. Relación de Equivalencia

De acuerdo con Benalcázar Hernán, (2007); Sean A un conjunto y R una relación en A. Diremos que R es una relación de equivalencia sí y solo sí R satisface las tres condiciones siguientes:

i) R es reflexiva
ii) R es simétrica
iii) R es transitiva

Tomando en cuenta esta definición y relacionándolo con el estudio de la relación de igualdad como uno de los indicadores del Razonamiento Numérico, se referirá al conjunto A como el conjunto de números enteros y R la relación de Igualdad Numérica, claramente se puede observar a continuación y coincidiendo con Bastidas, P (2007), La Igualdad, al cumplirse con los axiomas: reflexivo, simétrico y transitivo se convierte en una relación de equivalencia.

6.3.1. Igualdad Numérica

Una igualdad Numérica es la relación entre dos miembros iguales, (Santamaría, 1995), Bastidas Paco, (2004), los cuales tienen el mismo valor numérico. Por ejemplo: 6= 4+2 ó 15= 10+5.

En una igualdad, la expresión que se antepone al signo igual se llama primer miembro; la expresión que sigue al signo igual se llama segundo miembro, por ejemplo:

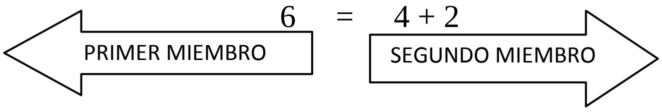


Gráfico N° 7: Miembros de una Igualdad
Fuente: Msc. Bastidas Paco

Las expresiones que están en cada miembro de la igualdad son cadenas de números ligados entre sí por **Axiomas de la Igualdad, los mismos que son proposiciones que se aceptan como verdaderas, (**Santamaría ,1995; Bastidas P., 2007).

Para Bastidas, P (2007), Los principales axiomas de la igualdad son:

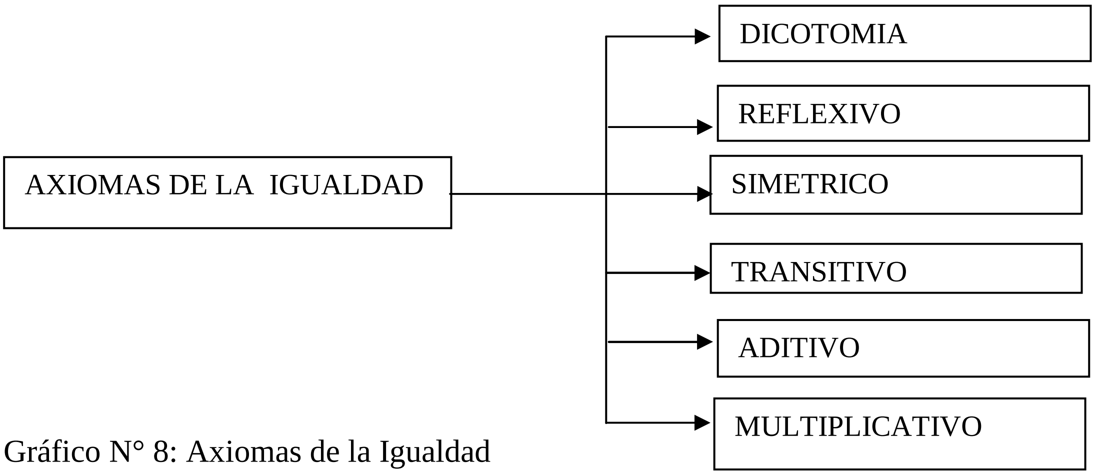


Gráfico N° 8: Axiomas de la Igualdad
Fuente: Msc. Bastidas Paco

A continuación se indican: la definición, un ejemplo y la forma simbólica de cada uno de los axiomas de igualdad: La expresión: U= $Q^{+} \cup \{0\}$, se lee: "El Universo es el conjunto de los números Racionales unido con el **conjunto** unitario cuyo elemento es el cero". $\forall a, \forall b, \forall c$, se lee: "Para todo a, para todo b, para todo c", respectivamente.

Dicotomía.- Este axioma indica que entre dos números cualesquiera se cumple una sola relación: Por ejemplo: 4 y 3 son diferentes $4 \neq 3$; 2 y 2 son iguales $2 = 2$. En la forma simbólica se expresa: U= $Q^{+} \cup \{0\}$; $\forall a, b;\ a = b \ \underline{\vee}\ a \neq b$.

Reflexivo.- Todo número es igual a sí mismo. Por ejemplo: Si el número racional es 0,3, entonces 0,3 = 0,3. ; U = $Q^{+} \cup \{0\}$; $\forall a;\ a = a$

Simétrico.-Si un primer número cualquiera es igual a un segundo, equivale a decir que el segundo es igual al primero. Por ejemplo: $2^2 \in Q^+ \cup \{0\}$ y $4 \in Q^+ \cup \{0\}$: $2^2 = 4 \Leftrightarrow 4 = 2^2$. Su forma simbólica es: $U = Q^+ \cup \{0\}, \forall a; \forall b: a = b \Leftrightarrow b = a$

Transitivo.- Si un primer número racional es igual a un segundo y este igual a un tercero. Por ejemplo: $12 \div 3 = 2^2$ y $2^2 = 8 \div 2 \Rightarrow 12 \div 3 = 8 \div 2$. Simbólicamente, se tiene: $U = Q^+ \cup \{0\}, \forall a; \forall b, \forall c$: $a = b$ y $b = c \Rightarrow a = c$. Este axioma, como parte de los principios de razonamiento numérico sirve para guiar la inferencia, (GELMAN y TUCKER, 1975), Gelman y Gallistel (1978).

Aditivo.- Si a cada miembro de una igualdad se suma un mismo número racional positivo cualquiera o el cero, la relación de igualdad se conserva (subsiste, permanece). Ejemplo: Si a la igualdad $13 + 5 = 36 \div 2$ se le suma el número 4, se tiene: $(13 + 5) + 4 = (36 \div 2) + 4$. La igualdad se conserva. $22 = 22$. En la forma simbólica se tiene: $U = Q^+ \cup \{0\}; \forall a, \forall b, \forall c$, $a = b$ y $c = c \Rightarrow a + c = b + c$.

Multiplicativo.- Si a cada miembro de una igualdad se multiplica por un mismo número racional positivo o el cero, la relación de igualdad se conserva (subsiste, permanece). Por ejemplo: si la igualdad $3 - 5 = -2$ se multiplica por el número 2, se tiene: $(3 - 5) \times 2 = -2 \times 2$, la igualdad se conserva ($-4 = -4$). En forma simbólica se tiene: $U = Q^+ \cup \{0\}; \forall a; \forall b, \forall c$, $a = b$ y $c = c \Rightarrow a \times c = b \times c$.

Dentro de la Aritmética, se puede distinguir dos tipos de relaciones de igualdad que son las abiertas o ecuaciones y las cerradas.

Las ecuaciones presentan una incógnita o término desconocido y pueden ser de no acción o de acción; en las ecuaciones de acción, uno de sus miembros son interpretados con la expresión de una acción (ej., “quitar” , “añadir”) e incluyen signos operacionales (+,-,x,÷) , por ejemplo: $8 + 4 =$, $= 9 - 12$. Mientras que las ecuaciones de no acción son consideradas como la expresión de una relación e incluyen signos operacionales a ambos miembros, como por ejemplo:

$8/12 = \quad /6$; $\quad +5 = 9 - 5$.

Las igualdades numéricas cerradas incluyen todos los términos y son a su vez proposiciones verdaderas, Molina (2006), y de igual forma pueden ser de no acción o de acción. Las igualdades numéricas cerradas de no acción incluyen o no signos operacionales en ambos miembros de la igualdad, donde la igualdad relaciona distintas representaciones de un mismo número, por ejemplo: 3+5= 7+1; 12= 12. Las igualdades numéricas cerradas de acción incluyen signos operacionales en tan sólo un miembro de la igualdad, por ejemplo: 9+ 5 =14; 13-7= 6 y pueden ser interpretadas con la expresión de una acción, ejemplo: “quitar”, “añadir”.

Las formas variadas de igualdades numéricas abiertas e igualdades numéricas cerradas donde involucran sumas o restas se deduce: $a \pm b = c$, $c = a \pm b$, $a \pm b = c \pm d$ y $a \pm b = c \pm d \pm e$; también las que involucran multiplicación y división como las del tipo : a.b= c; c= a.b; a.b= c.d y a.b= c.d.e; c= a/b, a/b= c,a/b= c/d y a/b= c/d.e; las mismas que están compuestos por números naturales, por operaciones elementales de la estructura aditiva y multiplicativa; se basan también en axiomas aritméticos básicos implícitos, como el conmutativo de la suma y la multiplicación por ejemplo: 12+ 7= 7+? y 3x6= 6x3, **la compensación en la suma 8+ 9= (8+ ?) + (9–3)** o en la resta 12– 4= (12+ 5) – (4+?) y 7 -5 = (7– 2) – (5– ?), el axioma asociativo de la suma en situaciones de descomposición de alguno de los sumandos, por ejemplo: 4 + ? = (2 + 2) + 2; el axioma asociativo de la multiplicación en la descomposición de alguno de los factores, por ejemplo: 16x ? = (8x2) x 9, otro axioma explícito es la magnitud de las expresiones o números, por ejemplo: 34 = 34 +?, 45= 45x ?, y ocasionalmente la relación complementaria de la suma y la resta, por ejemplo: 27 + ?– 48 = 27 ; el axioma invertivo de la multiplicación, por ejemplo: 9x 1/9= 5 x 1/5; el modulativo de la suma, el modulativo de la multiplicación, por ejemplo:10 + 9 = 19+ ?, 3x5 = 15 x ?; el reflexivo de la igualdad, por ejemplo:10 + 0 = ?+ 0 , **la compensación en la suma y multiplicación, por ejemplo:51+ 51 = ?+ 52; 28x 35= ?**, la relación complementaria de la multiplicación y la división, por ejemplo: 4x ?÷3= 4; la definición de la multiplicación como suma repetida, por ejemplo: 4x?= 4 + 4 + 4 + 4

+ 4;   donde su solución requiere del razonamiento, Molina, Castro y Ambrose (2006).

La Comprensión de las igualdades numéricas, se refieren a la comprensión del significado del signo igual, el mismo que comprende tres cosas: entender que lo que está escrito a un lado del signo igual y lo que está escrito en el otro lado es lo mismo; la misma que es necesaria para aplicar el conocimiento adquirido, al comienzo y al final de su proceso de resolución de la tarea, (De Corte y Verschaffel, 1981). Un alumno resuelve una igualdad numérica abierta, cuando obtiene la respuesta a la misma, estableciendo comparaciones entre los números o expresiones a ambos lados del signo igual, sin necesidad de realizar explícitamente las operaciones expresadas, por poseer conocimiento de la igualdad, las operaciones aritméticas y sus propiedades; Liebenberg, Sasman y Olivier (1999). Por ejemplo, en la igualdad 12+7= 7+   se puede observar que la respuesta correcta es doce, como consecuencia del razonamiento en el uso de la propiedad conmutativa que la ejecución de la suma 12+7 = 19 y posteriormente resolver el problema 19= 7+ . De forma similar, la igualdad 8+4=   +5 se puede resolver observando que cinco es una unidad más que cuatro y, por lo tanto, la cantidad desconocida deberá ser una unidad menos que ocho.

Se aprecian tres concepciones de los estudiantes sobre las igualdades:

• **Estímulo para una respuesta**: Los estudiantes entienden que hay que operar todos los números y dar el resultado como respuesta. Proceden de izquierda a derecha y, en la mayoría de los casos, consideran que las operaciones han de situarse a la izquierda del signo igual y la respuesta a la derecha de éste. Sólo aceptan igualdades de la forma $a \pm b = c$; a.b= c y a/b= c. La enseñanza tradicional del signo igual refuerza esta concepción, la misma que se mantiene estable a lo largo de los años y no suele ser desafiada hasta el aprendizaje del álgebra; de ahí que tienen dificultades de considerar expresiones aritméticas como entidades en sí y tienen necesidad de que aparezca expresado el resultado o valor de cada expresión, (Gelman y Gallistel, 1978) ;(Ginsburg, 1977), Lindvall e Ibarra (1978), Kieran (1981); Falkner *et al.* (1999) y Freiman y Lee (2004) Molina y Ambrose (2006), los estudiantes no encuentran significado para expresiones de la forma a=a por no tener una operación implicada. El uso erróneo de este signo dificulta la resolución de las igualdades; leen las igualdades de izquierda a derecha y, al encontrar una operación, proceden rápidamente a su cálculo, completando el recuadro con dicho resultado, incluso antes de mirar completamente la parte derecha provocando un encadenamiento de las operaciones, por ejemplo: 8+4= 12+5= 17 ó 13 - 7 = 6 – 6 = 0. Por la posición del signo igual en medio en las igualdades abiertas de no acción, por ejemplo 8 + 4 = + 5 modifica la igualdad escribiendo 5 + 8 + 4 = 17; y en 17= 8+9 consideran que "está al revés y tienden a modificarla a 17+8 = 9, ó 8+9=17.

• ***Expresión de una acción****:* los estudiantes sólo aceptan igualdades que expresan cadenas de operaciones y su resultado, no importando la colocación de éste. En otras palabras, sólo aceptan igualdades de acción. En este caso, siguen interpretando el signo igual como un estímulo para dar una respuesta, pero reconocen la simetría de las igualdades, es decir igualdades de la forma $a \pm b = c$, $c= a \pm b$; a.b= c , c= a.b y a/b= c, c= a/b.

• ***Expresión de equivalencia:*** Para Liebenberg er al. (1999) "Las expresiones numéricas (aritméticas) que tienen el mismo valor numérico es decir la misma respuesta se denominan expresiones equivalentes", donde el signo igual requiere una interpretación más amplia ya que las operaciones pasan a describir relaciones entre elementos (cantidades o variables) en vez de acciones. Los estudiantes reconocen la relación de igualdad que expresan las igualdades y aceptan igualdades de todas las formas consideradas en este estudio, derivadas de las expresiones $a\pm b = c \pm d$; a.b= c.d.e y a/b=c/d.e.

La comprensión del signo igual es fuente de dificultades para los alumnos de Educación Primaria y Secundaria (Behr, Erlwanger y Nichols, 1980; Kieran, 1981; Falkner, Levi y Carpenter, 1999), Molina (2006), y la falta de conocimiento de la estructura aritmética ocasiona dificultas al leerlas, escaza capacidad de juzgar la equivalencia entre expresiones numéricas previo al uso del cálculo de operaciones implicadas, Liebenberg, Sasman y Olivier (1999), y la poca aceptación de los alumnos para resolverlos, Booth, (1989), Molina y Castro (2006).

Para la Investigación sobre las destrezas de los estudiantes sobre las Relaciones de Igualdades Numéricas, indicador del Razonamiento Numérico se toma en cuenta los aportes de Molina, Castro y Ambrose (2006) sobre las Relaciones de Igualdades Numéricas para clasificar a los ejercicios propuestos correspondientes a este indicador de la prueba DAT, según las operaciones aritméticas, la forma de las igualdades y las actividades básicas previas a las inferencias que realizarían los estudiantes para la resolución y un ejemplo, las mismas que se describen a continuación:

Relaciones de Igualdades Numéricas

A. Operación: Suma

1. Forma*: a+□b □□c+□d,* Actividad*: Conmutar*

Ejemplo:

5-12 =

2. Forma*:□c +□d+□e= a+ b;* Actividad: Conmutar, Asociar

Ejemplo ¿Qué número debería sustituir a la R para que esta operación fuera correcta?

38+R+67=180

3. Forma *a +□b □□c;* Actividad: Sustituir

Ejemplo: Si y= 7, entonces 3+4y será =

B. Operación: Multiplicación

1. Forma: a x b x c = d x e; Actividad: Conmutar, Asociar

Ejemplo: 20 x (18x5) tiene el mismo valor que…

C. Operación: División

1. Forma: a: b = c; Actividad: Extraer datos implícitos.

Ejemplo: ¿Qué cifra debería sustituir a la N para esta división exacta?

9N29: 20N = 4N

6.3.2. Proporciones.-

La proporción es la igualdad de dos razones, incluye comparaciones que dependen de valores numéricos y demandan una respuesta del mismo tipo y es la que más se relaciona con la vida cotidiana del estudiante,(Martí, E., 1996).

Las Proporciones, son una herramienta intelectual dentro de las relaciones de igualdad y dentro de la malla curricular, Martí, E (1996), ya que permite la apropiación de conocimientos, y su razonamiento es propio de una persona critica, también son una herramienta práctica ya que permite calcular con fracciones, requiriendo de la incorporación de una semántica formal y exigiendo la reducción de una pura sintaxis, Boudot (1978); por tal motivo, se considera como "síntesis de la aritmética", Gimenez (1990).

Los métodos que se emplean para resolver problemas de proporción son:

- La búsqueda del valor unitario, implica una medida relativa entre dos dimensiones y su resultado numérico puede ser entendido como el valor de una dimensión cuando la otra es uno; que consiste en encontrar el valor correspondiente a la unidad, en ella subyace la pregunta ¿cuántos para uno?, accediendo a éste por medio de una división. Este método se reconoce como el usado con mayor frecuencia. El significado del método del paso a la unidad es más fácil con algunas dimensiones familiares o con algunas relaciones que tienen un significado más claro que otras. Pensar en el precio de un caramelo sabiendo que, por ejemplo, 8 caramelos cuestan cuarenta centavos de dólar, o pensar en los kilómetros recorridos en un hora sabiendo, por ejemplo, que se recorren 300 km en 4 horas, resulta más familiar que pensar en la longitud de la sombra que corresponde a una altura de 1 metro sabiendo que un palo de 70 metros tiene una sombra de 15 metros o en el número de litros de agua que hay por uno de limonada sabiendo que se ha mezclado 9 de agua con 4 de limonada.

- El razonamiento aditivo, el cual se basa en comparaciones por medio de diferencias.

Los métodos anteriores, están directamente relacionados con cada uno de los tres niveles de dominio de los estudiantes, y son:

- Inferior: cuando adivinan la respuesta o emplean una operación cuantitativa de manera arbitraria e inapropiada sin relacionar los datos contenidos en la información dando muestra de una focalización en parte de la información o tienden a repetir parte de la información. En este nivel el estudiante manifiesta un centramiento en algún elemento de la información y con él realiza cálculos de manera arbitraria.

- Intermedio: los estudiantes dan muestra de una búsqueda de las relaciones, consideran la totalidad de los datos proporcionados; sin embargo se presentan algunas deficiencias conceptuales en nociones precursoras, que imposibilitan establecer las relaciones necesarias, ya que se valen de comparaciones aditivas y utilizan procesos como una combinación de duplicar o triplicar cantidades y sumar sus respectivas contribuciones para resolver tareas. A este nivel, Hart lo denomina "Pre–proporcional" que se caracteriza por un razonamiento correcto que no se basa en el planteamiento de una proporción mediante la comparación de dos razones, utilizan la multiplicación y la división pero con valores equivocados o lo hacen a través de algoritmos como el de la "regla de tres" o el de "la igualdad de los productos cruzados" que no se basan en ninguna comprensión matemática de la idea de razón y de proporción.

- Relacional: los estudiantes manifiestan una puesta en relación de los elementos de la información, identifican la constante de proporcionalidad o el patrón de regularidad y utilizan adecuadamente los algoritmos. En este nivel se emplea la estrategia de tipo multiplicativo.

Los niveles descritos anteriormente no son propios de un grado en específico, más bien caracterizan un comportamiento que los estudiantes realizan dependiendo en particular de los siguientes factores: el tipo de variación implícito simple o múltiple, la estructura matemática del problema, la relación que subyace a la tarea (razones enteras, no enteras, doble triple, comparación de razones, porcentajes) y el tipo de números (enteros, decimales).
Como tipo variación implícito simple son de la forma:$\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$,estructurada para determinar el valor de uno de sus extremos o medios como: $\frac{?}{b} = \frac{c}{d}$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{?}$; $\frac{a}{?} = \frac{c}{d}$; $\frac{a}{b} = \frac{?}{d}$ y para determinar el valor de dos de sus términos como $\frac{?}{b} = \frac{c}{?}$, $\frac{a}{?} = \frac{?}{d}$.y los dede variación implícito Múltiple se tiene de la forma:$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f}$

La comprensión de las Proporciones dista de ser tarea fácil, a pesar de la frecuencia con que se emplea, las ideas de proporcionalidad son en general mal entendidas, esto se debe a que, además de ser un tema relativamente complicado, está enfocado de manera mecánica a la regla de tres", lo que conlleva a deficiencias constructivas en los estudiantes.

La identificación y conjetura de dificultades que ocurren con mayor frecuencia en los estudiantes de educación primaria con respecto al desarrollo del concepto de proporcionalidad, se detallan a continuación:
1) Dificultad para coordinar la atención en situaciones en las que se presenta una variación simultánea de dos cantidades.
2) Influencia de la representación como factor importante que se manifiesta en el nivel de dominio.
3) Ausencia casi total de conversiones entre representaciones.
4) escaza aplicación de la estrategia del valor unitario.

5) Falta de construcción de un significado del porcentaje, como una aplicación específica del concepto de proporción.

También, la falta de éxito en la comprensión del significado de la razón causa dificultad en resolver problemas de proporción desencadenando en la dificultad de otorgar un significado concreto a ciertos procedimientos de cálculo. Así y todo, lo que resulta complejo en cualquier caso no es sólo el significado de la razón calculada, sino también el hecho de que esta razón tiene su inversa y que, dependiendo de una u otra, el significado es diferente y, por tanto, el cálculo de cualquier valor faltante varía en consecuencia. Calcular el cambio de monedas, por ejemplo lo que corresponde a cada centavo de dólar americano o los centavos de dólar americano que nos dan por cada unidad de otra moneda extranjera y la dificultad de" leer "las razones que proponen la relación entre monedas según la cual de ellas se toma como unidad. Para Martí, E (1996) esta es precisamente la dificultad central de algunos estudiantes cuando al calcular la razón entre los dos primeros datos del problema, no entienden el significado de dicho resultado y, por ello, no saben de forma sistemática qué hacer con el tercer dato y esta razón: ¿multiplicarlos o dividirlos?. Estas limitaciones muestran lo difícil que resulta conseguir un aprendizaje comprensivo alejado de una aplicación repetitiva de procedimientos aprendidos como recetas. La mayoría de los estudiantes seguirán buscando, por razones muy comprensibles de economía de esfuerzo mental o de adecuación, aquellas reglas que les permitirán ir resolviendo los problemas de forma automática. Muchos estudios han puesto en evidencia el bajo porcentaje de jóvenes adolescentes de 10 a 12 años resuelven adecuadamente problemas de proporción y han señalado que el progreso, aunque existente, es difícil a lo largo de la escolaridad secundaria (Karplus, 1983; Vergnaud, 1983).

Para el estudio sobre la destreza que tienen los estudiantes en las Proporciones dentro del conjunto de los números enteros positivos, con razones enteras, de tipo de variación implícito simple, para determinar el valor de uno de sus extremos o medios y para determinar el valor de uno de sus términos, de las cuales se detalla a continuación algunos ejemplos de ejercicios propuestos de la prueba de Razonamiento Numérico DAT:

Proporciones

1. Parte de uno de sus términos desconocido

1.1. Forma: $\frac{?}{b} = \frac{c}{d}$

Ejemplo: ¿Qué número puede sustituir a la K para que la proporción sea correcta?

$$\frac{K}{7} = \frac{8}{2}$$

2. Forma: $\frac{a}{b} = \frac{?}{d}$

Ejemplo: ¿Qué número puede sustituir a la N para que la proporción sea correcta?

$$\frac{8}{12} = \frac{N}{6}$$

2.2. Uno de sus términos desconocido

2.2.1. Forma: $\frac{a}{?} = \frac{?}{d}$

Ejemplo: ¿Qué número puede sustituir a la L para que la proporción sea correcta?

$$\frac{4}{L} = \frac{L}{36}$$

6.3.3. Porcentajes.-

Los Porcentajes se utilizan en una amplia variedad de situaciones de la vida diaria, y su concepto proviene de la necesidad de comparar dos números entre sí, no sólo de manera absoluta (cuál de los dos es mayor), sino de una manera relativa, es decir, se desea saber qué **fracción o proporción** de uno representa respecto del otro. La notación de porcentajes y el razonamiento de proporcionalidad, se ponen en juego cuando uno de los términos que intervienen en las proporciones toma el valor 100. La expresión “x%” es una manera alternativa de expresar la fracción x/100. Al situarlo como denominador de una fracción, su numerador nos indica qué porción de 100 representa. Sin embargo, la noción de porcentaje no sólo se utiliza para establecer comparaciones en valor relativo entre dos números. Una vez que se fija un porcentaje se puede aplicar a distintos números, obteniendo de este modo series de números, Godino, J; Batanero, C (2002), La comprensión de los porcentajes se considera con frecuencia como fácil de lograr, pero hay datos experimentales abundantes, que demuestran lo contrario. El uso incorrecto de los porcentajes es frecuente no sólo entre los estudiantes de secundaria sino incluso también en los adultos. Se encuentran errores flagrantes, lo que sugiere que con frecuencia las ideas básicas pueden no estar claras como el desconocimiento de que 100 es la base de comparación de los porcentajes, Godino, J; Batanero, C (2002).

Para una eficiente resolución de problemas que contengan porcentajes, el estudiante debe tener conocimiento y saber distinguir entre los tres casos que existen en este tema:

- La aplicación de un por ciento o cálculo de un porcentaje. Por ejemplo: Obtener 10%, 15%, o 25%... de una cantidad dada.
- La determinación de un por ciento, es decir, qué porcentaje representa una cantidad de otra. Por ejemplo: ¿Qué porcentaje representa 240 de 380?
- La determinación de la base cuando se conoce el porcentaje que representa una cantidad de otra. Por ejemplo: Si el 35% de una cantidad es 175, ¿Cuál es la cantidad?

En cuanto a los Porcentajes, se describen a continuación los casos que existen en la Prueba de Razonamiento Numérico DAT:

Porcentajes

1. Caso: Aplicación de un porcentaje a un número dado

Ejemplo: 50% de 6.300

2. Caso: Determinación de la base cuando se conoce el porcentaje que representa una cantidad de otra.

Ejemplo: 4 = 10% de_____

6.4. Relación de Orden

Según Benalcázar, H (2007), a la Relación de Orden lo define: Sean A un conjunto no vacío cualquiera. Una relación R en A se dice que es de orden sí y sólo sí R verifica con las dos condiciones siguientes:

i) R es transitiva

ii) R no es simétrica

En esta definición no incluye la propiedad reflexiva, por lo que puede haber o no haber relaciones de orden que cumplen con esta propiedad, Benalcázar, H (2007).

En forma particular, la relación R de desigualdad en un conjunto es una relación de orden porque los elementos entre sí, cumplen la propiedad transitiva. En el caso del Conjunto que se trabaja en este estudio la relación de desigualdad es una relación de orden en dicho conjunto.

6.4.1. Relación de Desigualdad

La desigualdad es una relación matemática entre dos expresiones que no son iguales. Los símbolos utilizados para denotar una desigualdad son: < "menor que",> "mayor que" , de ella se desprende las siguientes definiciones:

Definición 1: **a** es menor que **b** es equivalente a decir que: (b-a) es un número racional positivo mayor que 0. La expresión anterior se escribe, en forma simbólica, de la siguiente manera: $a< b \Leftrightarrow (b-a) >0$. Ejemplos: $2/3 < 15/4$ porque $15/4 -2/3 = 37/12$; $37/12$ es un racional mayor que cero.

Definición 2: Si $a< b$ significa que $b>a$, en forma simbólica se tiene: $a<b \Leftrightarrow b>a$. Ejemplos: $4/5 < 7/2$ es equivalente a $7/2>4/5$.

En la desigualdad $7/2 > 4/5$, $7/2$ está en el primer miembro y $4/5$ está en el segundo miembro de la desigualdad.

Como ejemplos de ejercicios Propuestos de la Prueba de Razonamiento Numérico DAT correspondientes a esta destreza establecer la relación de orden entre dos cantidades, previa operación aritmética básica dentro del Conjunto de los Números racionales positivos, se describe a continuación.

1. Operación: Suma

1.1. Relación: Mayor que

Ejemplo: ¿Cuál de estas expresiones es MAYOR que la unidad?

A) $\frac{3}{6}+\frac{5}{10}$

B) $\frac{3}{5}+\frac{6}{10}$

C) $\frac{2}{4}+\frac{1}{2}$

D) $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$

E) Ninguna de ellas

1.2. Relación: Menor que

Ejemplo: ¿Cuál de estas expresiones es MENOS que la unidad?

A) $\frac{1}{2}+\frac{5}{9}$

B) $\frac{7}{8}+\frac{1}{4}$

C) $\frac{2}{3}+\frac{4}{12}$

D) $\frac{2}{5}+\frac{1}{4}$

E) Ninguna de ellas

6.5. Operaciones Aritméticas.-

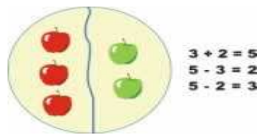
Las operaciones aritméticas son el segundo principio del razonamiento numérico, se define como un procedimiento sistemático de cálculo aritmético que se apoya de la comprensión de los significados en los diferentes contextos numéricos ligados a "acciones interiorizadas", conformando un sistema de relaciones lógico-matemáticas y aplicando a varios números para obtener otro u otros de igual o distinta naturaleza. Diccionario Océano Uno (1995).

Para la correcta adquisición de las operaciones aritméticas se requiere: conocer, comprender: conceptos de suma, resta multiplicación, división, etcétera; significados, como, en el caso de la adición y sustracción: agregar y desagregar, reunir y separar; de multiplicación y división: reiterar y restar sucesivamente, contar a saltos iguales y repartir equitativamente; representaciones, propiedades y problemas aritméticos; desarrollar habilidades, técnicas y estrategias sobre los algoritmos y cálculo aritmético, incluido el cálculo mental, el cálculo escrito de lápiz y papel, los hechos numéricos, las tablas y el uso de instrumentos de cálculo y modelos intermedios como ábacos, calculadoras, bloques multibase, etcétera.

Las Operaciones pueden estar orientadas hacia la consecución de un fin, las mismas que incluyen en cada caso una serie de complejas actividades y habilidades tanto de pensamiento como de conducta. En su conjunto dichas actividades adquieren la forma de argumento o razones que justifican una finalidad práctica o cognoscitiva; también pueden estar orientadas como algoritmos que se aplican directamente bien a los datos conocidos o a los esquemas simbólicos de la interpretación lógico-matemática de dichos datos, las posibles conclusiones de un proceso de razonamiento, inferencias o deducciones de dicho algoritmo son el resultado de la aplicación de reglas estrictamente establecidas de antemano.

6.5.1. Operaciones Aritméticas Básicas.-

Dentro del conjunto de los números naturales, hay definidas varias operaciones, entre las principales están: suma, resta, multiplicación y división, siendo la suma y multiplicación, las que se pueden realizar sin ninguna limitación para dar lugar a nuevos números naturales. Para construir el significado de las operaciones se tienen como modelos más usuales y prácticos de las mismas, dando pautas para orientar el aprendizaje de cada operación, NCTM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987; Mcintosh, 1992; como en la Suma o Adición, se puede definir a partir de las operaciones de unión de conjuntos, Maza (2001) ; (GELMAN y GALLISTEL, 1978), dados dos conjuntos disjuntos: Sx y Sy, donde A(.) simboliza el conjunto obtenido por la operación adición; C[A (Sx,Sy)]=C (Sx U Sy); Para Bastidas,P (2004), la suma o adición de dos números **a** y **b** es el número **c** de elementos del conjunto formado por los **a** elementos del primer conjunto y los **b** del segundo conjunto. Por ejemplo, tres manzanas y dos manzanas se pueden sumar, poniéndolos juntos y contándolos hasta llegar a 5.

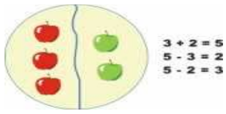


a+ b = c
3+2= 5

Gráfico Nº 9: Suma de números naturales

Fuente: González Marí, J. L. (2009)., Modelo de Dickson (1991)

Para Maza (2001), la operación sustracción de números naturales se pueden definir a partir de la operación diferencia de conjuntos, en términos formales de la siguiente manera: Dados dos conjuntos Sx y Sy, si y solo sí Sx $\subset$ Sy, C [M (Sx, Sy]=C (Sy-Sx); M (.) simboliza el conjunto obtenido al quitar el subconjunto, (GELMAN Y GALLISTEL, 1978; P, .173). Para Bastidas, P (2004), se llama resta o diferencia de dos números **a** y **b**, al número **c** de elementos del conjunto formado por los **a** elementos de primer conjunto menos los **b** del segundo conjunto. Por ejemplo, cinco manzanas menos tres manzanas:



a - b = c

5 - 3 = 2

Gráfico Nº 10: Resta de Números Naturales

Fuente: González Marí, J. L. (2009). Modelo de Dickson (1991)

Existe limitaciones en la operación resta, debido a que no siempre se cumple que el número al que se le resta el otro, es mayor. Se puede realizar, 20 - 5 = 15; siendo 20 el minuendo y 5 el sustraendo; pero no 5-20; la razón es que el resultado, -15, no está dentro del conjunto de menciondos números. Es decir que la resta en el conjunto de los números naturales, es posible sólo cuando el minuendo es mayor que el sustraendo También se puede entender que la sustracción es la operación inversa de la suma.

La multiplicación es simplemente una suma repetida. Por ejemplo: la expresión 3x4 significa que el 3 se ha de sumar consigo mismo 4 veces, o también que 4 se ha de sumar consigo mismo 3 veces. En ambos casos, la respuesta es la misma. El 3 y el 4 se llaman factores y el 12 producto. Para Bastidas, P (2004), la operación aritmética multiplicación, se indica con el signo por (x). Algunas veces se utiliza un punto para indicar la multiplicación de dos o más números, u otras se utilizan paréntesis. Por ejemplo: el producto de 3 por 4 se puede representar de las siguientes maneras: 3 x 4,3.4, (3) (4). Las multiplicaciones más sencillas deben aprenderse de memoria. Para multiplicar números con más de una cifra, se toma en cuenta los valores relativos de sus cifras. Por ejemplo: 14x17 = 238.

La división en el conjunto de los números naturales, es posible sólo cuando el cociente es elemento del mismo conjunto, existiendo limitaciones en esta operación, puesto que no se pueden realizar operaciones como: 7: 3, para poder dividir cualquier par de números se realiza una ampliación de los números naturales a los números fraccionarios y decimales.

En la multiplicación y división, muchos investigadores han señalado que la comprensión de sus significados es mucho más difícil que la de la adición y la sustracción, debido a la estructura de la operación, en cada caso se asocia cada uno de los elementos de uno de los conjuntos con un subconjunto equivalente del otro:

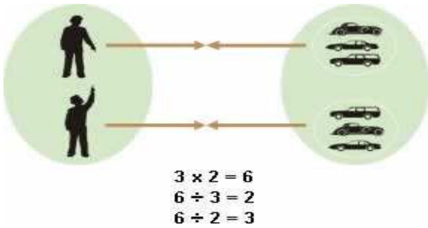


Gráfico Nº 11: Multiplicación y División de números naturales
Fuente: González Marí, J. L. (2009).

De entre varios autores dedicados al tratamiento de las dificultades de aprendizaje en las operaciones aritméticas, se destaca Enright (1983) quien identificó los siete patrones de error más comunes en las operaciones aritméticas, siendo estos:

- Tomar prestado
  El niño no comprende el valor posicional de los números o los pasos a seguir.
  Ejemplo: 460 – 126 =340
- Sustitución en el proceso
  Se sustituye uno o más pasos del algoritmo por otro inventado pero incorrecto.
  Ejemplo: 123 x 3 =129
- Omisión
  El niño omite alguno de los pasos del algoritmo o porque olvida una parte de la respuesta.
  Ejemplo: 4,75 + 0,62 = 1,37
- Dirección
  Errores en el orden o la dirección de los pasos a seguir, aunque los cómputos estén bien hechos.
  Ejemplo: 0,55 – 0,3= 0,22

- Posición

  A pesar de que los cómputos se realizan correctamente, se invierte la posición de los números al escribir el resultado de la operación.

  Ejemplo: 9 + 6 = 51
- Los signos de las operaciones

  Se produce una incorrecta interpretación del signo de la operación o simplemente se ignora el mismo

  Ejemplo: 6 x 4 = 10
- Adivinanza

  cuando los errores producidos no siguen ninguna lógica, indican una carencia de comprensión de las bases mismas de las operaciones.

  Ejemplo: 6 x 4 = 46

Según Enright (1983), Los alumnos llegan a la secundaria con superficiales conocimientos aritméticos adquiridos en la primaria y pueden resolver una limitada variedad de ejercicios y problemas aritméticos, por nociones que todavía no han comprendido y con frecuencia son poco diestros en sus cálculos. La operación que mejor conocen y saben aplicar es la adición, comprenden en menor grado la sustracción, sobre todo si hay decimales de por medio, y tienen bastantes dificultades con la multiplicación y la división.

La categoría “Operaciones Aritméticas” del Razonamiento Numérico, se refiere, en este estudio a: las “Operaciones Básicas” indicador en esta investigación y se aplica en la prueba de Razonamiento Numérico DAT con las operaciones multiplicación y división de números racionales positivos.

1. Indicador: Operaciones Básicas

1.1. Operación: Multiplicación

Ejemplo: $\frac{5\text{x}2}{4x15} =$

1.2. División: División

Ejemplo: $\frac{7}{3} \div 2\frac{4}{5} =$

6.5.2. Reversibilidad por Inversión.-

La reversibilidad por inversión, es la capacidad de distinguir acciones u operaciones inversas por ejemplo la adición es la operación inversa de la sustracción y viceversa, igualmente sucede con la multiplicación y división, es decir que a cada acción u operación le corresponde la acción u operación contraria. Para Pérez T, (2001), la Resta y la división son operaciones aritméticas que requieren un proceso lógico y reversible.

La relación inversa entre operaciones es una conexión valiosa que proporciona al estudiante otra forma de pensar sobre el problema. Por ejemplo, para hallar el cociente de 840 ÷ 8, se puede ver como 8 x? = 840, más que como un problema de división. Esto significa que se conoce la relación inversa que existe entre la división y la multiplicación.

Con frecuencia, los estudiantes no saben cuando utilizar una operación aritmética por la falta de conocimiento y comprensión de diversas situaciones especificas que ocasiona un bajo dominio al resolver problemas numéricos, debido al énfasis a resolver problemas “verbales o de enunciados” un poco artificiales. Para la verificación de la comprensión y destreza en la ejecución de los algoritmos de las operación aritméticas representadas en forma tradicional se puede presentar una variación en la representación tradicional de las mismas en la que los datos no aparecen en forma explícita en el enunciado y su solución requiere de un análisis y el planteamiento de la forma para resolverlo tratando de poner en claro los sobreentendidos, habilidad que al ser desarrollada permitirá a los estudiantes extraer conclusiones de la información dada.

Esta categoría contiene las denominadas “Reversibilidad por Inversión”, el mismo que se aplica en la prueba de Razonamiento Numérico DAT, en las operaciones suma, resta y multiplicación de números naturales, se detallan a continuación con sus respectivos ejemplos:

2. Indicador: Reversibilidad por inversión

2.1 Operación: Suma

Ejemplo: ¿Qué cifra debería sustituir a la P en esta suma cuyo resultado es correcto?

```
  4 P P P 4
+   4 P P 7
  ---------
  4 7 6 7 1
```

2.2. Operación: Resta

¿Qué cifra debería sustituir a la B en esta resta cuyo resultado es correcto?

```
  1 1 2
-   F 4
-------
    1 8
```

2.3. Operación: Multiplicación

Ejemplo: ¿Qué cifra debería sustituir a la J en esta multiplicación

```
  1 J 5 6
X       J
---------
  5 8 2 J
```

6.5.3. Algoritmos.-

La habilidad para seguir un proceso o conjunto ordenado de operaciones básicas facilita el aprendizaje de algoritmos, la visualización de las operaciones a realizarse, la comprensión de la secuencia lógica de las operaciones, la representación gráfica de la solución del problema y por tanto permiten la resolución del problema numérico planteado. El test de Razonamiento Numérico DAT, mide esta habilidad mediante el empleo del flujograma o diagrama de flujo, el mismo que está conformado de símbolos con su correspondiente función y significado, y para su resolución es necesario la habilidad para: leerlos, escribir datos numéricos, para seguir la secuencia y dirección de flujo, para realizar operaciones definidas, identificar y diferenciar cada actividad a realizar a lo largo del proceso, para la toma de decisiones de caminos alternativos, siguiendo la instrucción de bifurcación condicional, para dar las respuestas. El diagrama de flujo es una de las herramientas para ejemplificar procedimientos más utilizada por los ingenieros industriales y no existen inconvenientes en su interpretación.

Para la resolución de problemas numéricos no es suficiente solo la mera ejecución de operaciones aritméticas sino también la comprensión, el dominio de un conjunto de conceptos y su procesamiento, la toma de una serie de decisiones a través del razonamiento entre ellas: escoger una estrategia, aplicarla, revisar los datos y resultados para la verificar su razonabilidad, y tal vez repetir el ciclo utilizando una estrategia alternativa, proceso que involucra diferentes tipos de decisiones, la primera, la comprensión de la relación entre el contexto del problema; la segunda, una conciencia de que existen varias estrategias y una inclinación de escoger una estrategia eficiente, y finalmente, incluye un instinto para revisar reflexivamente la respuesta y confrontarla para ver su relevancia en el contexto del problema original.

Esta categoría contiene los “Algoritmos”, que empleados en la prueba de Razonamiento Numérico DAT, en las cuatro operaciones básicas dentro del conjunto de números naturales, se detalla a continuación:

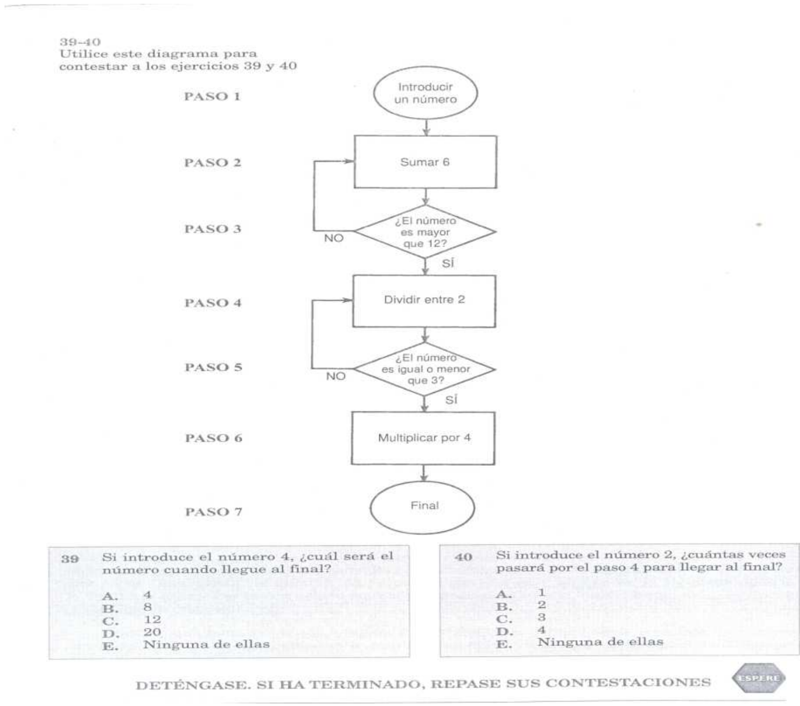


Grafico Nº12: Algoritmos

Fuente: DAT

6.6. Calculo Aritmético.-

Otra categoría del Razonamiento Numérico es el Cálculo Aritmético, el mismo que se define como: la destreza de aplicación práctica por el que se efectúa una operación aritmética simple o compleja o varias de ellas combinadas, bien sea mediante el algoritmo, o bien mediante procedimientos de cálculo.

