

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO



DIRECCIÓN DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DISEÑO CURRICULAR Y EVALUACIÓN
EDUCATIVA

TEMA:

**“TÉCNICAS DE CÁLCULO Y RAZONAMIENTO EN LAS
MATEMÁTICAS ELEMENTALES Y SU RELACIÓN CON LOS
APRENDIZAJES DE LOS ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE
INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL
DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO”**

Trabajo de Titulación
Previo a la obtención del Grado Académico de Magíster en Diseño Curricular y
Evaluación Educativa

Ambato – Ecuador

2014

Al Consejo de Posgrado de la Universidad Técnica de Ambato

El Tribunal de Defensa del trabajo de titulación presidido por el Ingeniero Juan Enrique Garcés Chávez Magíster, Presidente del Tribunal e integrado por los señores: Ingeniero Franklin Oswaldo Mayorga Mayorga Magíster, Ingeniero Carlos Fernando Meléndez Tamayo Doctor, Ingeniero Pablo Raúl Valle Velasco Magíster, Miembros del Tribunal de Defensa, designados por el Consejo de Posgrado de la de la Universidad Técnica de Ambato, para receptar la defensa oral del trabajo de titulación con el tema: “TÉCNICAS DE CÁLCULO Y RAZONAMIENTO EN LAS MATEMÁTICAS ELEMENTALES Y SU RELACIÓN CON LOS APRENDIZAJES DE LOS ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO”, elaborado y presentado por el señor Ingeniero Luis Vicente Sánchez Alvarez, para optar por el Grado Académico de Magíster en Diseño Curricular y Evaluación Educativa.

Una vez escuchada la defensa oral el Tribunal aprueba y remite el trabajo de titulación para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.

Ing. Juan Enrique Garcés Chávez, Mg.
Presidente del Tribunal de Defensa

Ing. Franklin Oswaldo Mayorga Mayorga, Mg.
Miembro del Tribunal

Ing. Carlos Fernando Meléndez Tamayo, Dr.
Miembro del Tribunal

Ing. Pablo Raúl Valle Velasco, Mg.
Miembro del Tribunal

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de titulación con el tema: “TÉCNICAS DE CÁLCULO Y RAZONAMIENTO EN LAS MATEMÁTICAS ELEMENTALES Y SU RELACIÓN CON LOS APRENDIZAJES DE LOS ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO”, le corresponde exclusivamente a: Ingeniero Luis Vicente Sánchez Alvarez, Autor bajo la Dirección de Ingeniero Juan Enrique Garcés Chávez Magíster, Director del trabajo de titulación; y el patrimonio intelectual a la Universidad Técnica de Ambato.

Ing. Luis Vicente Sánchez Alvarez

Autor

Ing. Juan Enrique Garcés Chávez, Mg.

Director

DERECHOS DE AUTOR

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que haga uso de este trabajo de titulación como un documento disponible para su lectura, consulta y procesos de investigación.

Cedo los Derechos de mi trabajo de titulación, con fines de difusión pública, además autorizo su reproducción dentro de las regulaciones de la Universidad.

Ing. Luis Vicente Sánchez Alvarez

c.c. 1802657781

DEDICATORIA

No he nacido en cama de oro,
pero tengo unos padres que valen
más que mil tesoros, a ellos mi esfuerzo.

A Thiago y Mónica, mis vidas.

AGRADECIMIENTO

A la Dirección de Posgrado de la
Universidad Técnica de Ambato.

Al Ingeniero Juan Garcés Chávez,
Director de la Tesis, quien como guía y
orientador ha sabido conducir este
trabajo en busca de la excelencia.