La mayor parte del currículo de matemáticas de Educación Primaria está dedicada a la adquisición de destrezas de cálculo aritmético ya que influye sobre la habilidades de estimación y aproximación con cantidades y medidas, de pensamiento y razonamiento, las capacidades para el desarrollo de la autonomía, etcétera; para ello se requiere de la comprensión de los números.

Como tipos de cálculo aritmético: por el resultado se tiene el exacto, como su nombre lo indica el valor o resultado de la operación es exacta y el estimado o aproximado cuyo valor o resultado de la operación es aproximado. El Otro tipo de cálculo Aritmético por el procedimiento se clasifica en: Algorítmico o Escrito y el Mental.

6.6.1. Cálculo Estimativo o Cálculo Aproximado.-

Como objeto de estudio de esta categoría es el cálculo estimativo o aproximado, dentro del conjunto de los números racionales positivo unido con el conjunto unitario cuyo elemento es el cero, el mismo que Sowder, (1988), De Castro, C., Castro, E. y Segovia, I. E. (2008) lo definen como: "La estimación en cálculo puede definirse como el "proceso de transformar números exactos en aproximaciones y calcular mentalmente con estos números para obtener una respuesta razonablemente próxima al resultado exacto de un cálculo. Este tipo de cálculo aritmético se emplea cuando lo que se persigue no es la exactitud del resultado.

Este tipo de cálculo se suele usar tanto para resolver problemas, basándose en el redondeo; como para comprobar lo razonable de los resultados mediante estimaciones, previa a la realización de los algoritmos tradicionales. La Estimación en el cálculo, es una actividad que consiste en valorar el resultado o la cantidad de una operación aritmética de una manera aproximada, y se requiere de:

- Valorar la cantidad o el resultado de una operación en forma mental.
- Realizar el enjuiciamiento de la situación teniendo previamente alguna referencia, información o experiencia sobre la misma.
- Valoración en forma rápida y empleando números sencillos.
- Valoración no exacta, pero sí adecuado para tomar decisiones.

- La valoración admite distintas aproximaciones, según quién la realice.

Previo a la resolución de problemas numéricos, se realiza el redondeo a ciertas cifras a los datos proporcionados mediante reglas, prescindiendo de uno o más de sus últimos dígitos. Cuando el primer dígito suprimido es menor que 5, el último dígito que se mantiene no se modifica; cuando es mayor que 5 , se aumenta en una unidad la última cifra conservada y si es igual a 5 se aumenta en una unidad la última cifra conservada, si ésta es impar y no se modifica si es par. Según esto, las aproximaciones sucesivas de 3,14159 son 3,1416; 3,142; 3,14; 3,1 y 3. 51,75 se redondea a 51,8; 51,65 a 51,6 y 51,85 a 51,8.

Para Castro, C., Castro, E. y Segovia, I. E. (2008), la gran parte de las dificultades que tienen los niños y los maestros en formación, en la estimación con los números decimales, tienen su origen en el modo en que estos se enseñan en la escuela. Lampert (1989, p. 229), refiriéndose a las dificultades relacionadas con el valor posicional, señala a la "invisibilidad de la cantidad en el sistema de valor posicional", como uno de los problemas que impiden alcanzar una correcta comprensión del modo en que se trabaja con el valor posicional en los algoritmos de multiplicación y división: "Precisamente porque los ceros suelen "asumirse"... los números que aparecen según se realizan las distintas partes del algoritmo no se parecen a los números que corresponden a las cantidades que realmente representan".

Para el estudio del Cálculo Estimativo, previo un análisis, se ha determinado en la prueba de Razonamiento Numérico DAT, que la forma de sustituir los datos es mediante el redondeo y el valor posicional de los datos y respuesta hallada, por lo que se describe a continuación los ejemplos correspondientes:

1. Calculo Estimativo

1.1. Tipo de Sustitución de los Datos: Redondeo

1.2. Operación: Multiplicación

1.2.1. Clase de Conjunto: Números Enteros

Ejemplo: ¿Cuál es el resultado de 710 x 80 redondeando al millar más próximo?

1.2.2. Clase de Conjunto: Números Racionales Positivos

Ejemplo: ¿Cuánto es ½ de 1,39 euros redondeando a los diez centésimos más próximos?

2.4 Hipótesis

La escasa comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental influye en el bajo nivel de Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo Año de Educación Básica del Instituto Nacional Mejía.

2.5. Variables

Variable Independiente

Estrategias de Cálculo Mental

Variable Dependiente

Razonamiento Numérico

CAPITULO III

MARCO METODOLÓGICO

3.1. Enfoque de la Investigación

Esta investigación está encaminada bajo el enfoque "hermenéutico y dialéctico", hacia el modelo de un paradigma cuantitativo y cualitativo, que permiten un análisis más completo del problema a investigar para el logro de resultados más confiables y la toma de decisiones; ya que su empleo ayudará a corregir los sesgos propios de cada método permitiendo describir e interpretar la realidad de los hechos.

El método cualitativo se usará para investigar mediante técnicas especializadas y obtener respuesta tanto del nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental conformadas por las Actividades Básicas de Cálculo y el nivel percentilar del Razonamiento Numérico por parte de los estudiantes, como también se obtendrá respuesta sobre el grado de importancia que dan los maestros a estas dos variables y uso de las mismas en el Proceso de Enseñanza Aprendizaje; lo que permitirá hacer variadas interpretaciones de la realidad y de los datos a través de la redirección de la investigación y la captación de otros tipos de datos que en un principio no se han pensado.

Mientras que con el estudio Cuantitativo se podrá recoger, procesar y analizar datos cuantitativos o numéricos tratando de determinar la fuerza de asociación o relación entre las dos variables, ayudando aún más en la interpretación de los resultados haciendo inferencia que explique por qué las cosas suceden o no de una forma determinada. Todo esto va más allá de un mero listado de datos organizados como resultado; pues estos datos que se muestran en el informe final, están en total consonancia con las variables que se declararon desde el principio y los resultados obtenidos van a brindar una realidad específica a la que estos están sujetos.

3.2. Modalidad de la Investigación

"La Investigación debe basarse en una modalidad de Campo o Documental.
La investigación es **Documental** porque acudirá a las bibliotecas, librerías y centros de internet para obtener información de libros, revistas ,documentos e hipertextos, se realizará acopio de aquellos sobre el tema pertinente, para luego mediante lectura científica y técnicas de fichaje, se realizará una interpretación correcta y un análisis crítico y profundo de la información recopilada a través de un proceso reflexivo y sistemático.

La investigación es de **campo** porque se realiza en el Instituto Nacional Mejía, lugar del problema donde ocurren el fenómeno estudiado, pues nos permitirá obtener información de la población objeto de estudio a través de técnicas de observación ,encuestas, test, cuestionarios que posibilitan la recopilación de datos e información. Se seleccionarán a los sujetos de la investigación a los que se aplicará el Instrumento previamente validado por expertos. Este tipo de estudio apoya a indagar las necesidades actuales que se consideran relevantes por los estudiantes para el desarrollo del Razonamiento Numérico, que según la UPEL "Se entiende por Investigación de Campo, el análisis sistemático de problemas en la realidad, con el propósito bien sea de describirlos, interpretarlos, entender su naturaleza y factores constituyentes, explicar sus causas y efectos o predecir su ocurrencia, haciendo uso de métodos característicos de cualquiera de los paradigmas o enfoques de investigación conocidos o en desarrollo. Los datos de interés son recogidos en forma directa de la realidad; en éste sentido se trata de investigaciones a partir de datos originales o primarios…".

3.3. Tipo de Investigación

3.3.1. Descriptiva

El estudio se enmarca dentro de una investigación de carácter descriptivo por lo que se *trabaja sobre las realidades de los hechos y sus características fundamentales en relación con el nivel de comprensión que tienen los estudiantes de Octavo de Básica sobre las Estrategias de Cálculo Mental y el Razonamiento Numérico, requiriendo de un diagnóstico en que se* selecciona una serie de aspectos e indicadores de las Estrategias del Cálculo Mental fundamentándose y del Razonamiento Numérico, fundamentándose en las actividades básicas y en las habilidades que conforman este tipo de razonamiento , las mismas que son una herramienta para la correcta ejecución de los cálculos numéricos; con la información recolectada se procede a la medición permitiendo detectar de forma clara y objetiva distintos problemas con el propósito de describir, analizar , interpretar , entender su naturaleza y explicar las causas y efectos. En este trabajo responderá a las preguntas: ¿Cuál es el nivel de comprensión por parte de los estudiantes las Estrategias de Calculo Mental?, ¿Qué nivel de comprensión tienen los estudiantes en las Actividades Básicas Cálculo?, ¿Qué tipo de estrategias de Cálculo Mental enseña el docente al resolver problemas numéricos?, ¿ Qué actividades básicas de Cálculo Mental emplea en el proceso de enseñanza?, ¿ Qué nivel percentilar tienen los estudiantes en el Razonamiento Numérico?, ¿Qué tipo de habilidades del Razonamiento Numérico han desarrollado los estudiantes?.

3.3.2. Correlacional

La investigación es Correlacional porque en este estudio se pretende ver si están o no relacionadas las estrategias de Cálculo Mental y el Razonamiento Numérico en los estudiantes y después establecer el grado de correlación de variables pero sin pretender dar una explicación de causa efecto mediante la medición de estas variables. Con el propósito de saber cómo se puede comportar la variable Razonamiento Numérico, conociendo el comportamiento de la otra variable relacionada Estrategias de Cálculo Mental, primeramente se medirán las variables y luego, se aplicará las pruebas de hipótesis correlacionales y las técnicas estadísticas, para estimar la correlación como también la determinación de su impacto.

Para ello, se pretenderá responder a preguntas de investigación tales como:

¿Las Estrategias de Cálculo Mental influyen en el Razonamiento Numérico de los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía”?

- ¿A un alto nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental del estudiante, mayor nivel percentilar en el Razonamiento Numérico?
- ¿A mayor comprensión de las Actividades Básicas de Cálculo Mental, mayor dominio en inferencias lógicas?.
- ¿A mayor eficiencia en Cálculos Mentales reflexivos mayor Aprendizaje de la Aritmética.

3.3.3. Explicativa

Los estudios explicativos van más allá de la descripción de conceptos o fenómenos o del establecimiento de relaciones entre conceptos; están dirigidos a responder a las causas de los eventos. Como su nombre lo indica, su interés se centra en explicar por qué ocurre un fenómeno y en qué condiciones se da éste, o por qué las variables están relacionadas; es decir que se responderán a preguntas tales como: ¿qué efectos tiene la baja comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental por parte de los estudiantes de octavo de básica?, ¿a qué se debe estos efectos?, ¿Qué variables mediatizan los efectos y de qué modo?, ¿por qué no se ha tratado esta problemática previamente?

3.4. Población y Muestra

La presente investigación se delimita en los estudiantes de octavo de básica secciones **décima segunda hasta la décima octava** del Instituto Nacional "Mejía", en el año lectivo 2010-2011, de la población de 846 potenciales informantes, también se toma una **muestra intencional** a 15 maestros del área de matemática, correspondientes al ciclo básico, para el desarrollo de la investigación cualitativa.

Para el cálculo de la muestra de los estudiantes se aplicará la siguiente fórmula:

$$n = \frac{N}{e^2(N-1)+1}$$ Donde:

n = Tamaño de la muestra

N = Población

e = Error admisible para investigación social (5%)

N – 1 = Corrección geométrica para muestras mayores de 30 sujetos

$$n = \frac{846}{(0{,}05)^2(846-1)+1} = \frac{846}{3{,}11} = 272{,}02 \approx 272$$

n = 272 estudiantes informantes.

Población y muestra de la investigación (Perspectiva Cuantitativa)

Informantes Clave	Población	Muestra	%
	N	n	
Estudiantes de Octavo de Básica	846	272	32,15
Docentes del ciclo básico del Área de Matemática	9	9	100

Tabla N° 4: Población y Muestra a Investigarse

Fuente: Secretaria del Instituto Nacional Mejía

Elaboración: Elizabeth Sigcha

3.5. Operacionalización de Variables

Variable Independiente: Estrategias de Cálculo Mental

CONCEPTUALIZACIÓN	CATEGORIAS	INDICADORES	ITEMS BÁSICOS	TECNICAS E INSTRUMENTOS
Las Estrategias de Cálculo Mental son los principios directores generales de resolución, que atendiendo la manera de tratar los datos, funcionan con cualquiera que sea la operación tanto para los números naturales como con números decimales**,** cuya reflexión, comprensión,	Artificios	Reglas	**Indica un número por su valor relativo para una mejor comprensión del valor posicional de sus cifras, por ejemplo: 45 = 4 decenas y 5 unidades (1.1)** **Expresa la equivalencia numérica mediante agrupamiento multiplicativo para facilitar los cálculos, por ejemplo:** 600 = 6 x 100 **(1.2)** **Asocia sumandos para facilitar los cálculos, por ejemplo: 0,02 + 10,98+70,60+10,4= (0,02 + 10,98)+(70,60+10,4) (1.3)** **Interpreta a un polinomio aritmético en forma factorizada, ejemplo: 2x4 + 2x9 = 2x(4+9) (1.4)** **Interpreta la división exacta como una división sucesiva del divisor, por ejemplo: 75÷ 15= (75÷3)÷5. (1.5)**	Encuestas constituidas por un cuestionario a docentes y prueba de conocimientos a estudiantes

dominio y elección consciente de **artificios**, **recolocaciones descomposiciones, compensaciones** se logra una resolución precisa en problemas numéricos propuestos y un aprendizaje significativo en conceptos relacionados con la operatoria.		En sumas	**Expresa un número mediante agrupamiento decimal para facilitar la comprensión del valor relativo, por ejemplo: 10 decenas equivale a 100 unidades (2.1)** **Expresa el axioma conmutativo de la suma para facilitar los cálculos, por ejemplo: 13+ 24+17=13+17+24 (2.2)** **Asocia factores para facilitar los cálculos, por ejemplo: 5x2x26x11 = (5x2)x(26x11) (2.4)** **Enuncia la operación que se requiere para resolver un ecuación cuya suma se obtiene unidades, decenas, etcétera, ejemplo: 87+ ?= 100 ; para obtener la ? se enuncia ?= 100-87 (2.5)**	
	Recolocaciones	En multiplicaciones	**Señala que la conmutación de factores es una actividad que facilita los cálculos , por ejemplo: 18x4x5= 18x 5x4 (2.3)** **Enuncia la operación que se requiere para resolver una ecuación que contiene factores, por ejemplo: 7+? = 56; ?= 8 (2.6)**	
	Descomposiciones	Disociaciones Descabezamiento	**Permite la expresar la distribución de un factor para cada uno de los sumandos del otro factor, por ejemplo: 12x (7+4+2) =12x7+12x4+12x2 (3.5.)**	

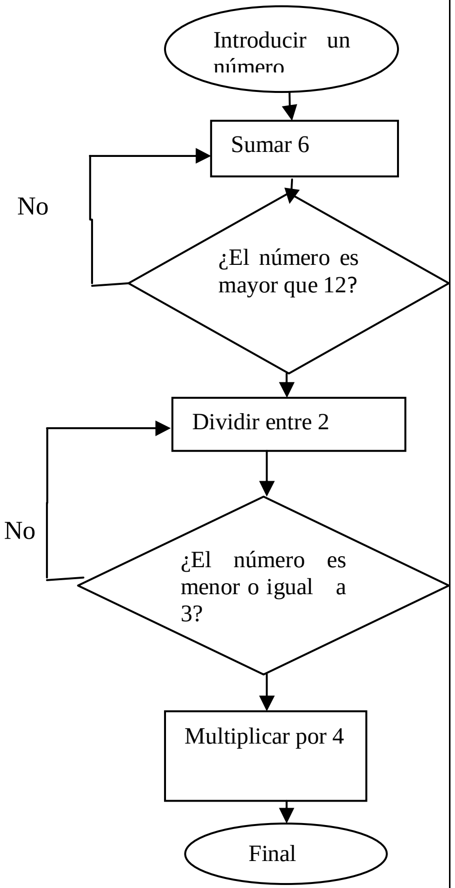
			Presenta la representación de un número mediante resta en función de otro para facilitar los cálculos, por ejemplo: 24 = 25-1 (3.3.) **Aclara que es posible resolver el polinomio aritmético que contiene restas, agrupando a partir de la izquierda para realizar restas sucesivas, ejemplo: 3,6 – 0,04- 0,9 = (3,6-0,04)-0,9. (3.4.)** **Explica la descomposición del dividendo en suma de múltiplos del divisor, por ejemplo: (¿+?) ÷ 7; ¿ y ? son múltiplos de 7; y ¿+? = 140, entonces ¿ = 56 y ?= 84 (3.7.)**	
		Disociaciones Subsidiarias	**Indica la descomposición de un número como suma de productos por la unidad seguida de ceros a derecha o izquierda en orden creciente o decreciente, respectivamente para facilitar los cálculos ejemplo: 425 = 4 x100+ 2x10+5; 0,658 = 6x 0,1 +5x 0,01+ 8x 0,001 (3.1.)** **Señala que es posible descomponer un número en sumas para facilitar los cálculos, por ejemplo: 28= 13+15 (3.2.)** **Permite la aplicación de la distributividad por la derecha del divisor con cada uno de los términos de la suma para facilitar los cálculos numéricos, por ejemplo: (100-15) ÷5 = (100÷5)-(15÷5) (3.6.)** **Explica la definición de multiplicación de fracciones, por**	

			ejemplo: 34x 3/2 = (34x3)/ 2 porque a x c/d = (axc)/d (3.8.)	
		Factorizaciones	**Explica que es posible descomponer un número en factores para facilitar los cálculos, por ejemplo: 88 = 2x2x2x11 (3.9)**	
	Compensaciones	Intermedias	**Permite interpretar la definición de fracciones equivalentes para utilizar en los cálculos numéricos facilitando su resolución, por ejemplo: 3/2= 15/10 (4.1.)** **Explica la transformación de un número decimal a fracción (4.2.)** **Ejercita la operación división de fracciones aplicando la regla para un mayor dominio en los cálculos, por ejemplo: 3/4÷15/16 = ¾ x 16/15 (4.3.)**	
		Finales	**Incentiva la expresión de un número menor que uno de los múltiplos de 10 al que le falta el número que completa, por ejemplo: 7,5 = 10-2,5 (4.4.)** **Incentiva la aplicación de la distributividad de un factor con cada uno de los términos de la resta para facilitar los cálculos numéricos, por ejemplo: 14x (7-4)= (14x7)- (14x 4) (4.5.)**	

Variable Dependiente: Razonamiento Numérico

CONCEPTUALIZACIÓN	**CATEGORIAS**	**INDICADORES**	**ITEMS BÁSICOS**	**TECNICAS E INSTRUMENTOS**
El Razonamiento Numérico e**s** la habilidad de inferir lógicamente los procedimientos pertinentes partiendo de diversos datos numéricos y de la comprensión de los conocimientos previos como: **conceptos numéricos, relaciones de equivalencia, relaciones de orden, operaciones aritméticas**, dentro del contexto del cálculo aritmético elegido; que permitan la solución del problema numérico	Conceptos Numéricos Relaciones de equivalencia	Sucesiones numéricas Divisibilidad igualdad Proporciones	¿Qué número continúa esta serie? 2, 5, 8,11? A. 24 B. 22 C. 19 D. 14 E. Ninguna de ellas ¿Por qué número es divisible exactamente la suma de 132 más 402? A. 4 B. 6 C. 8 D. 9 E. Ninguna de ellas Si y= 7, entonces 3+ 4y será = A. 49 B. 31 C. 25 D. 14 E. Ninguna de ellas ¿Qué número puede sustituir a la K para que la proporción sea correcta? $\frac{K}{7} = \frac{8}{2}$ A)7/14 B) 15 C) 28	Encuesta constituida por un test para los estudiantes

propuesto			D) 112 E) Ninguna de ellas	
		Porcentajes	4= 10% de--------- A. 0.4 B. 4 C. 40 D. 400 E. Ninguna de ellas	
	Relaciones de Orden	desigualdad	¿Cuál de estas expresiones es MAYOR que la unidad A. 3/6 + 5/10 B. 3/5 + 6/10 C. 2/4 + ½ D. 1/3 + 1/3 E. Ninguna de ellas	
	Operaciones Aritméticas	Básicas	$\frac{7}{3} \div 2\frac{4}{5} =$	
		Reversibilidad por inversión.	¿Qué cifra debería sustituir a la B en esta multiplicación cuyo resultado es correcto? 2 7 B X 2 ——— 5 5 2	

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>Algoritmos</td>
<td>


Si introduce el número 4, ¿cuál será el número cuando llegue al final?
</td>
<td></td>
</tr>
</table>

	Cálculo Aritmético	Cálculo Estimativo	¿Cuánto es ½ de 1,39 euros redondeando a los diez centésimos más próximos? A. O,60 B. 0,70 C. 1,40 D. 2,80 E. Ninguna de ellas	

3.6.Recolección de la Información

En esta parte de la investigación, se transcribe nuevamente la hipótesis general planteada, formulándose de la siguiente manera: H: El escaso dominio de estrategias de cálculo Mental influyen en el bajo nivel de Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo Año de Educación Básica del Instituto Nacional Mejía". Para verificar dicha hipótesis, se diseñaron tres instrumentos con la finalidad de efectuar la medición de las Estrategias de Cálculo Mental y del Razonamiento Numérico mediante la recolección de información, los cuales son: Prueba Objetiva y Test psicotécnico de Razonamiento Numérico a estudiantes; encuesta a docentes. Los instrumentos de recolección de información se explican a continuación:

Para el cumplimiento de los objetivos propuestos, en este trabajo, se recolectaron los datos obtenidos en los estudiantes, por medio de una prueba objetiva la misma que contiene el reactivo de opción múltiple y un Test psicotécnico de Razonamiento Numérico, también se aplicó, para las dos variables, la técnica de la entrevista, dirigida los docentes del cicló básico del área de matemática con la modalidad de encuesta, con escala Likert. Finalmente con la información y sus resultados se integraron lo cualitativo con lo cuantitativo buscando tener una visión del diseño de la propuesta, para que las estrategias de cálculo mental genere un alto nivel en el razonamiento numérico, de estudiantes de octavo de básica.

Para el proceso de recolección, procesamiento, análisis e interpretación de la Información del informe final se planificó de la siguiente manera:

PREGUNTAS BÁSICAS	EXPLICACIÓN
1. ¿Para qué?	Para alcanzar los objetivos propuestos en la presente investigación.
2. ¿A qué personas?	Profesores del área de matemática de ciclo básico, estudiantes de Octavo de básica, secciones décima segunda a décima octava.

3. ¿Sobre qué aspectos?	Estrategias de Cálculo Mental, Razonamiento Numérico
4. ¿Quién?	Investigador: Lic. Elizabeth Sigcha.
5. ¿Cuándo?	Año lectivo 2010- 2011
6. ¿Dónde?	Ciudad de Quito, Instituto Nacional Mejía
7. ¿Cuántas veces?	Una vez a cada uno de los encuestados y entrevistados (272 + 15 aplicaciones).
8. ¿Qué Técnicas de recolección?	Encuesta
9. ¿Con qué?	Prueba de comprensión, Test Psicotécnico, Escala Likert. Baremo.
10. el ¿En qué situación?	Se visitará a los maestros y estudiantes del Instituto Nacional Mejía, donde están realizando labores normales tanto administrativas como académicas. Para ello se realizará los contactos y coordinaciones respectivas, con la finalidad de que se pueda realizar la investigación sin contratiempos.

Tabla N° 5: Proceso de Recolección de Información

Fuente: Secretaria del Instituto Nacional Mejía
Elaboración: Elizabeth Sigcha.

3.6.1. Medición de la Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental

Prueba Objetiva a Estudiantes

Esta prueba tiene como objetivo Establecer el nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental y está enfocada a evaluar la comprensión de las Actividades básicas dentro del campo de los números naturales, los decimales positivos y fracciones positivos; la misma que contiene el reactivo de opción múltiple con frases incompletas y será aplicada en dos sesiones, en la primera se presentaran como aspectos 11 actividades básicas correspondientes a las Estrategias Artificios y Recolocaciones en las que tendrán una duración de 33 minutos; la segunda tiene la misma estructura y evalúa las dos últimas estrategias: Descomposiciones y Compensaciones, consta de 14 aspectos y tiene una duración de 37 minutos.

Encuesta a maestros

Con este instrumento de recolección se pretende conocer el nivel frecuencia que enseñan los maestros sobre las estrategias de Cálculo Mental en los problemas aritméticos propuestos en la clase, es decir la predisposición de los maestros sobre mencionadas estrategias, mediante el uso del instrumento de evaluación para medir actitudes, las Escalas estimativas, la misma que contiene 4 aspectos: Artificios, Recolocaciones, Descomposiciones y Compensaciones, y los indicadores son las Actividades Básicas, de ella constan en total 25 ítems.

3.6.2 Establecer el nivel de Razonamiento Numérico

Test Psicotécnico de Razonamiento Numérico para estudiantes

La encuesta está constituida por el test de razonamiento numérico, el mismo que pertenece a los test de Aptitudes Diferenciales (DAT), mide la habilidad para enfrentarse a las tareas de razonamiento matemático. Con objeto de asegurarse de que el énfasis se pone en la facilidad de cálculo, el nivel de cálculo exigido para resolver los problemas es inferior al de los conocimientos correspondientes al grado académico de los estudiantes para los que se propone el test. El test de razonamiento numérico está constituida por un número de ítems de 40 cada ítem tiene cinco alternativas de las cuales una es correcta, el tiempo de aplicación es de 30(20) minutos para el Nivel 1 (Grado 7-9).

Se calificará la hoja de repuestas y se medirá el nivel de razonamiento de cada estudiante mediante un baremo, el cual consta de cinco opciones: deficiente, regular, bueno, muy bueno y sobresaliente.

Para la determinación del nivel de desarrollo en habilidades derivadas de cada indicador, es necesario ubicar a los ítems del Test DAT en su correspondiente indicador, los mismos que se describen en la siguiente tabla:

Indicadores del Razonamiento Numérico	Casos	Ítems del Test de Razonamiento Numérico DAT	Número de Ítems
1.1. Relación de igualdad	En Suma	3,9,13	4
	En Multiplicación	27	
1.2.Proporciones	Falta parte de uno de los términos	19, 34, ,12	4
	Falta uno de los términos	6	
1.3.Porcentajes	Para obtener el % de un número dado	30	2
	Para obtener la base	10	
2.1. Relación de desigualdad	Mayor que la unidad	11	2
	Menor que la unidad	21	
3.1.Sucesiones numéricas	Relación con una o dos operaciones aritméticas	1,15,24	3
3.2.Divisibilidad	De un natural	22	5
	De la suma de dos naturales	8,38	
	De un producto de dos naturales	35	
	Mínimo común múltiplo entre dos naturales	31	
4.1.Operaciones básicas	Multiplicación de racionales positivos	28	2
	División de racionales positivos	36	
4.2.Operaciones con Números Perdidos	En Suma	4,17,20,26	14
	En Resta	7,32,16,18	
	En multiplicación	2,14,23,33	
	En división	29,37	
4.3.Flujograma		39,40	2
5.1. Cálculo Estimativo	En multiplicación de dos racionales	5	2
	En multiplicación de dos	25	

	naturales		
Total Ítems			40

Tabla Nº6: Ítems del test DAT del Razonamiento Numérico
Elaborado por: Sigcha E.

Proceso de validación

Una vez diseñado el borrador definitivo de los instrumentos, es decir, una vez delimitada la información, formuladas las preguntas, definido el número de ellas, y previo a la aplicación de mencionados instrumentos de investigación, se realizó su validación a través de una de la revisión de expertos, que permita establecer su validez y confiabilidad.

3.6.3. Procesamiento y Análisis de la Información

Una vez obtenida y recopilada la información, nos abocamos de inmediato a su procesamiento, considerando como universo al conjunto de respuestas dadas en la encuesta, y como unidad de análisis, a la respuesta dada en un ítem determinado del cuestionario. Se realizará una lectura y relectura de las respuestas efectuadas a todas las preguntas del cuestionario, para obtener un conocimiento profundo de los datos ,con el objeto de definir todas las dimensiones de análisis.

Así, los datos obtenidos por los instrumentos empleados, se tabularon realizando un procesamiento, siguiendo los siguientes pasos:

Registro: Indica la frecuencia con que se repite un hecho.

Clasificación: Distribuye y agrupa los datos obtenidos

Codificación: Transforma los datos en símbolos numéricos

Tabulación: Recuento de los datos en categorías.

Selección de la información

Estudio estadístico de los datos.

Presentación de los datos en cuadros estadísticos.

Elaboración de gráficos estadísticos.

Análisis e interpretación de los resultados.

Realizada la selección de la información se estableció la relación con las variables, los objetivos y la verificación de la hipótesis para establecer diferentes respuestas tendientes a solucionar el problema. Se realizó el procesamiento estadístico de la información, recogida mediante software estadístico EXCEL, presentándose cuadros estadísticos y gráficos ilustrativos, de tal forma que la variable refleje el peso específico de su magnitud.

Para la comprobación de la hipótesis, se utilizó la prueba estadística χ^2 (Chi – Cuadrado) para tablas cruzadas o de contingencia que permite determinar la asociación entre dos o más variables cualitativas. Finalmente, mediante una técnica analítica, comprobamos la hipótesis permitiéndonos resolver si las cuestiones planteadas en las hipótesis son válidas, y se establecerá las conclusiones y recomendaciones de la presente investigación.

CAPITULO IV

ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

4.1. Análisis e Interpretación de Resultados (Test, Prueba Objetiva y Encuesta)

Para la obtención de una visión global de los datos recogidos, se realiza una serie de análisis descriptivos e inferenciales mediante el programa EXCEL, de los cuales se obtiene estadísticos descriptivos básicos de frecuencia y porcentaje, con las puntuaciones alcanzadas por los estudiantes en las pruebas objetivas de reactivos de opción múltiple, para las Estrategias de Cálculo Mental; el Test psicotécnico DAT, para el Razonamiento Numérico; y las encuestas dirigida a medir actitudes, usando las escalas estimativas a los maestros del ciclo básico del área de Matemática, para determinar el grado de predisposición sobre la enseñanza de las Estrategias de Cálculo Mental, además se realiza la prueba de hipótesis. Para la interpretación de los resultados, obtenidos en todos los análisis para la clasificación del rendimiento de los sujetos en la prueba de Estrategias de Cálculo Mental se ha establecido en cinco categorías (Escalas) con sus respectivos intervalos numéricos : Deficiente 0-20, Regular 21-40, Bueno 41-60, Muy Bueno 61-80, Sobresaliente 81-100; para la Prueba de Razonamiento Numérico se ha establecido igualmente en cinco categorías (Escalas) con sus respectivas puntuaciones normativas en el baremo (Anexo A.5) descritas como: Deficiente 0-7, Regular 8-38, Bueno 39-69, Muy Bueno 64-92, Sobresaliente 93-100; se realiza una escala Likert, con cinco niveles: Nunca (1) , Casi Nunca (2), Algunas veces (3), Casi siempre (4), Siempre(5), para las encuestas relacionadas con las Estrategias de Cálculo Mental. A continuación se exponen el análisis estadístico de cada variable mediante tablas o cuadros numerados, seguido de la representación de los datos mediante **diagramas de barras,** igualmente numerados, donde se observa las frecuencias y porcentajes de cada una de las categorías y con sus respectivos nombres de las actividades básicas o habilidades, para una mejor comprensión e interpretación de la información; luego para contrastar la hipótesis se cuantifican y analizan los datos expuestos en la tabla de contingencia, y los resultados obtenidos en la prueba Chi cuadrado; verificándose la existencia de la relación entre las dos variables estudiadas, relación que se lo representara mediante el área que está bajo la curva normal.

PreguntaN°1.1. : Habilidad en comprender el significado de un número en cuanto a su valor relativo (vr).

Tabla N° 7: Resultados de las preguntas relacionadas al **valor relativo** (Reglas**)** de la Prueba Objetiva

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	2	00.70	0.70
21-40	Regular	173	60.28	60.98
41-60	Bueno	90	31.35	92.33
61-80	Muy bueno	7	02.43	94.76
81-100	Sobresaliente	15	05.24	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Objetiva de Estrategias de Cálculo Mental aplicada a estudiantes y encuesta a docentes.

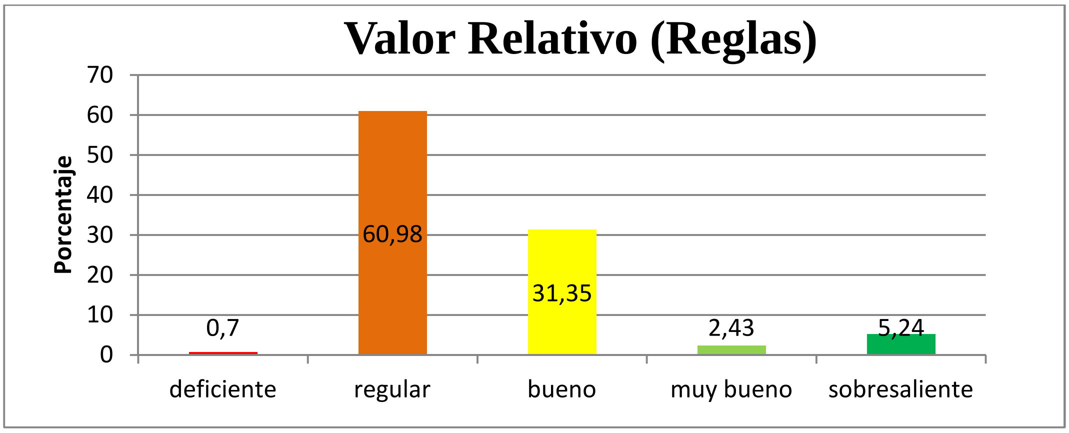


Gráfico N° 13: Resultados valor relativo **Elaborado por:** Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de dos docentes , que corresponden a un porcentaje del 00,70%; 173 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de regular, que corresponde a un porcentaje de 60.28%; 89 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno, sumándose la respuesta de 1 docente, que corresponden a un porcentaje de 31.35%**;** ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 02.43%; 10 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 5 docentes corresponde a un porcentaje de 05.24 %. Lo que nos indica que los estudiantes tienen dificultades en la comprensión de los **Artificios en el Cálculo Mental**; debido a que el 92,33% de estudiantes se ubica en la equivalencia de bueno y debajo mostrándose mayor dificultas en los números naturales y decimales, según la escala utilizada.

Pregunta N°1.2.: Habilidad en comprender la expresión de un número mediante agrupamiento multiplicativo (agm).

Tabla N° 8: Resultados de las preguntas relacionadas al **agrupamiento multiplicativo** (Reglas**)** de la Prueba Objetiva

PERCENTIL	**EQUIVALENCIA**	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**	**PORCENTAJE ACUMULADO**
0-20	Deficiente	3	1.04	1.04
21-40	Regular	167	58.19	59.23
41-60	Bueno	105	36.59	95.82
61-80	Muy bueno	5	1.74	97.56
81-100	Sobresaliente	7	2.44	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba de Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

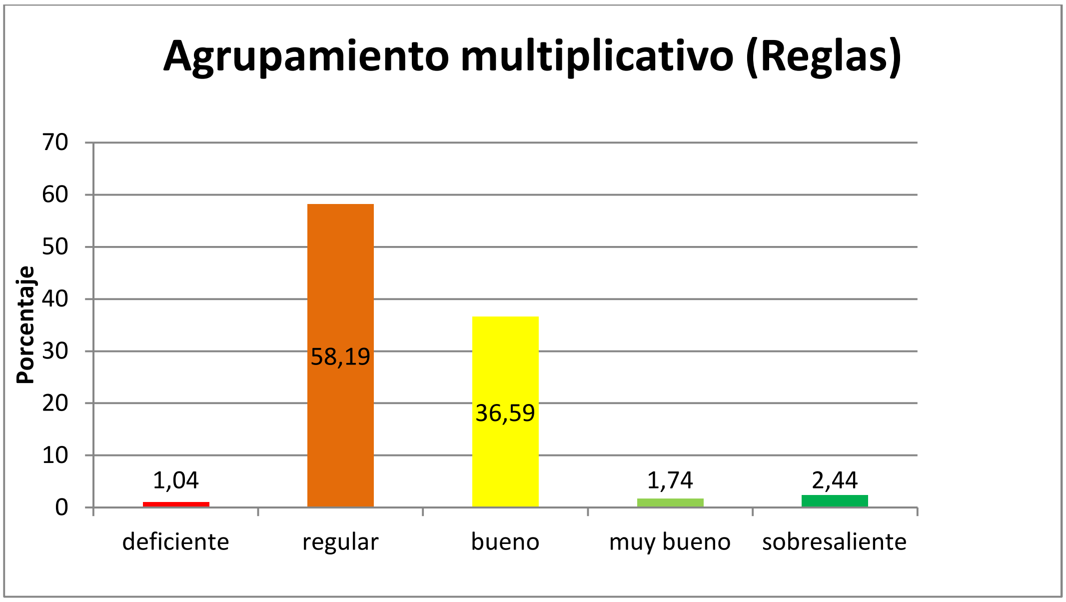


Gráfico N° 14: Resultados Prueba de Estrategias de Cálculo Mental

Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente sumándose la respuesta de 3 docentes, corresponden a un porcentaje del 01.04%; 166 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular, sumándose la respuesta de 1 docente, que corresponden a un porcentaje de 58.19%; 105 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 36.59%; Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 5 docentes que corresponde a un porcentaje de 01.74%. Lo que indica que el 95.82% de estudiantes tiene dificultades en esta habilidad en comprender los **Artificios en el Cálculo Mental en los números decimales y naturales**, porque su puntaje alcanzado, se ubica en bueno y por debajo de esta equivalencia.

Pregunta N°1.4.: Habilidad en comprender la factorización de un polinomio aritmético (fc).

Tabla N° 9: Resultados de las preguntas relacionadas al **factor común monomio** (Reglas**)** de la Prueba Objetiva.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	1	0.35	0.35
21-40	Regular	175	60.97	61.32
41-60	Bueno	97	33.80	95.12
61-80	Muy bueno	7	2.44	97.56
81-100	Sobresaliente	7	2.44	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Objetiva de Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes

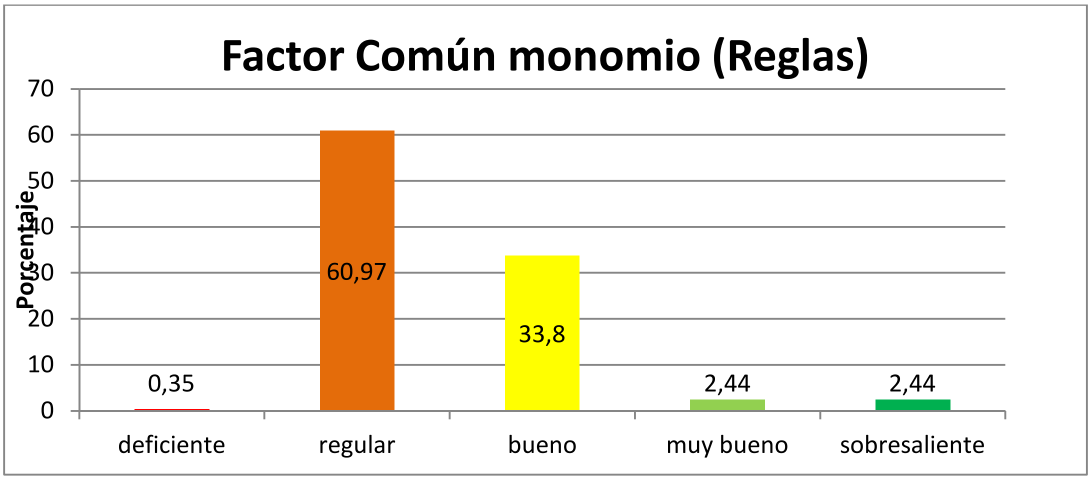


Gráfico N° 15: Resultados Prueba de Estrategias de Cálculo Mental
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumando la respuesta de 1 docente corresponde a un porcentaje del 00.35%; 175 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponden a un porcentaje de 60.97%; 97 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de bueno, que corresponde a un porcentaje de 33.80%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 7 docentes corresponde a un porcentaje de 02.44%; ningún estudiante evaluado obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumando la respuesta de 7 docentes corresponde a un porcentaje del 02.44%. Lo que indica que el 95.12% de estudiantes tienen dificultades en la habilidad de comprender los **Artificios para el Cálculo Mental con las fracciones positivos y los naturales**, debido a que alcanzaron una equivalencia de bueno y por debajo de esta.

Pregunta N°1.5.: Habilidad en comprender la descomposición del divisor para dividir sucesivamente (ddds).

Tabla N°10: Resultados de las preguntas relacionadas a la descomposición de divisor para divisiones sucesivas (Reglas) de la Prueba Objetiva.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	5	1.74	1.74
21-40	Regular	192	66.90	68.64
41-60	Bueno	80	27.88	96.52
61-80	Muy bueno	5	01.74	98.26
81-100	Sobresaliente	5	01.74	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Objetiva de Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes

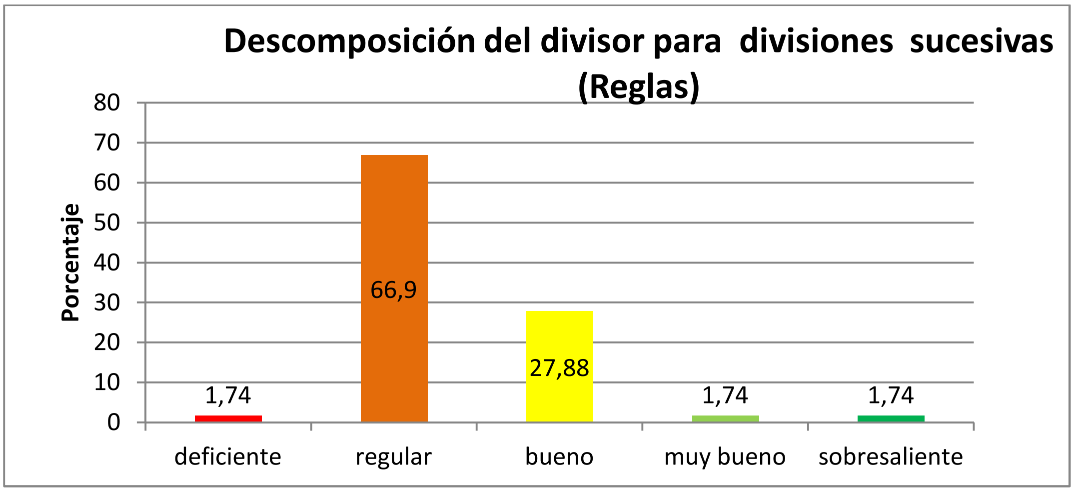


Gráfico N°16: Resultados descomposición de divisor para divisiones sucesivas
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumando la respuesta de 5 docentes corresponde a un porcentaje del 1.74%; 192 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 66.90%; 80 estudiantes obtienen una equivalencia de bueno que corresponde a un porcentaje de 27.88%; ningún estudiante evaluado obtiene un equivalencia de muy bueno sumándose la respuesta de 5 docentes obtienen un porcentaje de 1.74%; ningún estudiante evaluados corresponde obtiene una equivalencia de sobresaliente sumándose la respuesta de 5 maestros que corresponden a un porcentaje de 1.74%. Indicando que el 96.52% de los estudiantes tiene dificultades en la habilidad para comprender la aplicación en los Artificios con fracciones y decimales, ya que su puntaje alcanzado una equivalencia de bueno y debajo de esta.

Pregunta N°2.1.: Habilidad para comprender el significado de un número por agrupamiento decimal (agd).

Tabla N°11: Resultados de las preguntas relacionadas al **agrupamiento decimal** (en sumas**)** de la Prueba Objetiva.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	2	0.70	0,70
21-40	Regular	117	40.77	41.47
41-60	Bueno	161	56,09	97.56
61-80	Muy bueno	2	0.70	98.26
81-100	Sobresaliente	5	1.74	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

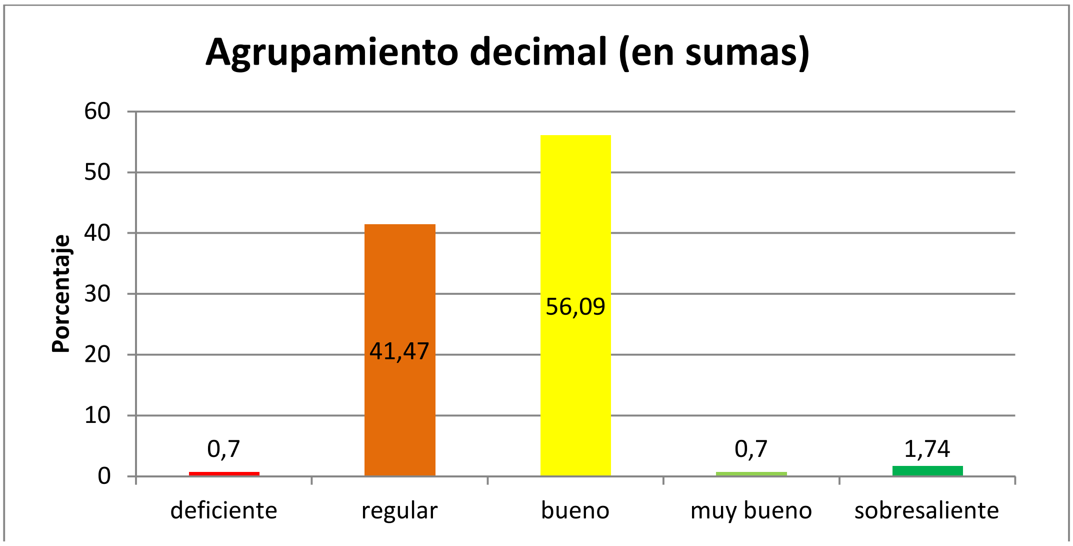


Gráfico N° 17: Resultados agrupamiento decimal

Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, que sumando la respuesta de 2 docente corresponden a un porcentaje del 00.70%; 110 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular, sumándose la respuesta de 7 docentes corresponden a un porcentaje de 40.77%; 160 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de bueno, sumándose la respuesta de 1docente, corresponde a un porcentaje de 56.09%; ningún estudiante evaluados obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 2 docentes, que corresponden a un porcentaje de 00.70%; 2 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, que sumando la respuesta de 3 estudiantes corresponden a un porcentaje del 1.74%. Lo que indica que un 97.56% de estudiantes tiene dificultades en la habilidad para comprender las Recolocaciones con números decimales positivos y naturales, ya que su puntaje alcanza un equivalencia de bueno y debajo de esta.

PreguntaN°2.2.: Habilidad para comprender la aplicación del axioma conmutativo de la suma (acs).

Tabla N°12: Resultados axioma conmutativo de la suma

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	2	0.70	0.70
21-40	Regular	92	32.06	32.76
41-60	Bueno	103	35.89	68.65
61-80	Muy bueno	7	2.44	71.09
81-100	Sobresaliente	83	28.91	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

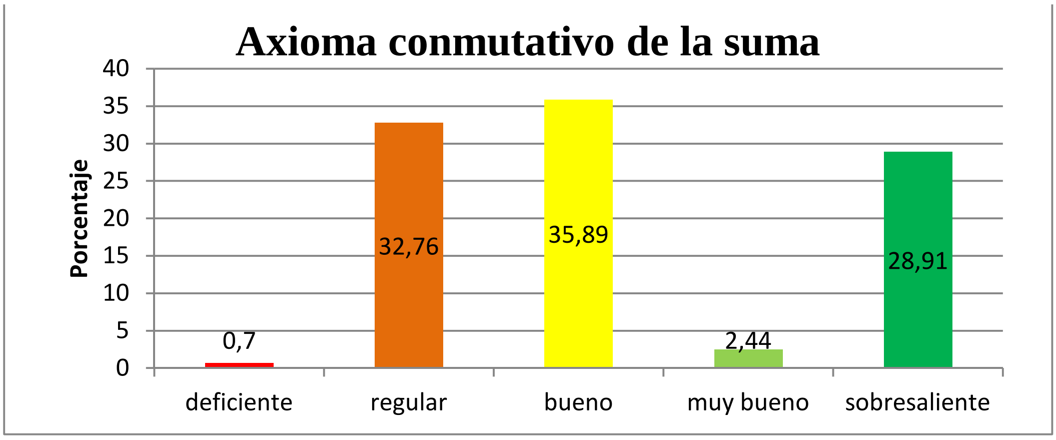


Gráfico N°18: Resultados axioma conmutativo de la suma.

Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluados obtienen una equivalencia de deficiente, sumando los resultados de 2 maestros corresponden a un porcentaje del 00.70%; 92 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponden a un porcentaje de 32.06%; 101 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno, sumándose la respuesta de 2 docentes, que corresponden a un porcentaje de 35.89%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 02.44%; 79 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, que sumado los resultados de 4 docentes corresponden a un porcentaje del 28.91%. Lo que se podría inferir que un 68.65% de estudiantes es bueno y debajo de esta con los números decimales y las fracciones.

PreguntaN°2.5.: Habilidad en comprender la completación de un término para que el segundo miembro coincida con la suma (cds).

Tabla N°13: Resultados de las preguntas relacionadas con la completación de un término para que el segundo miembro de la igualdad coincida con la suma, de la Prueba Objetiva Estrategias de Cálculo Mental.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	1	0.35	0.35
21-40	Regular	140	48.78	49.13
41-60	Bueno	130	45.30	94.43
61-80	Muy bueno	5	1.74	96.17
81-100	Sobresaliente	11	3.83	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba de Estrategias de Cálculo Mental aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

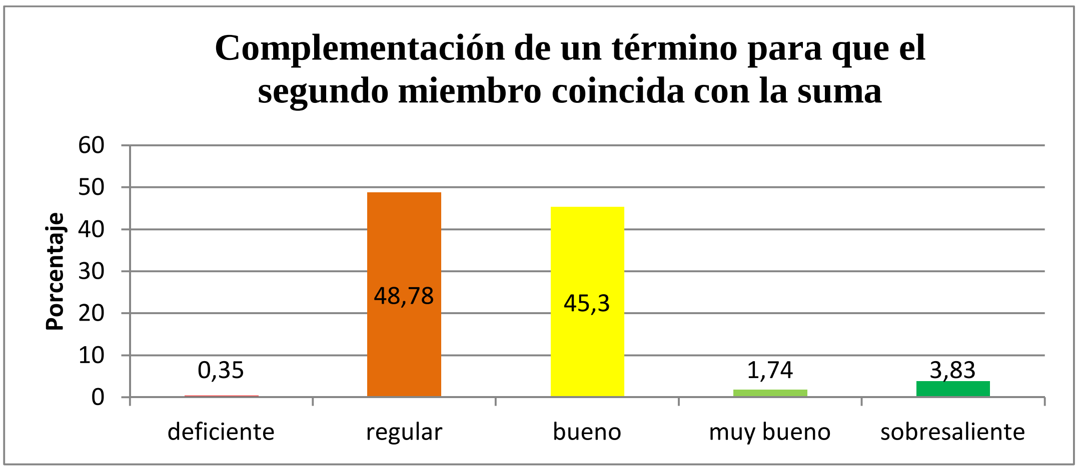


Gráfico N° 19: Resultados Completación de un término para que el segundo miembro Coincida con la suma.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 1 maestro corresponden a un porcentaje del 0.35%; 139 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular, sumándose el resultado de 1 maestro corresponde a un porcentaje de 48.78%; 127 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 45.30%;ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.74%; 6 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.83%. Lo que indica que un 94.43% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Recolocaciones con los números decimales y las fracciones positivas.

PreguntaN°2.3.: Habilidad para comprender el significado del axioma conmutativo de la multiplicación (acm).

Tabla N°14: Resultados de las preguntas relacionadas con el axioma conmutativo de la multiplicación, de la Prueba Objetiva Estrategias de Cálculo Mental.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	2	0,70	0.70
21-40	Regular	154	53.66	54.36
41-60	Bueno	103	35.89	90.25
61-80	Muy bueno	4	1.39	91.64
81-100	Sobresaliente	24	8.36	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

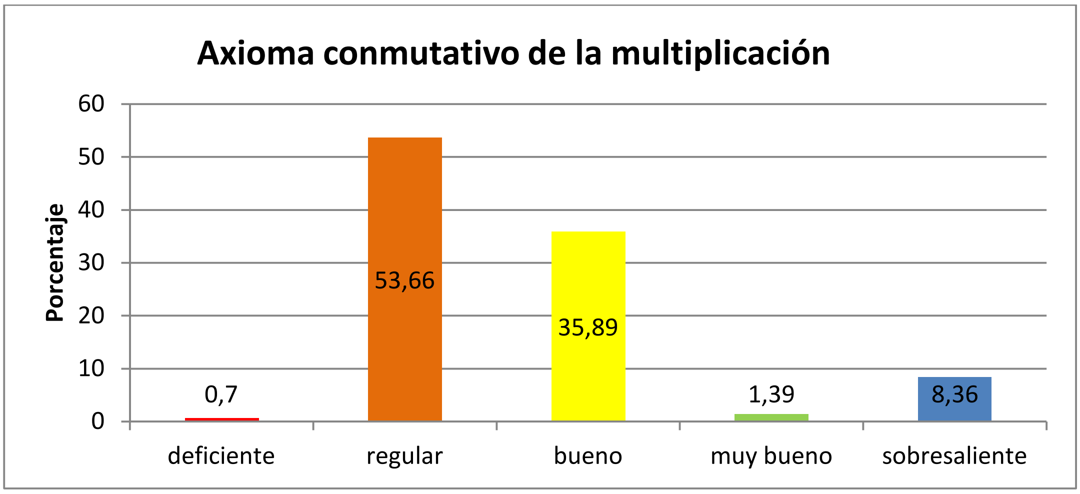


Gráfico N°20: Resultados axioma conmutativo de la multiplicación.

Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 2 maestros corresponden a un porcentaje del 0.70%; 153 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular, sumándose el resultado de 1 maestro corresponde a un porcentaje de 53.66%; 99 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 35.89%;ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.39%; 20 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 8.36%. Lo que indica que un 90.25% de estudiantes es bueno y debajo de esta existiendo mayor dificultad con los números naturales y decimales al comprender las Recolocaciones.

PreguntaN°2.6.: Habilidad en comprender la Completación de un factor para que el segundo miembro de la igualdad coincida con el producto, de la Prueba Objetiva Estrategias de Cálculo Mental (cdm).

Tabla N°15: Resultados de las preguntas relacionadas a la Completación de un factor para que se cumpla la igualdad, de la Prueba Objetiva.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	4	1.40	1.40
21-40	Regular	192	66.90	68.30
41-60	Bueno	82	28.57	96.87
61-80	Muy bueno	3	1.04	97.91
81-100	Sobresaliente	6	2.09	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

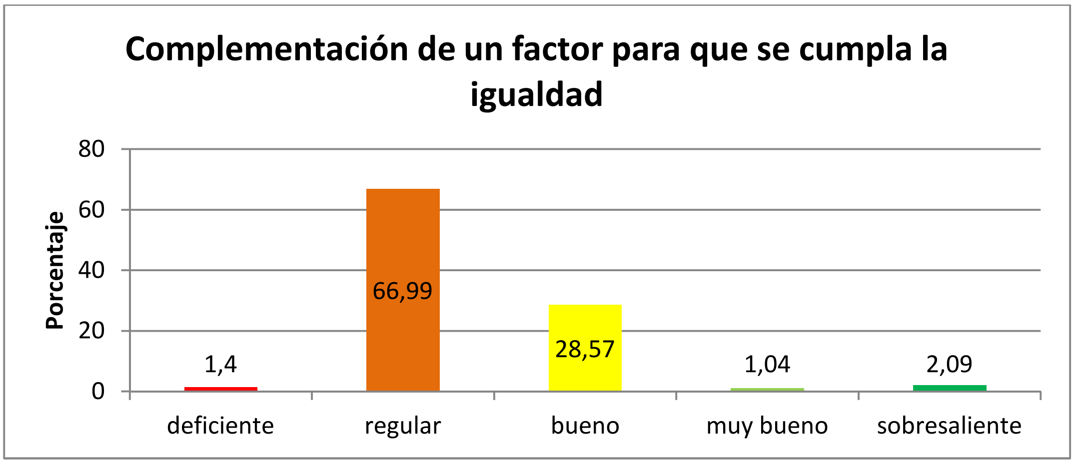


Gráfico N° 21: Resultados Completación de un factor para que se cumpla la igualdad.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 4 maestros corresponden a un porcentaje del 1.40%; 190 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular, sumándose el resultado de 2 maestros corresponde a un porcentaje de 66.90%; 79 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 28.57%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.04%; 3 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.09%. Lo que indica que un 96.87% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Recolocaciones con los números decimales y las fracciones positivas.

PreguntaN°3.2: Habilidad en comprender la expresión de un número en sumandos (dns).

Tabla N°16: Resultados de las preguntas relacionadas a la expresión de un número en sumandos (Disociaciones Subsidiarias)

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	5	1.74	1.74
21-40	Regular	195	67.94	69.68
41-60	Bueno	57	19.86	89.54
61-80	Muy bueno	4	1.40	90.94
81-100	Sobresaliente	26	9.06	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

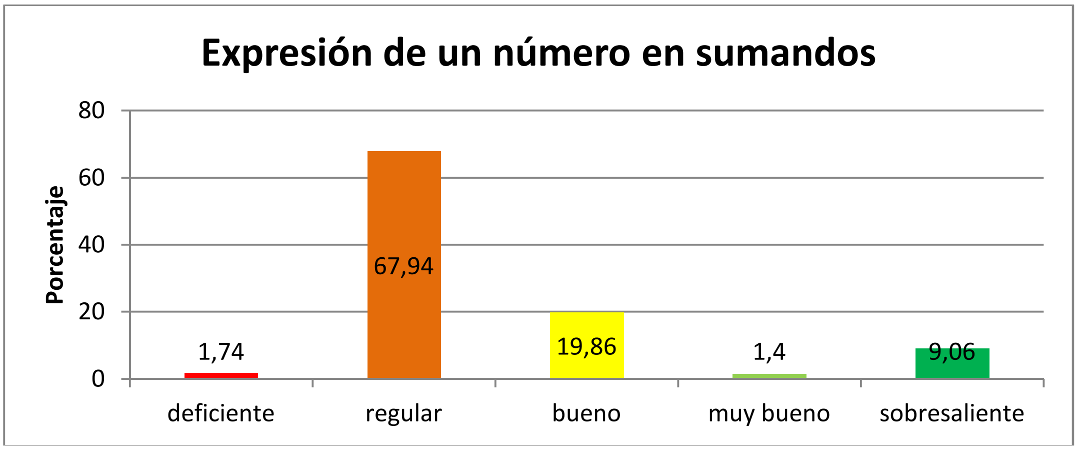


Gráfico N° 22: Resultados expresión de un número en sumandos.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 5maestros corresponden a un porcentaje del 1.74%; 193 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular, sumándose el resultado de 2 maestros corresponde a un porcentaje de 67.94%; 57 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 19.86%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.40%; 22 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 9.06 %. Lo que indica que un 89.54% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Descomposiciones con fracciones y decimales positivos.

Pregunta N°3.6.: Habilidad en comprender la distribución del divisor por la derecha con cada uno de los sumandos del dividendo (dns).

Tabla N° 17: Resultados de las preguntas relacionadas a la distribución del divisor por la derecha con cada uno de los sumandos del dividendo (Disociaciones Subsidiarias).

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	4	1.39	1.39
21-40	Regular	207	72.13	73.52
41-60	Bueno	65	22.65	96.17
61-80	Muy bueno	6	2.09	98.26
81-100	Sobresaliente	5	1.74	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

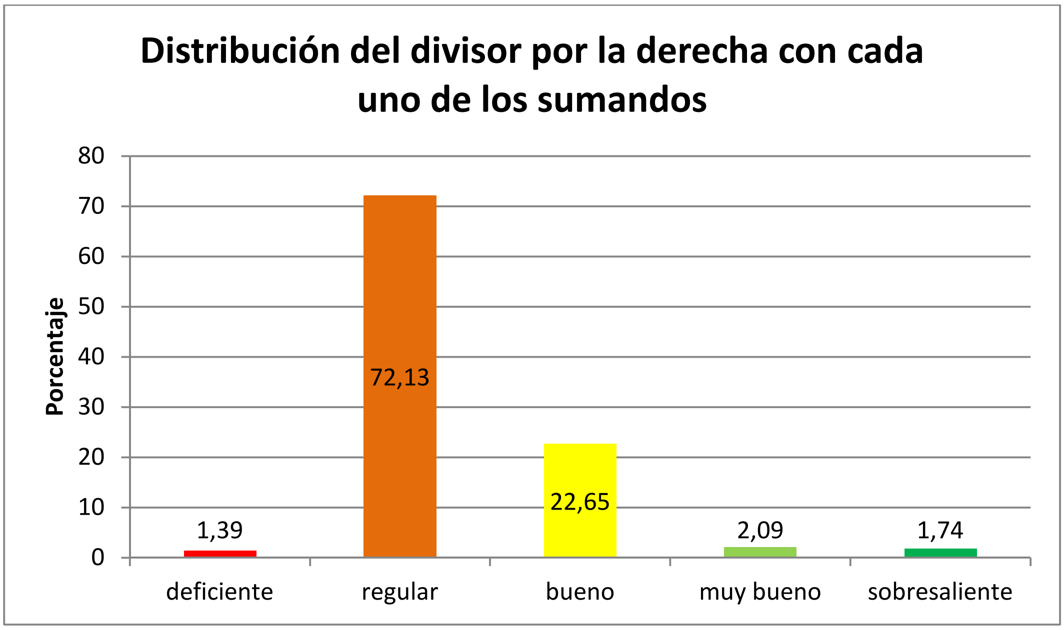


Gráfico N° 23: Resultados distribución del divisor por la derecha con cada uno de los sumandos del dividendo.
Elaborado por: Sigcha E**.**

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 4 maestros corresponden a un porcentaje del 1.39%; 207 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 72.13%; 65 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 22.65%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.09%; ningún estudiante evaluado obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.74%. Lo que indica que un 96.17 % de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Descomposiciones con las fracciones positivas y los naturales.

PreguntaN°3.8: Habilidad en comprender la definición de multiplicación de fracciones.

Tabla N°18: Resultados de las preguntas que corresponden a la definición de multiplicación de fracciones (Disociaciones Subsidiarias)

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	201	70.03	70.03
21-40	Regular	2	0.70	70.73
41-60	Bueno	1	0.35	71.08
61-80	Muy bueno	1	0.35	71.43
81-100	Sobresaliente	82	28.57	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

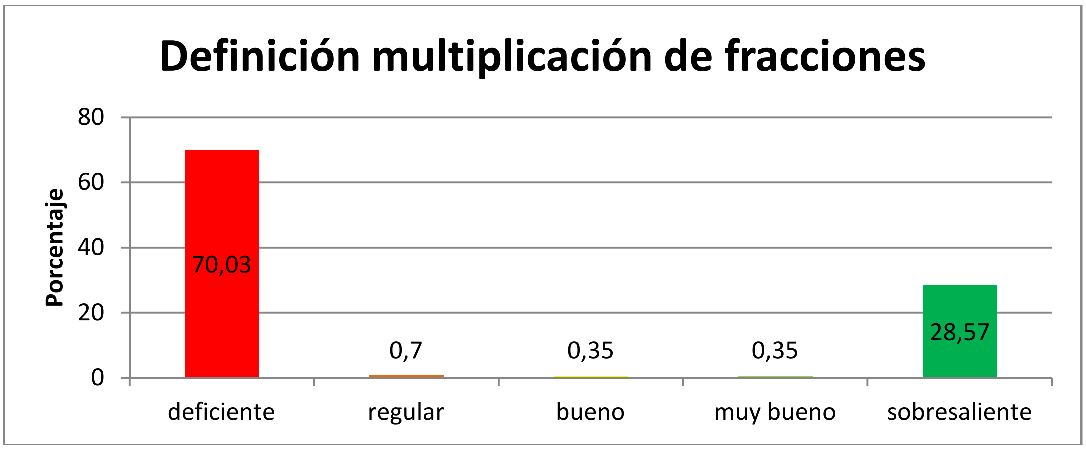


Gráfico N° 24: Definición de multiplicación de fracciones.
Elaborado por: Sigcha E**.**

Análisis e interpretación:

200 estudiantes evaluados obtienes una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 1 maestro corresponden a un porcentaje del 70.03%; ningún estudiante evaluados obtienen una equivalencia de regular, sumándose la respuesta de 2 maestros que corresponde a un porcentaje de 0.70%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de bueno, sumándose la respuesta de 1 maestro que corresponden a un porcentaje de 0.35%; ningún

estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 1 docente, que corresponden a un porcentaje de 0.35%; 72 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 10 docentes, que corresponden a un porcentaje de 28.57%. Lo que indica que un 71.08% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Descomposiciones.

PreguntaN°3.3: Habilidad en comprender la expresión de un número en función de otro mediante resta. (enfr)

Tabla N°19: Resultados de la expresión de un número en función de otro mediante resta (Descabezamiento)

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	4	1.39	1.39
21-40	Regular	189	65.85	67.24
41-60	Bueno	79	27.53	94.77
61-80	Muy bueno	5	1.74	96.51
81-100	Sobresaliente	10	3.48	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

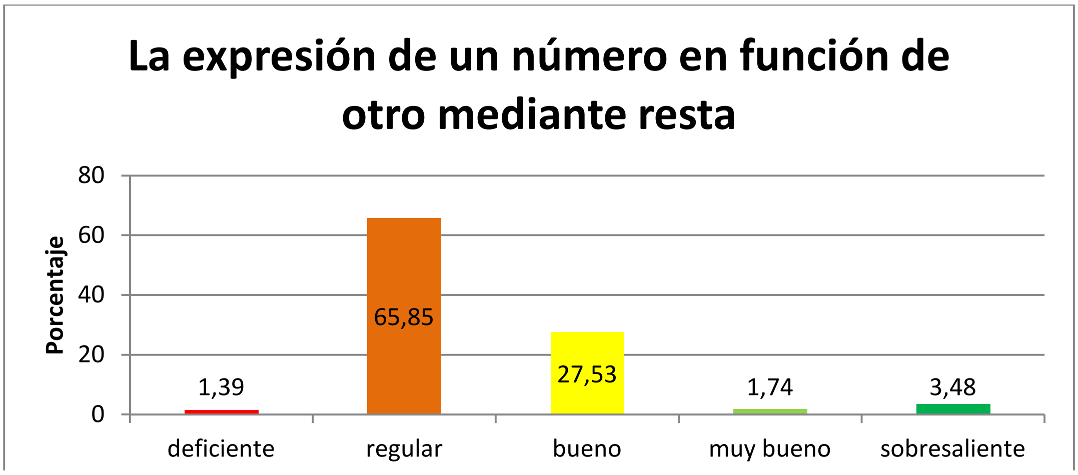


Gráfico N° 25: Resultados expresión de un número en función de otro mediante resta**.**

Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 4 maestros corresponden a un porcentaje del 1.39%; 189 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 65.85%; 79 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 27.53%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.74%; 4 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.48%. Lo que indica que un 94.77 % de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Descomposiciones con fracciones y decimales positivas.

PreguntaN°3.4.: Habilidad en comprender la agrupación de un polinomio aritmético que contiene restas para realizar restas sucesivas (agi).

Tabla N°20: Resultado de la pregunta correspondiente a la agrupación de un polinomio aritmético que contiene restas para realizar restas sucesivas (Descabezamiento).

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	3	1.05	1.05
21-40	Regular	190	66.20	67.25
41-60	Bueno	80	27.87	95.12
61-80	Muy bueno	5	1.74	96.86
81-100	Sobresaliente	9	3.14	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

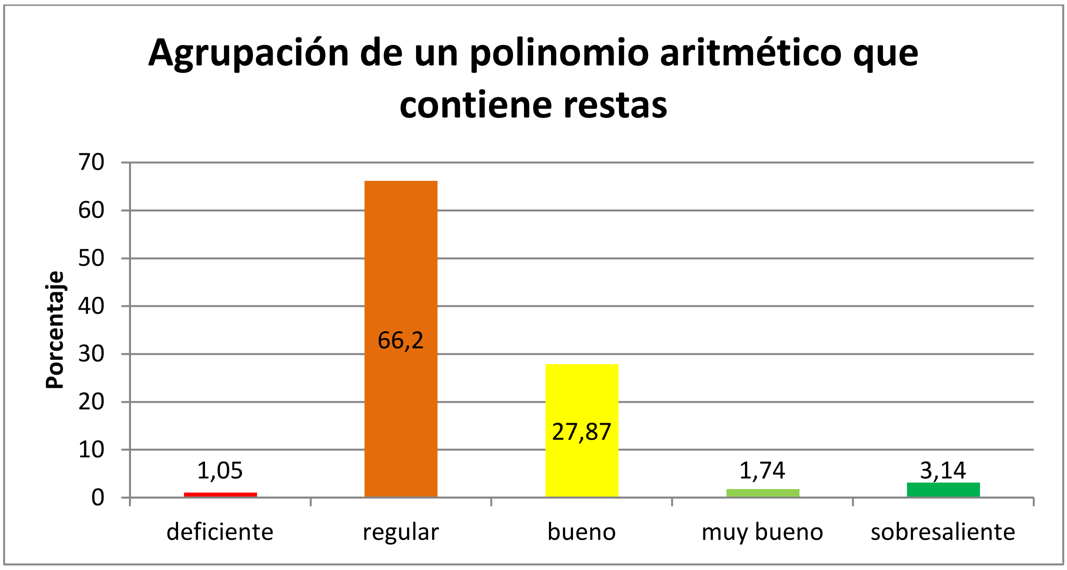


Gráfico N°26: Resultados agrupación de un polinomio aritmético que contiene restas para realizar restas sucesivas
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 3 maestros corresponden a un porcentaje del 1.05%; 190 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 66.20%; 80 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 27.87%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.74%; 2 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.14%. Lo que indica que un 95.12% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Descomposiciones con los naturales y las fracciones positivas.

PreguntaN°3.5.: Habilidad en comprender la distribución de un factor para cada uno de los sumandos del otro factor (adms)

Tabla N°21: Resultados de la pregunta correspondiente a la distribución de un factor para cada uno de los sumandos del otro factor (Descabezamiento).

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	2	0.70	0.70
21-40	Regular	192	66.90	67.6
41-60	Bueno	75	26.13	93.73
61-80	Muy bueno	1	0.35	94.08
81-100	Sobresaliente	17	5.92	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

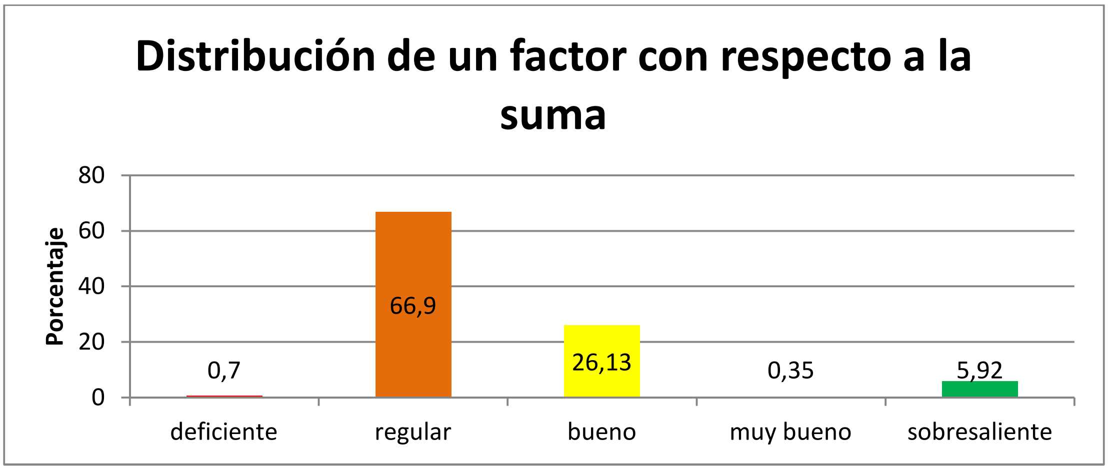


Gráfico N°27: Resultados distribución de un factor para cada uno de los sumandos del otro factor
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 2 maestros corresponden a un porcentaje del 0.75%; 192 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 66.90%; 75 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 26.13%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 1 docente, que corresponden a un porcentaje de 0.35%; 5 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 12 docentes, que corresponden a un porcentaje de 5.92%. Lo que indica que un 93.73% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Descomposiciones con naturales y fracciones.

PreguntaN°3.7.: Habilidad en comprender la descomposición del dividendo en sumandos que sean múltiplos del divisor (ddsmd).

Tabla N°22: Resultados de la pregunta correspondiente a la descomposición del dividendo en sumandos que sean múltiplos del divisor (Descabezamiento).

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	3	1.05.	1.05
21-40	Regular	187	65.16	66.21
41-60	Bueno	83	28.92	95.13
61-80	Muy bueno	4	1.39	96.52
81-100	Sobresaliente	10	3.48	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicado a estudiantes y encuesta a docentes.

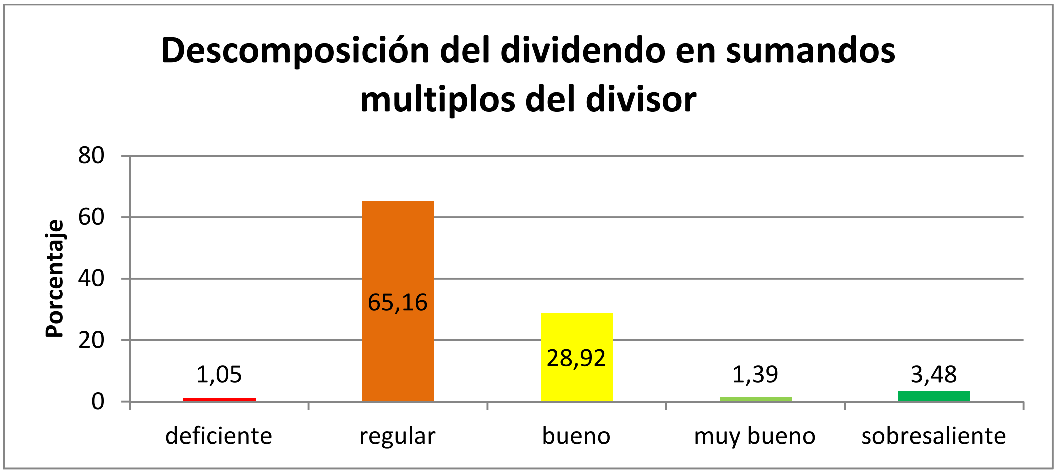


Gráfico N° 28: Descomposición del dividendo en sumandos múltiplos del divisor
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 3 maestros corresponden a un porcentaje del 1.05%; 187 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 65.16%; 82 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que sumándose la respuesta de 1 maestro corresponden a un porcentaje del corresponden a un porcentaje de 28.92%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.39%; 3 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.48%. Lo que indica que un 95.13 % de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Descomposiciones con fracciones y los naturales.

PreguntaN°3.9.: Habilidad en comprender la expresión de un número como el producto de factores (df)

Tabla N°23: Resultados de la pregunta correspondiente a la expresión de un número como el producto de factores (Factorización).

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	2	0.70	0.70
21-40	Regular	171	59.58	60.28
41-60	Bueno	84	29.27	89.55
61-80	Muy bueno	2	0.70	90.25
81-100	Sobresaliente	28	9.75	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicada a estudiantes y docentes

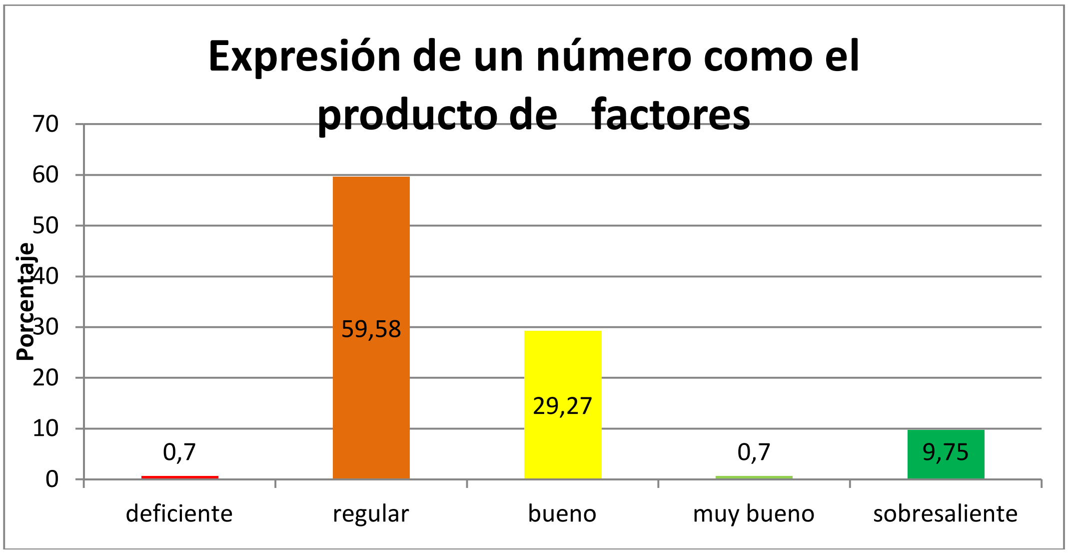


Gráfico N°29: Resultados expresión de un número como el producto de sus factores
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 2 maestros corresponden a un porcentaje del 0.70%; 171 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 59.58%; 84 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje a un porcentaje de 29.27%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 2 docentes, que corresponden a un porcentaje de 0.70%; 17 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 11 docentes, que corresponden a un porcentaje de 9.75%. Lo que indica que un 89.55% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Factorizaciones con decimales y fracciones.

PreguntaN°4.1.: Habilidad en comprender la aplicación de la definición de fracciones equivalentes (dfe).

Tabla N°24: Resultados de la pregunta correspondiente a la comprensión de la aplicación de la definición de fracciones equivalentes (Compensaciones Intermedias).

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	205	71.43	71.43
21-40	Regular	2	0.70	72.13
41-60	Bueno	4	1.40	72.53
61-80	Muy bueno	2	0.70	74.23
81-100	Sobresaliente	74	25.77	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicada a estudiantes y docentes

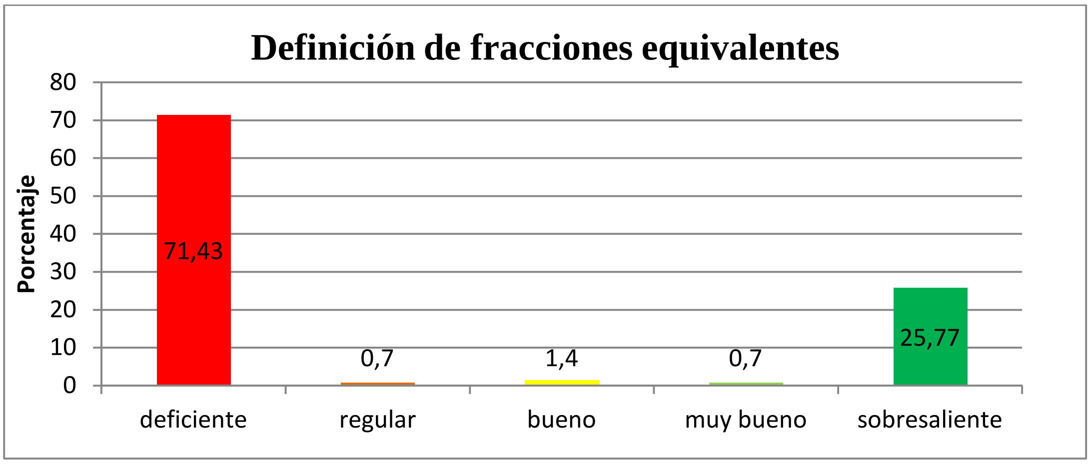


Gráfico N° 30: Resultados definición de fracciones equivalentes
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

205 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponden a un porcentaje del 71.43%; ningún estudiante evaluados obtienen una equivalencia de regular que sumándose la respuesta de 2 docentes corresponde a un porcentaje de 0.70%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de bueno sumándose la respuesta de 4 docentes corresponden a un porcentaje de 1.40%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de

muy bueno, sumándose la respuesta de 2 docentes, que corresponden a un porcentaje de 0.70%; 67 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 25.77%. Lo que indica que un 72.53 % de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Compensaciones Intermedias.

PreguntaN°4.2.: Habilidad en comprender la transformación de un decimal a fracción (tdf).

Tabla N°25: Resultados de la pregunta correspondiente a la comprensión de la transformación de un decimal a fracción (Compensaciones Intermedias).

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	3	1.05	1.05
21-40	Regular	192	66.90	67.95
41-60	Bueno	79	27.53	95.48
61-80	Muy bueno	2	0.70	96.18
81-100	Sobresaliente	11	3.82	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicada a estudiantes y docentes

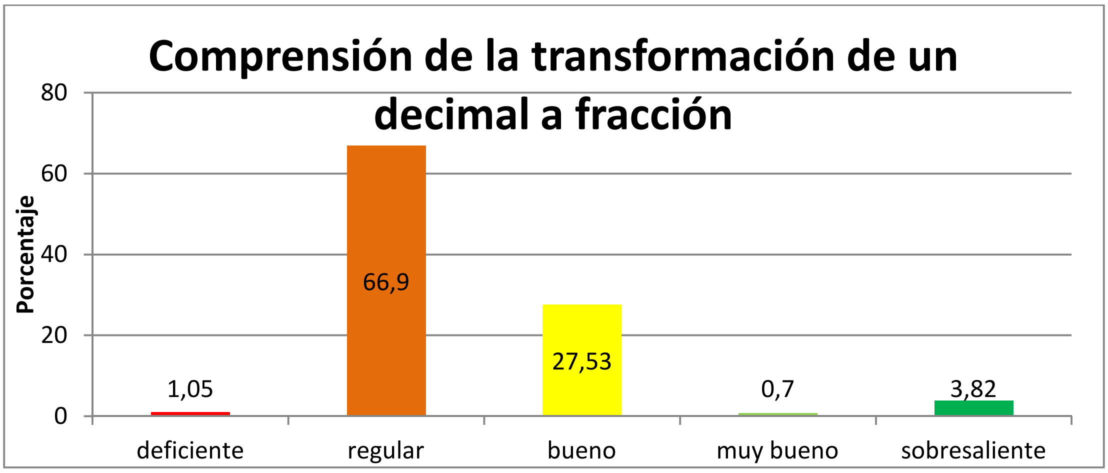


Gráfico N° 31: Resultados definición de transformación de un decimal a fracción
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 3 maestros corresponden a un porcentaje del 1.05%; 192 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 66.90%; 79 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje a un porcentaje de 27.53%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 2 docentes, que corresponden a un porcentaje de 0.70%; 1 estudiante evaluado obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 10 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.82%. Lo que indica que un 95.48 % de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Compensaciones Intermedias en la transformación de decimal periódico mixto a fracción y de decimal periódico puro a fracción.

PreguntaN°4.3.: Habilidad en comprender la aplicación de la definición de división de fracciones (rd).

Tabla N°26: Resultados definición de división de fracciones (Compensaciones Intermedias)

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	202	70.38	70.38
21-40	Regular	3	1.05	71.43
41-60	Bueno	3	1.05	72.48
61-80	Muy bueno	3	1.05	73.53
81-100	Sobresaliente	76	26.47	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicada a estudiantes y docentes

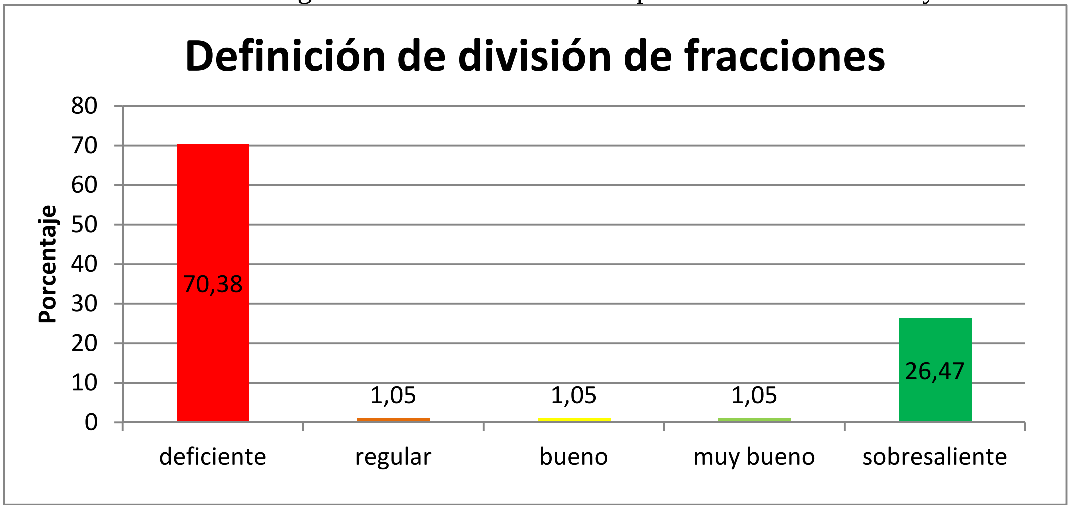


Gráfico N° 32: Resultados definición de división de fracciones
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

202 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponden a un porcentaje del 70.38%; ningún estudiante evaluados obtienen una equivalencia de regular que sumándose la respuesta de 3 docentes corresponde a un porcentaje de 1.05%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de bueno sumándose la respuesta de 3 docentes corresponden a un porcentaje de 1.05%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.05%; 70 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 26.47%. Lo que indica que un 72.48 % de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Compensaciones Intermedias.

PreguntaN°4.4.: Habilidad en comprender la expresión de un número próximamente menor que uno de los múltiplos de 10 al que le falta el número que ha completado (enpfr) (Compensaciones Finales).

Tabla N°27: Resultados expresión de un número próximamente menor que uno de los múltiplos de 10 al que le falta el número que ha completado

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-20	Deficiente	3	1.05	1.05
21-40	Regular	173	60.28	61.33
41-60	Bueno	95	33.10	94.43
61-80	Muy bueno	6	2.09	96.52
81-100	Sobresaliente	10	3.48	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Prueba Estrategias de Cálculo Mental aplicada a estudiantes y docentes

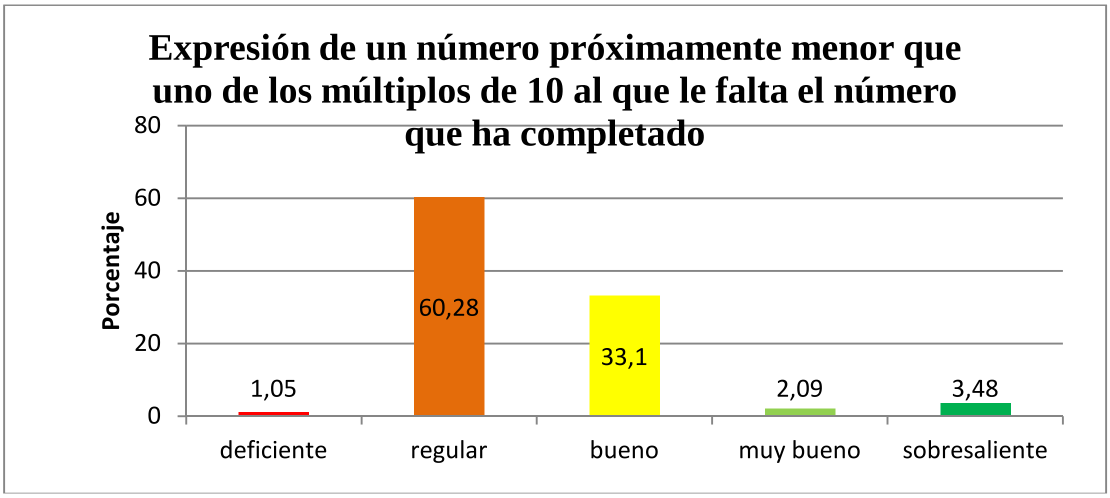


Gráfico N°33: Resultados expresión de un número próximamente menor que uno de los múltiplos de 10 al que le falta el número que ha completado.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 3 maestros corresponden a un porcentaje del 1.05%; 173 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 60.28%; 95 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje a un porcentaje de 33.10%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.09%; 4 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.48%. Lo que indica que un 94.43% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Compensaciones Finales con las fracciones, decimales.