ÍNDICE GENERAL

ÍNDICE GENERAL	vii
Tabla de gráficos y tablas.....	ix
CAPÍTULO I	1
El Problema de Investigación	1
1.1 Tema	1
1.2 Planteamiento del problema	1
1.2.1 Contextualización.....	2
1.2.2 Análisis crítico	6
1.2.3 Prognosis.....	8
1.2.4 Formulación del problema.....	8
1.2.5 Interrogantes	8
1.2.6 Delimitación del objeto de investigación.....	9
1.3 Justificación.....	9
1.4 Objetivos	10
1.4.1 General.....	10
1.4.2 Específicos.....	10
CAPÍTULO II	11
Marco Teórico.....	11
2.1 Antecedentes investigativos	11
2.2 Fundamentación filosófica.....	12
2.3 Fundamentación legal.....	13
2.4 Categorías fundamentales	14
2.4.1 Las matemáticas.....	15
2.4.2 Matemáticas elementales.....	21
2.4.3 Operaciones básicas.....	24
2.4.4 Técnicas de cálculo y razonamiento	26
2.4.5 Educación	28
2.4.6 Modelos pedagógicos	36
2.4.7 Aprendizaje significativo	49
2.4.8 Aprendizaje	52
2.5 Hipótesis.....	53
2.6 Señalamiento de variables.....	53

CAPÍTULO III	54
Metodología	54
3.1 Modalidad básica de la investigación	54
3.2 Nivel o tipo de investigación	55
3.3 Población y muestra.....	55
3.4 Operacionalización de las variables	56
3.5 Plan de recolección de la información.....	58
3.6 Plan de procesamiento de la información	59
CAPÍTULO IV	60
Análisis e Interpretación de Resultados	60
4.1 Análisis e interpretación de los resultados	60
4.2 Verificación de hipótesis.....	92
CAPÍTULO V	100
5.1 Conclusiones	100
5.2 Recomendaciones	101
CAPÍTULO VI	102
Propuesta	102
6.1 Datos informativos.....	102
6.2 Antecedentes de la propuesta.....	103
6.3 Justificación.....	104
6.4 Objetivos	105
6.5 Análisis de factibilidad	105
6.6 Fundamentación científico - técnica.....	106
6.6.1 ¿Qué es un manual?.....	107
6.6.2 ¿Qué tipos de manuales existen?	107
6.7 Desarrollo de la propuesta.....	108
6.8 Modelo operativo	146
6.9 Administración de la propuesta.....	147
Tabla 26: Administración de la propuesta	147
6.10 Plan de monitoreo y evaluación de la propuesta	147
BIBLIOGRAFÍA.....	149

Tabla de gráficos y tablas

Gráfico 1: Árbol del problema.....	6
Gráfico 2: Categorías fundamentales	14
Tabla 1: Cuestiones que permiten describir un modelo pedagógico	37
Tabla 2: Resumen modelos pedagógicos contemporáneos	48
Tabla 3: Operacionalización de la variable independiente.....	56
Tabla 4: Operacionalización de la variable dependiente	57
Tabla 5: Plan de recolección de la información	58
Tabla 6: Plan de procesamiento de la información	59
Tabla 7: Pregunta 1	61
Gráfico 3: Pregunta 1	61
Tabla 8: Pregunta 2	63
Gráfico 4: Pregunta 2	63
Tabla 9: Pregunta 3	65
Gráfico 5: Pregunta 3	65
Tabla 10: Pregunta 4	67
Gráfico 6: Pregunta 4	67
Tabla 11: Pregunta 5	69
Gráfico 7: Pregunta 5	69
Tabla 12: PREGUNTA 6.....	71
Gráfico 8: Pregunta 6	71
Tabla 13: Pregunta 1	73
Gráfico 9: Pregunta 1	73
Tabla 14: Pregunta 2	75
Gráfico 10: Pregunta 2	75
Tabla 15: Pregunta 3	77
Gráfico 11: Pregunta 3	77
Tabla 16: Pregunta 4	79
Gráfico 12: Pregunta 4	79
Tabla 17: Pregunta 5	81
Gráfico 13: pregunta 5	81
Tabla 18: Pregunta 6	83