PreguntaN°1.: Habilidad encontrar el valor del término desconocido en una igualdad numérica.

Tabla N°28: Resultados de la resolución de una igualdad numérica hallando el valor del término desconocido.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	113	39.37	39.37
8-38	Regular	87	30.31	69.68
39-63	Bueno	65	22.65	92.33
64-92	Muy bueno	14	4.88	97.21
93-100	Sobresaliente	8	2.79	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

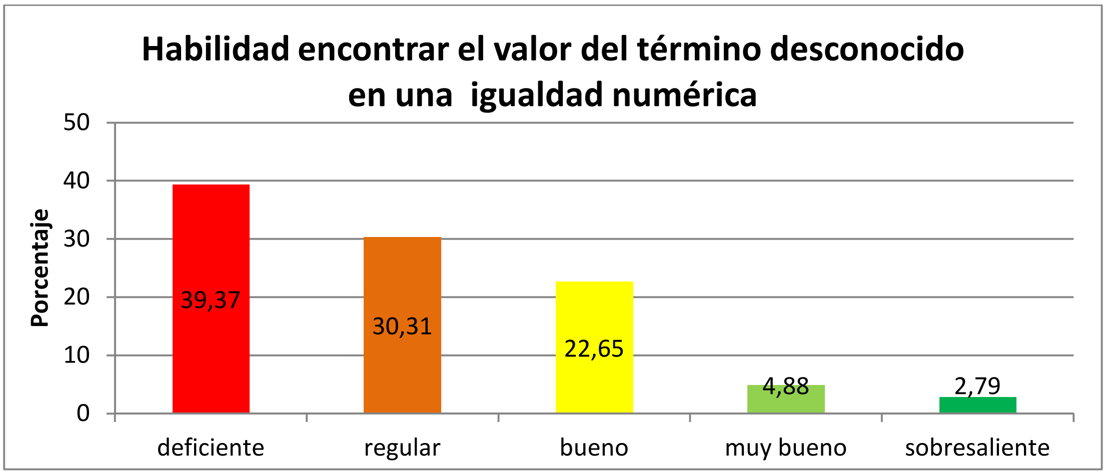


Gráfico N°34: Resultados valor del término desconocido en una igualdad numérica
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

113 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponden a un porcentaje del 39.37%; 85 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que sumándose la respuesta de 2 docentes corresponde a un porcentaje de 30.31%; 63 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de bueno sumándose la respuesta de 2 docentes corresponden a un porcentaje de 22.65%; 11 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 4.88%; ningún estudiante evaluado obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 8 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.79%. Lo que indica que un 92.33% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para comprender las Relaciones de Equivalencia.

PreguntaN°2.: Habilidad para encontrar el término de una proporción.

Tabla N°29: Resultados término de una proporción

PERCENTIL	**EQUIVALENCIA**	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**	**PORCENTAJE ACUMULADO**
0-7	Deficiente	138	48.08	48.08
8-38	Regular	108	37.63	85.71
39-63	Bueno	28	9.76	95.47
64-92	Muy bueno	6	2.09	97.56
93-100	Sobresaliente	7	2.44	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

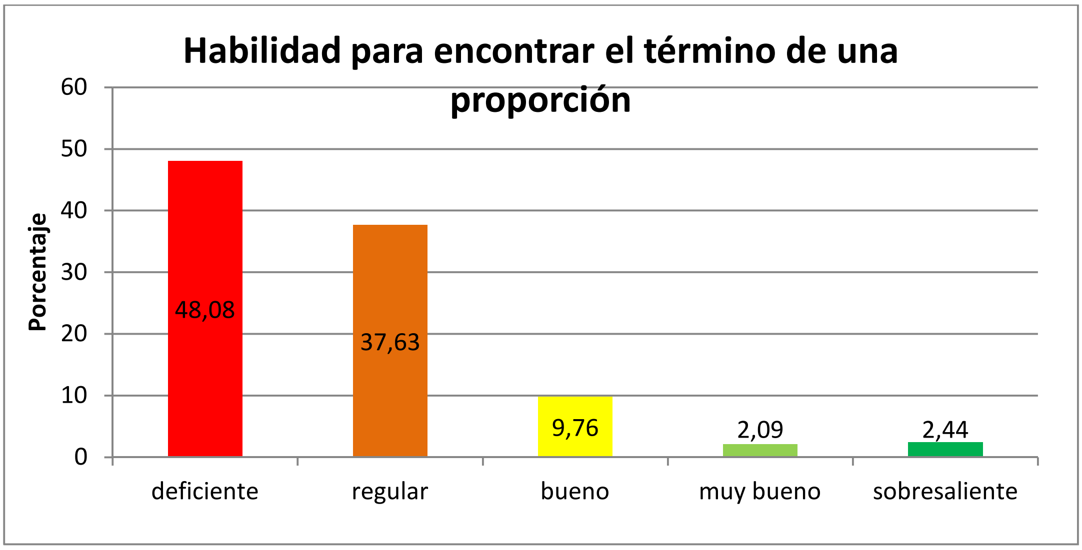


Gráfico N°35: Resultados Habilidad para encontrar el término de una proporción.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

138 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponde a un porcentaje del 48.08%; 104 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que sumándose la respuesta de 4 docentes corresponde a un porcentaje de 37.63%; 28 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 9.76%; 3 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.09%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.44%. Lo que indica que un 95.47% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para resolver proporciones.

PreguntaN°3.: Habilidad para resolver porcentajes.

Tabla N°30: Resultados de las preguntas correspondientes a porcentajes.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	142	49.48	49.48
8-38	Regular	4	1.39	50.87
39-63	Bueno	131	45.64	96.51
64-92	Muy bueno	6	2.09	98.60
93-100	Sobresaliente	4	1.39	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

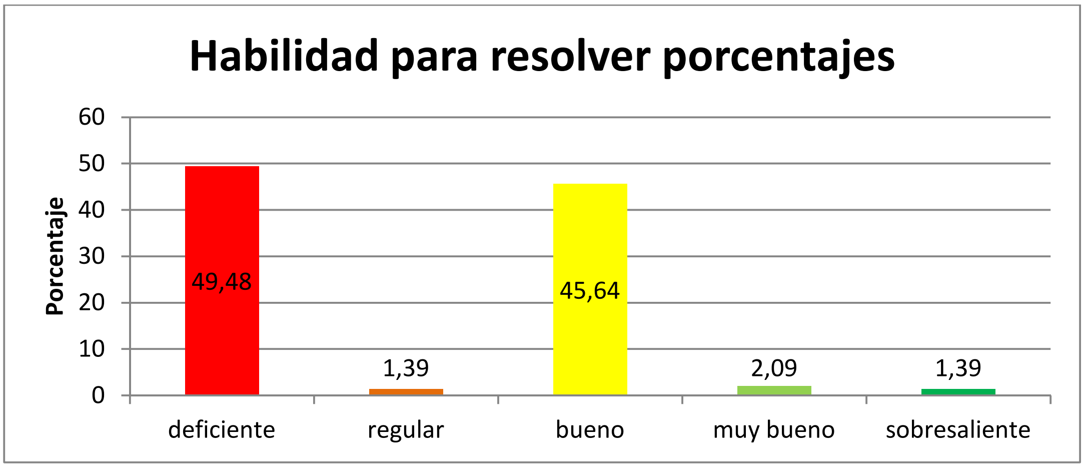


Gráfico N°36: Resultados **en la resolución de porcentajes**
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

142 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponden a un porcentaje del 49.48%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de regular que sumando el resultado de 4 docentes corresponde a un porcentaje de 1.39%; 129 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que sumando los resultados de 2 docentes corresponden a un porcentaje de 45.64%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de

muy bueno, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.09%; 1 estudiante evaluado obtiene una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 3 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.39%. Lo que indica que un 96.51% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para resolver proporciones.

PreguntaN°4.: Habilidad para determinar la relación de orden entre la suma de números fraccionarios positivos y la unidad.

Tabla N°31: Resultados de la determinación de la relación de orden entre la suma de números fraccionarios positivos y la unidad

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	121	42.16	42.16
8-38	Regular	2	0.70	42.86
39-63	Bueno	145	50.52	93.38
64-92	Muy bueno	9	3.14	96.52
93-100	Sobresaliente	10	3.48	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

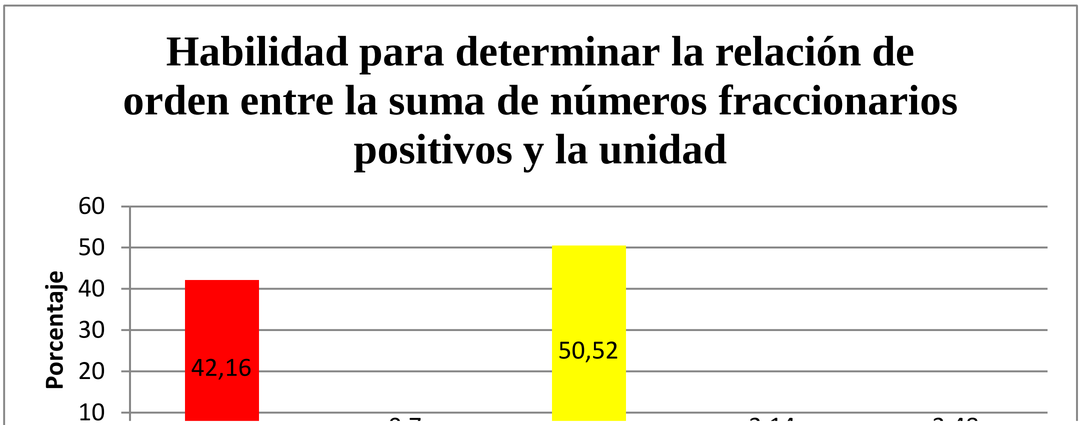


Gráfico N°37: Resultados determinación de la relación de orden entre la suma de números fraccionarios positivos y la unidad
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

121 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponden a un porcentaje del 42.16%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de regular que sumándose la respuesta de 2 docentes corresponde a un porcentaje de 0.70%; 145 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de bueno que corresponde a un porcentaje de 50.52%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 9 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.14%; 6 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.48%. Lo que indica que un 93.38% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para determinar la relación de orden entre la suma de fracciones y la unidad.

PreguntaN°5.: Habilidad para encontrar el término que sigue en una sucesión numérica.

Tabla N°32: Resultados de la solución de una sucesión numérica.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	4	1.39	1.39
8-38	Regular	87	30.31	31.70
39-63	Bueno	153	53.31	85.01
64-92	Muy bueno	4	1.39	86.40
93-100	Sobresaliente	39	13.59	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

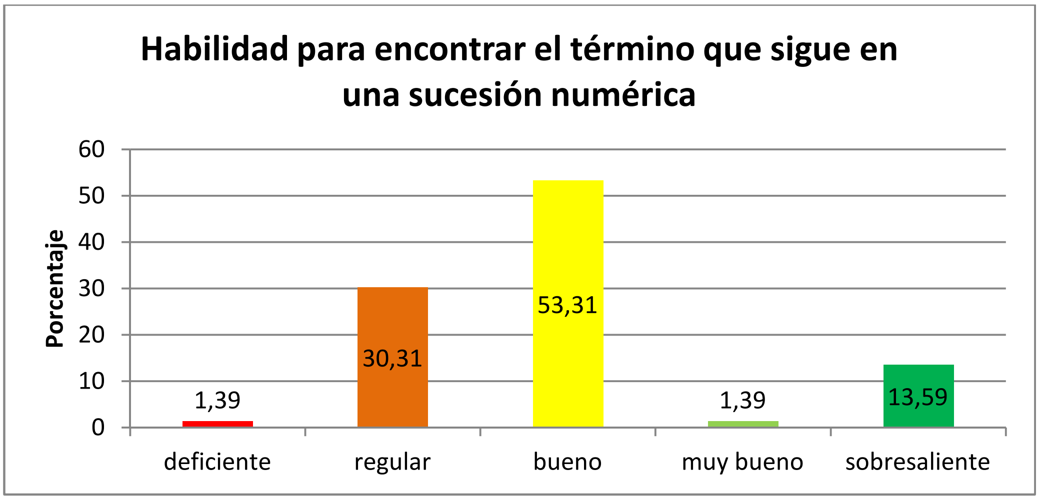


Gráfico N°38: Resultados Habilidad para encontrar el término que sigue en una Sucesión numérica.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

Ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de deficiente que corresponde a un porcentaje del 1.39%; 87 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 30.31%; 153 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponden a un porcentaje de 53.31%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.39%; 32 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 13.59%. Lo que indica que un 85.01% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para resolver sucesiones numéricas.

PreguntaN°6.: Habilidad para aplicar criterios de divisibilidad en la suma o producto de dos números naturales.

Tabla N°33: Resultados de las preguntas correspondientes a criterios de divisibilidad en la suma o producto de dos números naturales.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	132	45.99	45.99
8-38	Regular	115	40.07	86.06
39-63	Bueno	29	10.10	96.16
64-92	Muy bueno	5	1.74	97.90
93-100	Sobresaliente	6	2.09	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes.

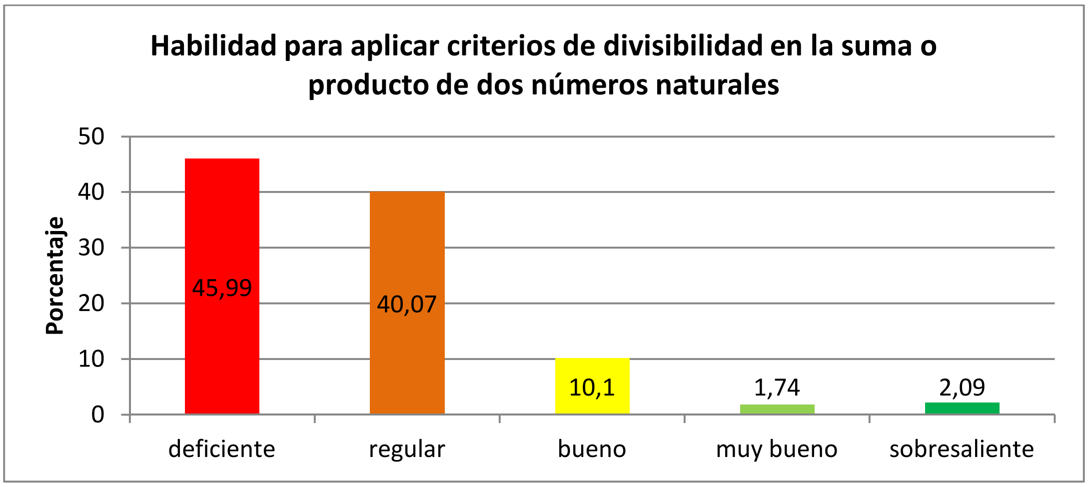


Gráfico N°39: Resultados preguntas correspondientes a criterios de divisibilidad en la suma o producto de dos números naturales

Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

130 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente, sumándose la respuesta de 2 maestros corresponden a un porcentaje del 45.99%; 113 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de regular que sumando los resultado de 2 docentes corresponde a un porcentaje de 40.07%; 27 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que sumando los resultados de 2 docentes corresponden a un porcentaje a un porcentaje de 10.10%; 1 estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de1.74%; 1 estudiante evaluado obtiene una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.09%. Lo que indica que un 96.16% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para aplicar criterios de divisibilidad.

PreguntaN°7.: Habilidad para resolver expresiones que contengan multiplicación o división con números racionales positivos.

Tabla N°34: Resultados de las preguntas correspondientes a operaciones aritméticas.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	173	60.28	60.28
8-38	Regular	3	1.05	61.33
39-63	Bueno	90	31.36	92.69
64-92	Muy bueno	7	2.43	95.12
93-100	Sobresaliente	14	4.88	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

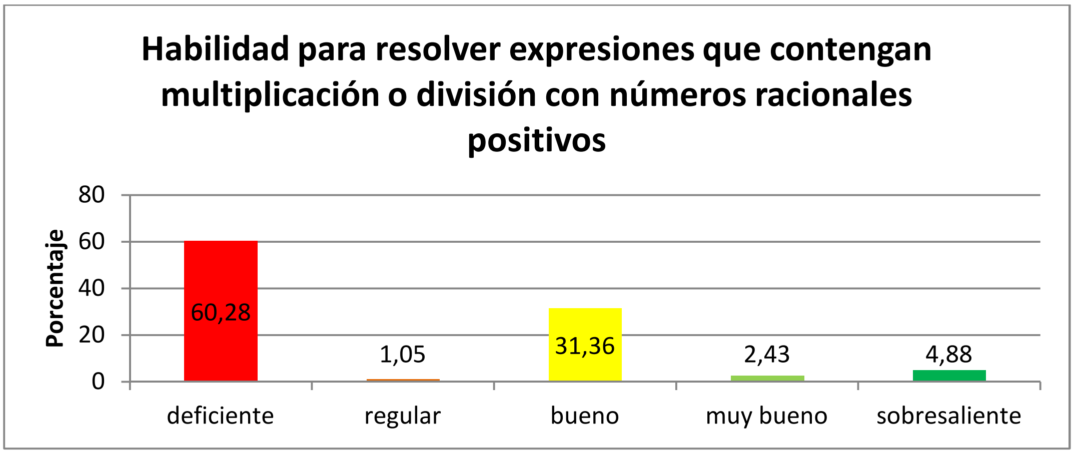


Gráfico N°40: Resultados en la resolución de expresiones que contengan multiplicación o división con números racionales positivos.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

173 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponden a un porcentaje del 60.28%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de regular que sumando el resultado de 3 docentes corresponde a un porcentaje de 1.05%; 89 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que sumando los resultados de 1 docente corresponden a un porcentaje de 31.36%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.43%; 10 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 4 docentes, que corresponden a un porcentaje de 4.88%. Lo que indica que un 92.69% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para resolver expresiones que contengan multiplicación o división de números racionales positivos.

PreguntaN°8.: Habilidad para determinar el valor de la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas.

Tabla N°35: Resultados de la determinación de la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas.

PERCENTIL	**EQUIVALENCIA**	**FRECUENCIA**	**PORCENTAJE**	**PORCENTAJE ACUMULADO**
0-7	Deficiente	149	51.92	51.92
8-38	Regular	79	27.53	79.45
39-63	Bueno	41	14.29	93.74
64-92	Muy bueno	11	3.83	97.57
93-100	Sobresaliente	7	2.43	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

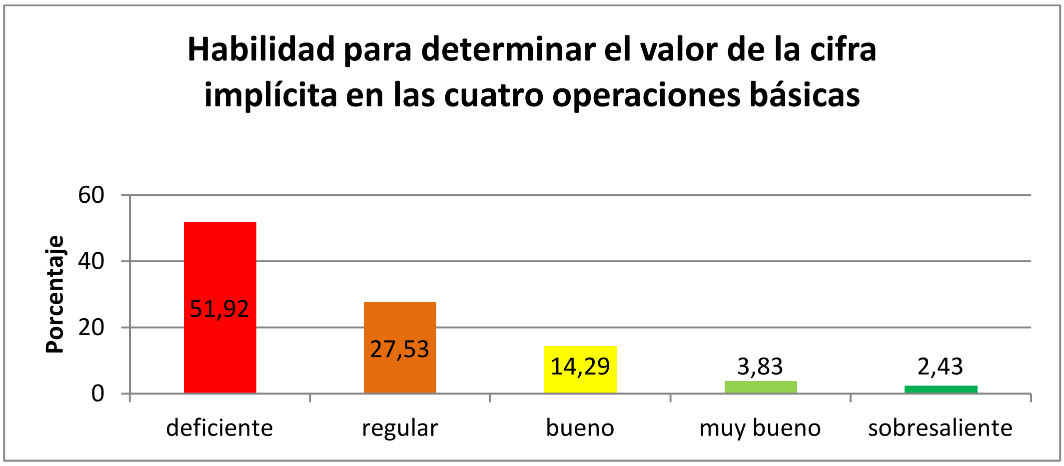


Gráfico N°41: Resultados determinación de la de la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas.
Elaborado por: Sigcha F.

Análisis e interpretación:

149 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponden a un porcentaje del 51.92%; 77 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de regular que sumándose la respuesta de 2 docentes corresponde a un porcentaje de 27.53%; 40 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia

de bueno que sumándose la respuesta de 1 docente corresponde a un porcentaje de 14.29%; 5 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 3.83%; 1 estudiante evaluado obtiene una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.43%. Lo que indica que un 93.74% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad para determinar el valor de la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas.

PreguntaN°9.: Habilidad en la toma de decisiones según condiciones dadas al relacionar números obtenidos en operaciones aritméticas.

Tabla N°36: Resultados en la toma de decisiones según condiciones dadas al relacionar números obtenidos en operaciones aritméticas.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	160	55.75	55.75
8-38	Regular	3	1.05	56.80
39-63	Bueno	97	33.80	90.60
64-92	Muy bueno	5	1.74	92.34
93-100	Sobresaliente	22	7.66	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes.

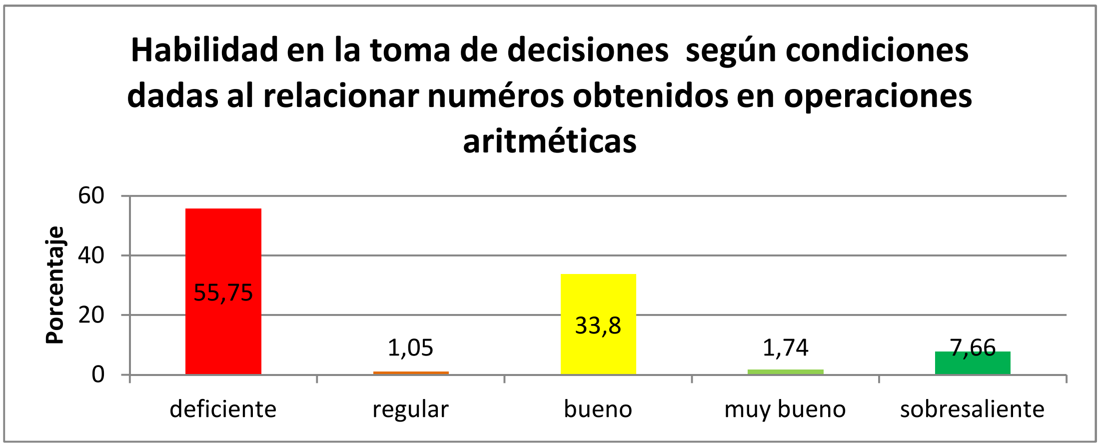


Gráfico N°42: Resultados Habilidad en toma de decisiones según condiciones dadas al relacionar números obtenidos en operaciones aritméticas.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

160 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente que corresponde a un porcentaje del 55.75%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de regular que corresponde a un porcentaje de 1.05%; 95estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que sumado los resultados de 2 docentes corresponden a un porcentaje de 33.80%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 1.74%; 17 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 5 docentes, que corresponden a un porcentaje de 7.66%. Lo que indica que un 90.60 % de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad de Operar aritméticamente.

PreguntaN°10.: Habilidad para realizar cálculos estimativos.

Tabla N°37: Resultados de las preguntas correspondientes al cálculo estimativo.

PERCENTIL	EQUIVALENCIA	FRECUENCIA	PORCENTAJE	PORCENTAJE ACUMULADO
0-7	Deficiente	148	51.57	51.57
8-38	Regular	2	0.70	52.27
39-63	Bueno	79	27.53	79.80
64-92	Muy bueno	7	2.44	82.24
93-100	Sobresaliente	51	17.76	100.00
TOTAL		287	100	

Fuente: Test Razonamiento Numérico aplicada a estudiantes y encuesta a docentes

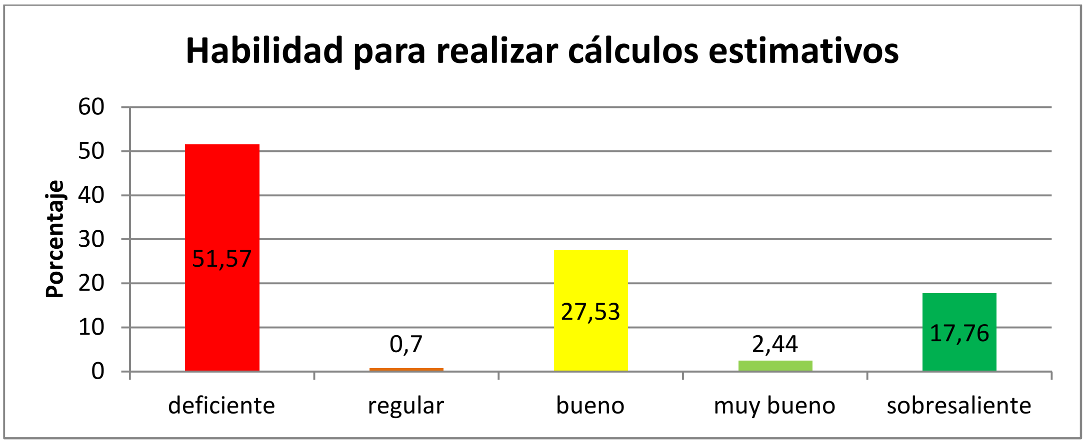


Gráfico N°43: Resultados preguntas correspondientes al cálculo estimativo.
Elaborado por: Sigcha E.

Análisis e interpretación:

148 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de deficiente, que corresponde a un porcentaje del 51.57%; ningún estudiante evaluados obtienen una equivalencia de regular que sumando los resultado de 2 docentes corresponde a un porcentaje de 0.70%; 79 estudiantes evaluados obtiene una equivalencia de bueno que corresponde a un porcentaje de 27.53%; ningún estudiante evaluado obtiene una equivalencia de muy bueno, sumándose la respuesta de 7 docentes, que corresponden a un porcentaje de 2.44%; 45 estudiantes evaluados obtienen una equivalencia de sobresaliente, sumándose la respuesta de 6 docentes, que corresponden a un porcentaje de 17.76%. Lo que indica que un 79.80% de estudiantes es bueno y debajo de esta en la habilidad en el Cálculo Estimativo

4.2 Verificación de Hipótesis

El objetivo del análisis estadístico es disminuir el nivel de incertidumbre en la toma de decisiones. Para ello una prueba de hipótesis permite técnicamente conocer si existe o no relaciones entre las variables de un fenómeno cualquiera. La prueba de hipótesis que utilizaremos es la distribución Ji Cuadrado. Una aplicación de la distribución Ji cuadrado se relaciona con la utilización de datos de una muestra, para demostrar si dos variables categóricas son independientes o están relacionadas.

Aplicados los instrumentos para investigar sobre las Estrategias de Cálculo Mental y el Razonamiento Numérico de los estudiantes de octavo de básica. Realizamos las siguientes tablas: frecuencias observadas (tomando en cuenta el número de respuestas obtenidas en cada categoría en cada una de las escalas) y frecuencia esperada (calculada para la correspondiente celda de columna i y fila j)

APECTOS PRINCIPALES DE LAS DOS VARIABLES	**D**	**R**	**B**	**M B**	**S**	**Total**
Valor relativo	2	173	90	7	15	287
Agrupamiento multiplicativo	3	167	105	5	7	287
Factor común monomio	1	175	97	7	7	287
Descomposición del divisor	5	192	80	5	5	287
Agrupamiento decimal	2	117	161	2	5	287
Axioma conmutativo +	2	92	103	7	83	287
Completación de un término	1	140	130	5	11	287
Axioma conmutativo.	2	154	103	4	24	287
Completación de un factor	4	192	82	3	6	287
Descomposición en sumandos	5	195	57	4	26	287
Distribución del divisor con cada uno de los sumandos	4	207	65	6	5	287
Definición de (.) de fracciones	201	2	1	1	82	287
Expresión de un número en función de otro mediante resta	4	189	79	5	10	287
Agrupamiento de un polinomio aritmético que contiene restas	3	190	80	5	9	287
Distribución de un factor con respecto a la suma	2	192	75	1	17	287

Descomposición del dividendo en sumandos múltiplos del divisor	3	187	83	4	10	287
Expresión de un número como el producto de factores	2	171	84	2	28	287
Definición de fracciones equivalentes	205	2	4	2	74	287
Expresión de un decimal a fracción	3	192	79	2	11	287
Definición de división de fracciones	202	3	3	3	76	287
Expresión de un número próximamente menor que uno de los múltiplos de 10	3	173	95	6	10	287
Habilidad para encontrar el valor del término desconocido en una igualdad numérica.	113	87	65	14	8	287
Habilidad para encontrar el término de una proporción	138	108	28	6	7	287
Habilidad para resolver Porcentajes	142	4	131	6	4	287
Habilidad para determinar la relación de orden	121	2	145	9	10	287
Habilidad para encontrar el término que sigue en una sucesión numérica	4	87	153	4	39	287
Habilidad para aplicar criterios de divisibilidad	132	115	29	5	6	287
Habilidad para resolver expresiones que contengan multiplicación o división	173	3	90	7	14	287
Habilidad para determinar el valor de la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas	149	79	41	11	7	287
Habilidad en la toma de decisiones según condiciones dadas al relacionar números obtenidos en operaciones aritméticas	160	3	97	5	22	287

Habilidad para realizar cálculos estimativos	148	2	79	7	51	287
Sumatorio	1939	3595	2514	160	689	8897

Tabla N°38: Frecuencias Observadas ($O_{i,j}$)

Elaborado por: Sigcha E.

Se construye el cuadro de frecuencias esperadas, Calculamos la frecuencia esperada de cada una de las celdas del cuadro anterior mediante la fórmula**:**

$\boldsymbol{E}_{\boldsymbol{ij}} = \frac{\boldsymbol{Sumatorio\ Columna} \times \boldsymbol{Total\ fila}}{\boldsymbol{8897}}$

ASPECTOS PRINCIPALES DE LAS DOS VARIABLES	D	R	B	M B	S
Valor relativo	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Agrupamiento multiplicativo	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Factor común monomio	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Descomposición del divisor	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Agrupamiento decimal	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Axioma conmutativo +	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Completación de un término	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Axioma conmutativo.	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Completación de un factor	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Expresión de un número en sumandos	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Distribución del divisor con cada uno de los sumandos	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Definición de (.) de fracciones	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Expresión de un número en función de otro mediante resta	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226

Agrupación de un polinomio aritmético que contiene restas	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Distribución de un factor con respecto a la suma	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Ddescomposición del dividendo en sumandos múltiplos del divisor	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Expresión de un número como el producto de factores	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Definición de fracciones equivalentes	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Transformación de un decimal a fracción	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Definición de división de fracciones	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Expresión de un número próximamente menor que uno de los múltiplos de 10	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para eencontrar el valor del término desconocido en una igualdad numérica.	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para encontrar el término de una proporción	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para resolver porcentajes	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para determinar la relación de orden	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para encontrar el término que sigue en una sucesión numérica	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para aplicar criterios de divisibilidad	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para resolver	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226

expresiones que contengan multiplicación o división					
Habilidad para determinar el valor de la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad en la toma de decisiones según condiciones dadas al relacionar números obtenidos en operaciones aritméticas	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226
Habilidad para realizar cálculos estimativos	62.548	115.968	81.097	5.161	22.226

Tabla N°39: Frecuencias Esperadas ($E_{i,j}$)
Elaborado por: Sigcha E.

Contraste de Hipótesis:

La prueba ji cuadrado χ^2 permite determinar si dos variables cualitativas:

Variable independiente: **Estrategias del Cálculo Mental**

Variable dependiente: **Razonamiento Numérico**

Están o no asociadas. Para el estudio tenemos un contraste de hipótesis entre la hipótesis nula:

H_0:La escasa comprensión de estrategias de cálculo Mental **no influirá** en el bajo nivel de Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo Año de Educación Básica del Instituto Nacional Mejía.

Y la hipótesis alternativa:

H_a:La escasa comprensión de estrategias de cálculo Mental **influirá** en el bajo nivel de Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo Año de Educación Básica del Instituto Nacional Mejía.

Utilizando el siguientemodelo matemático:

H_0: $O = E$

H_1: $O \neq E$

y la fórmula para calcular el Ji-cuadrado χ^2

$x^2_{0,05} = \sum_{j=1}^{c} \sum_{i=1}^{f} \frac{(O_{i,j} - E_{ij})^2}{E_{i,j}}$, con un nivel de significancia del 5%

La distribución ji-cuadrado, depende de un parámetro llamado "grados de libertad" (g.l.). Para el caso de los cuadros se Calcula los grados de libertad mediante la fórmula: g.l= (f-1) (c-1), donde f es el número de filas y c representa el número de columnas del cuadro.

Calculo de ji-cuadrado utilizando las tablas N°38 y N°39, mediante la ecuación:

$$\frac{(O_{i,j} - E_{i,j})^2}{E_{i,j}}$$

para cada celda de columna i y fila j.

ASPECTOS PRINCIPALES DE LAS DOS VARIABLES	**D**	**R**	**B**	**M B**	**S**	**Total**
Valor relativo	58.612	28.048	0.977	0.655	2.349	90.642
Agrupamiento multiplicativo	56.692	22.457	7.045	0.005	10.431	96.630
Factor común monomio	60.564	30.049	3.119	0.655	10.431	104.818
Descomposición del divisor	52.948	49.849	0.015	0.005	13.351	116. 167
Agrupamiento decimal	58.612	0.009	78.727	1.936	13.351	152.635
Axioma conmutativo +	58.612	4.954	5.916	0.655	166.178	236.315
Completación de un	60.564	4.980	29.489	0.005	5.670	100.709

término						
Axioma conmutativo.	58.612	12.473	5.916	0.261	0.142	77.403
Completación de un factor	54.804	49.849	0.010	0.905	11.846	117.413
Expresión de un número en sumandos	52.948	53.860	7.160	0.261	0.641	114.870
Distribución del divisor con cada uno de los sumandos	54.804	71.458	3.195	0.136	13.351	142.944
Definición de (.) de fracciones	306.468	112.002	79.109	3.355	160.755	661.689
Expresión de un número en función de otro mediante resta	54.804	45.993	0.054	0.005	6.725	107.581
Agrupación de un polinomio aritmético que contiene restas	56.692	47.261	0.015	0.005	7.870	111.843
Distribución de un factor con respecto a la suma	58.612	49.849	0.458	3.355	1.229	113.503
Descomposición del dividendo en sumandos múltiplos del divisor	56.692	43.508	0.045	0.261	6.725	107.231
Expresión de un número como el producto de factores	58.612	26.115	0.104	1.936	1.500	88.267
Definición de fracciones equivalentes	324.432	112.002	73.294	1.936	120.604	632.269
Transformación de un decimal a fracción	56.692	49.849	0.054	1.936	5.670	114.201
Definición de división de fracciones	310.911	110.046	75.208	0.905	130.102	627.171
Expresión de un	56.692	28.048	2.383	0.136	6.725	93.985

número próximamente menor que uno de los múltiplos de 10						
Habilidad para encontrar el valor del término desconocido en una igualdad numérica.	40.695	7.236	3.195	15.138	9.106	75.370
Habilidad para encontrar el término de una proporción	91.018	0.547	34.764	0.136	10.431	136.897
Habilidad para resolver porcentajes	100.924	108.106	30.708	0.136	14.946	254.820
Habilidad para determinar la relación de orden	54.624	112.002	50.354	2.856	6.725	226.562
Habilidad para encontrar el término que sigue en una sucesión numérica	54.804	7.236	63.751	0.261	12.659	138.712
Habilidad para aplicar criterios de divisibilidad	77.118	0.008	33.467	0.005	11.846	122.444
Habilidad para resolver expresiones que contengan multiplicación o división	195.045	110.046	0.977	0.655	3.045	309.767
Habilidad para determinar el valor de la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas	119.491	11.785	19.825	6.606	10.431	168.138
Habilidad en la toma de decisiones según	151.834	110.046	3.119	0.005	0.002	265.005

condiciones dadas al relacionar números obtenidos en operaciones aritméticas						
Habilidad para realizar cálculos estimativos	116.743	112.002	0.054	0.655	37.251	266.706
Ji – cuadrado	Suma de totales de fila $x^2_{0,05} = 5972.706$					

Tabla N°40: Cálculo del ji-cuadrado (estrategias de cálculo mental)
Elaborado por: Sigcha E.

El cuadro se compone de, f= 31 y c=5, entonces gl=(31-1)(5-1)=120, calculamos el valor de ji-cuadrado: $x^2_{0,05} = \sum_{j=1}^{c} \sum_{i=1}^{f} \frac{(O_{i,j-E_{ij}})^2}{E_{i,j}}$, donde f=31 y c=5; sumando el valor total de cada una de las filas tenemos: $x^2_{0,05} = 5972.706$. De tablas estadísticas, el valor de $x^2_{0,05}$ para
gl = 120 es 146.5673. Como el valor obtenido 5972.706es mayor que 146.5673 de la tabla, se acepta la hipótesis alternativa y se rechaza la hipótesis nula. Podemos concluir que las dos variables no son independientes, por lo tanto se verifica que la comprensión de estrategias de cálculo Mental **influye** en el Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo de Básica.

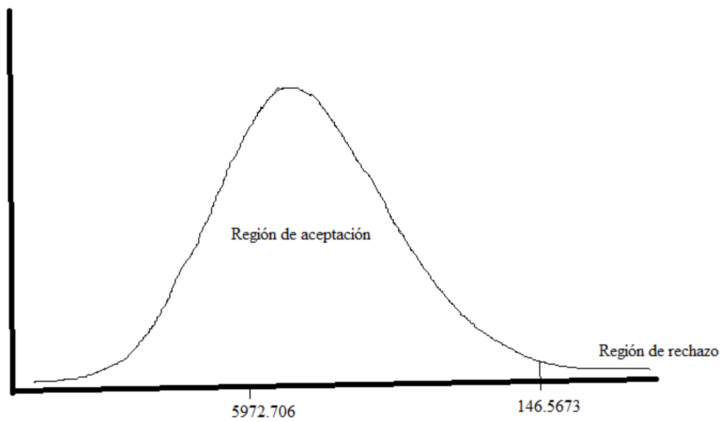


Gráfico N°44: Regiones de aceptación y rechazo para contrastar la hipótesis
Elaborado por: Sigcha E.

CAPITULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

En cuanto a estimar el nivel de comprensión en las Estrategias de Cálculo Mental de los estudiantes de Octavo Año de Educación Básica , se comprueba un bajo nivel de comprensión de esta variable durante el período de estudio, lo que implica un bajo nivel de Razonamiento Numérico involucrados con esta capacidad.

Los resultados obtenidos mediante pruebas objetivas para medir la comprensión de actividades de artificios en reglas; recolocaciones en sumas, en multiplicaciones; disociaciones subsidiarias, disociaciones con descabezamiento, factorizaciones; compensaciones intermedias y finales verifican lo expuesto:

1.- Se observa un bajo nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental de los estudiantes de octavo de básica, encontrándose un alto porcentaje de dificultad dentro de un rango aproximado del 72 al 100% al comprender: el significado de un número en cuanto a su valor relativo mostrándose mayor dificultad en los números naturales y decimales, la expresión de un número mediante agrupamiento multiplicativo con **números decimales y los naturales**, factorización de un polinomio aritmético en **las fracciones positivas y los naturales**, la descomposición del divisor para dividir sucesivamente con fracciones y decimales conllevando al bajo nivel de razonamiento numérico en la multiplicación y división de números racionales positivos; el significado de un número por agrupamiento decimal para el cálculo con decimales positivos y naturales, la completación de un factor para que el segundo miembro de la igualdad coincida con la suma, en decimales y fracciones positivas y el producto con números decimales y fracciones positivas, el significado del axioma conmutativo de la multiplicación en el cálculo en números naturales y decimales que influyen en la baja habilidad de razonamiento numérico en expresiones que contienen igualdades y operaciones aritméticas con números perdidos; la distribución del divisor por la derecha con cada uno de los sumandos del dividendo en fracciones positivas y naturales, la expresión de un número en función de otro mediante la resta con fracciones y decimales positivas, la distribución de un factor para cada uno de los sumandos del otro factor en naturales y fracciones, la descomposición del dividendo en sumandos que sean múltiplos del divisor en fracciones y naturales, expresión de un número como el producto de factores primos en decimales y fracciones repercutiendo en la escaza habilidad de razonamiento numérico en expresiones que contengan operaciones con números perdidos en números naturales, en la multiplicación y división de números racionales positivos, en la divisibilidad; el significado de la definición de multiplicación de fracciones, el significado de la definición de fracciones equivalentes, la transformación de un decimal a fracción, y la expresión de un número próximamente menor que uno del los múltiplos de 10 al que le falta el número que ha completado en fracciones y decimales, incidiendo en el bajo nivel de razonamiento numérico en expresiones que contienen relación de desigualdad, proporciones, porcentajes, multiplicación y división de números racionales positivos. Las actividades básicas, presentadas en clase por los maestros son escazas, las que más emplean son: las del axioma conmutativo de la suma y la multiplicación; la expresión de un número en sumandos, expresión de un número como el producto de factores primos, la definición de multiplicación de fracciones, están dentro del rango de Nunca y Casi Nunca, ya que aplican, pero no explican ni demuestran que estos axiomas son parte básica de las Estrategias de Cálculo, igualmente, las estrategias de Cálculo Mental presentadas en el aula de clases por el docente son escazas, la que mas aplica el docente son las disociaciones subsidiarias y las factorizaciones, en el mismo rango de frecuencia de las Actividades Básica ya que no ha dado la debida explicación y demostración para que los estudiantes puedan reflexionar y tomar decisiones sobre las mismas cuando se enfrenten a problemas numéricos.

2. En lo referente al Razonamiento Numérico de los estudiantes de octavo de básica, se encontró un alto porcentaje en dificultades para resolver porcentajes, proporciones, criterios de divisibilidad que está dentro de un rango acumulado del 72 a 100% de estudiantes ubicados en las escalas de deficiente a bueno. Específicamente se ha evidenciado que tienen dificultades para encontrar: el valor desconocido en una igualdad numérica; el término de una proporción; la relación de orden entre la suma en números fraccionarios positivos y la unidad; en porcentajes, para la determinación de la base y de un tanto por ciento, la divisibilidad de un número dado y de la divisibilidad del producto de suma de dos números, también el número más pequeño que es divisible exactamente por dos números dados (mínimo común múltiplo), la cifra implícita en las cuatro operaciones básicas; en resolver expresiones que contengan multiplicación o división con números racionales positivos y la toma de decisiones según condiciones dadas al relacionar números obtenidos en operaciones aritméticas repercutiendo en la limitada resolución de problemas complejos y un bajo aprendizaje de la Aritmética. A pesar que existe una generalización de las habilidades de Razonamiento Numérico que tienen dificultad los estudiantes, se puede concluir que la habilidad mayor desarrolla es la de encontrar el término desconocido en una sucesión numérica.

El nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental no permite a los estudiantes de octavo de básica ser eficaces en el razonamiento numérico. Debido a que no comprenden los principios que rigen el cálculo, los axiomas de los números y de las operaciones de los números racionales positivos unido con el conjunto unitario cuyo elemento es el cero, haciendo que no tengan las suficientes estrategias para aplicar de la forma más conveniente en problemas numéricos, debido a la falta de reflexión sobre las mismas y por tanto no podrá realizar inferencias lógicas. Existe una relación directa entre las dos variables estudiadas en este trabajo, es decir que, las Estrategias de Cálculo Mental influyen en el Razonamiento Numérico de los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía; A un alto nivel de comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental del estudiante, se obtiene un mayor nivel percentilar en el Razonamiento Numérico; a mayor comprensión de las Actividades Básicas de Cálculo Mental, el estudiante alcanzará un mayor dominio en inferencias lógicas; y, a mayor eficiencia en Cálculos Mentales reflexivos, el estudiante alcanzará un mayor Aprendizaje de la Aritmética.

3. El 27 % de los estudiantes no concluyeron, tanto el Test DAT de Razonamiento Numérico como la Prueba objetiva de Comprensión de Estrategias de Cálculo Mental en el tiempo establecido.

5.2. Recomendaciones

1. Con la intención encaminada a que cada profesor desarrolle procesos de enseñanza aprendizaje eficaces, se recomienda **un ciclo de talleres tanto para maestros** como a los estudiantes **o una guía de trabajo para el maestro, con la finalidad de alcanzar** el logro en la adquisición de Estrategias de Cálculo Mental a través de la reflexión, comprensión y toma de decisiones para aplicar la estrategia más apropiada en situaciones que requieran razonar en las Relaciones de Equivalencia, de Orden (desigualdad), Operaciones Aritméticas, Conceptos Numéricos lo que contribuirá al mejoramiento de la concentración, al aumento del desarrollo de la memoria retentiva, a adquirir mayor flexibilidad mental y conceptual, al aumento de la inventiva en los diversos ejercicios aritméticos propuestos; reflejándose en el aumento de la confianza en sí mismos, el mejoramiento en la habilidad para resolver problemas aritméticos y problemas que surgen de la vida cotidiana, en el mejoramiento del rendimiento escolar del estudiante. Brindando de esta manera a los maestros la preparación y desarrollo de la Estrategia Magistral (Demostración y Presentación) en las Estrategias de

Cálculo Mental, para que conozcan los errores más comunes que comenten los estudiantes y los detecten para corregirlos, oportunamente.

2.-Para mejorar la habilidad de Razonamiento Numérico se debe diseñar **actividades que favorezcan el uso de las Estrategias de Cálculo Mental** diseño de actividades de forma sistemática para desarrollar y mantener las destrezas que se desean adquirir: Relación de Igualdad, Relación de desigualdad, Operaciones Aritméticas y Conceptos Numéricos, específicamente divisibilidad. La manera más profunda de intervenir educativamente e intensificar los procesos mentales que envuelve el Razonamiento Numérico, sin menospreciar los contenidos curriculares, es ofrecer **un procedimiento de intervención** que hagan el trabajo estimulante, por sí mismo.

3. Se requiere automatizar el Cálculo Mental para aumentar la rapidez en los problemas numéricos propuestos en los estudiantes.

CAPITULO VI

PROPUESTA

6.1. Datos Informativos

6.1.1. Título de la propuesta

Programa de adquisición de Estrategias de Cálculo Mental para mejorar el Razonamiento Numérico de los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía.

6.1.2. Introducción

La Educación debe velar por el desarrollo de unas capacidades generales y muy básicas. De su correcta adquisición dependerá el mayor o menor éxito en los demás aprendizajes; es necesario pues realizar un esfuerzo por desarrollar, de una forma sistemática, estas capacidades. Los profesores del colegio han de adoptar criterios comunes que determinen el tratamiento que se le va dar a cada capacidad a lo largo del ciclo o curso y establecer estrategias para trabajarlas. El dominio de estas materias instrumentales implica un proceso, cuya evolución no puede confiarse al azar y ocasionalmente; solo mediante una cuidadosa planificación que asegure una gradual y ordenada progresión formativa e instructiva, se podrán evitar muchos fracasos escolares. Su enseñanza y aprendizaje requiere, por tanto, una organización y desarrollo sistemáticos.

Se hace necesario, antes de establecer dichos criterios y de tomar acuerdos, reflexionar, tanto de forma individual como en equipo, sobre la manera de tratar estas capacidades básicas, en nuestro caso, el Razonamiento Numérico.

6.2. Antecedentes de la Propuesta

El cálculo mental reflexivo, debe ser una constante en todas las clases de matemáticas; esto ayudara a desarrollar la agilidad mental y el razonamiento en los estudiantes, al aumento del desarrollo del sentido numérico y de operaciones; entender el significado de hechos claves como las fracciones, decimales fracciones, proporciones, porcentajes; varias estrategias para estimar: pensar estrategias para hechos básicos. Los conceptos de números, operaciones y cálculos deben ser definidos, concebidos, y aplicados ampliamente. Los problemas del mundo real requieren una diversidad de herramientas para poder manejar la información cuantitativa. Los estudiantes deben tener una buena cantidad de experiencias para poder desarrollar un sentido intuitivo de los números y operaciones; una forma de sentir lo que está ocurriendo en las distintas situaciones en las que se podrían utilizar varias operaciones.

En España, los Programas para la Estimulación de las Habilidades de la Inteligencia poseen como material: los cuadernos PROGRESINT/17-25-26, Estrategias de Cálculo y Problemas Numérico-Verbales, con la autoría de Carlos Yuste Hernanz, José Luis Galve, donde buscan profundizar la comprensión, trabajan con el cálculo mental, tratando siempre que el estudiante comprenda algunas propiedades y explicitándole estrategias que se derivan de las mismas. La adquisición de estas estrategias por los estudiantes permitirá la rapidez y seguridad en el cálculo. Otro objetivo es el enseñar a seriar números y hacer representaciones que ayuden a comprender su formulación.

En el Perú existen publicaciones de libros que impulsan el cálculo mental, tenemos ejemplos del libro de Cálculo Mental-Matemática Recreativa, del Ing. Alfonso Rurush Cruz, el cual busca que la matemática deje de ser difícil y motiva a razonar, desarrollando la capacidad de jugar con relaciones numéricas, con las deducciones e inferencias. El Campeón Mundial del cálculo mental 2006, Jorge Arturo Mendoza Huertas publica su libro titulado Cálculo Mental-Matemática para Matemáticos. Plantea un conjunto de Técnicas para realizar cálculos conjuntamente con problemas numéricos.

En Ecuador el Ing. Ramiro Proaño Viteri publica la obra titulada Cálculo Matemático-técnicas para desarrollar su habilidad mental, esta obra busca un desarrollo intelectual relacionando el aprendizaje con el juego, la capacidad de las personas para realizar operaciones aplicando las propiedades y presenta luego de cada tema conjunto de ejercicios para la adquisición de la estrategia.

6.3. Justificación

Estamos viviendo un tiempo de tránsito respecto a los conocimientos relativamente estables, de épocas anteriores, a un estadio de saberes extraordinariamente complejos, abundantes y en rápida evolución, donde la mayoría de los ciudadanos, de todos los países, se están viendo progresivamente implicados en multitud de tareas que incluyen conceptos cuantitativos, representativos, interpretativos, argumentativos y otras tareas matemáticas. Para afrontar estos cambios e incorporarse activamente en esta nueva sociedad del conocimiento es tan imprescindible la adquisición de las Estrategias de Cálculo Mental como el aprendizaje de las famosas cuatro reglas, ya que, desde el punto de vista formativo, se desarrolla en los estudiantes la habilidad de interpretar inferir, extraer conclusiones, generalizar, usar, analizar, descubrir, planificar, operar, resolver, demostrar, justificar eficazmente, en una variedad de situaciones, desarrollando el Razonamiento Numérico, adquiriendo una forma de pensamiento riguroso y organizado y de un método sistemático de solución de problemas. Desde el punto de vista funcional, serán utilizadas en toda experiencia y situación problemática a resolver. Desde el punto de vista instrumental o aplicativa, se desarrollan capacidades para el aprendizaje de todos los contenidos de enseñanzay que además las empleen en todos los contextos de su vida cotidiana (pagar, cobrar, descontar). Por los requerimientos actuales, de personas bien informadas, críticas con la información que les rodea, capaces de argumentar, capaces de interpretar códigos, de no ser engañadas en tratos que impliquen dinero,… en definitiva personas que sepan valorar, utilizar las matemáticas y disfrutar con su uso, las Estrategias de Cálculo Mental, contribuyen a la creación de estructuras mentales, cuya utilidad e importancia no se limita al ámbito de la aritmética, sino que, proporciona instrumentos para el estudio del medio y como consecuencia contribuye a desenvolverse en él.

El no reflexionar de forma conjunta sobre estos aspectos puede llevar al caso de que determinados aspectos de las capacidades tengan un tratamiento diferente en los distintos ciclos que a veces pudiera entrar en contradicciones e incoherencias. La orientación de un programa parte de una intención asesora, orientadora, encaminada al perfeccionamiento individual de la enseñanza que desarrolla cada profesor y del aprendizaje de la aritmética que realiza cada estudiante. Se pretende establecer un proceso de enseñanza-aprendizaje que sea válido para las etapas educativas para los primeros años de secundaria, resaltando los aspectos comunes de una metodología compartida por los docentes, presentando unos indicadores que marquen los pasos sistémicos que deben seguirse en la preparación y en el desarrollo de la enseñanza, que los docentes descubran los aspectos positivos y mejorables en la enseñanza de Estrategias de Cálculo Mental, ofreciéndole al estudiante pistas para la mejora de los aspectos singulares detectados como deficitarios en el Razonamiento Numérico. El principio dinámico indica el camino a seguir, en definitiva, se trata de seguir el método de aprendizaje por descubrimiento mediante la comprensión de las Actividades básicas del Cálculo Mental, el estudiante se enfrenta a tareas que dan lugar a la adquisición de las Estrategias de Cálculo Mental, el desarrollo del Razonamiento Numérico y la aplicación a situaciones problemáticas.

6.4. Objetivos

General:

Desarrollar en los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía habilidades aritméticas para mejorar el aprendizaje.

Específicos:

- Alcanzar un alto nivel de Razonamiento Numérico de los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía.

- Desarrollar un programa que permita la adquisición de Estrategias de Cálculo Mental en los estudiantes de octavo de básica.

- Capacitar a los docentes del Área de Física y Matemáticas en la estrategia didáctica y tareas para la adquisición de la Estrategias de Cálculo Mental.

- Instruir a los estudiantes de octavo de básica sobre las Estrategias de Cálculo Mental para su adquisición.

6.5. Análisis de Factibilidad

Este proyecto es viable porque existen fuentes electrónicas sobre el tema, que tratan sobre las estrategias de cálculo mental. Existen libros y colecciones científicas como los Programas para la estimulación de las habilidades de la Inteligencia entre estos PROGRESINT, ICCE. Se cuenta con el asesoramiento de profesionales en investigación, psicología educativa y docentes de matemáticas.

Los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía, tiene la predisposición de participar activamente en el proyecto. Se cuenta también con la colaboración de los docentes del Área de Física y Matemáticas quienes participarán en las capacitaciones, y las autoridades del plantel quienes proporcionarán los recursos que sean necesarios.

6.6. Fundamentación

Estrategias Metodológicas.-

La utilización de las Estrategias Metodológicas para el aprendizaje, en forma técnica, programada, planificada implica vencer dificultades en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Como el aprendizaje es, en realidad, la huella del pensamiento, se podría afirmar que la calidad del aprendizaje pesa más por la calidad de las acciones del estudiante que por la calidad de las actividades del profesor. Y es que si el estudiante, cualquiera que sea la calidad de la instrucción, se limita a repetir o reproducir los conocimientos, el aprendizaje será meramente repetitivo. Y si el estudiante selecciona, organiza y elabora los conocimientos, es decir, utiliza estrategias, el aprendizaje deja de ser repetitivo para ser constructivo y significativo. Las estrategias de apoyo que favorecen la buena disposición del alumno a aprender de manera significativa son una garantía de ese aprendizaje, pero en las escuelas y colegios, son muchos los estudiantes que no quieren aprender, seguramente sea porque no están motivados o porque no quieren aprender lo que se les ofrece o del modo que se les ofrece, que tienen otras motivaciones diferentes a las de la escuela o colegio.

De acuerdo la interpretación endógena de la teoría constructivista, sobre la enseñanza, apoyada en las ideas de Piaget se destaca más la exploración y el descubrimiento por parte del estudiante que la instrucción directa del profesor, acentúa la enseñanza explícita por medio del modelado, (Bandura, 198G; Zimmerman y Shunk, 1989), como consecuencia del modelado, el aprendizaje es constructivo, personal; mediante la observación de modelos, el estudiante descubre los conocimientos, desembocando en interpretaciones y comprensiones críticas personalizadas diferentes de las del modelo. Esto exige que el maestro diseñe para aprender más que para enseñar; la preparación de las clases requiere algo más que refrescar los conocimientos.

Para que los estudiantes puedan asimilar adecuadamente, es necesario que el maestro posea los conocimientos y utilizar un método didáctico eficaz, pero, cuando se trata de ayudar a los alumnos a construir los conocimientos, hay que tomar en cuenta, en la hora de la práctica, que el conocimiento es un proceso de construcción de significado, más que la memorización de un cuerpo de hechos más o menos representativos. Se debe planificar las actividades de aprendizaje que van a realizar los estudiantes que en planificar el discurso para la clase con el fin de que los estudiantes aprendan y disfruten aprendiendo. Cuando alguien aprende y comprende, puede hacer al o con ese conocimiento: explicarlo, justificarlo y aplicarlo (Perkins). La construcción del conocimiento pone en sus manos una capacidad que antes no tenía. Esta es la perspectiva comprensiva.

Desde el punto de vista educativo, este nuevo enfoque permite cambiar los objetivos de la educación y destacar, más que la comprobación de la capacidad potencial de los alumnos, el diseño de programas instruccionales que les permitan desarrollar al máximo sus habilidades o estrategias intelectuales, independientemente de cuál sea su potencial inicial. Este cambio de enfoque permite pasar de una consideración «entitativa» de la inteligencia a una consideración «estratégica». El apoyo científico a las posibilidades de mejora de la conducta Inteligente a través del incremento de las habilidades o estrategias de la inteligencia es una de las principales razones de que se produzca el movimiento estratégico, **(Beltrán, A)**.

Tomando en cuenta el proceso de construcción de la inteligencia de Piaget, donde el pensamiento formal se hace posible, es decir que las operaciones lógicas comienzan a ser transpuestas del plano de la manipulación concreta al plano de las meras ideas, expresadas en un lenguaje de las palabras o de los símbolos matemáticos para permitirle realizar reflexiones y teorías, sin el apoyo de la percepción ni de la experiencia. El adolescente **opera** sobre las operaciones concretas, y las dispone en forma de **proposiciones**. Estas proposiciones (afirmaciones) se convierten después en una parte de la **Estructura Cognoscitiva** que debe su existencia a la experiencia anterior, y hace determinadas interpolaciones y extrapolaciones a partir de los datos obtenidos por la **Hipótesis, la misma** que no corresponden a una experiencia en particular los sentidos, y después comprobar (incluso varias posibilidades) comparándolas con las representaciones que recuerda de su experiencia pasada.

Aquí el pensamiento, según Piaget, opera su construcción racional de acuerdo a modelos ideo-verbales (abstracciones y operaciones lógicas). Ejemplo: A = B, B = C entonces A = C. Se constituye una logística axiomática (razón) regida por las reglas de pensamiento constructivo y discursivo. Es importante la característica de "reversibilidad" (capaz de ida y venida). Así, pues, se genera la reflexión libre, la construcción de sistemas y teorías abstractas, el progresivo manejo de la realidad sin el apoyo de la percepción.

El aprendizaje contribuye directamente en el desarrollo intelectual y se puede afirmar que la inteligencia es la capacidad humana para conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y evaluar.

- **Conocimiento.-**
  Implica conocimiento de hechos específicos y conocimientos de formas y medios de tratar con los mismos, conocimientos de lo universal y de las abstracciones específicas de un determinado campo del saber. Son de modo general, elementos que deben memorizarse.

- **Comprensión.-**
  El conocimiento de la comprensión concierne el aspecto más simple del entendimiento que consiste en captar el sentido directo de una comunicación o de un fenómeno, como la comprensión de una orden escrita u oral, o la percepción de lo que ocurrió en cualquier hecho particular.

- **Aplicación.-**
  El conocimiento de la aplicación es el que concierne a la interrelación de principios y generalizaciones con casos particulares o prácticos. Los Niveles son: Ejemplificar, Cambiar, Demostrar, Manipular, Operar, Resolver, Computar, Descubrir, Modificar y Usar.

- **Análisis.-**
  El análisis implica la división de un todo en sus partes y la percepción del significado de las mismas en relación con el conjunto. El análisis comprende el análisis de elementos,, de relaciones, etcétera.

- **Síntesis.-**
  A la síntesis concierne la comprobación de la unión de los elementos que forman un todo. Puede consistir en la producción de una comunicación, un plan de operaciones o la derivación de una serie de relaciones abstractas.

- **Evaluación.-**
  Este tipo de conocimiento comprende una actitud crítica ante los hechos. La evaluación puede estar en relación con juicios relativos a la evidencia externa.

Los tipos de Aprendizaje más comunes citados por la literatura de pedagogía son:

- Aprendizaje memorístico: El estudiante se esfuerza mucho por aprender de memoria muchas veces sin comprender.

- Aprendizaje receptivo: El estudiante sólo necesita comprender el contenido para poder reproducirlo, pero sin descubrir.

- Aprendizaje por descubrimiento: El estudiante no recibe los contenidos de forma pasiva; descubre los conceptos y sus relaciones y los reordena para adaptarlos a su esquema cognitivo.

- Aprendizaje repetitivo: se produce cuando el estudiante memoriza contenidos sin comprenderlos o relacionarlos con sus conocimientos previos, no encuentra significado a los contenidos.

- Aprendizaje significativo: es el aprendizaje en el cual el sujeto relaciona sus conocimientos previos con los nuevos dotándolos así de coherencia respecto a sus estructuras cognitivas.

Para Kindsvatter (1988), las estrategias de enseñanza pueden ser:

a) Enseñanza directa o estrategia magistral.

b) Enseñanza cooperativa o estrategia grupal.

c) Estrategia individual.

a. La estrategia Magistral.-

Se refiere al modelo académico donde el docente dirige y controla las actividades del sistema enseñanza aprendizaje. Dentro de la estrategia magistral se puede considerar: la conferencia, demostración, presentación, interrogatorio, estudio de casos.

a.1. La Demostración.-

Es un proceso utilizado para comprobar la veracidad de afirmaciones, teoremas, principios, etcétera, partiendo de verdades universales y evidentes. Es el razonamiento que hace evidente la verdad de una proposición. Una de las clasificaciones de esta forma de Estrategia Magistral es la Demostración de Equivalencias donde es necesario convertir una equivalencia lógica de una forma dada, a otra forma. A estas conversiones se les conoce, generalmente con el nombre de "demostraciones". Londoño y Bedoya (1995).

La forma más fácil de demostrar una equivalencia consiste en convertir uno de los dos miembros de la equivalencia, en la forma que tiene el otro miembro. No existe otra regla general para llevar a efecto estas conversiones, pero las indicaciones siguientes pueden ser muy útiles, como guía para este tipo de operaciones.

1. En la parte izquierda, póngase las conversiones en pasos numerados en orden sucesivo (proposiciones).

2. A la derecha escriba la razón de cada conversión (razones: Definiciones, axiomas, principios, etcétera)

3. Aplicar las definiciones, axiomas, principios, etcétera, correctamente)
4. Algunas veces, para obtener la conversión deseada, es necesario reemplazar las definiciones, axiomas, etcétera, por una de las variables.

Ejemplo: 894-632

	Proposiciones	**Razones**
1)	894-632	Dato
2)	894-632 = 894-632	Axioma Reflexivo de la igualdad
2)	632: 6c,3d,2u	Valor relativo
3)	894-632 = 894- (6x100+ 3x10+2)	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente
4)	**894-632 = 894- (600+30+2)**	Agrupamiento multiplicativo

5)	894-632 = 894- 600-30-2	Destrucción del paréntesis precedido de signo menos
6)	**894-632 = (894-600)-30-2**	**Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas**
7)	894>600	Axioma de tricotomía de la desigualdad
8)	si es posible restar	Condición de resta
9)	894-632 = (294)-30-2	Definición de resta
10)	894-632 = (294-30)-2	Agrupación del polinomio aritmético para restas sucesivas
11)	294>30	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
12)	Si es posible restar	Condición de resta, por pasos 10) y 11)
13)	894-632 = 264-2	Definición de resta
14)	264>2	Axioma de tricotomía de la desigualdad
15)	es posible restar	Condición de resta, por pasos 13) y 14)
16)	**894-632 = 262**	Definición de resta

a.2. Interrogatorio.-

Consiste en el uso de una serie de preguntas para obtener información, punto de vista opiniones, etcétera, Néreci (1985), Badía (1986).

a.2.1. Tipos.-

Para Mattos (1985), los principales tipos de interrogatorios son:

*** De Fundamentación.-** Consiste en recordar conocimientos anteriores para la comprensión de temas nuevos.

*** De Diagnóstico.-** Consiste en diagnosticar deficiencias o vacíos en el aprendizaje

* **De Motivación.-** Consiste en despertar la atención y el interés de los alumnos

* **De Reflexión.-**Consiste en guiar el razonamiento y la reflexión de los alumnos.

* **De Retrospección**.- Consiste en recapitular e integrar los conocimientos

* **De Verificación**.- Consiste en comprobar el aprendizaje del alumno.

a.2.2. Objetivos.-

Algunos objetivos que se puede lograr con esta modalidad son:

-Realizar una breve recapitulación y síntesis de lo que fue estudiado

-Estimular la reflexión de los estudiantes

-Explorar experiencias, capacidades, conocimientos previos, opiniones de alumnos, etcétera.

-Verificar el aprendizaje a fin de conocer si lo enseñado fue debidamente captado por el estudiante.

b. La estrategia Grupal.-

Enfatiza el trabajo en conjunto de los estudiantes en actividades de aprendizaje cooperativo, supeditadas a la tutoría del docente, quien actúa como facilitador del aprendizaje. Las estrategias grupales aplicadas a las Estrategias de Cálculo Mental son:

b.1.Torbellino de Ideas.-

Según Cirigliano y Villaverde (1982), los miembros de un grupo reducido, exponen con la mayor libertad sobre el problema, con el objeto de producir ideas originales o soluciones nuevas.

b.1.1.Objetivo.-

-Desarrollar y ejercitar la imaginación creadora

-Desarrollar la capacidad para la elaboración de ideas originales

-Superar el conformismo, rutina e indiferencia de los participantes.

b.2.Diálogos Simultáneos.-

Para Beal y Raudabaugh (1969) y Cirigliano y Villaverde (1982), consiste en dividir a un grupo de parejas (subgrupos de dos), para sostener una conversación sobre un tema o problema específico, y dar una opinión sobre el mismo. En otras palabras, se plantea un tema y los participantes intercambian ideas durante unos minutos con el compañero que está más cerca.

b.2.1. Objetivo.-

-Permitir una comunicación directa y fácil

-Proporcionar la máxima oportunidad de participación individual en un ambiente informal,

-Desarrollar la capacidad de síntesis en los alumnos

-Conocer el nivel de conocimientos que poseen los alumnos sobre un tema específico de una disciplina.

- Motivar al grupo para la participación activa

-Obtener ideas generales sobre un tema.

b.3.Debate.-

Para Nérecí, (1985), es una competición, disputa intelectual alrededor de un tema, entre dos o más estudiantes (o grupo de ellos), con posiciones contrarias, que defienden sus puntos de vista, mediante proposiciones, argumentos e inferencias válidas.

b.3.1.Objetivos.-

Según Beal, Bahlen y Raudabaugh (1969), Cirigliano y Villaverde (1982) y Nérecí (1985):

-Obtener datos de dos fuentes diferentes

-Ejercitar la tolerancia y libertad para opinar y respetar posiciones contrarias

-Estimular el razonamiento, capacidad de análisis crítico, intercomunicación, comprensión y trabajo colectivo.

-Ampliar el panorama intelectual mediante el intercambio de puntos de vista y actualización de ideas.

-Lograr una integración interdisciplinaria.

b.4. Equipos o Grupos de Trabajo.-

De acuerdo con Antunez (1975), Cirigliano y Villaverde (1982) y Badía (1986), es un grupo reducido de alumnos que realizan un trabajo en clase. Los trabajos pueden ser: ejercicios de repetición, comprensión, aplicación, análisis, síntesis, creación, etcétera.

b.4.1.Tipos.-

Según Stocker (1984), las formas básicas de trabajo en equipo son:

- **Grupo Único.-**
  Todos los grupos realizan la misma tarea en un clama de competencia leal. El final del trabajo propuesto debe consistir en una exposición o información a toda la clase de todo cuanto se ha realizado por cada grupo para llegar, después de una conversación, a una auténtica síntesis de las aportaciones de todos y cada uno de los grupos.

  Ejemplo: Resolver 75x 317 aplicando los cuatro tipos de estrategias del Cálculo Mental.

- **Grupo Diferenciado.-** Los equipos realizan trabajos parciales sobre el mismo tema (tareas diferentes). Ejemplo: resolver 4600 x230 aplicando los cuatro tipos de Estrategias de Cálculo Mental.

EquipoNº1: Artificios

Equipo Nº 2: Recolocaciones

Equipo Nº3: Descomposiciones

Equipo Nº4: Compensaciones

b.4.2.Objetivos.-

-Estimular y motivar el estudio

-Enriquecer la cooperación entre los miembros del grupo

-Proporcionar la oportunidad de expresión y desenvoltura

c. La estrategia Individual.-

Es un modelo de instrucción individualizado sobre la base de un programa estructurado para cada estudiante, tiene el propósito de cumplir con tareas de aprendizaje específico, diseñado para que sean realizados por los estudiantes, como eje principal es la adquisición individual de conocimientos concretos. Dentro de las estrategias individuales, para esta propuesta se puede considerar:

c.1.Trabajo Individual.-

Según Blanco (1996), es el estudio que realiza el alumno mediante la asignación de trabajos "diarios" (tareas) por parte del profesor. Para Tyler (1969), el proceso de un trabajo académico encierra una secuencia de experiencias de aprendizaje, en los que el estudiante practica el contexto que está siendo aprendido, mediante la dirección del profesor.

c.1.1.Tipos.-

De acuerdo con Jacquat (1993), los “deberes” pueden ser clasificados dentro de dos categorías.

- **De Complementación.-** Los trabajos son asignados con el propósito de complementar el proceso de enseñanza-aprendizaje, que fue presentado durante el período regular de clases.
- **De Ampliación.-** Los trabajos son asignados con el propósito de ampliar y/o enriquecer los contenidos desarrollados y analizados en el SEA.

c.1.2.Objetivos.-

Para Jacquat (1993), los principales objetivos pueden ser:

-Ampliar, enriquecer, practicar, etcétera, los contenidos desarrollados en el SEA.

-Identificar la relación entre los hechos aprendidos en clase y las aplicaciones en la vida diaria.

-Desarrollar hábitos de trabajo en los alumnos

-Facilitar el desarrollo de actividades prácticas.

-Conocer las deficiencias de los alumnos para solucionarlas a tiempo.

El docente puede utilizar muchos recursos (ayudas externas) para facilitar en el estudiante el procesamiento, codificación y recuperación de la información. Estos recursos se denominan genéricamente, “procesadores de la información” ,Marcano, (1986). Se presentan tres tipos de técnicas: técnicas de estimulación audiovisual, técnicas de estimulación escrita y técnicas de estimulación verbal, cada una de ellas tiene diferentes modalidades para ser usadas con propósitos específicos, Oviedo, (1993)

*** Técnicas de estimulación audiovisual.** Se consideran: retroproyector, audio casete, sono–viso, fotografía, modelos y maquetas, cartel, episcopio, videocasete, computador, televisión, proyector de imágenes móviles.

*** Técnicas de estimulación escrita.** Se consideran: diagramas, esquemas, ficha, ficha nemotécnica, flujogramas, franelógrafo, guías de estudio, lista de verificación, mapas conceptuales, pizarrón, rotafolio, solución de problemas, textos impresos, red conceptual.

*** Técnicas de estimulación verbal.** Se consideran: preguntas, anécdota, relato de experiencias, discusión.

6.7. Metodología. Modelo Operativo

Para la Fundamentación Teórica

Métodos: Se sugiere los lineamientos de los Métodos Deductivo e Inductivo apoyándonos con sus procesos de análisis y síntesis como principales, también se aplicara los métodos descriptivos y experimentales.

Técnicas: Para facilitar la elaboración adecuada del Marco Teórico se utilizará sus técnicas bibliográficas, de lectura científica y de redacción.

Instrumentos: Se utiliza principalmente revistas de matemáticas, libros de psicología cognitiva e hipertextos.

Para las Propuestas o Alternativas de Solución.-

Métodos: Dentro de las diversas opciones metodológicas recurriremos a las siguientes: Métodos de Cálculo Mental, método didáctico, método de proyectos.

Técnicas: En relación a los métodos anteriores nos valdremos de las siguientes técnicas para operacionalizar los métodos: Audiovisuales: cartel, modelos, retroproyector. Escritas: esquema, listas de verificación, mapas conceptuales, mentefacto. Verbales: discusión, pregunta.

Instrumentos: Entre tipos de materiales didácticos, tenemos aquellos que se utilizan para manipular como, tarjetas explicativas, apuntes, carteles manipulables, juegos, material para exponer como, carteles, diapositivas, objetos colgantes.

Tras el análisis del limitado razonamiento numérico de los estudiantes, y dentro de una acción/evaluación formativa es necesario adoptar las medidas pedagógicas más convenientes para subsanar esta dificultad y mejorar los resultados. La medida consiste en realizar un programa específico de estrategias de cálculo mental.

La evolución de la educación ha supuesto un incremento de la diversidad del estudiante y con ello la necesidad de nuevos sistemas e instrumentos que permitan llevar a cabo la tarea educativa. Entre los instrumentos elaborados con este fin cabe citar los programas de intervención de tipo psicológico. Los programas de intervención psicopedagógica son instrumentos para ayudar a los profesionales de la educación a desarrollar o reforzar algunos aspectos esenciales del aprendizaje. Se utilizara con fines preventivos y su principal objetivo es evitar el fracaso escolar, los cuales se describen a continuación:

Cálculo Mental-matemático para Matemágicos (Mendoza Jorge).-

Resolución mental en sumas con tres números naturales de dos cifras y dos números naturales de tres cifras teniendo como casos tres familias de operaciones donde el autor propone ejercicios que el estudiante puede aplicar como actividades básicas el valor relativo, la descomposición de un número en sumandos, redondeos, y transformaciones.

Resolución mental de multiplicaciones cuyos factores son números naturales de dos cifras, donde el estudiante comprenderá la utilidad para sus cálculos de la descomposición de un factor en sumandos, la propiedad distributiva de la multiplicación con respecto a la suma, la descomposición de un factor en factores.

Resolución mental de divisiones con números naturales, donde la división se apoya fundamentalmente en el razonamiento careciendo de reglas contando con un par de principios bastante generales, la primera por tanteo o aproximacio0nes sucesivas y el segundo es aceptar que la herramienta de la división es la multiplicación por tanto la división se resuelve por medio de un conjunto de multiplicaciones de tanteo; y complementariamente requiere de la suma y resta.

Resolución mental de porcentajes o encontrar a ciegas, el tanto por ciento de una cantidad donde se razona en forma simple obteniendo primero el 10% de una cantidad para obtener el tanto por ciento requerido, aplicando el principio de la regla de tres simple.

Mención de los Fundamentos de la Matemática Mental, se basa en: tablero valor posicional (unidades, decenas, centenas,…), descomposición polinómica, propiedades con respecto a la adición y multiplicación (asociativa, conmutativa, distributiva), y técnicas de agrupación

Técnicas de inducción rápida consta de: multiplicación y división con ceros, multiplicación y división con decimales, multiplicación de dos números con una particularidad.

Cálculo Mental -Matemática Recreativa (Rurush Alfonso).-

Procedimientos fáciles del cálculo mental rápido simples y fáciles de aprender donde el autor recomienda:

Multiplicación por un número digito:

a) números naturales multiplicación por 4-8-5-9

b) números fraccionarios multiplicación por ¾-1 ¼- 1 ½- 2 ½-

Multiplicación por un número de dos cifras: multiplicación por 15-11-21-25-31-41-51-75

Multiplicación por un número de tres cifras: multiplicación por 125

Multiplicación de dos números de dos y de tres cifras

Multiplicación de dos números que terminan 5

Multiplicación de un número por otro formado solo por cifras 9

División entre un número digito:

a) números naturales división entre 4-8-5-9

b) números fraccionarios división entre 1 ½

División entre un número de dos cifras: multiplicación por 15

Cálculo Matemático-técnicas para desarrollar su habilidad mental (Proaño Viteri).-

Suma: Suma de números de dos o más dígitos, propiedad asociativa, la prueba de la suma.

Sustracción: sustracción (proceso 1)

Producto: Producto por 10 o múltiplos de 10, propiedad distributiva, multiplicación por un número de un dígito, multiplicación por 4-9-11-101, multiplicación entre números de dos dígitos o más dígitos, producto de números de dos dígitos que tienen igual digito de las decenas y la suma de los dígitos de las unidades de 10, producto de dos números cuya diferencia es dos o cuatro, multiplicación de un número de dos dígitos por 99, multiplicación de dos números(proceso de la edad media), multiplicación de dos números (proceso de los casacos).

Potenciación: cuadro de números terminados en 5, cuadro de números de dos dígitos que empiezan por 5, cuadro de números de dos dígitos que terminan en 1, cuadro de números de dos dígitos que terminan en 9, cuadro de número de dos dígitos.

Multiplicación y División: división por 2-4-5, multiplicación por 5-75-125, multiplicación de un número par por 15, multiplicación de un número multiplicativo de 4 por 25.

Números Decimales: suma, sustracción, producto, división por 2-4-5-8-25-75-125, multiplicación por 5-15-25-75-125.

Progresint- Estrategias de Cálculo (Yuste Carlos, Galve José).-

*Estrategias de Cálculo con números naturales:

-Sumar primero los números cuyo resultado sea múltiplo de 10

-Sumar o Restar primero los números cuyo resultado sea 10-20-30-40-50-60

-Cambiar el orden, sumando primero los números que den múltiplo de 10

-Descomposición mental de números

-Descomposición y agrupamientos mentales de números

-Combinaciones

-Series lógicas Numéricas, poner la fórmula que gobierna a cada serie y completar la serie, verificar el predominio del ascenso o descenso.

-Series numéricas con fichas de dominó.

*Estrategias de Cálculo con números naturales, fraccionarios y decimales positivos:

-Sumar primero los números cuyo resultado sea un número terminado en cero.

-Sumar o restar los números cuyo resultado sea un número entero

-Series lógicas Numéricas, buscar la fórmula utilizada y completar la serie, aplicar la fórmula inicial para hacer las series.

*Automatismo de Cálculo con números naturales, decimales positivos:

-Completar operaciones dadas en serie realizando cálculos mentalmente.

-Realizar operaciones indicadas en red, empezando en el cuadro central.

-Escribir el número que falta, buscar la estrategia que lo resuelve.

-Realizar cálculos y señalar los puntos en la cuadrícula y unirlos siguiendo el orden de la actividad.

Hoja de Control de resultados en la cual el estudiante al término de cada ejercicio, evaluará la ejecución del mismo, mediante las opciones dadas.

Prueba de RETO/AUTOEVALUACION personal por un lado, animar a realizar algo que teóricamente suponga alguna dificultad y trabajo, y por otro, sirva al guía/educador para ir comprobando los progresos que va consiguiendo.

Talleres a desarrollar con los docentes.-

Se impartirá micro talleres para capacitarlos sobre la instrucción de las estrategias de cálculo mental y diversos ejercicios que contribuyen a la comprensión de las mismas, así como también se discutirá sobre la adquisición e importancia de las estrategias en el razonamiento numérico. Todos los puntos tratados en el micro talleres se dan a conocer a continuación, en el cual consta la respectiva planificación de cada jornada. Para evaluar el evento utilizamos fichas de evaluación en cada jornada, por medio de las cuales se irá mejorando a medida que se tome en cuenta las observaciones de los participantes.

Programa para la adquisición de estrategias de cálculo mental.-

Descripción del programa

Para la organización de este singular programa, se ha tenido en cuenta especialmente la teoría de Piaget, el desarrollo de los niveles de razonamiento en los jóvenes es solo posible cuando las subestructuras que posee se transforman en estructuras sin sufrir alteraciones las subestructuras, sino que se conservan; Vigotsky, las habilidades se adquieren a través de la interacción con individuos con mayor grado de competencia (docentes o compañeros de clase más expertos en el tema);Bloom, **la jerarquía de los niveles de adquisición del dominio cognitivo(Taxonomía de Bloom) y se ha elegido tipos de ejercicios de** los libros de la colección Progresint, Programa para la estimulación de las Habilidades Básicas de la Inteligencia, CICLO E.S.O. (12-16 años) Estrategias de Calculo y Resolución de Problemas (Progresint/17-25-26) y otras obras de Cálculo Mental.

Para la adquisición de Estrategias de Cálculo Mental y mejorar el nivel de razonamiento Numérico de los estudiantes se ha tomado en cuenta los tres primeros niveles en el dominio cognitivo: Conocimiento, Comprensión y Aplicación. Para la adquisición del Conocimiento, se propone, la presentación de la teoría, sobre la definición, tipo o clases, las actividades básicas del Cálculo Mental, la presentación del proceso de Demostración de Equivalencias, con su respectivo esquema. Para la Comprensión, el parafraseo de los estudiantes de la Definición de las Estrategias de Cálculo Mental fundamentándose en la Definición dada anteriormente, la diferenciación de cada una de los Tipos de Estrategias de Cálculo Mental, el planteamiento de Números y operaciones aritméticas para la interpretación e inferenciación de Actividades básicas en proposiciones y la respectiva justificación, mediante la reflexión. Para la aplicación, la resolución tomando en cuenta las Estrategias de Cálculo Mental, el descubrimiento de la estrategia más apropiada y la demostración de problemas numéricos propuestos y por último, para la automatización del Cálculo, se plantea al estudiante la realización de cálculos mentales aplicando las Recolocaciones y las Descomposiciones, para mejorar también la rapidez. S e concreta dentro del Conjunto de Números Racionales positivos unido con el conjunto unitario cuyo elemento es el cero, de acuerdo a condiciones por el número de datos, y cifras, en las cuatro operaciones básicas, esto se puede observar en las páginas 235 a 287. El programa enteramente activo, fue diseñado de modo que los contenidos sean medio para organizar la serie de tareas , las mismas que serán trabajadas en forma continua y en activa participación de los estudiantes, con el fin de conseguir el desarrollo del razonamiento numérico puesto que por lo general, los cambios de patrones de razonamiento son algo que no se puede aprender leyendo un libro sino más bien mientras el estudiante está realizando y analizando los resultados de su propia experiencia, y al interactuar con el resto de personas, es decir, mientras trabaja activa y directamente con los fenómenos, por lo que es un instrumento funcional de fácil aplicación que por medio de ejercicios sencillos y problemas numéricos propuestos en forma colectiva, grupal (3 a 4 personas) e individual. La primera Jornada se aplicará la estrategia magistral para la presentación de la Definición de las Estrategias de Cálculo Mental, su clasificación, los principios que rigen el Cálculo, las propiedades de los números los números racionales positivos y el cero, los mismos que conforman las Actividades Básicas para su posterior interpretación en el contexto del cálculo; Para las siguientes jornadas el docente aplicará las estrategias magistral y grupal e individual, donde se trabajará en grupos de tres a cuatro estudiantes. La duración de cada Jornada, tiene un promedio aproximado de cuatro horas clase, donde se resolverán diferentes tipos de ejercicios en la mayor cantidad posible tomando en cuenta el ritmo de aprendizaje de los estudiantes y que, en cada jornada tendrá un tiempo inicial para la explicación de la tarea y al final para comentar las soluciones, también se enviará las tareas a casa para su refuerzo.

Evaluación.-

La evaluación del progreso en la adquisición de las estrategias de cálculo mental, será realizada periódicamente durante la realización del programa, mediante una serie de pruebas de reto/autoevaluación diseñadas para este fin. Cada una de las pruebas es de carácter formativo, informando al estudiante de su estado de adquisición. Las pruebas a que son sometidos los estudiantes durante el desarrollo del programa van aumentando paulatinamente su grado de dificultad.

La prueba final es la medida del nivel de razonamiento numérico alcanzado por cada estudiante en este programa. Todas las pruebas, a las cuales es sometido el estudiante, deben realizarse solamente con papel y lápiz.