Gráfico 14: pregunta 6	83
Tabla 19: Pregunta 7	85
Gráfico 15: Pregunta 7	85
Tabla 20: Pregunta 8	87
Gráfico 16: Pregunta 8	87
Tabla 21: Pregunta 9	89
Gráfico 17: Pregunta 9	89
Tabla 22: Pregunta 10	91
Gráfico 18: Pregunta 10	91
Tabla 23: Resumen de respuestas de docentes y estudiantes	95
Tabla 24: resumen de frecuencias de las respuestas de docentes y estudiantes	96
Gráfico 19: Ji cuadrado a un grado de libertad.....	97
Gráfico 20: Ji cuadrado a un grado de libertad mediante el sitio quantpsy.org.....	98
Gráfico 21: Ji cuadrado a tres grados de libertad mediante el sitio quantpsy.org	99
Tabla 25: Resumen modelo operativo	146
Tabla 26: Administración de la propuesta	147
Fuente: Propia.....	147
Tabla 27: Plan de monitoreo y evaluación de la propuesta.....	148

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
DIRECCIÓN DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DISEÑO CURRICULAR Y EVALUACIÓN EDUCATIVA

Tema: “TÉCNICAS DE CÁLCULO Y RAZONAMIENTO EN LAS MATEMÁTICAS ELEMENTALES Y SU RELACIÓN CON LOS APRENDIZAJES DE LOS ESTUDIANTES DE LA FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL DE LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO”

Autor: Ing. Luis Vicente Sánchez Alvarez

Director: Ing. Juan Enrique Garcés Chávez, Mg.

Fecha: Ambato marzo 11 de 2014.

RESUMEN EJECUTIVO

La enseñanza de las matemáticas elementales en nuestro país se ha basado tradicionalmente, en procesos mecánicos que han favorecido al memorismo antes que el desarrollo del pensamiento matemático. Esto principalmente debido a la falta de políticas adecuadas de desarrollo educativo, baja capacitación y profesionalización de un porcentaje significativo de docentes, la bibliografía desactualizada, la mala utilización de textos y la limitada utilización de técnicas de cálculo y razonamiento para tareas “sencillas” como el resolver multiplicaciones, divisiones y raíces cuadradas de dificultad media.

Han desencadenado en clases monótonas, aburridas, procesos de enseñanza con un marcado divorcio entre los contenidos correspondientes al nivel primario, medio y superior que se han implementado sin criterio de continuidad, secuencia, temas repetitivos sin respetar el desarrollo evolutivo del estudiante.

Este trabajo investigativo, presenta varias técnicas de cálculo y razonamiento asociadas a la multiplicación, división y raíz cuadrada que se han obtenido a partir de un análisis documental. La finalidad del mismo es aportar con un manual de dichas técnicas para apoyar con los aprendizajes de los estudiantes de la Facultad

de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato.

Descriptores: Análisis documental, aprendizajes, desarrollo del pensamiento matemático, división, enseñanza, matemáticas elementales, manual, multiplicación, raíz cuadrada, técnicas de cálculo y razonamiento.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
DIRECCIÓN DE POSGRADO
MAESTRÍA EN DISEÑO CURRICULAR Y EVALUACIÓN EDUCATIVA

Theme: “TECHNIQUES OF CALCULATION AND REASONING IN
ELEMENTARY MATHEMATICS AND ITS RELATIONSHIP TO
THE LEARNING OF STUDENTS OF THE FACULTY OF
ENGINEERING IN SYSTEMS, ELECTRONIC AND INDUSTRIAL
OF THE TECHNICAL UNIVERSITY OF AMBATO”

Author: Ing. Luis Vicente Sánchez Alvarez

Directed by: Ing. Juan Enrique Garcés Chávez, Mg.

Date: March 11th, 2014

EXECUTIVE SUMMARY

The teaching of elementary mathematics in our country has traditionally been based on mechanical processes that have favored the memorization rather than the development of mathematical thinking. This is mainly due to the lack of appropriate policies of educational development, low training and professionalization of a percentage of teachers, outdated bibliography, the improper use of texts and the limited use of techniques of calculation and reasoning for simple tasks like solve multiplication, division and square of medium difficulty roots.

They have triggered in monotonous, boring, classes teaching processes with a marked divorce between the contents corresponding to primary, middle and upper that have been implemented without criterion of continuity, sequence, repetitive themes without respecting the evolutionary development of the student.

This investigative work, presents several techniques of calculation and reasoning associated with the multiplication, division and square root that have been obtained from a documentary analysis. The purpose of it is to provide with a manual of these techniques to support the learning of students of the Faculty of Engineering in Systems, Electronic and Industrial of the Technical University of Ambato.

Keywords: Division, documentary analysis, elementary mathematics, manual multiplication, square, techniques of calculation and reasoning, the teaching, the development of mathematical thinking, the learning.

CAPÍTULO I

El Problema de Investigación

1.1 Tema

“Técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales y su relación con los aprendizajes de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato”.

1.2 Planteamiento del problema

Las matemáticas en general, a través del tiempo han sido usadas por todos con diversos fines y objetivos; fueron usadas como elementos para elaborar vaticinios, fueron consideradas como medios para acercarse a los dioses, así como los mecanismos que ayudan a disciplinar el pensamiento. Algunos filósofos han utilizado a las matemáticas como instrumentos de creación artística y lúdica, han servido para sustentar teorías económicas e incluso para implementar políticas de estado, apoyándose en varias de sus ramas como son el caso de las probabilidades y estadística.

Actualmente las matemáticas gozan de un gran prestigio social, debido a la asociación que se hace de éstas con el desarrollo científico y tecnológico. A juicio de varios, un estudiante con buen rendimiento matemático, también es asociado como una persona capaz y con buenas perspectivas en cuanto a un futuro profesional.

Pero para muchos estudiantes aprender matemáticas no les resulta una tarea sencilla, pues resulta que no tenemos la capacidad de relacionar los conocimientos que poseemos con los problemas que se nos presentan en la vida real; también, se puede ver que el aprendizaje que nos proporcionan no es significativo. Por tal razón se quiere motivar a las personas y ver que son capaces de encontrar estos relacionamientos entre los diferentes esquemas de aprendizaje para que de esta manera tenga una buena estructura cognitiva.

Así, a todos por ejemplo nos enseñaron las cuatro operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación y división) de una única manera, desconociendo la existencia, de diversas y variadas maneras de solucionarlas, más aún en operaciones de mayor complejidad como en el caso de la raíz cuadrada, las limitaciones son mayores.

El objetivo al enseñar matemáticas es ayudar a que todos los estudiantes desarrollen la capacidad matemática. Deben ser capaces de desarrollar la comprensión de los conceptos y procedimientos matemáticos, además de aceptar la importancia y utilidad.

A maestros y estudiantes les corresponde reconocer que la habilidad matemática es parte normal de la habilidad mental de todas las personas, no solamente de unos cuantos elegidos.

Por otra parte, enseñar la capacidad matemática requiere ofrecer experiencias que estimulen la curiosidad de los estudiantes y construyan confianza en la investigación, la solución de problemas y la comunicación. Se debe alentar a los estudiantes a formular y resolver problemas relacionados con su entorno para que puedan ver estructuras matemáticas en cada aspecto de sus vidas, así como tratar de crear su propia forma de interpretar una idea, relacionarla con su propia experiencia de vida, ver cómo encaja con lo que ellos ya saben y qué piensan de otras ideas relacionadas.

1.2.1 Contextualización

Hoy en día no es posible concebir la tarea de un ingeniero, de un arquitecto, de un economista, de un comerciante, de un industrial, de un docente o de un vendedor,

sin la ayuda de las matemáticas y de las computadoras, que es hablar también de matemáticas. Sin embargo, a pesar de su importancia, se ven descuidadas y dejadas de lado sin considerar que son parte de la formación integral humana.