Planificación del Taller de Estrategias de Cálculo Mental para Maestros

Primera Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
Conocimiento de las Estrategias de Cálculo Mental. 1. Definición 2. Importancia 3. Incidencia en el razonamiento numérico. 4. Diferenciación entre estrategia método procedimiento de cálculo mental 5. Clases de estrategias de cálculo mental 6. Procedimientos de cálculo mental correspondiente a la estrategia elegida 7. Actividades Básicas como base para las comprensión de las estrategias de Cálculo Mental 7.1. Principios que rigen el calculo 7.2. Propiedades aritméticas	Conferencia magistral Mesa Redonda Conferencia Magistral	Diapositivas Hojas de Papel Carteles	4 horas

Segunda Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
2.- Comprensión de las Estrategias de Cálculo Menta **2.1 ACTIVIDADES BÁSICAS DE CÁLCULO MENTAL** **2.1.1. principios que rigen el cálculo** **2.1.1.1. agrupamiento decimal** • **expresar grupos de orden superior o inferior en el número de grupos de menor orden o en unidades (sistema de base 10)** **2.1.1.2. valor relativo de un número** • **indicar un número por su valor relativo de sus cifras** **2.1.1.3. agrupamiento multiplicativo** • **expresar un número mediante agrupamiento multiplicativo** **2.1.1.4. Decomposición de un número en suma de productos por la unidad seguida de ceros a derecha o izquierda en orden creciente o decreciente, respectivamente.**	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	4 horas

Tercera Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
2.- Comprensión de las Estrategias de Cálculo Menta 2.1.1.2. propiedades de los números • expresar un número decimal con diferentes número de cifras • descomponer un número en sumas • descomponer un número en factores • alcanzar o reducir a un número dado a unidades, decenas o centenas • expresar un número dado en función de otro mediante resta • expresar la definición de fracciones equivalentes • expresar la transformación de decimal al fracción * axioma conmutativo	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	4 horas

Cuarta Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
2.- Comprensión de las Estrategias de Cálculo Menta • axioma asociativo • para restas sucesivas (siempre de izquierda a derecha) • expresar la distribución del factor para cada uno de los términos del otro factor • expresar la distribución del divisor por la derecha con cada uno de los términos del dividendo. • factor común • descomponer el divisor para divisiones sucesivas • descomponer el dividendo en sumandos que sean múltiplos del divisor	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	4 horas

• expresar la definición de multiplicación de fracciones			

Quinta Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos

2.- Comprensión de las Estrategias de Cálculo Menta 1.2. reglas • multiplicación por 10 o multiplos de 10. • multiplicación por 11 • multiplicación por 15	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	3 horas

Sexta Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos

3. Demostraciones de la estrategias de Cálculo Mental -Artificios * Reglas -Sumas de números que acaban en ceros -Restas de números que acaban en ceros -Multiplicaciones de números que acaban en ceros -División cuando el divisor acaba en ceros -Recolocaciones * En Suma *En multiplicación	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	3 horas

Séptima Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO

Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
3. Demostraciones de la estrategias de Cálculo Mental •Disociaciones por Descabezamiento d**e** un dato por defecto en Suma • **Disociaciones** por Descabezamiento sucesivo del Sustraendo empezando por la cifra de orden superior completada. • **D**isociaciones por Descabezamiento; Distributiva de la multiplicación empezando la cifra de orden superior completada**.** • **Disociaciones** por Descabezamiento; distributiva de la División sucesiva en diversos órdenes de unidad del dividendo •**Disociaciones Subsidiarias,** resta haciendo la misma terminación •**Disociaciones Subsidiarias**por complemento • **Disociaciones Subsidiarias** con multiplicación por 25, 15 **Disociaciones Subsidiarias** por Cuadrados	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	3 horas

Octava Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
3. Demostraciones de la estrategias de Cálculo Mental Disociaciones Subsidiarias por Cuartos **Disociaciones Subsidiarias** por Mitades **Disociaciones Subsidiarias** por Tercios **Disociaciones Subsidiarias** con División, descomponiendo el dividendo en sumandos que son múltiplos del divisor **Factorizaciones** Factorizaciones Simples, *Multiplicación por 12, 15, 22, 33, 44, ...*	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	3 horas

Novena Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
3. Demostraciones de la estrategias de Cálculo Mental **Compensaciones** **Intermedias,** Suma doblando el número central, conocida como procedimiento del "número misterioso" **Intermedias,** Multiplicación de 15, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, por un número par: **Intermedias,** Multiplicación por un número que es potencia de 2**.** **Intermedias Alicuotar,** Multiplicación por 5, 2 y 1/2 o 2,5 o cualquier otro número que sea parte alícuota de 10. **Intermedias Alicuotar,** División por 5; 0,25; 0,75; 1,25; 1,5; etc. , y en general cuando el divisor es parte alícuota de 10, 100,... **Intermedias, Alicuotar,** Multiplicación por0,5; 0,25; 0,2; 0,125*:* **Intermedias,** Alicuotar, División por 0,5; 0,25; 0,2; 0,125*:* **Intermedias,** Alicuotar, Multiplicaciónpor0, 75 1,25; 1,5: **Intermedias,** Alicuotar, División por 0,75; 1,25; 1,5 División por un número al que a su inverso le falta una parte alícuota de 1, 10, 100,**..**	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	3 horas

Décima Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
3. Demostraciones de la estrategias de Cálculo Mental 3.2 **Compensación Final** • **Redondeo,** Completar decena en Suma **Redondeo,** Multiplicación por un número *cualquiera de nueves*: 9, 99: **Redondeo,** Multiplicación por un número próximamente menor que un número múltiplo 10, 100. **Redondeo,** Multiplicación por un número próximamente menor que 10al que le falta un número que es parte alícuota de 10 **Redondeo,** División cuando al dividendo le falta un múltiplo del divisor para ser 100.	Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	3 horas

Décima Primera Jornada

CONTENIDO	PROCESO	RECURSOS	TIEMPO
Comunidad de aprendizaje	Dinámica de integración Presentar objetivos de agenda temática Establecer compromisos de trabajo	Objetivos y agenda temática	15 minutos
5. Automatización del calculo	Conferencia magistral Demostración Presentación Estudio de casos Debate Equipos o Grupos de trabajo Taller	Diapositivas Pizarrón de tiza líquida Hojas de Papel Carteles Hojas de Papel Carteles	4 horas

FICHA DE EVALUACIÓN

NOMBRE DELTALLER: ……………………………………………………………………………………………………….

FACILITADOR/A: ………

VALORACION DEL EVENTO Escriba en el espacio respectivo una X de acuerdo a su apreciación

CLAVE:5= Excelente 4 = Muy bueno 3= Bueno 2= Regular 1= Deficiente

No	ASPECTOS	5	4	3	2	1
1.	Planteamiento de objetivos	( )	( )	( )	( )	( )
2.	Los contenidos desarrollados	( )	( )	( )	( )	( )
3.	La metodología utilizada	( )	( )	( )	( )	( )
4.	La aplicación práctica	( )	( )	( )	( )	( )
5.	Los documentos de apoyo	( )	( )	( )	( )	( )
6.	El desempeño del facilitador	( )	( )	( )	( )	( )

SUGERENCIAS Y OBSERVACIONES:………………………………………………………………………………………..

Actividades a desarrollar con los estudiantes

Evaluando el nivel de razonamiento numérico.-

Para evaluar el nivel de razonamiento numérico tanto inicial como final, se utilizará el test de razonamiento numérico, parte de la batería de los test de evaluación psicológica DAT (Test de Aptitudes Diferenciales). La prueba mide la capacidad del estudiante para realizar cálculos, realizar operaciones y resolver ejercicios. Consistiendo en un trabajo con lápiz y papel.

MATRIZ DE PLANIFICACIÓN

Estrategia del proyecto	Indicadores (Metas)	Fuentes de Verificación	Supuestos
OBJETIVO DE DESARROLLO Desarrollar en los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía habilidades aritméticas para mejorar el aprendizaje.	El 80% de los estudiantes es muy bueno **en resolver problemas numéricos y en aprender la aritmética**	Observación en clase y resolución de problemas numéricos	Los estudiantes poseen destrezas de lectura comprensiva Los estudiantes pueden identificar las partes constitutivas de un problema Los estudiantes aprenden Algebra en forma satisfactoria
OBJETIVOS DELPROYECTO Alcanzar un alto nivel de razonamiento numérico de los estudiantes de octavo de básica del Instituto Nacional Mejía.	El 30% de los estudiantes obtiene mejores puntuaciones en razonamiento numérico a Julio del 2012	Hoja de resultados estadísticos del test psicológico de razonamiento numérico	El estudiante se encuentra motivado y predispuesto para trabajar en clases y es más responsable en el cumplimiento de tareas asignadas por el maestro de matemática.
RESULTADOS Desarrollar un programa que permita la adquisición de Estrategias de Cálculo Mental en los estudiantes de octavo de básica	El investigador elabora el 100% de los contenidos del programa en 1 mes	Documento de validación de la programación de talleres, textos básicos acorde a los conocimientos de los estudiantes	Se dispone de recursos didácticos
Capacitar a los docentes del Área de Física y Matemáticas en la estrategia didáctica y tareas para la adquisición de Estrategias de Cálculo Mental.	15 docentes del área de Matemática capacitados en la metodología para la enseñanza de estrategias de cálculo mental y problemas numéricos, a abril del 2012	Registro de asistencia, fichas de evaluación,	Docentes capacitados incorporan alternativas innovadoras en los procesos de aprendizaje
Instruir y ejercitar a los estudiantes de octavo de básica en las Estrategias de Cálculo Mental para su adquisición.	225 estudiantes de octavo de básica adquieren Estrategias de cálculo mental, a inicios de junio del 2012	Hojas de control de resultados, análisis estadístico de las pruebas reto/autoevaluación	No habrá tasas de deserción de los participantes en la clase mayor del 10%
ACTIVIDADES Proporcionar y solicitar el apoyo a las autoridades de las instituciones. Seleccionar a los sujetos a investigar grupo beneficiario (GB) y grupo control (GC) Aplicar el test de Razonamiento Numérico a los estudiantes de GB y GC. Realizar el análisis estadístico inicial Asesoramiento de expertos. Adquisición de material científico Preparación de los talleres de recuperación a estudiantes y capacitación a docentes Presentar los ejercicios de los programas y textos para la comprensión. Dialogar los ejercicios con los estudiantes Practicar con los estudiantes diferentes ejercicios Aplicar el test de Razonamiento Numérico a los estudiantes. Realizar el análisis estadístico final	**PRESUPUESTO**		Se cuenta con una institución que financie el proyecto de capacitación

PROGRAMA DE ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL

1. CONOCIMIENTO DE LAS ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL.-

1.1. Estrategias de Cálculo Mental.-

1.1.1.Definición.-

Las Estrategias de Cálculo Mental son los principios directores generales de resolución que atendiendo la manera de tratar los datos funcionan con cualquiera que sea la operación tanto para los números naturales como con números decimales,(Gómez, B**),** cuya reflexión, comprensión, dominio y elección consciente de **artificios**, **recolocaciones descomposiciones, compensaciones** se logra una resolución precisa en problemas numéricos propuestos y un aprendizaje significativo en conceptos relacionados con la operatoria. Las Estrategias de Cálculo Mental son personales porque cuando se suelen utilizar en una tarea concreta cambian de un individuo a otro, dando lugar a una enorme variación, aunque todas ellas, en menor o mayor grado, (Ortega, T y Ortiz, M).

Calcular es establecer una relación directa entre cantidades a partir de sus representaciones numéricas, sin pasar por la construcción física de una o varias colecciones cuyos elementos se cuentan, las mismas que puntualizan el nuevo papel del Cálculo Mental e involucran a las Estrategias de Cálculo Mental por ser parte de éste en los argumentos se detallan a continuación:

- ✓ Es un medio para incrementar la comprensión de los números (Plunkett, 1979) individualizándolos y relacionándolos con diversas formas de escribirlos (Giménez y Girondo, 1990) y conociendo cómo está compuesto de sumandos y factores (Menchinskaya y Moro, 1975).

- ✓ Es de utilidad en la comprensión y desarrollo de los equivalentes escritos (Cockcroft, 1985), pudiendo llevar al descubrimiento de pautas, propiedades y estructuras de nuestro sistema numérico (Reys, 1985).

- ✓ Es un tipo de análisis de las situaciones numéricas que puede ser usado por los educadores para incrementar la flexibilidad en el cálculo (Henneessy et al., 1989) y su reflexión sobre el procedimiento mismo, (French, 1977).

- ✓ Se puede usar en el diagnóstico de la comprensión del número y del valor de posición (Henneessy et al., 1989) y para comprobar las concepciones de los estudiantes (y su disponibilidad) ligadas a la numeración decimal y a las propiedades de las operaciones (Butlen y Pezard, 1991).

1.1.1. **Clases de Estrategias de Cálculo Mental**.-

- **Artificios.-**

Es una forma de Estrategia de Cálculo que no requiere de la descomposición numérica, recolocaciones, ni de compensaciones para facilitar los cálculos. A este grupo se han considerado las Reglas, las mismas que son recogidas por la tradición escrita en las Aritméticas antiguas.

- **Recolocaciones**.-

Consiste, primeramente, en calcular las cantidades propuestas para la conformación de decenas, centenas, etcétera para su posterior resolución con el resto de cantidades.

- **Descomposiciones.-**

Consiste en descomponer uno de los términos para formar la expresión en otra equivalente más cómoda para el uso de cantidades menores que las dadas. A este tipo de Estrategias corresponde las Disociaciones por Descabezamiento de los sumandos para completar las cifras con sus ceros correspondientes o con sus órdenes de unidad; y las Disociaciones Subsidiarias que consisten en descomponer uno de los datos en función del otro; y las Factorizaciones en el que se trata de sustituir uno o más factores por un equivalente numérico en forma de serie de productos o cocientes. Descomposición de uno o ambos datos en factores.

- **Compensaciones**.-

Es servirse del incremento de uno o dos datos compensando adecuadamente el resultado. A este grupo corresponden las Compensaciones Intermedias, en las que se realizan las compensaciones antes de operar los parciales, y la Compensación Final en el que se compensa al acabar las operaciones parciales. Entonces, el punto de apoyo usual para las Estrategias de Cálculo Mental es un suficiente dominio de artificios, descomposiciones, compensaciones, recolocaciones en los problemas numéricos propuestos.

1.1.1.1. Actividades Básicas de Cálculo Mental.-

Las Actividades Básicas son los componentes básicos de Cálculo, (Ortega, T y Ortiz, M), que posterior a su conocimiento, son **comprendidas, aplicadas en los cálculos, al escoger** de manera consciente las estrategias más convenientes. (Gómez, B.), (Bloom, 1972). Concretar qué actividades básicas requieren los diferentes tipos de estrategias de cálculo mental**,** permitirá medir la Comprensión de las Estrategias de Cálculo Mental, apreciar las dificultades, tomar decisiones y graduarla para el aprendizaje de las estrategias, (Karmel, 1974).

Las Actividades Básicas se sustentan en los principios que rigen e**l Cálculo dentro del sistema de numeración decimal, propiedades de las operaciones** (Ortega, T y Ortiz, M), **composición y descomposición del número** (Baroody).
Los principios que rigen el Cálculo dentro del sistema de numeración decimal, como son: cifras, agrupamiento decimal, valor relativo de sus cifras, suma de números acabados, y agrupamiento multiplicativo.

Las cifras son cada uno de los diez símbolos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9) que se usan dentro del Sistema de Numeración Decimal y conforman los números naturales.

El Agrupamiento Decimal significa, la agrupación de 10 unidades forman una decena, grupos de 10 decenas forman una centena, etcétera.

El Valor Relativo de sus cifras significa que a todo número natural, leyendo de derecha a izquierda, la primera cifra corresponde a las unidades (u), la segunda a las decenas (d), la tercera a centenas (c), y así sucesivamente.

La Suma de Números Acabados significa que sólo los números naturales que tienen decenas llevan un cero en el lugar de las unidades; sólo los que tienen centenas llevan dos ceros, uno en el lugar de las unidades y otro en el lugar de las decenas, etc. Por lo tanto, todo número natural es una suma de números acabados en sucesión decreciente de ceros, ejemplo 356= 300+50+6.

El Agrupamiento Multiplicativo, significa que todo número natural es una suma de multiplicaciones ordenadas de sus cifras, de derecha a izquierda por 1, 10, 100, 1000…, por ejemplo: 20 se puede escribir 2x10 porque como 2 decenas son dos veces 1decena; 423 se puede escribir 4x100+2x10+3.

Por lo que todo número natural se puede escribir de varias maneras:

- En forma posicional 423
- Descompuesto

d) En unidades, decenas, centenas. 4c, 2d, 3u (valor relativo de sus cifras)

e) En suma de números acabados en ceros. 400+20+3

f) En suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente… 4x100+2x10+3.

La siguiente tabla muestra una nueva clasificación de las Actividades Básicas:

ACTIVIDADES BÁSICAS		
EN FUNCIÓN DE:		
1. Por Principios que rigen el Cálculo		
	Valor Relativo	**45: 4 centenas y 5 unidades**
	Agrupamiento Decimal	**10 decenas = 100 unidades**
	SUMA DE PRODUCTOS POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS A DERECHA O IZQUIERDA EN ORDEN CRECIENTE O DECRECIENTE, RESPECTIVAMENTE	**425=4 x100+ 2x10+5 ;) 0,658 = 6x 0,1 +5x 0,01+**

		8x 0,001
	Agrupamiento Multiplicativo	**15 milésimos= 0,015**
2. Axiomas de las Operaciones aritméticas	DESCRIPCIÓN	EJEMPLO
	Clausurativo de la Suma	34+ 16 = 50
	Clausurativo de la Multiplicación	11x23= 253
	Asociativo de la Suma	**26+ 19+728+22= (26+ 19)+(728+22)**
	Asociativo de la Multiplicación	**0,02 x 100x 0,234 = (0,02 x 100) x 0,234**
	Conmutativo de la Suma	**13+ 24+17+26 = 13+17+24+26**
	Conmutativo de la Multiplicación	**12x2x5x9 12x9x5x2**
	Distributivo de la Multiplicación con Respecto a la Suma	**12x (7+4+2)= (12+7)x (12+4)x(12+2)**
	Distributivo de la División con respecto a la Suma	**(1/3 +1/9) ÷3/2)= (1/3÷3/2) + (1/9÷3/2)**
	Distributivo de la Multiplicación con respecto a la Resta	**14x (7-4)= (14x7)-(14x4)**

3. Descomposición Numérica		
	En Sumas	28= 13+15
	En Factores	**0,6= 0,3 x 2**
3.- Reglas	**Factorización de un Polinomio Aritmético**	**2x4 + 2x 9 = 2 x (4 + 9)**
	Transformación de Decimal a Fracción	**0,25= 25/100; 0,33333… = 3/9; 0,0777…=7/90**
4. Inferencia	**Término desconocido en Ecuación cuyo valor Numérico sea la Unidad o Múltiplo de 10**	**87 + ?= 100 ; ?= 100- 87**
	Factor desconocido en ecuación cuyo valor Numérico sea la Unidad o Múltiplo de 10	0,25X ¿ =1; ¿ = 4
	Número dado en función de otro mediante Resta	**7,38=8,5-1,12**
	Agrupación de un Polinomio Aritmético para Restas sucesivas	**3,6 – 0,04- 0,9 =(3,6- 0,04)- 0,9**

	El dividendo como la suma de dos Números Múltiplos del Divisor	**140**÷ 7= (56+84) ÷7
	Número próximamente menor que uno de los múltiplos de 10	**1 8 = 20-2**
5. Definiciones	**Multiplicación de números fraccionarios**	**34 x 3/2= (34x3)/2**
	Fracciones Equivalentes	**15/10 =3/2**
	División de Fracciones	**7/3÷ 6/5= (7x5)/(6x3)**

Tabla Nº 41

Actividades Básicas del Cálculo Mental

Elaborado Por: Sigcha E.

1.2. La Demostración.-

Es un proceso utilizado para comprobar la veracidad de afirmaciones, teoremas, principios, etcétera, partiendo de verdades universales y evidentes. Es el razonamiento que hace evidente la verdad de una proposición. Una de las clasificaciones de esta forma de Estrategia Magistral es la Demostración de Equivalencias donde es necesario convertir una equivalencia lógica de una forma dada, a otra forma. A estas conversiones se les conoce, generalmente con el nombre de "demostraciones". Londoño y Bedoya (1995).

La forma más fácil de demostrar una equivalencia consiste en convertir uno de los dos miembros de la equivalencia, en la forma que tiene el otro miembro. No existe otra regla general para llevar a efecto estas conversiones, pero las indicaciones siguientes pueden ser muy útiles, como guía para este tipo de operaciones.

1. En la parte izquierda, póngase las conversiones en pasos numerados en orden sucesivo (proposiciones).

2. A la derecha escriba la razón de cada conversión (razones: Definiciones, axiomas, principios, etcétera)

3. Aplicar las definiciones, axiomas, principios, etcétera, correctamente)
4. Algunas veces, para obtener la conversión deseada, es necesario reemplazar las definiciones, axiomas, etcétera, por una de las variables.

Esquema:

PROBLEMA A RESOLVER:

Proposiciones		**Razones**
1)	------------------------------	....
2)	------------------------------	....
2)	....	....
3)	....	....
4)	....	....

ACTIVIDADES

1. Definir las Estrategias de Cálculo Mental
2. Describir las clases de Estrategias de Cálculo Mental
3. Enumerar las Actividades Básicas
4. Definir el Proceso de demostración de equivalencia
5. Describir las partes del proceso de Demostración de equivalencia

2. EJERCICIOS DE COMPRENSIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL

2.1 ACTIVIDADES BÁSICAS DE CÁLCULO MENTAL

2.1.1. PRINCIPIOS QUE RIGEN EL CÁLCULO

- **AGRUPAMIENTO DECIMAL**

  - **EXPRESAR GRUPOS DE ORDEN SUPERIOR O INFERIOR EN EL NÚMERO DE GRUPOS DE MENOR ORDEN O EN UNIDADES (SISTEMA DE BASE 10)**

    Ejemplo:

    i) 1 decena equivale a 10 unidades

    ii) 1 centenas equivalen a 10 decenas o 100 unidades

    iii) 1 unidad de mil equivale a 10 centenas o 100 decenas o 1000 unidades

    iv) 1 décimo equivale a 0,1 unidades

    v) 1 centésimo equivale a 0.01 unidades

    vi) 1 milésimo equivale a 0,001 unidades

- **VALOR RELATIVO DE UN NÚMERO**

- **INDICAR UN NÚMERO POR SU VALOR RELATIVO DE SUS CIFRAS**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 6 equivale a 6 unidades

ii) 75 equivale a ---------- y -----------

iii) 603 equivale a ----------, ------------- y-----------

iv) 1004 equivale a -----------, -----------, ------------ y --------------

Con números decimales positivos

Ejemplos:

i) 3,2 se interpreta como 3 unidades y 2 décimos

ii) 0,37 se interpreta como ------------- y--------------

iii) 2,098 se interpreta como ,------------, -------------- y---------------

iv) 28,564 se interpreta como--------------, -------------,--------------- ,-------------- y -----------------

v) 0,287645 se interpreta como-------------------, ---------------------, -----------------------, --------------------, -------------- y-------------------

- **AGRUPAMIENTO MULTIPLICATIVO**
- **EXPRESAR UN NÚMERO MEDIANTE AGRUPAMIENTO MULTIPLICATIVO**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 80 = 8x 10

ii) 700= -------------------

iii)9000= ------------------

iv)30000= -----------------

Con números decimales

i) 0,2 = 2 x 0,1

ii) 0,47 = ----------------------

iii)0,675 = ----------------------

iv)0, 2056= -------------------------

Con fracciones positivas

i) 3/ 10 = 3 x 1/10

ii) 8/100 = --------------------------

iii) 16/1000 = ------------------------

- **DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO EN SUMA DE PRODUCTOS POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS A DERECHA O IZQUIERDA EN ORDEN CRECIENTE O DECRECIENTE, RESPECTIVAMENTE.**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 89 = 8x 10 + 9

ii) 679 = -------------------------

iii) 2648= ---------------------------

Con números decimales positivos

i) 0,63 = 6x 0,1+ 3x 0,01

ii) 2,46= --------------------------

iii) 7,468= --------------------------

Con números fraccionarios

i) 53/10 = ---------------------------------

ii) 472/100= ------------------------------

iii) 904/1000=-------------------------------

2.1.2. PROPIEDADES DE LOS NÚMEROS

- **EXPRESAR UN NÚMERO DECIMAL CON DIFERENTES NÚMERO DE CIFRAS**

Ejemplos:

i) 0,3 = 0,30= 0,300= 0,3000= 0,3000000

ii) 0,35= ---------------= ----------------------= ----------------------

- **DESCOMPONER UN NÚMERO EN SUMAS**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 28= 15+13

74= ----------------------

456= ---------------------

Con números decimales positivos

ii) 3,7 = 3+ 0,5+0,2

13,46= -------------------

12,68= -------------------

Con números fraccionarios positivos

iii) 17/4 = 15/4+ 2/4

8/5= -----------------

3/2 = -----------------

- **DESCOMPONER UN NÚMERO EN FACTORES**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 98= 7x7x2

175= --------------------

44= --------------------

Con números decimales

ii) 72,80 = 9,1x 2x2x2

36,22= --------------

25,45= --------------

Con números fraccionarios positivos

iii) 19/4 = 190/3 x 3/40

12/5= ------------------

44/15= ----------------

- **ALCANZAR O REDUCIR A UN NÚMERO DADO A UNIDADES, DECENAS O CENTENAS**

Ejemplos:

***EN SUMA**

Con números naturales

i) 387+ ¿ = 400 entonces ¿ = 13

25+ ¿ = 79 entonces ¿ = ----------

Con números decimales positivos

ii) 8,5 + ¿= 10 entonces ¿ = 1,5

5,7+ ¿ = 10 entonces ¿ = ---------

Con números fraccionarios positivos

iii) 5/7+ ¿= 1 ; entonces ¿ = 2/7

18/7+ ¿= 10; entonces ¿= -----------------

***EN MULTIPLICACIÓN**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 7x ¿ = 70 , entonces ¿ = 10

13x ¿ = 143, entonces ¿= ----------

Con números decimales positivos

ii) ¿ x 2,5 = 1 ; entonces ¿= 0,4

8,25 x ¿= 1; entonces ¿= ------------

Con números fraccionarios positivos

iii) 15/2x ¿=1; entonces ¿ = 2/15

3/5 x ¿ = 1: entonces ¿= ---------

- **EXPRESAR UN NÚMERO DADO EN FUNCIÓN DE OTRO MEDIANTE RESTA**

  Ejemplos:

  Con números naturales

  i) 24 = 30-6

  96= ------- (exprese en función de100)

  Con números decimales positivos

  i) 0.9 = 1-0,*1*

  0,38= ------------ *(Exprese en función de 1)*

  Con números fraccionarios positivos

  i) 4/9 = 1- 5/9

  7/4= ------------ (Exprese en función de 10)

- **EXPRESAR LA DEFINICIÓN DE FRACCIONES EQUIVALENTES**

  Ejemplos.

  i) 3/2 = 15/10

  17/4 = -----------

- **EXPRESAR LA TRANSFORMACIÓN DE DECIMAL AL FRACCIÓN**

  Ejemplos:

  i) 0,25 = 25/100

  0,43= -------------

  ii) 0,3333… = 3/9

  0,46464646…= ------------------

  iii) 0,07777…= 7/90

  0,0343434…=------------------

iv) 3,242424…= 3+ 2/10 + 4/90

8,21212121…= ---------------

- **AXIOMA CONMUTATIVO**

Ejemplos:

***EN SUMA**

Con números naturales

i) 13+24+17+26 =13+17+24+16

18+34+56= -------------

Con números decimales positivos

i) 0,9+0,8+2,1+3,20 =0,9+2,1+0,8+3,20

0,33+0,12+0, 07= = ---------------------

Con fraccionarios positivos

i) 5/4+8/3+3/4+2/3= 5/4+374+8/3+2/3

3/5+ 13/2+ 4/5= ---------------------

***EN MULTIPLICACIÓN**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 12x2x5x9= 12x5x2x9

5x 3x 12x 7= ---------------------

Con números decimales positivos

i) 0,03x1000 x 0,015x100=0.03x 100x 1000x0,015

0,14x 3,025x 100x 1000= ---------------------------

Con números fraccionarios positivos

i) 3/7x 5/2x8/3x 2/10 = 3/7x 8/3x 5/2x2/10

7/6x 33/4x 2/11x6/7= -----------------------

* AXIOMA ASOCIATIVO

Ejemplos:

***EN SUMA**

Con números naturales

i) 26+19+728+22 = (26+19)+ (728+22)

18+11+19+33= --------------------------

Con números decimales positivos

i) 10,98+ 0,02+ 10,4+ 79,60 = (10,98+0,02)+ (10,4+79,60)

Con fracciones positivas

i) 7/4+ 5/3+ 13/3+ ½= 7/4+ (5/3+ 13/3)+ ½

3/2 + 7/11+ 9/2 = --------------------------

***EN MULTIPLICACIÓN**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 5x2x26x11= (5x2)x (26x11)

4x8x5x13= ……………………

Con números decimales

i) 0,02x100x0, 234= (0,02x100) x0, 234

Con números fraccionarios positivos

i) 143/8 x 40/11x 3/7x 14/3 = (143/8 x 40/11)x (3/7x 14/3)

35/4 x 2/7x 7/4x 1/9= -----------------------

- **PARA RESTAS SUCESIVAS (SIEMPRE DE IZQUIERDA A DERECHA)**

  Ejemplos:

  Con números naturales

  i) 45-12-9 = (45-12)-9

  89-34-25= -----------------

Con números decimales positivos

i) 3.6-0,04-0,9 = (3.6-0,04)-0,9

14,6-7,1- 3,3= ------------------

Con números fraccionarios positivos

i) 17/4- 1/3- 2/5 = (17/4-1/3)-2/5

23/3- 4/6-1/3= -----------------

- **EXPRESAR LA DISTRIBUCIÓN DEL FACTOR PARA CADA UNO DE LOS TÉRMINOS DEL OTRO FACTOR**

Ejemplos:

***EN SUMA**

Con números naturales

i) 23x (18+ 12) = 23x18 + 23x 12

ii) 76x (146+ 54) = ------------------

Con números decimales positivos

i) 0,2 x (11+ 5)= 0,2 x 11 + 0,2 x5

ii) 0,8x (0,1+ 0,03)= ---------------------

Con números fraccionarios positivos

i) 1 / 7 x (5/8 + 1) = 1 / 7 x 5/8 + 1 / 7 x 1

ii) 9 / 3 x(5 / 16 + 3 / 16) = ------------------

***EN RESTA**

Con números naturales

i) 23x (10-2) = 23x10 - 23x 2

ii) 76x (20- 5) = -------------------

Con números decimales positivos

i) 0,2 x (11- 5) = 0,2x 11- 0,2 x 5

ii) 0,8x (0,1- 0,03)= ----------------------

Con números fraccionarios positivos

i) 4 / 7 x (1 - 5/8) = 4 / 7 x 1 - 4 / 7 x 5 / 8

ii) 9 / 13 x (20 / 7 - 3 / 7) = ------------------

- **EXPRESAR LA DISTRIBUCIÓN DEL DIVISOR POR LA DERECHA CON CADA UNO DE LOS TÉRMINOS DEL DIVIDENDO.**

Ejemplos:

***EN RESTA**

Con números naturales

i) (240- 32) ÷8 = 240 ÷8 -32÷8

ii) (1500 -165) ÷ 15 = -------------------

Con números decimales positivos

i) (164-8)÷ 0,8 = 16÷ 0,8 - 8 ÷ 0,8

ii) (0,24- 0,033 -0,024) ÷ 0,003 = ---------------------------------

Con fracciones positivas

i) (6/7-2/5) ÷ 3/14 = 6/7÷3/14 – 2/5÷3/14

ii) (12/5 - 16/5) ÷ 4/15 = -------------------------------

- **FACTOR COMÚN**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 2x4+2x9 = 2(4+9)

ii) 5x7+5x8+5x9= ----------------------

Con números decimales positivos

i) 0,4x0,3+0,2x0,3 = 0,3x (0,4+0,2)

ii) 0,7x0,45+ 0,45x0,6= ----------------

Con números fraccionarios positivos

i) 7/2 x 5/9- 7/2x 1/3 = 7/2x(5/9-1/3)

ii) 3/8x 1/4+ 1/4x3/2- 1/5x1/4= -----------------

- **DESCOMPONER EL DIVISOR PARA DIVISIONES SUCESIVAS**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 75÷15 = 75÷ (5x3) = (75÷5) ÷3

ii) 84÷4= ------------- = --------------

Con números decimales positivos

i) 0,80÷0,2 = 0,80÷ (0,04x5)= (0,80÷0,04) ÷5

ii) 3,6÷ 6= ----------------- = -------------------

Con números fraccionarios positivos

i) 100/9÷ 20/81 = 100/9÷ (5/27x 4/3) = (100/9÷5/27) ÷4/3

ii) 4/13 ÷ 4/21 = ------------------------- = -----------------------

- **DESCOMPONER EL DIVIDENDO EN SUMANDOS QUE SEAN MULTIPLOS DEL DIVISOR**

Ejemplos:

Con números naturales

i) 198 ÷9 = (99+ 99) ÷9

ii) 48÷8= ------------------

Con números decimales positivos

i) 2,79÷0,03 = (2,4+ 0,39)÷ 0,03

ii) 22,5÷9= _____________

- **EXPRESAR LA DEFINICIÓN DE MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES**

Ejemplos:

i) 3/7 x 3/2 = 3x3/7x2

5/9 x 7/5= ---------------

- **EXPRESAR LA REGLA DE DIVISIÓN DE FRACCIONES**

Ejemplos:

i) 7/3 ÷6/5 = 7/3 x 5 /6

16/3÷ 5/9=……………

- **REGLAS**

  - **MULTIPLICACIÓN POR 10 O MULTIPLOS DE 10.**

Para multiplicar por 10 se añade al número un cero a la derecha y si la multiplicación es por 100, se añade al número dos ceros a la derecha.

Ejemplo:

a) 2x10 = 20 (2x1=2 y le añadimos un cero)

b) 3x100=300 (al 3 multiplicamos dos ceros)

c) 23x100= ---------

d) 4,5x100= --------

  - **MULTIPLICACIÓN POR 11**

Si le número tiene un digito, al multiplicar por 11se repite dos veces el número dado. Ejemplo: 9x11= 99

Si el numero tiene dos dígitos, procedemos según se explica: 12x11, sumamos los dos dígitos 1+2=3 y lo colocamos entre estos dos dígitos 132, por lo que 12x11=132.

2.1. DEMOSTRACIONES LAS ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL

A continuación se presentan las demostraciones de resoluciones de problemas numéricos en las cuatro operaciones básicas, complete sobre las líneas punteadas que se encuentran tanto en la columna de Proposiciones como en la columna de las Razones.

–**Artificios**

• **Reglas**, *Sumas de números que acaban en ceros*

Ejemplo: Sumar 600 + 700 + 4500

Proposiciones	**Razones**
1) 600+700+4500	Dato
2) 600+700+4500=600+700+4500	Axioma Reflexivo de la igualdad
3) (6c,0d,0u), (7c,0c,0u), (4um, ------------)	**Valor Relativo**
4) 600+700+4500= **(6x100)+(7x100)+(45x100)**	**-----------------------------**
5) 600+700+4500 **= (6+7+45)x100**	**Factor común**
6) 600+700+4500 **=** ((6+7)+45)x100	-------------------------------
7) 600+700+4500 **=** (13+45)x100	Axioma Clausurativo de la suma
8) 600+700+4500 **=** 58x100	------------------------------------
9) 600+700+4500= 5800	Axioma Clausurativo de la multiplicación

• **Reglas**, Restas de números que acaban en ceros

Ejemplo: 7000 - 4500

Proposiciones	**Razones**
1) 7000-4500	Dato
2) 7000-4500=	Axioma Reflexivo de la Igualdad
3) **(7um,0c,0d,0u), (4um,5c,0d,0u)**	**Valor relativo (p1)**
4) 7000 > ----------------------	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
5) si es posible restar	Condición de Resta por pasos 1) y 3)
6) 7000-4500 **=(70x100)-(45x100)**	**Agrupamiento multiplicativo**
7) 7000-4500 **=--------------------**	**Factor común**
8) (7d,0u), (4d,5u)	--------------------------------------
9) 70>45	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
10) si es posible restar	Condición de Resta por paso 6) y 8)
11) 7000-4500 **=** 25x100	Definición de resta

12) 7000-4500 = 2500 --

- **Reglas,** Multiplicación por números que acaban en ceros

Ejemplo: 7x300

Proposiciones	Razones
1) 7 x300	Dato
2) -------------------------	------------------
3) **7: 0c.0d,7u ; 300: 3c,0d,0u**	**Valor relativo**
4) 7 x300=**7x(3x100)**	**Agrupamiento multiplicativo**
5) 7 x300 **=(7x3)x100**	**---------------------------------**
6) 7 x300=21x100	Axioma Clausurativo de la Multiplicación
7) 7 x300=2100	---------------------------------

- **Reglas,** División cuando el divisor acaba en cero

Ejemplo: 234÷20

Proposiciones	Razones
1) 234÷20	
2) 234÷20=234÷20	Axioma Reflexivo de la igualdad
3) 234÷20=	**Agrupamiento multiplicativo**
4) (234÷2)÷10	**Descomposición del divisor para divisiones sucesivas**
5) 234 es divisible para 2	Regla de criterios de divisibilidad
6) si es posible realizar la división exacta	Condición de división por pasos 4) y 5)
7) 234÷20= 117÷10	----------------------------------
8) 234÷20= 11,7	Regla de división para potencias

*** Reglas,** División cuando el dividendo y divisor acaban en ceros

Ejemplo: 4500÷500

Proposiciones	Razones
1) ----------------------	Dato
2) ------------= 4500÷500	Axioma reflexivo de la igualdad
3)) **(----------------) ,(5c,0d,0u)**	**Valor relativo**
4) 4500÷500 **=(45x 100)÷ (5X100)**	**Agrupamiento multiplicativo**
5) 4500÷500= --------------------	Destrucción del paréntesis precedido de signo mas
6) 4500÷500 **=((45x100) ÷5) ÷100**	**Descomposición del divisor para divisiones sucesivas**
7) 4500÷500 =((45X100)/5) ÷100	Notación de la división
8) **------------=(45/5 x100) ÷100**	**Definición de multiplicación**
9) 4500÷500 **=(45/5 x 100)/100**	**------------------------------**
10) 4500÷500 **=(45/5x 100)x 1/100**	**Definición de división**
11) 4500÷500=45/5x (100x 1/100)	Axioma asociativo de la multiplicación
12) 4500÷500=**45/5 x (100/100)**	**Definición de multiplicación, axioma modulativo (x)**
13) 4500÷500=	**Un número dividido para sí mismo da 1**

14) 4500÷500=45/5x----------------	Axioma modulativo de la multiplicación
15) 45 es múltiplo de 5	---------------------------------------
16) 4500÷500=9	Definición de división

b) Recolocación

• *Suma*

Ejemplo: 57+26+13

Proposiciones	**Razones**
1) 57+26+13	Dato
2) -----------------------	Axioma Reflexivo de la igualdad
3) 57+26+13=**57+ ?= ?0**	**Completar decenas mediante suma**
4) **7u+3u=10u=1d**	**Agrupamiento decimal**
5) 57+26+13=**57+ (26+13)**	**---------------------------------------**
6) 57+26+13=**57+ (13+26)**	**--------------------------------**
7) 57+26+13 **=(57+13)+26**	**Axioma asociativo de la suma**
8) 57+26+13=70+26	Axioma Clausurativo de la suma
9) 57+26+13=96	Axioma Clausurativo de la suma

Multiplicación

Ejemplo: 12x9x5

Proposiciones	**Razones**
1) 12x9x5	Dato
2) 12x9x5=12x9x5	------------------------------
2) **? x ?= ?0**	**-----------------------------**
3) **2u x 5 u = 10 u = 1 d**	**------------------------------**
4) 12x9x5=**12x (9x5)**	**----------------------------------**
5) 12x9x5=**12x(5x9)**	**Axioma conmutativo de la multiplicación**
6) **-------=(12x5)x9**	**--------------------------------**
7) 12x9x5=60x9	Axioma clausurativo de la multiplicación
8) 12x9x5=540	-----------------------------------

c) Descomposiciones

•Disociaciones por Descabezamiento d**e** un dato por defecto en Suma

Ejemplo: 57+ 26

Proposiciones	**Razones**
1) 57+26	Dato
2) 57+26=57+26	--------------------------------
3) **57+ (30-4)**	Expresión de un número dado en función de otro mediante resta

4)	57+26=57+30-4	--
5)	57+26 **=(57+30)-4**	**--**
6)	57+26 **=87-4**	--
7)	87>45	---
8)	si es posible restar	Condición de resta, por pasos 5) y 7)
9)	57+26=83	--

• **Disociaciones** por Descabezamiento sucesivo del Sustraendo empezando por la cifra de orden superior completada.