Macro

Es en este sentido que organismos como la Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura – UNESCO, muestran su preocupación y realizan estudios que de una u otra manera apoya con la solución a la problemática de la baja calidad de la educación a nivel de América Latina y el Caribe.

Según el Informe Regional del Monitoreo del Progreso Hacia una Educación de Calidad para Todos en América Latina y el Caribe, EPT 2012: en cuanto a los logros de aprendizaje, los resultados en el desempeño en matemática no son los mejores, ya que en el tercer grado, un promedio de un 49.2% de los alumnos no están en un nivel para resolver problemas simples basados en una sola operación de adición, sustracción o multiplicación. En el sexto grado, un 19.4% de los estudiantes aún no sabe usar las cuatro operaciones básicas de una forma estratégica basadas en información explícita.

Meso

Según Diario el Hoy (2000), se indica que solo un 7% de estudiantes son diestros en esta materia, los docentes de la cátedra tienen deficiencias para enseñar, no hay libros adecuados para estudiar y los programas son caducos. De acuerdo al Sistema Nacional de Evaluación de la Calidad de la Educación Aprendo, en el que se califican las destrezas en matemáticas, un 80% de estudiantes se encuentran en un nivel básico y el 13% en el de avance (intermedio). Según Rolando Sáenz, matemático de la Universidad Central del Ecuador, la causa principal del bajo rendimiento es la falta de preparación del maestro en todos los niveles. “El profesor primero debe saber qué se enseña y luego encargarse del cómo” (Sáenz, 2006, pág. 1). Mientras tanto, (Grijalva, 2000, pág. 1) docente, considera que al priorizar la aritmética asociada con logaritmos y cálculos precisos, “estos mutilan la matemática y la capacidad del alumno de apreciar su versatilidad para comprender la realidad”.

Micro

El problema no está alejado de los alumnos de la Universidad Técnica de Ambato, ya que muchos de ellos presentan deficiencias en la comprensión de procesos matemáticos. El empleo cotidiano de métodos, estrategias y técnicas didácticas activas, en la enseñanza / aprendizaje de las matemáticas pretende constituirse en una de las herramientas que ayude a elevar significativamente la comprensión de procesos matemáticos.

Según (UTA, 2010, pág. 1) con las últimas reformas aprobadas por el CONESUP mediante resolución RCP.S05.NO.077.08, vigente a partir del 07 de febrero de 2008) “La Universidad Técnica de Ambato es una Institución de Educación Superior, de derecho público, con domicilio principal en la ciudad de Ambato, Provincia del Tungurahua, creada mediante Ley No. 69-05 del 18 de Abril de 1969. Se rige por la Constitución y Leyes de la República del Ecuador, la Ley de Educación Superior, el Reglamento General a la Ley de Educación Superior, el Reglamento General del Sistema Nacional de Evaluación y Acreditación, los Reglamentos del CONESUP y del CONEA, este Estatuto y sus Reglamentos, Guía de Auditoría para Universidades y Escuelas Politécnicas y las disposiciones que adopten sus organismos y las autoridades universitarias, en el ámbito de su competencia”.

Del mismo estatuto, es misión de la Universidad Técnica de Ambato: “Formar profesionales líderes competentes, con visión humanista y pensamiento crítico a través de la Docencia, la Investigación y la Vinculación, que apliquen, promuevan y difundan el conocimiento respondiendo a las necesidades del país” (UTA, 2010, pág. 3).

En general la Universidad Técnica de Ambato está constituida por diez Facultades, más de 30 carreras, una población estudiantil aproximada de pregrado de 15000 estudiantes distribuidos en la modalidad presencial y semipresencial y aproximadamente 800 docentes; actualmente se están en ejecución unos 17 eventos de posgrado con unos 800 maestrantes y 350 docentes de posgrado.