Ejemplo: 894-632

	Proposiciones	Razones
1)	894-632	Dato
2)	--------------------------------	Axioma Reflexivo de la igualdad
3)	632: 6c,3d,2u	Valor relativo
4)	894-632= 894- (--------+3x10+2)	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente
5)	894-632=**894- (600+------+2)**	Agrupamiento multiplicativo
6)	894-632=894- 600-30-2	Destrucción del paréntesis precedido de signo menos
7)	894-632 **=(894-600)-30-2**	**-------------del polinomio aritmético para restas sucesivas**
8)	894>600	---
9)	si es posible restar	---------------------------------
10)	894-632 **=**(294)-30-2	Definición de resta
11)	894-632 **=**(294-30)-2	--
12)	294>30	--
13)	Si es posible restar	Condición de resta, por pasos 11) y 12)
14)	894-632=264-2	-------------------------------
15)	264>2	--
16)	es posible restar	Condición de resta, por pasos 14) y 15)
17)	894-632=**262**	--

- **D**isociaciones por Descabezamiento; Distributiva de la multiplicación empezando la cifra de orden superior completada**.**

Ejemplo: 23x4

	Proposiciones	**Razones**
1)	23x4	Dato
2)	23x4=23x4	Axioma reflexivo de la Igualdad
3)	23: 2d,3u	------------------------------
4)	23x4 =(2x10+3)x 4	Suma de productos por la unidad seguida de ceros en orden decreciente
5)	23x4 **=(20+3)x4**	**--------------------------------------**

6) 23x4 **=(20x4)+ (3x4)** **---------------------------------------**

7) 23x4=**80+ 12** --

8) 23x4=92 --

- **Disociaciones** por Descabezamiento; distributiva de la División sucesiva en diversos órdenes de unidad del dividendo

Ejemplo: 1500 ÷25

Proposiciones	Razones
1) 1500÷25	Dato
2) -----------------------	Valor relativo
3) (1x1000+5x100)÷ 25	-----------------------------
4) (**1000+ 500)**÷ **25**	**----------------------------**
5) **(1000**÷ **25)+ (500**÷ **25)**	**--------------------------------**
6) 1000 y 500 son divisibles para 25	Regla de criterios de divisibilidad
7) **Si es posible dividir**	Condición de división exacta, por pasos 5) y 6)
8) **40+ 20**	-----------------------------------
9) **60**	Axioma clausurativo de la suma

•**Disociaciones Subsidiarias,** resta haciendo la misma terminación

Ejemplo: 51 - 23

Proposiciones	**Razones**
1) 51-23	---------------------
2) 51-23=51-23	Axioma reflexivo de la igualdad
3) **51- (21+2)**	**--------------------------------**
4) 51-21-2	-----------------------------------
5) **(51-21)-2**	**------------------------------------**
6) 51: 5d,1u 21: 2d,1u	--------------------------------------
7) 51>21	-------------------------------------
8) **Si es posible la resta**	------------------------
9) **30-2**	---------------------------
10) 30>2	-----------------------------------
11) si se puede restar	-----------------------------------
12) 28	------------------------------------

•**Disociaciones Subsidiarias**por complemento

Ejemplo: 57 + 26

Proposiciones	**Razones**
1) 57+26	Dato
2) 57+26=57+26	--------------------------------------
3) 57+ 2?= ?0	**--------------------------------------**
4) **7u+3u= 10u =1d**	--------------------------------------
5) 57+26=**57+ (23+3)**	--------------------------------------
6) 57+26=**57+23+3**	--------------------------------------
7) 57+26 **=(57+23)+3**	--------------------------------------
8) **57: 5d,7u** **23: 2d,3u**	--------------------------------------
9) 57+26=**80+3**	--------------------------------------
10) **80: 8d,0u** **3: 0d,3u**	Valor Relativo
11) 57+26=**83**	Axioma clausurativo de la suma

• **Disociaciones Subsidiarias** con multiplicación por 25, 15

Ejemplo: 38x15

Proposiciones	**Razones**
1) 38x15	Dato
2) 38x15=38x15	Axioma Reflexivo de la igualdad
2) ---------------------	Valor relativo
3) 38x15=38x (1x10+5)	Suma de productos por unidad seguida de ceros orden decreciente
4) 38x15=**38x (10+5)**	**Agrupamiento multiplicativo**
5) 38x15=**38x (10+ 5/1)**	**--------------------------------**
6) 38x15=**38x (10+10/2)**	**--------------------------------**
7) 38x15 **=(38x10)+ (38x 10/2)**	**--------------------------------------**
8) 38x15 =(38x10)+ ((38x10)/2)	--
9) 38x15=380+ 380/2	Regla de la multiplicación por una potencia de 10
10) 38x15=380+380÷2	--
11) 380 es divisible para 2	--
12) Si es posible dividir	Condición de división, por pasos 11) y 12)
13) 38x15=380+ 190	División exacta de un número múltiplo de 10 o 100 para natural
14) 380= 3c,8d,0u 190= 1c,9d,0u	--------------------------------------
15) 38x15=**570**	--------------------------------------

Disociaciones Subsidiarias por Cuadrados

Ejemplo: 15x16

Proposiciones	**Razones**

1)	15x16	Dato
2)	15x16=5x16	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	15x16 **=(15x (15+1))**	**---**
4)	15x16 =(15x15)+ (15x1)	Axioma distributivo de la multiplicación con respecto a la suma
5)	15x16=225+ (15x1)	Axioma clausurativo de la multiplicación
6)	15x16=--------------------	Axioma modulativo de la multiplicación
7)	225= 2c,2d,5u 15= 1d,5u	Valor Relativo
8)	15x16=-------------------	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias por Cuartos

Ejemplo: 36x1,25

	Proposiciones	**Razones**
1)	36x1,25	Dato
2)	36x1,25=36x1,25	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	36x1,25=**36x (1+---------)**	**Descomposición de un número en suma**
4)	36x1,25=**36x (1+ 25/100)**	**Transformación de un decimal a fracción**
5)	36x1,25=**36x (1+ 1/4)**	**Definición de fracciones equivalentes**
6)	36x1,25 **=(36x 1)+ (-----------)**	**Axioma distributivo multiplicación con respecto a suma**
7)	36x1,25 =(36x1)+ ((36x1)/4)	Definición de multiplicación
8)	36x1,25=**36+ (------/4)**	Axioma modulativo de la multiplicación
9)	36x1,25=36+ (36÷4)	Notación de división
10)	36 es divisible para 4	Criterios de divisibilidad
11)	**Si es posible dividir**	Condición de división exacta, por paso 9) y10)
12)	36x1,25=---------------	Definición de División exacta
13)	------------------ ------------------	Valor Relativo
14)	36x1,25=**45**	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias por Mitades

Ejemplo: 38 x 1,5

	Proposiciones	**Razones**
1)	38x1,5	Dato
2)	**38x (1+0,5)**	**-------------------------------------**
3)	**38x (1+ 5/10)**	**--------------------------------------**
4)	**38x (1+ 1/2)**	--------------------------------------
5)	(38x1)+ (38x1/2)	Axioma distributivo de la multiplicación con respecto a suma
6)	(38x1)+ ((38x1)/2)	--
7)	**38+ (38/2)**	Axioma modulativo de la multiplicación

8)	38+ (38÷2)	---------------------------------------
9)	38 es divisible para 2	Criterio de Divisibilidad
10)	si es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 9) y 10)
11)	**38+ 19**	------------------------------------
12)	38: 3d,8u 19: 1d,9u	Valor Relativo
13)	--------------------	Axioma clausurativo de la suma

Disociaciones Subsidiarias por Tercios

Ejemplo: 27÷ 0,75

Proposiciones	**Razones**
1) 27÷0,75	Dato
2) 27÷0,75=27÷0,75	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 0,75 = 0u,7*d*,5*c*	-------------------------------------
4) **2**7÷0,75=2**7**÷**(75/100)**	**---------------------------------------**
5) 27÷0,75=**27**÷**(3/4)**	**---------------------------------------**
6) 27÷0,75=**27x (4/3)**	**---**
7) 27÷0,75=**27x (1+ 1/3)**	**---**
8) 27÷0,75 =(27x1)+ (27x 1/3)	--
9) 27÷0,75 =(27x1)+ ((27x 1)/3)	---
10) 27÷0,75=**27+ (27/3)**	--
11) 27÷0,75=27+ (27÷3)	--
12) 27 es múltiplo de 3	---
13) si es posible dividir	---
14) 27÷0,75=**27+9**	--
15) 27= 2d,7u 9 = 9u	--
16) 27÷0,75=36	---

Disociaciones Subsidiarias con División, descomponiendo el dividendo en sumandos que son múltiplos del divisor

Ejemplo: 792÷ 11

	Proposiciones	**Razones**
1)	792÷ 11	Dato
2)	792÷ 11=792÷ 11	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	**792= 7? ?+??**	**Descomposición del dividendo en suma de múltiplos divisor**
4)	792÷ 11= (770+22)÷ 11	Descomposición en sumandos
5)	**-----------------------------------**	**Axioma distributivo de la división con respecto a la suma**
6)	------------------------------------	Regla de la división exacta de múltiplo de 10 para natural
7)	**-----------------------------------**	Criterio de divisibilidad

8) **-------------------------------------** Condición de división exacta
9) **-----------------------------------** Definición de división exacta
10) -------------------------------------- Axioma Clausurativo de la Suma

Factorizaciones

Factorizaciones Simples, *Multiplicación por 12, 15, 22, 33, 44, ...*

Ejemplo: 26x33

Proposiciones	**Razones**
1) 26x33	Dato
2) ------------------------------	Axioma reflexivo de la igualdad
3) **------------------------------**	**Descomposición en factores**
4) **---------------------------------**	**Axioma Conmutativo de la multiplicación**
5) **-----------------------------**	**Axioma Asociativo de la multiplicación**
6) ------------------------------	Multiplicación de un número de dos cifras por 11
7) -------------------------------	Axioma Clausurativo de la multiplicación

d) Compensaciones

Intermedias, Suma completando decenas:

Ejemplo:81+59

Proposiciones	**Razones**
1) 81+59	Dato
2) 81+59=81+59	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 81+59= **(80+1)+59**	**Descomposición de un número en sumas**
4) 881+59=80+1+59	Destrucción de paréntesis precedido de signo mas
5) 81+59=**80+ (1+59)**	**Axioma asociativo de la suma**
6) 59: 5d,9u 1: 0d,1u	Valor Relativo
7) -----------------------	------------------------------------
8) ------------------------ --------------------------	------------------------------------
9) ----------------------------	------------------------------------

Intermedias, Suma doblando el número central, conocida como procedimiento del "número misterioso"

Ejemplo: 34+36

Proposiciones	Razones
1) 34+36	Dato
2) 34+36=34+36	
2) **---------------------------**	**Expresión de número dado en función de otro mediante resta**
3) **-----------------------------**	**Descomposición de un número en suma**
4) 35>1	Axioma de tricotomía de la desigualdad
5) ------------------------------	Condición de resta, por pasos 4) y 5)
6) ------------------------------	**Definición de resta**
7) 34+36=34+1+35	Destrucción de paréntesis precedido signo mas
8) 34+36 **=(34+1)+ 35**	**Axioma Asociativo de la suma**
9) -------------------------------	**Axioma clausurativo de la suma**
10) 35: 3d,5u 35: 3d,5u	Valor Relativo
11) -------------------------------	Axioma clausurativo de la suma

Intermedias, Multiplicación de 15, 35, 45, 55, 65, 75, 85, 95, por un número par:

Ejemplo: 28x35

Proposiciones	Razones
1) 28x 35	Dato
2) 28x 35=28x 35	Axioma reflexivo de la igualdad
3) **35x? = ?0**	**Completando decenas mediante la multiplicación**
4) 5x2 = 10 = 1d	Agrupamiento decimal
5) 28 es divisible para 2	Criterio de divisibilidad
6) 28x 35= **(14x2)x35**	**Descomposición de un número en factores**
7) 28x 35=14x2x35	Destrucción de signo de agrupación precedido signo mas
8) 28x 35=14x (2x35)	Axioma asociativo de la multiplicación
9) 28x 35=14x 70	Axioma clausurativo de la multiplicación
10) -------------------------	Descomposición de un número en factores
11) ---------------------------	Axioma asociativo de la multiplicación
12) ----------------------------	Axioma clausurativo de la multiplicación
13) -----------------------------	Regla de la multiplicación por una potencia de 10

Intermedias, Multiplicación por un número que es potencia de 2**.**

Ejemplo: 8x36

Proposiciones		**Razones**
1)	8x36	Dato
2)	8x36=8x36	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	8x36= **(4x2)x 36**	**Descomposición de un número en factores**
4)	8x36=4x2x36	--
5)	8x36=4x(2x36)	--
6)	8x36=4x 72	---
7)	8x36 **=(2x2) x72**	**--**
8)	8x36=2x2x72	--
9)	8x36=2x (2x72)	--
10)	8x36=2x 144	--
11)	8x36=288	--

Intermedias Alicuotar, Multiplicación por 5, 2 y 1/2 o 2,5 o cualquier otro número que sea parte alícuota de 10.

Ejemplo: 36x7, 5

Proposiciones		**Razones**
1)	36x7,5	Dato
2)	36x7,5=36x7,5	Axioma reflexivo de la igualdad
2)	36x7,5=**36x 75/10**	**Transformación de decimal a fracción**
3)	36x7,5=**36x 30/4**	**Definición de fracciones equivalentes**
4)	36x7,5 =(36x 30)/4	Definición de multiplicación
5)	36x7,5=36/4 x 30	----------------------------------
6)	36x7,5 =(36÷4)x30	----------------------------------
7)	36 es divisible para 4	-----------------------------------
8)	si es posible la división exacta	-----------------------------------
9)	36x7,5=9x30	Definición de División exacta
10)	36x7,5=9x (3x10)	Agrupamiento multiplicativo
11)	36x7,5 =(9x 3)x10	-----------------------------------
12)	36x7,5=27x10	Axioma clausurativo de la multiplicación
13)	36x7,5=270	--------------------------------------

Intermedias Alicuotar, División por 5; 0,25; 0,75; 1,25; 1,5; etc., y en general cuando el divisor es parte alícuota de 10, 100,...

Ejemplo: 2400÷25

Proposiciones	**Razones**
1) 2400÷25	Dato
2) 2400÷25=2400÷25	--
3) 2400÷25=2400x 1/25	--
4) 2400÷25=**2400x 4/100**	--
5) 2400÷25=(2400x4)/100	--
6) 2400÷25=(24x100x4)/100	--
7) 2400÷25=(24x (100x4))/100	--
8) 2400÷25=(24x (4x100))/100	--
9) 2400÷25=((24x4)x100)/100	--
10) 2400÷25=(96x100)/100	--
11) 2400÷25=(9600)/100	--
12) 2400÷25=96	--

Intermedias, Alicuotar, Multiplicación por0,5; 0,25; 0,2; 0,125*:*

Ejemplo: 40x0,2

Proposiciones	**Razones**
1) 40x0,2	Dato
2) 40x0,2=40x0,2	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 40x0,2=40x2/10	Transformación de decimal a fracción
4) 40x0,2=40x 1/5	--
5) 40x0,2 =(40x1)/5	--
6) 40x0,2=40/5	--
7) 40x0,2=**40÷5**	--
8) 40 es divisible para 5	--
9) es posible la división exacta	--
10) 40x0,2=8	--

Intermedias, Alicuotar, División por 0,5; 0,25; 0,2; 0,125*:*

Ejemplo: 36 ÷0,5

Proposiciones	Razones
1) 36 ÷0,5	Dato
2) 36 ÷0,5=36 ÷0,5	Axioma reflexivo de la igualdad
3) 36 ÷0,5=36÷1/2	-------------------------------------
4) 36 ÷0,5=36 x2	---------------------------------------
5) 36 ÷0,5=72	---------------------------------------

Intermedias, Alicuotar, Multiplicaciónpor0, 75 1,25; 1,5:

Ejemplo: 34x1,5

Proposiciones		**Razones**
1)	34x1,5	Dato
2)	34x1,5=34x1,5	--
3)	34x1,5=34x 15/10	--
4)	34x1,5=34x 3/2	---
5)	34x1,5 **=(34x3)/2**	--
		---
6)	34x1,5=34/2 x3	---
7)	34x1,5 =(34÷2)x3	--
8)	34 es divisible para 2	--
9)	es posible la división exacta	---
10)	34x1,5= 17x3	--
11)	34x1,5=51	---

Intermedias, Alicuotar, División por 0,75; 1,25; 1,5

Ejemplo: 69 ÷ 0,75

Proposiciones		**Razones**
1)	69÷ 0,75	Dato
2)	69÷ 0,75=69÷ 0,75	-----------------------------------
3)	69÷ 0,75=69÷75/100	------------------------------------
4)	69÷ 0,75=69÷3/4	------------------------------------
5)	69÷ 0,75=69x 4/3	------------------------------------
6)	69÷ 0,75 =(69X 4)/3	------------------------------------
7)	69÷ 0,75=69/3 x4	-----------------------------------
8)	69÷ 0,75 **=(69÷3) x4**	------------------------------------
9)	69 es divisible para 3	------------------------------------
10)	es posible la división exacta	------------------------------------
11)	69÷ 0,75=23x4	------------------------------------
		------------------------------------
12)	69÷ 0,75=92	-------------------------------------

División por un número al que a su inverso le falta una parte alícuota de 1, 10, 100,**...**

Ejemplo: 93÷1,5

Proposiciones		**Razones**
1)	93÷1,5	Dato
2)	93÷1,5=93÷1,5	Axioma reflexivo de la igualdad
2)	93÷1,5=93÷15/10	---------------------------------------
3)	93÷1,5=93÷3/2	---
4)	93÷1,5=93x (2/3)	---
5)	93÷1,5=**93x (1-1/3)**	Expresión de un número en función de otro mediante resta

6)	93÷1,5 **=(93x1)- (93x 1/3)**	**---**
7)	93÷1,5 =(93x1)- (93x 1)/3	Definición de multiplicación
8)	93÷1,5=93-93/3	Axioma modulativo de la multiplicación
9)	-------------------------------	Notación de división
10)	-------------------------------	Criterio de divisibilidad
11)	es posible la división exacta	Condición de división exacta, por pasos 9) y 10)
12)	93÷1,5=93-(31)	-----------------------------------
13)	93: 9d,3u 31: 3d,1u	Valor Relativo
14)	--------------------	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
15)	es posible restar	Condición de resta, por pasos 12) y 14)
16)	93÷1,5=63	---------------------------------

3.2 **Compensación Final**

• **Redondeo,** Completar decena en Suma

Ejemplo: 57 + 26

Proposiciones		**Razones**
1)	57+26	Dato
2)	------------------------	-------------------------------
3)	57+? = ?0	-----------------------------
4)	7+3= 10 = 1d	------------------------------
5)	57+26=57+(3+23)	Descomposición de un número en sumas
6)	57+26=57+3+23	Destrucción de paréntesis precedido por signo mas
7)	----------------------------	Axioma asociativo de la suma
8)	57+26=60+23	Axioma clausurativo de la suma
9)	60: 6d,0u 23: 2d,3u	Valor Relativo
10)	------------------------	Axioma clausurativo de la suma

Redondeo, Multiplicación por un número *cualquiera de nueves***:** 9, 99:

Ejemplo: 84x9

Proposiciones		**Razones**
1)	84x 9	Dato
2)	84x 9=84x 9	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	9+? = ?0	Completar decenas en suma
4)	9+1= 10 = 1d	Agrupamiento decimal
5)	84x 9=84x (10-1)	Expresión de número dado en función de otro mediante resta
6)	(84x10)- (84x1)	Axioma distributivo de multiplicación con respecto a resta
7)	**---------------------------------**	Multiplicación por una potencia de 10
8)	**---------------------------------**	Axioma modulativo de la multiplicación
9)	-----------------------------------	Valor Relativo

10)	-----------------------------------	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
11)	-------------------------------------	Condición de resta , por pasos 6) y 8)
12)	--------------------------------------	Definición de resta

Redondeo, Multiplicación por un número próximamente menor que un número múltiplo 10, 100**.**

Ejemplo: 34x19

Proposiciones		**Razones**
1)	34x19	Dato
2)	34x19=34x19	
3)	34x19=20>19	Axioma de Tricotomía de la desigualdad
4)	20 es múltiplo de 10	Criterio de divisibilidad
5)	34x19=34x (20-1)	Descomposición de un número en resta
6)	34x19 =(34x20)- (34x1)	Axioma distributivo de multiplicación con respecto a resta
7)	-------------------------------	Axioma modulativo de la multiplicación
8)	-------------------------------	Agrupamiento multiplicativo
9)	--------------------------------	Axioma asociativo de la multiplicación
10)	--------------------------------	Axioma clausurativo de la multiplicación
11)	--------------------------------	Multiplicación por una potencia de 10
12)	---------------------------------	Valor Relativo
13)	---------------------------------	Axioma de tricotomía de la desigualdad
14)	---------------------------------	Condición de resta (Por pasos 11) y13)
15)	--------------------------------	Definición de resta

Redondeo, Multiplicación por un número próximamente menor que 10al que le falta un número que es parte alícuota de 10

Ejemplos: 36x 7,5

Proposiciones		**Razones**
1)	36x7,5	Dato
2)	36x7,5=36x7,5	
3)	7,5: 7u,5d	Valor Relativo
4)	36x7,5=36x (10-2,5)	Expresión de un número en función de otro mediante resta
5)	36x7,5=**36x (10-(1/4x10))**	Descomposición de un número en factores
6)	36x7,5 =(36x10)- (36x(1/4x10))	Axioma distributivo multiplicación con respecto a resta
7)	----------------------------------	Regla de la multiplicación por una potencia de 10
8)	-----------------------------------	Definición de multiplicación
9)	-------------------------------------	Axioma modulativo de la multiplicación
10)	-------------------------------------	Regla de multiplicación natural por una potencia de 10
11)	------------------------------------	Notación de división
12)	------------------------------------	Criterio de Divisibilidad

13)	--------------------------------------	Condición de división exacta, por pasos 12) y 13)
14)	--	Definición de División exacta
15)	--	Valor Relativo
16)	---	Axioma de tricotomía de la desigualdad
17)	--	Condición de resta ,por pasos 14) y 16)
18)	---	Definición de resta

Redondeo, División cuando al dividendo le falta un múltiplo del divisor para ser 100.

Ejemplo: 85÷ 5

	Proposiciones	**Razones**
1)	85÷5	Dato
2)	85÷5=85÷5	Axioma reflexivo de la igualdad
3)	85+??= 100	Completar centenas mediante suma
4)	5+5=10=1d 9+1=10= 1d	Agrupamiento decimal
5)	--------------------------	Expresión de un número dado función otro mediante resta
6)	85÷5 =(100÷5)-(15÷5)	Axioma distributivo de la división con respecto a resta
7)	85÷5=---- **-(15÷5)**	Regla de división exacta de múltiplo de 100 para natural
8)	15 es divisible para 5	---
9)	es posible la división exacta	--
10)	85÷5=---------------	--
11)	20>3	--
12)	es posible restar	Condición de resta, por pasos 9) y 10)
13)	--------------------	Definición de División exacta

3, APLICACIÓN DE LAS ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL

El maestro propondrá en clases problemas numéricos para que el estudiante elija la estrategia que crea apropiada dentro del siguiente parámetro, dado a continuación.

1.- CONJUNTO DE NÚMERO NATURALES

1.2. Condiciones:

1.2.1. Dos Datos:

1.2.1.1. Hasta de dos cifras

a) Un dato de dos cifras y el otro de una cifra

1.2.1.1.1. Operaciones: Las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones:

b) Ambos datos de dos cifras

1.2.1.2. Hasta de tres cifras

1.2.1.2.1. Operaciones: Las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones:

2.- CONJUNTO DE RACIONALES POSITIVOS

2.1. Condiciones:

2.1.1. Dos Datos

2.1.1.1. Un natural con un decimal y viceversa

a) Con una cifra significativa, el decimal, con un cero en la cifra de las unidades.

2.1.1.1.1. Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

b) Con dos cifras significativas, el decimal con una cifra entera y una cifra decimal

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

c) Con tres cifras significativas, el decimal con una cifra entera y dos cifras decimales

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

2.1.1.2. Un número natural con un decimal y viceversa

a) Un número natural y un decimal de una cifra significativa

a.1. El número decimal con un cero en la cifra de las unidades

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

b. Un número natural de una cifra y un número decimal de dos cifras significativas

b.1. El número decimal con un cero en la cifra de las unidades

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

b.2. El número decimal de una cifra en la parte decimal

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

c. Un número natural y un número decimal de dos cifras significativas

c.1.El número decimal con un cero en la cifra de las unidades

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

c.2. El número decimal de una cifra en la parte decimal

2.1.1.3. Un número natural con una fracción y viceversa

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

2.1.1.4. Dos números fraccionarios.

Operaciones: las cuatro operaciones básicas

Estrategia Apropiada:

Demostraciones

4. AUTOMATIZACIÓN DE CÁLCULO:

4.1. Recolocaciones

4.1.1 En Suma con cuatro datos.

Suma primero los numeros que den multiplos de 10. Agrupa, como en el ejemplo, poniendo la línea que une los números que vas sumando

– Ejemplo:

	32	25	16
50	26	8	27
40	18	55	13
	+ 14	+ 22	+ 24
	90		

Suma estas líneas de números, pero primero suma los que den un multiplo de 10. Junta con líneas, los números que vas sumando.

– Ejemplo:

80

25 + 8 + 55 + 32 = 120

40

4.1.2. En Suma y aplicando la Reversibilidad de la misma

- **Con cuatro datos**

Los tres números tienen que sumar 40. Encuentre el número que falta. Pero suma primero los números cuyo resultado sea 20 ó 30. Une tú los que no están unidos.

25	8		12	13
5	2		8	

Busca el número que falta en cada una de las series para sumar 60 ó 90.

21 + 9 + 16 + ___ = 60

33 + 10 + 7 + ___ = 60

- **Con seis datos**

Completa el numero que falta. Al sumar o restar te debe dar la cantidad rodeada por el resultado

16	18		60
29	2	–6	

4.1.3. En Suma y Reversibilidad, completando en decenas mediante resta.

- Con seis datos

  Suma o resta primero aquellos que te van dando como resultado un múltiplo de 10 y resuelve para que el resultado de 70

13	18	−3
31		9

4.1.4 Suma y Restando un dato

- Con cuatro datos

  Agrupa primero la cantidad del mismo signo

— Ejemplo:

35 − 12 − 8 + 15 = 30

Primero suma 35 + 15 = 50
Después suma 12 + 8 = 20
Finalmente resta 50 − 20 = 30

4.2. Descomposiciones

4.2.1. En suma de números acabados en cero,

- Con dos datos

Suma primero las decenas y luego las unidades. Harás "mentalmente" esas operaciones con mayor seguridad y rapidez.

— Ejemplo:

31 + 22 = 53
(31 + 20 + 2)

Suma primero 31 + 20 = 51
Suma luego 51 + 2 = 53

- Con tres datos

  Suma primero las decenas y luego las unidades. Harás "mentalmente" esas operaciones con mayor seguridad y rapidez.

— Ejemplo:

25 + 24 + 31 = 80
(25 + 20 + 30 + (4 + 1) =

- Suma al primer número las decenas de los otros dos. 25 + 20 + 30 = 75
- Suma luego las unidades de los dos últimos números. 75 + (4 + 1) = 80

4.2.2. En suma y resta combinadas con

- Con ocho datos

  Realiza mentalmente esta cadena de operaciones.

46	+ 21		− 14		+ 34		− 25		+ 46		− 51		+ 62

6.8. ADMINISTRACIÓN

6.8.1. Recursos

Para la ejecución de la propuesta se requiere de los siguientes recursos:

Recursos Humanos: Docentes del Área de Matemáticas, Estudiantes de Educación Básica (E.G.B.: 12-14 años), Psicólogo Educativo, Autoridades del Colegio

Recursos Materiales: Lápices, papel, marcadores, carpetas, papel impreso, carteles

Recursos Técnicos: Computadoras, Impresora, Material impreso,

Recursos Económicos: El financiamiento para la presente propuesta, en un 80% se hará cargo el colegio por medio de los estudiantes, para el material que utilicen y en un 20% el investigador para gastos personales, de la investigación y elaboración del material.

Presupuesto

Nro.	Concepto	Valores
1	Libros	$ 100
2	Internet	$ 120
3	Impresiones	$ 60
4	Fotocopias	$ 50
5	Cds	$ 20
6	Flash memory 2G	$ 30
7	Alquiler de proyector	$ 60
8	Transporte	$ 65
9	Material impreso	$ 180
	Total	$ 685

Tabla Nº42. Recursos

6.8.2. Asignación de responsabilidades

Investigador: Dirigir el proyecto; tener el material a tiempo; solicitar los recursos; traer capacitadores expertos según la temática de los talleres; apoyar a los docentes en las actividades teórico-prácticas previo horario establecido.

Docentes: Colaborar en las capacitaciones con su asistencia, previo horario establecido; facilitar y colaborar con el trabajo del proyecto en forma activa; dar apertura y espacios de tiempo en horas para ejecutar el proyecto; concientizar al estudiante sobre la importancia del proyecto.

Estudiantes: Deberán trabajar con sus respectivos materiales; presentarse a cada sesión de trabajo para realizar las actividades teórico-prácticas.

6.8.3. Reglamento del proyecto

Es conveniente que los beneficiarios del proyecto, cumplan con los siguientes puntos que se ha visto necesario para una buena marcha de la ejecución del proyecto.

De las cuotas: La cuotas para adquisición de los materiales, serán proporcionadas por los estudiantes de forma cumplida.

De la asistencia: Los docentes deben asistir a la capacitación para poder colaborar de forma activa en la ejecución del proyecto; los estudiantes deben asistir de forma obligatoria a cada una de las sesiones de trabajo con los materiales requeridos pues serán evaluados.

De las actividades: Deben participar todos los involucrados y beneficiarios; las actividades serán previamente planificadas sujetas a corrección y aprobación; las actividades serán evaluadas en sus distintas formas para determinar las fallas posibles.

6.9. Previsión de la Evaluación

Para Evaluar el Proyecto

Es un proceso que procura determinar, de la manera más sistemática y objetiva posible, la pertinencia, eficacia, eficiencia e impacto de actividades a la luz de objetivos específicos. Constituye una herramienta administrativa de aprendizaje y un proceso organizativo orientado a la acción para mejorar, tanto las actividades en marcha, como la planificación, programación, y toma de decisiones futuras.

Estudio Controlado del Grupo Beneficiario y del Grupo Control

(antes)		(después)
GB	Con proyecto →	GB
GC	Sin proyecto →	GC
Primera medición		Segunda medición

GB=grupo beneficiario

GC=grupo control

Porque es necesario poseer detallada información del aspecto previsto como objetivo de la propuesta, para dar respuesta relevante a los retos diarios, se piensa en mantener un sistema riguroso de evaluación de la adquisición de la destreza que se basa en métodos cuantitativos, así mismo como en los procesos(evaluación formativa) y en los resultados (evaluación acumulativa).

Evaluación Diagnóstica (Antes). Aplicada para determinar que destrezas tienen los estudiantes en el razonamiento numérico.

Evaluación Formativa (Durante). Para determinar si el estudiante a comprendido las estrategias de cálculo mental

Evaluación Sumativa (Al Final). Para determinar finalmente sis el estudiante a adquirido las estrategias de cálculo mental y efectuar con rapidez y exactitud el test de razonamiento numérico.

Observación. Proporciona Información permanente sobre todo de las destrezas.

Instrumentos:

Anotaciones de resultados en las Hojas de Control.

Al término de cada ejercicio el estudiante anotará en la hoja de control de resultados, la fecha el ejercicio realizado y el resultado que considere que ha obtenido. Si el ejercicio lo realizo bien, colocara un signo (+) en la columna correspondiente a este signo. En caso de haberlo realizado mal o de forma imperfecta, colocara un signo (-) en su columna. Si considera que la ejecución fue regular, es decir ni bien, ni mal, colocara un signo (=) en la columna.

Si el ejercicio se resuelve mal, es decir cuando en la hoja de control se haya colocado el signo (-), debe repetirse al día siguiente, a fin de mejorar su resultado. Caso de que esta segunda ejecución vuelva a realizarse de forma incorrecta, se indicara así en la hoja de control y se pasara al siguiente ejercicio sin volver a insistir en él. Analizando, no para insistir en los errores, sino para estimular una mejor producción y un dialogo constructivo permanente.

Ejercicios tipo RETO/AUTEVALUACIÓN personal para, por un lado, animar a realizar algo que teóricamente suponga alguna dificultad y trabajo, y por otro, sirva al guía/ educador para ir comprobando los progresos que van consiguiendo.

Aplicación del test de Razonamiento Numérico a los estudiantes del grupo (GC) y del (GB), al finalizar el programa. El test forma parte de la batería DAT (Test de Aptitudes Diferenciales), empleado inicialmente como diagnóstico. Ficha de evaluación de talleres para docentes. Volara el evento mediante escalas numéricas, apreciando la intensidad de cada aspecto del taller.

Fuentes electrónicas:

Los métodos de cálculo mental vertidos por la tradición reflejada en los libros de Aritmética www.uv.es/gomezb/8Losmetodosdecm.pdf

CÁLCULO MENTAL. UN ESTUDIO EN EL CONTEXTO EDUCATIVO www.raco.cat/index.php/ensenanza/article/viewFile/21420/93381

LA CALCULADORA: UNA HERRAMIENTA DIDÁCTICA PARA EL 2º CICLO DE LA EGB
www.rieoei.org/deloslectores/392Puerto.PDF

Inicio « **Estrategias de cálculo mental** « Blogs de HOY*blogs.hoy.es/**calculo**/posts*

Cálculo mental*html.rincondelvago.com/**calculo-mental**.html*

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL
*docentes.educacion.navarra.es/.../**estrategias**c**mental**.pdf –*

Estrategias de cálculo mental
redalyc.uaemex.mx/pdf/405/40516106.pdf

Cálculo Mental Y Algorítmico
*www.slideshare.net/.../**calculo-mental**-y-algoritmico-3674252 - Estados Unidos -*

Curso **Estrategias de Cálculo Mental** y Reflexivo en el Nivel ...
*ar.emagister.com/**estrategias-calculo-mental**-reflexivo-nivel-primario-cursos-2550963.htm - Argentina*

Calcular es … pensar! - El **cálculo mental**, exacto y aproximado ...
www.gpdmatematica.org.ar/aula/calcular.pdf - Similares

Matemática. **Cálculo mental** con números naturales. Apuntes para la ...
*www.buenosaires.gov.ar/.../**calculo**_naturales_web.pdf* - Similares

Cálculo mental
jomyanez.galeon.com/grz12came.htm

PRINCIPALES ESTRATEGIAS DE CÁLCULO « **Estrategias de cálculo mental***blogs.hoy.es/**calculo**/.../principales-**estrategias-calculo***

APORTES para el seguimiento del aprendizaje en Matemática ...
www.docente.mendoza.edu.ar/.../nap/.../aportes_matesintesis.pdf - Similares

Estrategias Metodológicas - Monografias.com
www.monografias.com › Educación

Estrategias metodológicas para el nivel inicial - Monografias.com

www.monografias.com › Educación

Estrategias metodológicas

*www.slideshare.net/.../**estrategias**-metodológicas*

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS
dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/140/4/Capitulo3.pdf

ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS Y TÉCNICAS PARA LA INVESTIGACIÓN SOCIAL
*www.geiuma-oax.net/sam/**estrategias**metytecnicas.pdf*

Estrategias de aprendizaje - Monografias.com
*www.monografias.com/...**aprendizaje**/decisiones-**aprendizaje**.shtml*

Estrategias de aprendizaje y de enseñanza en la educación del ...

*www.oei.es/inicial/.../**estrategias_aprendizaje_**6anos.pdf -*

ESTRATEGIAS DE APRENDIZAJE
*www.unacar.mx/f_educativas/.../**estrategias**.pdf*

Estrategias de aprendizaje y de enseñanza en la educación del ...
*www.oei.es/inicial/.../**estrategias_aprendizaje_**6anos.pdf*

Didáctica de la matemática. Concepto de número, los sistemas de ...
www.monografias.com/.../didactica-de-matematica.shtml - En caché - Similares

Tipología de los errores en el cálculo mental. Un estudio en el ...
www.uv.es/gomezb/10Tipologiadeloserrores.pdf

Libro para el Maestro. Matemáticas Secundaria
www.scribd.com/Libro-para-el.../d/401207

TESIS: Sustentante: Lucy Montelongo Astorga Asesor: M.C. Arturo ...
www.monografias.com/.../inteligencia-logico-matematica/inteligencia-logico-matematica.pdf

LA CONSTRUCCIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN Y SU DISCURSO

dialnet.unirioja.es/servlet/fichero_articulo?codigo=2861751&orden=0

La enseñanza de las **operaciones aritméticas***www.monografias.com ›Educacion*
cap3 sistema educativo Ecuador y Cataluña 2
www.tesisenxarxa.net/...//02.PLS_SEGUNDA_PARTE.pdf

Bibliografía:

¿Cómo trabajar el área de Matemática?, Grupo Santillana, Ecuador, 2010

ABRANTES, Paulo y otros.(2002). La resolución de problemas en matemáticas, Editorial Grao, Barcelona

TROYA, Ivan.(2007).Modulo de Diseño Curricular II, Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de La Educación, Quito

BASTIDAS, Paco.(2006). Apuntes De Matemáticas para la Educación Básica, Facultad de Filosofía Letras y Ciencias de La Educación, Quito

TERAN, Guillermo.(2006). El Proyecto de Investigación ¿Cómo elaborar?, Publicaciones del Departamento de Investigación y Doctrina Escuela Superior Militar Eloy Alfaro, Quito

Equipo técnico de The Psychological Corporation.(2006). Test de Aptitudes Diferenciales, Versión 5 (DAT-5), Ediciones TEA, Madrid

GIMENEZ, Joaquín y otros. (1999), Revista de Didáctica de las Matemáticas, número 22, Monografía: El futuro del Cálculo, España.

Ministerio de Educación Nacional de Colombia.(1998). Matemáticas Lineamientos Curriculares, Cooperativa Editorial Magisterio, Bogotá.

Grupo Santillana. (2009). Planificación y ciclo de aprendizaje, Guayaquil

PROYECTO DE INTELIGENCIA HARVARD.(2002). Manual de Información Tercera Edición, España

Revista de Didáctica de las Matemáticas, Ediciones Grao de Serveis Pedagogies, España, Barcelona, Octubre 1999.

ANEXOS

Árbol Problemas

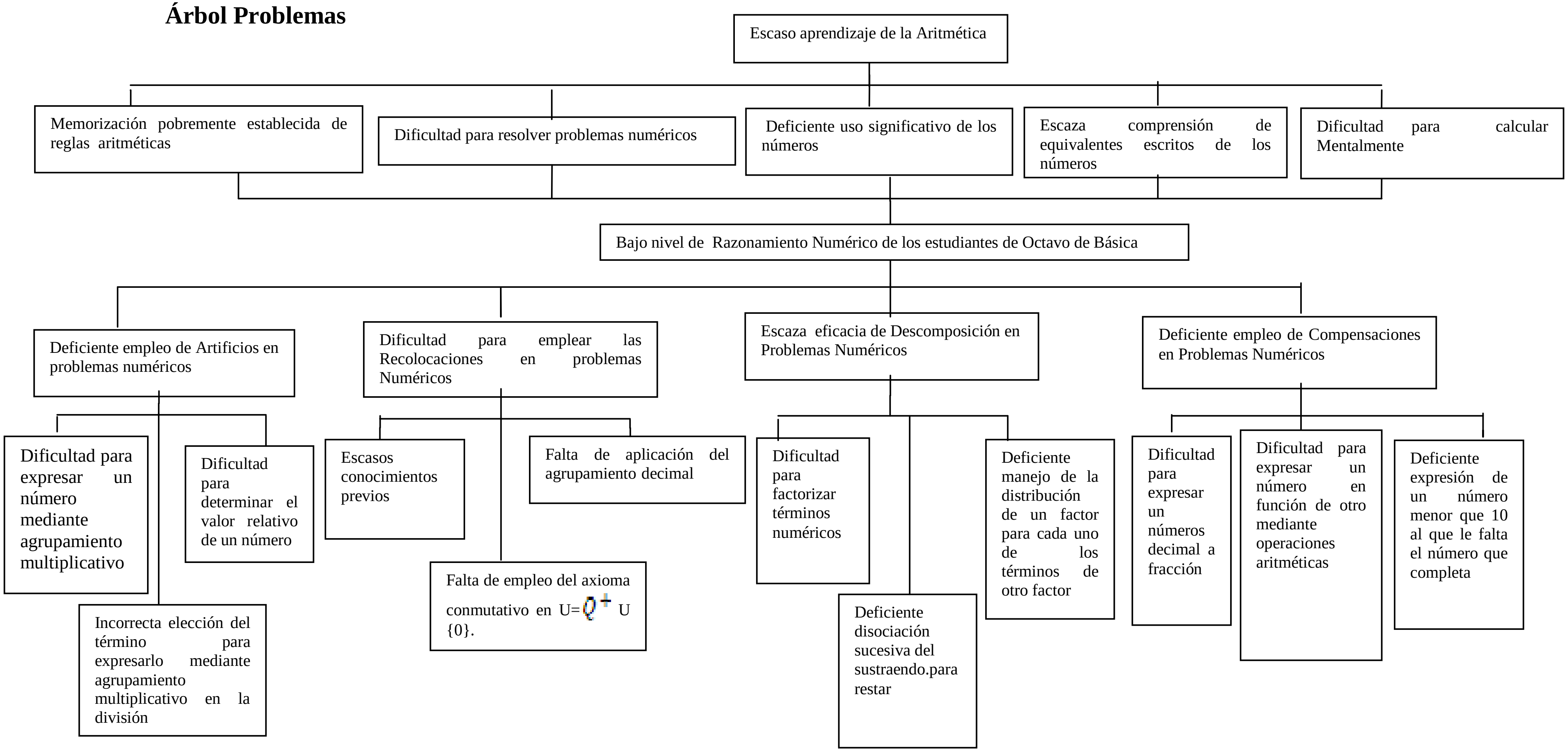


Grafico N° 1: Árbol de Problemas

Elaborado por: Sigcha E.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO

PRUEBA OBJETIVA DIRIGIDA A ESTUDIANTES PARTE Nº1

OBJETIVO: Establecer el nivel de Comprensión en las Estrategias de Cálculo Mental que poseen los estudiantes de Octavo de básica.

INSTRUCCIONES: La presente prueba objetiva tiene tres afirmaciones incompletas i), ii), iii), las mismas que conforman cada indicador y cada una de ellas tienen cuatro alternativas: A),B),C) D). Lea detenidamente las siguientes afirmaciones incompletas, escoja la respuesta correcta y marque con una equis (X) en la columna y fila e en la tabla respectiva de la HOJA DE RESPUESTAS.

1) ARTIFICIOS

1.1. .INTERPRETAR UN NÚMERO MEDIANTE SU VALOR RELATIVO (vr)

i) 45 se interpreta como :			
A) 5 decenas y 4 unidad	**B) 5 unidades y 4 decenas**	**C) 4 unidades y 5 decenas**	**D) ninguna**
ii) 0,98 se interpreta como:			
A) 9 décimos y 8 centési	**B) 9 decenas y 8 centenas**	**C) 8 décimos y 9 centésimos**	**D) ningu**
iii) 2 / 10 se interpreta como:			
A) dos centésimos	**B) dos décimos**	**C) dos enteros un décimo**	**D)ningu**

1.2. EXPRESAR UN NÚMERO MEDIANTE AGRUPAMIENTO MULTIPLICATIVO (agm)

i) 12 centenas se expresa como:			
A) 12x100	**B) 12x10**	**C) 1200x100**	**D) ninguna**
ii) 15 milésimos se expresa como:			
A) 15x0,01	**B) 15x0,001**	**C) 15x0,0001**	**D) ningu**
iii) 7 / 1000 se expresa como:			
A)7x (1/100)	**B)7x (1/10)**	**C) 7x(1/1000)**	**D)ninguna**

1.3. ASOCIAR LOS SUMANDOS (aas)

i) Para facilitar el cálculo de 26+ 19+728+22, se asocia como:			
A) (26+(19+728)+22)	**B) ((26)+19+728+22)**	**C) (26+19)+ (728+22)**	**D) ninguno**
ii) Para facilitar el cálculo de 0,02 + 10,98+70,60+10,4 , se asocia como:			
A) (0,02+10,98)+(70,60+10,	**B) 0,02+ (10,98+70,60)+10,4**	**C) 0,02+10,98+(70,60+10,4)**	**D) ninguno**
iii) Para facilitar el cálculo de 7/5+14/3+ 1/6 , se asocia como:			

A) (7/5)+ 14/3+1/6	**B) (7/5+14/3)+1/6**	**C) 7/5+ (14/3+1/6)**	**D) ninguno**

1.4. INTERPRETAR LA FACTORIZACIÓN DE UN POLINOMIO ARITMÉTICO (fc)

i) 2x4 + 2x 9 se interpreta como:			
A) 2 x (4 + 9)	**B) 2 x(18 -5)**	**C) 2 x (6 + 7)**	**D) ninguno**
ii) 0,4 x 0,3 + 0,2 x 0,3 se interpreta como:			
A) 0,3 x (3 – 2,4)	**B) 0,3 x (0,4 + 0,2)**	**C) 0,3 x (0,7 – 0,1)**	**D) ninguno**
iii) $\frac{7}{2}\times\frac{5}{9}-\frac{7}{2}\times\frac{1}{3}$ **se interpreta como:**			
A) $\frac{7}{2}\times\left(\frac{1}{9}+\frac{2}{18}\right)$	**B)** $\frac{7}{2}\times\left(1-\frac{7}{9}\right)$	**C)** $\frac{7}{2}\times\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{3}\right)$	**D) ninguno**

1.5. INTERPRETAR LA DESCOMPOSICIÓN DEL DIVISOR EN UNA DIVISIÓN (ddds)

i) 75÷ 15 se interpreta como:			
A) (75÷3)÷5÷1	**B) (60÷15)÷(15÷15)**	**C)(75÷5)-10÷1**	**D) ninguna**
ii) 0,80÷0,2 se interpreta como:			
A) (0,4÷0,2)+(0,40÷0,2)	**B) (1÷0,2)-(0,2÷0,2)**	**C) (0,80÷0,04)÷5**	**D) ninguna**
iii) $\frac{100}{9}\div\frac{20}{81}$ se interpreta como:			
A) $\left(\frac{10}{3}\div\frac{20}{81}\right)+\left(\frac{10}{3}\div\frac{20}{81}\right)$	**B)** $\left(\frac{100}{9}\div\frac{2}{9}\right)-\left(\frac{20}{81}\div\frac{4}{81}\right)$	**C)** $\left(\frac{100}{3}\div\frac{5}{27}\right)\div\frac{4}{3}$	**D) ninguna**

- **RECOLOCACIONES**

2.1. EXPRESAR UN NÚMERO MEDIANTE AGRUPAMIENTO DECIMAL (agd)

i) 10 decenas se expresa como:			
A) 0,1 unidades	**B) 10 unidades**	**C)100 unidades**	**D) ninguna**
ii) 1 centésimo se expresa como:			
A) 100 unidad	**B) 0,01 unidad**	**C) 0,1 unidad**	**D) ninguna**
iii) diez cienavos se expresa como:			

10/100 unidad	B) 1/100 unidad	C) 100/10 unidad	D) ninguna

2.2. EXPRESAR EL AXIOMA CONMUTATIVO DE LA SUMA (acs)

i) La forma que facilita calcular 13+ 24+17+26 se expresa como:			
A) 13+26 + 24+17	**B) 24+13+26+17**	**C) 13+17+24+26**	**D) ninguno**
ii) La forma que facilita calcular 0,9 +0,8+2,1+3,2 se expresa como:			
A) 0,9+0,8+2,1+3,2	**B)0,9+3,2+0,8+2,1**	**C) 3,2+0,8+2,1+0,9**	**D) ninguno**
iii) La forma que facilita calcular $\frac{5}{4}+\frac{8}{3}+\frac{3}{4}+\frac{2}{3}$ **se expresa como:**			
A) $\frac{5}{4}+\frac{2}{3}+\frac{8}{3}+\frac{3}{4}$	**B)** $\frac{5}{4}+\frac{3}{4}+\frac{8}{3}+\frac{2}{3}$	**C)** $\frac{2}{3}+\frac{5}{4}+\frac{3}{4}+\frac{8}{3}$	**D) ninguno**

2.3. EXPRESAR EL AXIOMA CONMUTATIVO DE LA MULTIPLICACIÓN (acm)

i) La forma que facilita calcular 12x2x5x9, se expresa como:			
A) 2x12x9x5	**B) 5x12x9x2**	**C) 12x9x5x2**	**D) ninguno**
ii) la forma que facilita calcular 0,03 x 1000 x 0,015 x 100, se expresa como:			
A) 1000 x 0,03 x 0,015 x100	**B) 0,03 x 0,015 x 100 x**	**C) 0,03 x100 x 0,015 x 1000**	**D) ninguno**
iii) La forma que facilita calcular $\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}\times\frac{8}{3}\times\frac{2}{10}$, **se expresa como:**			
A) $\frac{3}{7}\times\frac{2}{10}\times\frac{8}{3}\times\frac{5}{2}$	**B)** $\frac{3}{7}\times\frac{8}{3}\times\frac{5}{2}\times\frac{2}{10}$	**C)** $\frac{2}{10}\times\frac{3}{7}\times\frac{5}{2}\times\frac{8}{3}$	**D) ninguno**

2.4. ASOCIAR LOS FACTORES(aam)

i) Para facilitar el cálculo de 5x2x26x11, se asocia como:			
A) (5x2)x26x11	**B) 5x (2x26)x11**	**C) (5x2)x(26x11)**	**D) ninguno**
ii) Para facilitar el cálculo de 0,02 x 100x 0,234 , se asocia como:			
A) (0,02)x 100x0,234	**B) (0,02x100)x0,234**	**C) 0,02x(100x0,234)**	**D) ninguno**
iii) Para facilitar el cálculo de 143/8x 40/11x 3/7x 14/3 , se asocia como:			

A) (143/8x40/11)x3/7 x14/3	**B) (143/8x 40/11)x(3/7x 14/3)**	**C) 143/8x40/11x(3/7x 14/3)**	**D) ninguno**

2.5. ENUNCIAR LA OPERACIÓN QUE SE REQUIERE EN UNA ECUACIÓN PARA OBTENER EL SUMANDO QUE AÑADIDO A OTRO CONOCIDO SE OBTENGA LA UNIDAD,ES DECENAS, ETCÉTERA (cds)

i) 87 + ?= 100 para obtener ? se enuncia:			
A) ? = 87- 100	**B) ?= 100- 87**	**C) ? = 87+ 100**	**D) ninguna**
ii) 8,5 + ?= 10			
A) ?= 10+ 8,5	**B) ?= 8,5 - 10**	**C) ?= 10- 8,5**	**D)ninguna**
iii) 5/7 + ?= 1			
A) ?= 1- 5/7	**B) ?= 5/7 - 1**	**C)?= 1+ 5/7**	**D) ninguna**

2.6. ENUNCIA LA OPERACIÓN QUE SE REQUIERE UNA ECUACIÓN PARA OBTENER UN FACTOR QUE ES EL NÚMERO DE VECES QUE SE HA AMPLIADO O REDUCIDO PARA OBTENER EL PRODUCTO CONOCIDO (cdm)

i) 7 x ? = 56			
A) ? = 56 x 7	**B)?= 56 ÷ 7**	**C)?= 56-7**	**D) ninguna**
ii) ? x 0,9 = 3,6			
A) ? = 3,6 ÷ 0,9	**B)?= 3,6 x 0,9**	**C)?= 0.9- 3,6**	**D) ninguna**
iii) 15/2 x ?= 3			
A) ? = 3x 15/2	**B)?= 3÷ 15/2**	**C)?= 15/2 - 3**	**D) ninguna**

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO

PRUEBA OBJETIVA DIRIGIDA A ESTUDIANTES PARTE Nº 2

OBJETIVO: Establecer el nivel de Comprensión en las Estrategias de Cálculo Mental que poseen los estudiantes de Octavo de básica.