Por otra parte, se crea la Escuela de Informática y Computación, mediante resolución de H. Consejo Universitario No. 347-91-CU-P del 13 de octubre de 1991. Los cambios y avances del mundo, las necesidades empresariales, que requerían profesionales en Informática, hizo necesario que, mediante resolución de H. Consejo Universitario No. 386-92-CU-P del 4 de agosto de 1992 pase a ser la Facultad de Ingeniería en Sistemas. Finalmente, mediante resolución de H. Consejo Universitario No. 804-CU-P del 20 de octubre de 1998, se crean las carreras de Ingeniería en Electrónica y Comunicaciones e Ingeniería Industrial en Procesos de Automatización y pasan a formar la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial.

1.2.2 Análisis crítico

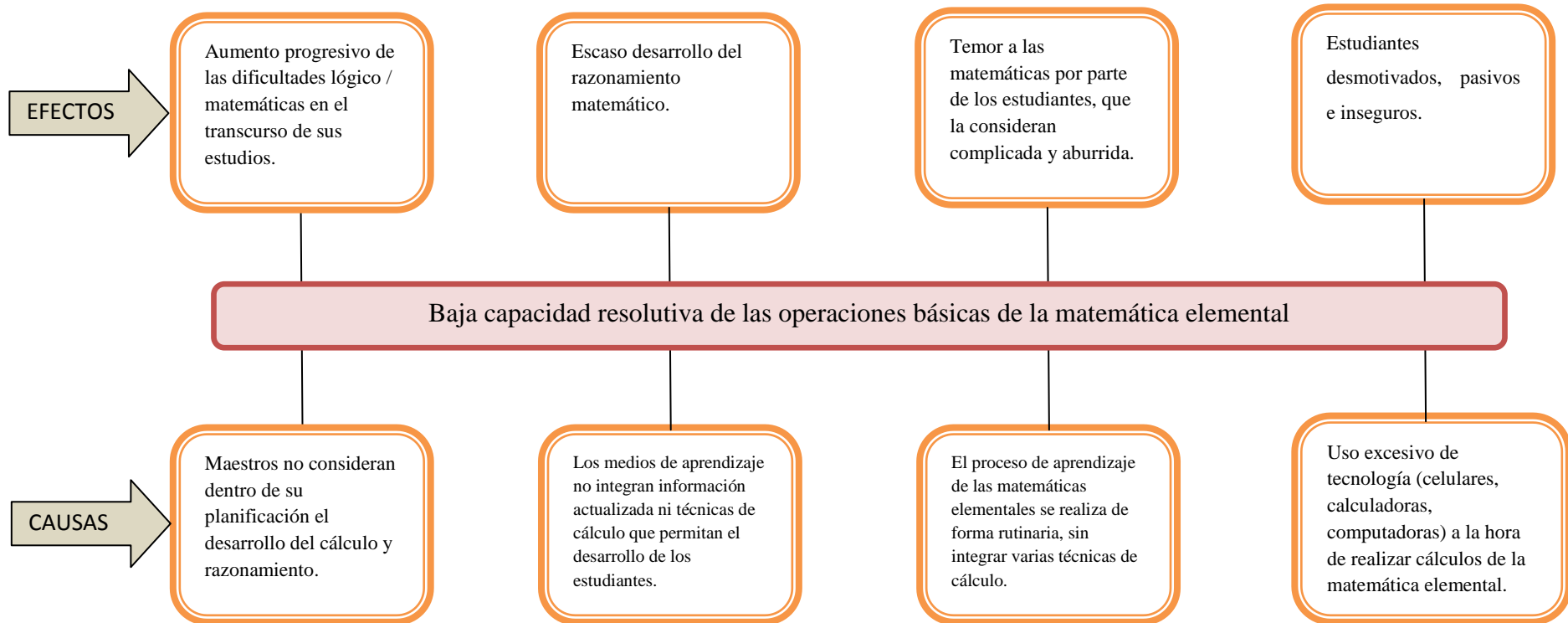


Gráfico 1: Árbol del problema
Fuente: Elaboración propia

El conocimiento de la matemática no solo sirve para la acreditación de un grado a otro o de un curso o de un semestre a otro, esto servirá para toda la vida.