INSTRUCCIONES: INSTRUCCIONES: La presente prueba objetiva tiene tres afirmaciones incompletas i), ii), iii), las mismas que conforman cada indicador y cada una de ellas tienen cuatro alternativas: A),B),C) D). Lea detenidamente las siguientes afirmaciones incompletas, escoja la respuesta correcta y marque con una equis (X) en la columna y fila en la tabla respectiva de la HOJA DE RESPUESTAS.

DESCOMPOSICIONES

3.1. TRANSFORMAR CANTIDADES EN SUMA DE PRODUCTOS POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS A DERECHA O IZQUIERDA EN ORDEN CRECIENTE O DECRECIENTE, RESPECTIVAMENTE (spuc)

i) 425 se transforma en:			
A) 4 x 10+ 2 5x1000	**B) 4+ 2x10+ 5x100**	**C)4 x100+ 2x10+5**	**D) ninguna**
ii) 0,658 se transforma en:			
A) 6x 0,1 +5x 0,01+ 8x 0,001	**B) 8x 0,1+ 5x 0,01+ 6x 0,001**	**C) 6x 0,001+ 5x 0,01+ 8x 0,1**	**D) ninguna**
iii) 328/100 se transforma en:			
A) 3+ 2x (1/10 (1/1000)	**B) 3x (1/10)+2x (1/100)+8x (1/1000)**	**C) 3+2x (1/10)+ 8x (1/100)**	**D) ninguna**

3.2 INTERPRETAR UN NÚMERO MEDIANTE DESCOMPOSICIÓN EN SUMAS (dns)

i) 28 se interpreta como:			
A) 17+9+1	**B) 13+12+5**	**C) 13+14+1**	**D) ninguna**
ii) 3,5 se interpreta como:			
A) 1,9+ 1+1,5	**B) 1,4+1.9+0,2**	**C) 2,2+ 1,1+2,0**	**D)ninguna**
iii) 4/3 se descompone como:			
A) ½+ 1/6	**B) 1/1+2/1+1/1**	**C) 2/3+6/2+2/3**	**D) ninguna**

3.3. INTERPRETAR UN NÚMERO DADO EN FUNCIÓN DE OTRO MEDIANTE RESTA (enfr)

i) 24 se interpreta como:			
A) 42-28	**B) 32-16**	**C) 56-32**	**D) ninguna**
ii) 7,38 se interpreta como:			
A) 7,5- 0,28	**B) 6,5 - 1,22**	**C) 8,5-1,12**	**D)ninguna**

iii) 9/ 4 se interpreta como:			
A) 10/6- 1/2	**B) 5/2-1/4**	**C) 11/8-2/4**	**D) ninguna**

3.4. EXPRESAR AL POLINOMIO ARITMÉTICO MEDIANTE AGRUPACIÓN (agi)

i) 45 -12-9 mediante agrupación se expresa como:			
A) 45 – (12-9)	**B) 45- (12)-9**	**C)(45-12)-9**	**D) ninguna**
ii) 3,6 – 0,04- 0,9 mediante agrupación se expresa como:			
A) 3,6 – (0,04)- 0,9	**B) (3,6- 0,04)- 0,9**	**C) 3,6 – (0,04-0,9)**	**D) ninguna**
iii) $\frac{17}{4}-\frac{1}{3}-\frac{2}{5}$ mediante agrupación **se expresa como:**			
A) $\frac{17}{4}-(\frac{1}{3}-\frac{2}{5})$	**B)** $(\frac{17}{4}-\frac{1}{3})-\frac{2}{5}$	**C)** $\frac{17}{4}-\left(\frac{1}{3}\right)-\frac{2}{5}$	**D) ninguna**

3.5. INTERPRETAR EL AXIOMA DISTRIBUTIVO DE LA MULTIPLICACIÓN CON RESPECTO A LA SUMA(adms)

i) 12x (7+4+2) se interpreta como:			
A) (12+7)x (12+4)x(12+2)	**B) 12+(7x 12)+(4x12)+2**	**C) (12x7)+(12x4)+(12x2)**	**D) ninguna**
ii) 0,36x (2,5+ 5,4+ 3,1) se interpreta como:			
A) (0,36x 2,5)+(0,36x5,4)+ (0,36x3,1)	**B) (0,36x+2,5)x(0,36+5,4) (0,36+3,1)**	**C) 0,36x+(2,5x0,36)+(5,4x 0,36)+3,1**	**D) ninguna**
iii) 7/6x (2/9+ 1/3+ 4/5) se interpreta como :			
A) 7/6x(9/2+7/6)x(3/1+ 7/6)x5/4	**B) 7/6x(2/9+7/6)x(1/3+ 7/6)x4/5**	**C) (7/6x2/9+7/6)x(1/3+ 7/6x4/5)**	**D) ninguna**

3.6. INTERPRETAR EL AXIOMA DISTRIBUTIVO DE LA DIVISIÓN CON RESPECTO A LA SUMA (adds)

i) (100+15) ÷ 5 se interpreta como:			
A) (5÷15) + (5÷100)	**B) (5÷100) +(5÷15)**	**C) (100÷5)+(15÷5)**	**D) ninguna**
ii) (5+0,5) ÷ 0,25 se interpreta como:			
A) (0,25÷5)+(0,25÷0,5)	**B) (5÷0,25) +(0,5÷0,25)**	**C) (0,25÷0,5)+(0,25÷5)**	**D) ninguna**

iii) (1/3 +1/9) ÷3/2 se interpreta como:			
A) (3/2÷1/9)+(3/2÷1/3)	B) (1/3÷3/2) + (1/9÷3/2)	C) (1/9+3/2) +(3/2+1/9)	D) ninguna

3.7.INFERIR EL DIVIDENDO COMO LA SUMA DE DOS NÚMEROS MULTIPLOS DEL DIVISOR (ddsmd)

i) (¿ +?) ÷ 7; ¿ y ? son múltiplos de 7; y ¿ +? = 140 , se infiere que:			
A) ¿= 35 y ?= 115	B) ¿= 5 6 y ?= 84	C) ¿= 49 y ?= 81	D) ninguna
ii)(¿ +?) ÷ 0,3; ¿ y ? son múltiplos de 0,3; y ¿ +? = 9 , se infiere que:			
A)¿= 3,50 y ?= 5,50	B)¿=7,25 y ?= 1,25	C) ¿=7,50 y ?= 1,50	D) ninguna
iii) (¿ +?) ÷ 1/4; ¿ +? = 4 , se infiere que:			
A) ¿= 9/4 y ?= 17/4	B) ¿= 5/2 y ?=3/2	C) ¿=28/8 y ?=4/8	D) ninguna

3.8 TRADUCIR LA DEFINICION DE MULTIPLICACIÓN DE NÚMEROS FRACCIONARIOS (dmf)

i) 34 x 3/2 se traduce como:			
A) 3/(2x34)	B) (34x2)/3	C) (34x3)/2	D) ninguna

3.9 TRANSFORMAR UN NÚMERO MEDIANTE DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES (df)

i) 8 se transforma en:			
A) 4x2x2	B)2x3x3	C) 2x4x1	D) ninguna
ii) 0,6 se transforma en:			
A) 0,3 x 2	B)0,3 x 0,3	C) 0,3 x 0,2	D) ninguna
iii) 9/ 4 se transforma en:			
A) 3 x 3/4	B) 3 x 4/3	C) 6/2 x3/2	D) ninguna

4. COMPENSACIONES

4.1. CONVERTIR A FRACCIONES EQUIVALENTES (dfe)

i) 15/10 se convierte en :			
A) 3/2	B) 8/12	C) 14/21	D) ninguna

4.2. TRANSFORMAR UN DECIMAL A FRACCIÓN(tdf)

i) 0,25 se transforma a :			
A) 25/100	**B) 25/1000**	**C) 25/99**	**D) ninguna**
ii) 0,33333… se transforma a:			
A) 3/99999	**B) 3/10**	**C) 3/9**	**D) ninguna**
iii) 0,0777… se transforma a:			
A) 7/100	**B) 7/90**	**C) 7/99**	**D) ninguna**

4.3. TRANSORMAR DE DIVISIÓN DE FRACCIONES EMPLEANDO DEFINICIÓN (rd)

i) 7/3÷ 6/5 se transforma en:			
A) (3x6)/(7x5)	**B) (7x6)/(3x5)**	**C) (7x5)/(6x3)**	**D) ninguna**

4.4 EXPRESAR UN NÚMERO PROXIMAMENTE MENOR QUE UNO DE LOS MÚLTIPLOS DE 10 AL QUE LE FALTA EL NÚMERO QUE HA COMPLETADO (enpfr)

i) 8 se expresa como 10 quitado:			
A) 2	**B) 8**	**C) 3**	**D) ninguna**
ii)7,5 se expresa como 10 quitado:			
A) 0,025	**B) 0,25**	**C) 2,5**	**D) ninguna**
iii) 19/2 se expresa como 10 quitado:			
A) 4/2	**B)**	**C) (1/9÷3/2) -(1/3÷3/2)**	**D) ninguna**

4.5. INTERPRETAR UNA SITUACIÓN NUMÉRICA MEDIANTE EL AXIOMA DISTRIBUTIVO DE LA MULTIPLICACIÓN CON RESPECTO A LA RESTA (admr)

i) 14x (7-4) se interpreta como:			
B) (14-7)x (14-4)	**B) 14-(7x 14)-(4)**	**C) (14x7)-(14x4)**	**D) ninguna**

ii) 0,5x (4,5- 3,1) se interpreta como:			
A) (0,5x 4,5)-(0,5x3,	**B) (0,5-4,5)x(0,5-3,1)**	**C) 0,5-(4,5x0,5) -3,1**	**D) ninguna**
ii) 6/7x (14/9- 2/3) se interpreta como :			
A)(6/7x9/14)-(6/7x3/2)	**B) (6/7x14/9)-(6/7x2/3)**	**C)(9/14x6/7)-(3/2x6/7)**	**D) ninguna**

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN!

HOJA DE RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES

PARTE Nº 1

Nombre:………………………………. **CURSO: OCTAVO DE BÁSICA**

SECCIÓN:…………….

1) ARTIFICIOS

1.1. (vr)						**1.2. (agm)**						**1.3. (aas)**						**1.4. (fc)**						**1.5.** (ddds)					
	A)	B)	C)	D)			A)	B)	C)	D)			A)	B)	C)	D)			A)	B)	C	D			A)	B)	C)	D)	
i)						i)						i)						i)						i)					
ii)						ii)						ii)						ii)						ii)					
iii)						iii)						iii						iii						iii)					

2) RECOLOCACIONES

2.1. (agd)						**2.2. (acs)**						**2.3.** (acm)						**2.4. (aam)**						**2.5.** (cds)					
	A)	B)	C)	D)			A)	B)	C)	D)			A)	B)	C)	D)			A)	B)	C	D			A)	B)	C)	D)	
i)						i)						i)						i)						i)					
ii)						ii)						ii)						ii)						ii)					
iii)						iii)						iii						iii						iii)					

2) RECOLOCACION

2.6. (cdm)					
	A)	B)	C)	D)	
i)					
ii)					
iii)					

Total:……………

HOJA DE RESPUESTAS DE LOS ESTUDIANTES

PARTE Nº 2

Nombre:………………………………. CURSO: OCTAVO DE BÁSICA

SECCIÓN:…………….

3) DESCOMPOSICIONES																								
3.1.(spuc)					**3.2.** (dns)					**3.3.**(enfr)					**3.4.** (agi)					**3.5.**(adms)				
	A)	B)	C)	D)		A)	B)	C)	D)		A)	B)	C)	D)		A)	B)	C	D		A)	B)	C)	D)
i)					i)					i)					i)					i)				
ii)					ii)					ii)					ii)					ii)				
iii					iii)					iii					iii					iii)				

3) DESCOMPOSICIONES																			
3.6. (adds)					**3.7.**(ddsmd)					**3.8.**(dmf)					3.9. (df)				
	A)	B)	C)	D)		A)	B)	C)	D)		A)	B)	C)	D)		A)	B)	C)	D)
i)					i)					i)					i)				
ii)					ii)										ii)				
iii)					iii)										iii)				

2. COMPENSACIONES																								
4.1. (dfe)					**4.2.(tdf)**					**7.3. (rd)**					7.4. **(addr)**					**4.5 (admr)**				
	A)	B)	C)	D)		A)	B)	C)	D)		A)	B)	C)	D)		A)	B)	C	D		A)	B)	C)	D)
i)					i)					i)					i)					i)				
					ii)										ii)					ii)				
					iii)										iii					iii)				

Total:……………

Respuestas de la Prueba

PARTE Nº 1

Nombre:………………………………. **CURSO: OCTAVO DE BÁSICA**

SECCIÓN:…………….

1) ARTIFICIOS

1.2. (vr)

	A)	B)	C)	D)
i)		X		
ii)	X			
iii)		X		

1.2. (agm)

	A)	B)	C)	D)
i)	X			
ii)		X		
iii)			X	

1.3. (aas)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)	X			
iii			X	

1.4. (fc)

	A)	B)	C	D
i)	X			
ii)		X		
iii			X	

1.5. (ddds)

	A)	B)	C)	D)
i)	X			
ii)			X	
iii)				X

2) RECOLOCACIONES

2.1. (agd)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)		X		
iii)	X			

2.2. (acs)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)			X	
iii)		X		

2.3. (acm)

	A)	B)	C)	D)
i)		X		
ii)			X	
iii		X		

2.4. (aam)

	A)	B)	C	D
i)			X	
ii)		X		
iii		X		

2.5. (cds)

	A)	B)	C)	D)
i)		X		
ii)		X		
iii)	X			

2) RECOLOCACION

2.6. (cdm)

	A)	B)	C)	D)
i)		X		
ii)	X			
iii)		X		

Total:……………

Respuestas de la Prueba

PARTE Nº 2

Nombre:………………………………. CURSO: OCTAVO DE BÁSICA

SECCIÓN:…………….

3) DESCOMPOSICIONES

3.1.(spuc)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)	X			
iii			X	

3.2. (dns)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)		X		
iii)				X

3.3.(enfr)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)			X	
iii		X		

3.4. (agi)

	A)	B)	C	D
i)			X	
ii)		X		
iii		X		

3.5.(adms)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)	X			
iii)				X

3) DESCOMPOSICIONES

3.6. (adds)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)		X		
iii)		X		

3.7.(ddsmd)

	A)	B)	C)	D)
i)		X		
ii)				
iii)				X

3.8.(dmf)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	

3.9. (df)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)	X			
iii)	X			

3. COMPENSACIONES

4.1. (dfe)

	A)	B)	C)	D)
i)	X			

4.2.(tdf)

	A)	B)	C)	D)
i)	X			
ii)			X	
iii)		X		

4.3. (rd)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	

4.4.(enpfr

	A)	B)	C	D
i)	X			
ii)			X	
iii		X		

4.5 (admr)

	A)	B)	C)	D)
i)			X	
ii)	X			
iii)		X		

Total:……………

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

MAESTRIA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO

ENCUESTA DIRIGIDA A MAESTROS

OBJETIVOS:

1. Diagnosticar sobre las Estrategias de Cálculo Mental que el maestro enseña al alumno al resolver operaciones aritméticas con números naturales, decimales y fraccionarios positivos para una mejor comprensión de dichas estrategias.

INSTRUCCIONES: Lea cuidadosamente cada uno de los siguientes aspectos, luego escriba la letra “equis” (X) en cada columna correspondiente, luego de reflexionar sobre la intensidad (frecuencia) con la que se ha desarrollado cada una de estas estrategias considerando la siguiente escala:

Nunca (1)) Casi Nunca (2) Algunas veces (3) Casi siempre (4) Siempre (5)

ASPECTO	**SIGLA**	**CUESTIONARIO**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
ARTIFICIOS	(vr)	**INDICA UN NÚMERO POR SU VALOR RELATIVO DE SUS CIFRAS, POR EJEMPLO: 45 = 4 decenas y 5 unidades**					
	(agm)	**SEÑALA QUE UN NÚMERO SE PUEDE EXPRESAR MEDIANTE AGRUPAMIENTO MULTIPLICATIVO , POR EJEMPLO:** 600 = 6 X 100					
	(aas)	**EXPLICA QUE LA ASOCIACIÓN DE SUMANDOS ES NECESARIA PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 0,02 + 10,98+70,60+10,4= (0,02 + 10,98)+(70,60+10,4)**					
	(fc)	**SEÑALA QUE LA FACTORIZACIÓN EN UN POLINOMIO ARITMÉTICO SE EMPLEA PARA SIMPLIFICAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO:** $\frac{7}{2}\times\frac{5}{9}-\frac{7}{2}\times\frac{1}{3}=\frac{7}{2}\times\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{3}\right)$					
	(ddds)	**MUESTRA QUE ES POSIBLE LA DESCOMPOSICIÓN DEL DIVISOR PARA REALIZAR DIVISIONES SUCESIVAS, POR EJEMPLOS: 75÷15 = (75÷3)÷5**					
RECOLOCACIONES	(agd)	**FORMULA LA EQUIVALENCIA NUMÉRICA EN AGRUPAMIENTO DECIMAL, POR EJEMPLO: 10 DECENAS EQUIVALE A 100 UNIDADES**					
	(acs)	**EXPLICA LA CONMUTACIÓN DE LOS SUMANDOS PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 1,3+ 19+0,7= 1,3+0,7+19**					
	(acm)	**EXPLICA LA CONMUTACIÓN DE FACTORES PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 0,03 x 0,015 x 100=0,03 x100 x 0,015**					
	(aam)	**INDICA QUE MEDIANTE LA ASOCIACIÓN DE FACTORES SE IDENTIFICA EL ORDEN EN LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 18x4x5= 18x (4x5)= 18 x 20.**					

	(cds)	SEÑALA LA FORMA DE INTERPETAR UNA ECUACIÓN CON UNA INCÓGNITA, QUE CONTIENE LA SUMA DE DOS NÚMEROS Y ES EQUIVALENTE A DECENAS Ó CENTENAS; POR EJEMPLO: 87+? = 100; ?= 13, porque 87+ 13 = 100					
	(cdm)	SEÑALA LA FORMA DE INTERPRETACIÓN DE UNA ECUACIÓN QUE CONTIENE COMO FACTORES UNO CONOCIDO Y OTRO QUE INDICA EL NÚMERO DE VECES QUE SE DEBE AMPLIAR O REDUCIR PARA OBTENER EL PRODUCTO , POR EJEMPLO: 15/2 x ?= 3 ; ?= 2/5, porque las 2/5 partes de 15/2 es 3.					
DESCOMPOSICIONES	(spuc)	INDICA LA DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO COMO SUMA DE PRODUCTOS POR LA UNIDAD SEGUIDA DE CEROS A DERECHA O IZQUIERDA EN ORDEN CRECIENTE O DECRECIENTE, RESPECTIVAMENTE PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS EJEMPLO: 425 = 4 x100+ 2x10+5; 0,658 = 6x 0,1 +5x 0,01+ 8x 0,001					
	(dns)	SEÑALA QUE ES POSIBLE DESCOMPONER UN NÚMERO EN SUMAS PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 28= 13+15					
	(enfr)	PRESENTA LA DESCOMPOSICIÓN DE UN NÚMERO MEDIANTE RESTA EN FUNCIÓN DEL NÚMERO ORIGINAL PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 24 = 25-1					
	(agi)	ACLARA QUE ES POSIBLE RESOLVER EL POLINOMIO ARITMÉTICO, AGRUPANDO A PARTIR DE LA IZQUIERDA, EJEMPLO: 3,6 - 0,04- 0,9 = (3,6-0,04)-0,9.					
	(adms)	SEÑALA QUE ES POSIBLE DISTRIBUIR UN FACTOR CON CADA UNO DE LOS TÉRMINOS DE LA SUMA PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS NUMÉRICOS, POR EJEMPLO:0,36x (100+ 50+ 20) =(0,36x100)+ (0,36x50)+ (0,36x20).					
	(adds)	INDICA QUE ES POSIBLE LA DISTRIBUTIVIDAD POR LA DERECHA DEL DIVISOR CON CADA UNO DE LOS TÉRMINOS DE LA SUMA PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS NUMÉRICOS,PR EJEMPLO: (100-15) ÷5 = (100÷5)-(15÷5)					
	(ddsmd)	INDICA LA POSIBILIDAD DE INTERPRETAR AL DIVIDENDO COMO LA SUMA DE NÚMEROS MÚLTIPLOS DE DIVISOR PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO:140÷ 7 = (¿+?) ÷ 7; ¿ y ? SON MÚLTIPLOS DE 7					
	(dmf)	MOTIVA A LA INTERPRETACIÓN DE LA DEFINICIÓN DE MULTIPLICACIÓN DE FRACCIONES, POR EJEMPLO: (3X5)/(6X11) = 3/11 x 5/6 = 3/6 x 5/11					
	(df)	EXPLICA QUE ES POSIBLE DESCOMPONER UN NÚMERO EN FACTORES PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 88 = 2x2x2x11					
COMPEN SACION	(dfe)	PERMITE INTERPRETAR LA DEFINICIÓN DE FRACCIONES EQUIVALENTES PARA UTILIZAR EN LOS CÁLCULOS NUMÉRICOS FACILITANDO SU RESOLUCIÓN, POR EJEMPLO: 3/2= 15/10					

	(tdf)	**SEÑALA LA POSIBILIAD DE TRANSFORMAR DECIMAL EXACTO O DECIMAL PERIÓDICO PURO O PERIÓDICO MIXTO A FRACCION PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS NUMÉRICOS, POR EJEMPLO: 1,25= 125/100; 0,33…= 3/9 ; 0,077… = 7/90**					
	(rd)	**PERMITE INTERPRETAR LA REGLA DE LA DIVISIÓN DE FRACCIONES PARA UN MAYOR DOMINIO EN LOS CÁLCULOS, POR EJEMPLO: 3/4÷15/16 = ¾ X 16/15**					
	(addr)	**INCENTIVA LA APLICACIÓN DE LA EXPRESIÓN DE UN NÚMERO PROXIMAMENTE MENOR QUE UNO DE LOS MÚLTIPLOS DE 10 AL QUE LE FALTA UN NÚMERO QUE DEBE COMPLETAR, POR EJEMPLO: 19,5 = 20 -0,5**					
	(admr)	**SEÑALA LA POSIBILIDAD DE LA DISTRIBUTIVIDAD DE UN FACTOR CON CADA UNO DE LOS TÉRMINOS DE LA RESTA PARA FACILITAR LOS CÁLCULOS NUMÉRICOS,POR EJEMPLO: 14x (7-4)= (14x7)- (14x 4)**					

RAZONAMIENTO NUMÉRICO

INSTRUCCIONES

Esta prueba intenta comprobar su capacidad para razonar con números. Lea cada ejercicio y observe las posibles respuestas que se ofrecen y decida cuál de ellas es la **mejor**. Después marque, en la Hoja de respuestas, el espacio que corresponde a la contestación elegida. Si necesita hacer cálculos, utilice la hoja en blanco que se le ha entregado, pero no use calculadora ni haga ninguna operación sobre la Hoja de respuestas ni sobre este Cuaderno.

En alguno de los ejercicios, **no** aparece la respuesta correcta. En ese caso, debe marcar el espacio debajo de la E (**Ninguna de ellas**) que quiere decir que la respuesta correcta **no** es ninguna de las alternativas que se han propuesto.

Fíjese en el **Ejemplo E1**:

¿Qué número continúa esta serie?

2	4	6	8	?

A. 9
B. 10
C. 11
D. 12
E. Ninguna de ellas

En el **Ejemplo E1** la respuesta correcta es **10** porque es el número que sigue al 8 en la secuencia. Por eso, en la Hoja de respuestas, frente al **Ejemplo E1**, se ha marcado el recuadro que está debajo de la B.

Fíjese en el **Ejemplo E2**:

¿Qué cifra debería ir en lugar de la P en esta suma cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 5\ P \\ +\ \ \ 2 \\ \hline 5\ 8 \end{array}$$

A. 3
B. 4
C. 7
D. 9
E. Ninguna de ellas

En el **Ejemplo E2** la respuesta correcta es **6** porque sólo el 6 puede reemplazar a la P en esta suma para que el resultado de 5P+2 sea igual a 58. Puesto que el 6 no está entre las alternativas que se proponen, la respuesta es **Ninguna de ellas**. Por eso ha debido marcar el espacio debajo de la letra **E** frente al **Ejemplo E2** en la Hoja de respuestas.

Si tiene dificultad en contestar a algún ejercicio, déjelo y pase a otros que le parezcan más fáciles. Luego, si tiene tiempo, vuelva a los ejercicios que dejó sin contestar en esta prueba. No continúe con la prueba siguiente hasta que se lo indiquen.

DETÉNGASE Y ESPERE NUEVAS INSTRUCCIONES

ESPERE

1 ¿Qué número continúa esta serie?

2	5	8	11	?

A. 24
B. 22
C. 19
D. 14
E. Ninguna de ellas

2 ¿Qué cifra debería sustituir a la B en esta multiplicación cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 2\ 7\ B \\ \times \quad 2 \\ \hline 5\ 5\ 2 \end{array}$$

A. 0
B. 1
C. 4
D. 6
E. Ninguna de ellas

3 5 – 12 =

A. –12 + 5
B. 12 – 5
C. – (5 – 12)
D. – (12 + 5)
E. Ninguna de ellas

4 ¿Qué cifra debería sustituir a la P en esta suma cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 4\ P\ P\ P\ 4 \\ +\quad 4\ P\ P\ 7 \\ \hline 4\ 7\ 6\ 7\ 1 \end{array}$$

A. 9
B. 8
C. 3
D. 2
E. Ninguna de ellas

5 ¿Cuánto es 1/2 de 1,39 euros redondeado a los diez céntimos más próximos?

A. 0,60
B. 0,70
C. 1,40
D. 2,80
E. Ninguna de ellas

6 ¿Qué número puede sustituir a la L para que la proporción sea correcta?

$$\frac{4}{L} = \frac{L}{36}$$

A. 3
B. 9
C. 12
D. 18
E. Ninguna de ellas

7 ¿Qué cifra debería sustituir a la F en esta resta cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 2 \\ -\quad F\ 4 \\ \hline 1\ 8 \end{array}$$

A. 9
B. 7
C. 6
D. 5
E. Ninguna de ellas

8 ¿Por qué número es divisible exactamente la suma de 132 más 402?

A. 4
B. 6
C. 8
D. 9
E. Ninguna de ellas

NO SE DETENGA, CONTINÚE EN LA PÁGINA SIGUIENTE

9 ¿Qué número debería sustituir a la R para que esta operación fuera correcta?

$$38 + R + 67 = 180$$

A. 85
B. 95
C. 105
D. 285
E. Ninguna de ellas

10 $4 = 10\%$ de ____

A. 0,4
B. 4
C. 40
D. 400
E. Ninguna de ellas

11 ¿Cuál de estas expresiones es MAYOR que la unidad?

A. $\frac{3}{6} + \frac{5}{10}$
B. $\frac{3}{5} + \frac{6}{10}$
C. $\frac{2}{4} + \frac{1}{2}$
D. $\frac{1}{3} + \frac{1}{3}$
E. Ninguna de ellas

12 ¿Qué número puede sustituir a la N para que la proporción sea correcta?

$$\frac{8}{12} = \frac{N}{6}$$

A. 16
B. 5
C. 4
D. 2
E. Ninguna de ellas

13 Si $y = 7$, entonces $3 + 4y$ será =

A. 49
B. 31
C. 25
D. 14
E. Ninguna de ellas

14 ¿Qué cifra debería sustituir a la E en esta multiplicación cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 2\,E\,E\,6 \\ \times \quad 8 \\ \hline 1\,6\,E\,4\,8 \end{array}$$

A. 0
B. 3
C. 5
D. 7
E. Ninguna de ellas

15 ¿Qué número continúa esta serie?

11	16	13	18	15	?

A. 23
B. 20
C. 16
D. 13
E. Ninguna de ellas

16 ¿Qué cifra debería sustituir a la A en esta resta cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 8\,A\,7\,8\,8 \\ -\ 7\,A\,A\,7 \\ \hline 7\,7\,3\,A\,1 \end{array}$$

A. 9
B. 6
C. 5
D. 0
E. Ninguna de ellas

NO SE DETENGA, CONTINÚE EN LA PÁGINA SIGUIENTE

17 ¿Qué cifra podría sustituir a la F en esta suma cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} F\ 0\ F \\ +\ 2\ 0\ F \\ \hline 7\ 1\ 0 \end{array}$$

A. 1
B. 3
C. 5
D. 9
E. Ninguna de ellas

18 ¿Qué cifra podría sustituir a la N en esta resta cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 3\ N\ 3\ N\ 3 \\ -\ \ 3\ N\ N\ 3 \\ \hline 3\ 2\ 7\ 0\ 0 \end{array}$$

A. 1
B. 4
C. 5
D. 6
E. Ninguna de ellas

19 ¿Qué número podría sustituir a la K para que la proporción fuera verdadera?

$$\frac{K}{7} = \frac{8}{2}$$

A. 7/14
B. 15
C. 28
D. 112
E. Ninguna de ellas

20 ¿Qué cifra podría sustituir a la L en esta suma cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 8\ 7\ L\ 9 \\ +\ 9\ L\ 8\ 9 \\ \hline 1\ 8\ 1\ 2\ 8 \end{array}$$

A. 3
B. 4
C. 5
D. 6
E. Ninguna de ellas

21 ¿Cuál de las expresiones vale MENOS que la unidad?

A. $\frac{1}{2} + \frac{5}{9}$

B. $\frac{7}{8} + \frac{1}{4}$

C. $\frac{2}{3} + \frac{4}{12}$

D. $\frac{2}{5} + \frac{1}{4}$

E. Ninguna de ellas

22 ¿Qué número es divisible exactamente por 3?

A. 766
B. 768
C. 796
D. 976
E. Ninguna de ellas

23 ¿Qué cifra debería sustituir a la H en esta multiplicación cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 3\ H\ 3 \\ \times\ \ H\ 3 \\ \hline 4\ 0\ 6\ 9 \end{array}$$

A. 2
B. 5
C. 7
D. 8
E. Ninguna de ellas

24 ¿Qué número falta en esta serie?

25	36	49	?	81

A. 56
B. 62
C. 64
D. 75
E. Ninguna de ellas

NO SE DETENGA, CONTINÚE EN LA PÁGINA SIGUIENTE

25 ¿Cuál es el resultado de 710 x 80 redondeado al millar más próximo?

A. 50.000
B. 55.000
C. 57.000
D. 60.000
E. Ninguna de ellas

26 ¿Qué cifra debería sustituir a la C en esta suma cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 4\ 5\ 7\ C\ 7 \\ +\ 3\ C\ 7\ C\ 7 \\ \hline 7\ 7\ 4\ 3\ 4 \end{array}$$

A. 1
B. 2
C. 6
D. 8
E. Ninguna de ellas

27 20 x (18 x 5) tiene el mismo valor que...

A. 20 x 23
B. 100 x 18
C. (20 x 18) x (20 x 5)
D. (20 x 18) + (20 x 5)
E. Ninguna de ellas

28 $\dfrac{5 \times 2}{4 \times 15} =$

A. 6
B. $\dfrac{5}{6}$
C. $\dfrac{2}{3}$
D. $\dfrac{1}{6}$
E. Ninguna de ellas

29 ¿Qué cifra debería sustituir a la T en este ejemplo de división correcta?

T2T3: 1039 = T

A. 4
B. 5
C. 7
D. 8
E. Ninguna de ellas

30 50% de 6.300 =

A. 50
B. 126
C. 315
D. 3.500
E. Ninguna de ellas

31 ¿Cuál es el número MÁS PEQUEÑO que es divisible exactamente por 10 y por 15?

A. 60
B. 30
C. 25
D. 15
E. Ninguna de ellas

32 ¿Qué cifra debería sustituir a la A en esta resta cuyo resultado es correcto?

$$\begin{array}{r} 1\ A\ 3\ 1 \\ -\ 3\ A\ 9 \\ \hline 1\ 3\ 5\ 2 \end{array}$$

A. 0
B. 6
C. 7
D. 8
E. Ninguna de ellas

NO SE DETENGA, CONTINÚE EN LA PÁGINA SIGUIENTE

33 ¿Qué cifra debería sustituir a la J en esta multiplicación?

$$\begin{array}{r} 1\ J\ 5\ 6 \\ \times \qquad J \\ \hline 5\ 8\ 2\ J \end{array}$$

A. 3
B. 4
C. 7
D. 9
E. Ninguna de ellas

36 $\frac{7}{3} : 2\frac{4}{5} =$

A. $\frac{15}{98}$
B. $\frac{5}{6}$
C. $\frac{35}{24}$
D. $6\frac{8}{15}$
E. Ninguna de ellas

34 ¿Qué número debería sustituir a la T para que la proporción fuera verdadera?

$$\frac{11}{55} = \frac{101}{T}$$

A. 115
B. 505
C. 550
D. 555
E. Ninguna de ellas

37 ¿Qué cifra debería sustituir a la N en esta división exacta?

9N29 : 20N = 4N

A. 3
B. 5
C. 7
D. 8
E. Ninguna de ellas

35 ¿Por qué número es exactamente divisible el producto de 423 x 26?

A. 8
B. 11
C. 17
D. 18
E. Ninguna de ellas

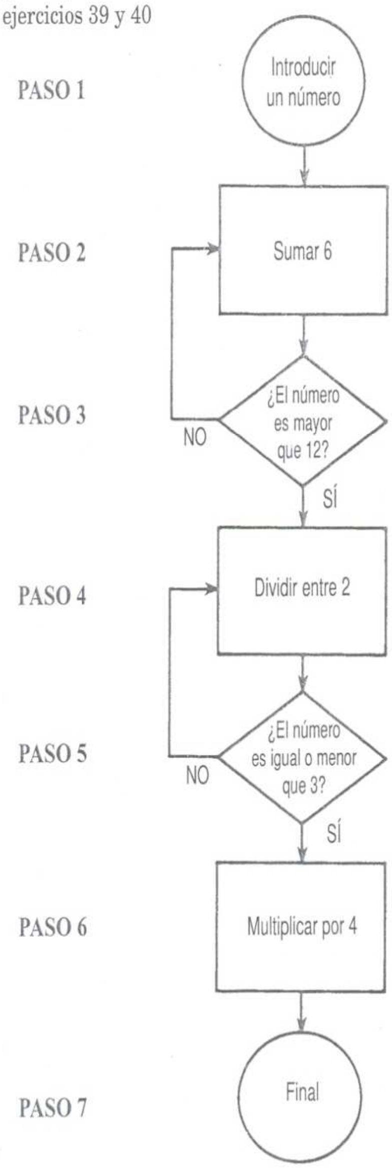
38 ¿Por qué número es divisible exactamente el resultado de esta suma?

$$\begin{array}{r} 1\ 3\ 2 \\ 2\ 0\ 4 \\ 5\ 0\ 4 \\ +\quad 2\ 8 \\ \hline \end{array}$$

A. 12
B. 8
C. 6
D. 4
E. Ninguna de ellas

NO SE DETENGA, CONTINÚE EN LA PÁGINA SIGUIENTE

39-40
Utilice este diagrama para contestar a los ejercicios 39 y 40



39 Si introduce el número 4, ¿cuál será el número cuando llegue al final?

A. 4
B. 8
C. 12
D. 20
E. Ninguna de ellas

40 Si introduce el número 2, ¿cuántas veces pasará por el paso 4 para llegar al final?

A. 1
B. 2
C. 3
D. 4
E. Ninguna de ellas

DETÉNGASE. SI HA TERMINADO, REPASE SUS CONTESTACIONES ESPERE

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

MAESTRIA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

ESTRATEGIAS DE CÁLCULO MENTAL Y RAZONAMIENTO NUMÉRICO

ENCUESTA DIRIGIDA A MAESTROS

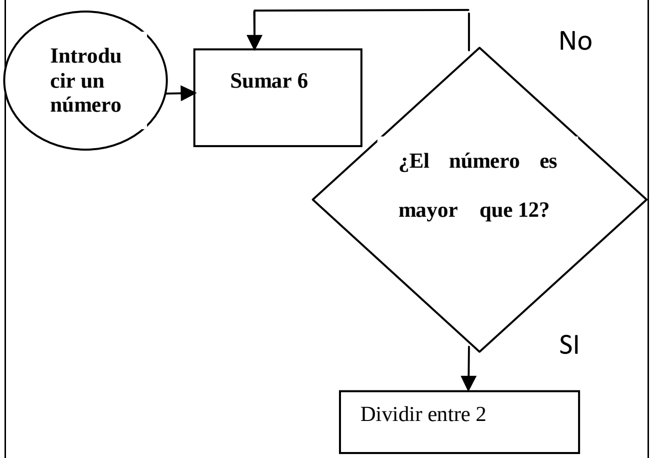
OBJETIVOS:

1. Diagnosticar el nivel de Razonamiento Numérico de los estudiantes de Octavo de Básica.

INSTRUCCIONES: A continuación se presentan los siguientes aspectos de desarrollo del Razonamiento Numérico. Lea cuidadosamente y reflexione sobre el nivel del estudiante en cada uno de ellos. Luego escriba la letra "equis" (X) en el casillero correspondiente, considerando la siguiente escala:

Bajo(1)) Casi Bajo (2) Mediano (3) Casi Alto (4) Alto (5)

ASPECTO	**NÚMERO**	**CUESTIONARIO**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
RELACIÓN DE IGUALDAD	1.1	**RESOLVER UNA IGUALDAD NUMÉRICA CON NÚMEROS NATURALES, POR EJEMPLO: 20X (18X5)= 100X 18**					
	1.2	**ENCONTRAR EL TÉRMINO DESCONOCIDO DE UNA PROPORCIÓN, POR EJEMPLO: ¿QUÉ NÚMERO PUEDE SUSTITUIR A LA L PARA QUE LA PROPORCIÓN SEA CORRECTA?** $\frac{4}{L}=\frac{L}{36}$					
	1.3.	RESOLVER PORCENTAJES, POR EJEMPLO: 4 = 10% DE:					
RELACIÓN DE DESIGUALDAD	2.1.	DETERMINAR LA RELACIÓN DE ORDEN ENTRE LA SUMA DE NÚMEROS FRACCIONARIOS POSITIVOS Y LA UNIDAD, POR EJEMPLO: ¿CUÁL DE ESTAS EXPRESIONES ES MAYOR QUE LA UNIDAD? $\frac{3}{6}+\frac{5}{10!}$, $\frac{3}{!5}+\frac{6}{!10}$, $\frac{2}{4}+\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$					
CONCEPTOS NUMÉRICOS	**3.1**	ENCONTRAR EL TÉRMINO QUE SIGUE EN UNA SUCESIÓN NUMÉRICA, POR EJEMPLO: 11,16,13,18,15,?					
	3.2	APLICAR CRITERIOS DE DIVISIBILIDAD EN LA SUMA O PRODUCTO DE DOS NÚMEROS NATURALES,, POR EJEMPLO: ¿POR QUÉ NÚMERO ES EXACTAMENTE DIVISIBLE EL PRODUCTO DE 423x 26?					
	4.1.	RESOLVER EXPRESIONES QUE CONTENGAN MULTIPLICACIÓN O DIVISIÓN CON NÚMEROS RACIONALES POSITIVOS, POR EJEMPLO: $\frac{5x2}{4x15}=$					

OPERACIONES ARITMÉTICAS							
	4.2.	DETERMINAR EL VALOR DE LA CIFRA IMPLÍCITA EN LAS CUATRO OPERACIONES BÁSICAS, POR EJEMPLO: ¿QUÉ CIFRA DEBERÍA SUSTITUIR A LA T EN ESTE EJEMPLO DE DIVISIÓN CORRECTA? T2T3 : 1039= T					
	4.3.	TOMA DE DECISIONES SEGÚN CONDICIONES DADAS AL RELACIONAR NÚMEROS OBTENIDOS EN OPERACIONES BÁSICAS CON NÚMEROS RACIONALES POSITIVOS, POR EJEMPLO: 					
CALCULO ARITMÉTICO	5.1.	**REALIZAR CÁLCULOS ESTIMATIVOS, POR EJEMPLO: ¿CUÁL ES EL RESULTADO DE 710X 80 REDONDEANDO AL MILLAR MÁS PRÓXIMO?**					

ESCALA PSICOMÉTRICA PERCENTILAR					
TABLA NORMAL				**TABLA INVESTIGACIÓN**	
PERCENTIL	**RANGO**		**EQUIVALENCIA**	**RANGO**	**EQUIVALENCIA**
95-100	I		Sobresaliente	93 - 100	Sobresaliente
90 – 94	II	+	Muy bueno próximo a sobresaliente	64 - 92	Muy Bueno
75 -89	II		Muy bueno		
51- 74	III	+	Bueno próximo a muy bueno	39 - 63	Bueno
50	III		Bueno		
26 – 49	III	–	Bueno próximo a regular		
11 – 25	IV		Regular	8 - 38	Regular
6 – 10	IV	–	Regular próximo a deficiente		
0 – 5	V		Deficiente	0 - 7	Deficiente