La enseñanza de las asignaturas básicas y entre ellas la matemática en nuestro país se ha basado tradicionalmente, en procesos mecánicos que han favorecido el memorismo antes que el desarrollo del pensamiento matemático, como consecuencia de la ausencia de políticas adecuadas de desarrollo educativo, insuficiente preparación, capacitación y profesionalización de un porcentaje significativo de los docentes, la bibliografía desactualizada, la utilización de textos como guías didácticas y no como libros de consulta y la limitada utilización de técnicas de cálculo y razonamiento ha desencadenado en clases monótonas, aburridas, procesos de enseñanza con un marcado divorcio entre los contenidos correspondientes al nivel primario, medio y superior que se han implementado sin criterio de continuidad, secuencia, temas repetitivos con tendencia enciclopedista que pretende cubrir gran variedad y cantidad de temas con demasiado detalle para el nivel al que están dirigidos, sin respetar el desarrollo evolutivo del estudiante.

Esta problemática puede ser superada, mediante el diseño y aplicación de un recurso de aprendizaje de matemática, el mismo que como estrategia pedagógica permite utilizar diversas técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales.

Pese a lo interesante de la propuesta, ésta tiene escaso éxito ya que para ello se requiere de cambios decisivos en la forma de concebir la formación y preparación del estudiante, además desterrar las convencionales formas de aprender, optimizar el papel de los docentes no descuidando la actividad del estudiante en el proceso y la construcción del aprendizaje y un mejor aprovechamiento de los recursos en el contexto de trabajo académico.

Igualmente se puede visualizar que los docentes de matemática no están actualizados y en ciertos casos desconocen, formas y procedimientos sobre aplicación de técnicas de enseñanza para potencializar las destrezas de comprensión de conceptos, conocimiento de procesos matemáticos y solución de problemas, también se puede evidenciar que un alto número de docentes y

estudiantes, no han desarrollado una cultura de investigación, y esto no les permite tener acceso a nuevos conocimientos y al cultivo de hábitos, como la lectura, recopilación y uso adecuado de la información.

Por otra parte, la realización de esta investigación de ninguna manera requerirá de excesivos recursos materiales y económicos, estará sustentada legalmente e institucionalmente.

1.2.3 Prognosis

Además el presente trabajo luego de concluido, podrá ser difundido, mejorado y aplicado en las demás Carreras de la Universidad Técnica de Ambato que también presentan casos similares descritos anteriormente.

De no ser así, se ratificará lo que tradicionalmente se viene palpando: el fracaso académico de los alumnos en matemáticas, que cada vez se ha manifestado superior al del resto de áreas curriculares.

1.2.4 Formulación del problema

¿Cómo se relacionan las técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales con los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato?

1.2.5 Interrogantes

Se pueden plantear los siguientes cuestionamientos:

¿Cuáles son los métodos utilizados por el docente durante el proceso de enseñanza de las matemáticas elementales?

¿El docente aplica alguna estrategia didáctica para enseñar matemáticas elementales?

¿Qué técnica didáctica aplica el profesor en el proceso de enseñanza de las matemáticas elementales?

¿Qué técnicas de cálculo y razonamiento proporciona el docente en la enseñanza de las matemáticas elementales?

¿Qué técnicas de cálculo y razonamiento se pueden usar en las matemáticas elementales?

1.2.6 Delimitación del objeto de investigación

De contenido:

Las técnicas de cálculo y razonamiento estarán considerando únicamente las operaciones básicas de la matemática elemental.

Espacial:

El trabajo de investigación se realizará en el Primer Ciclo “A” de la carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

Temporal:

La presente investigación se realizará a partir del mes de septiembre de 2013.

1.3 Justificación

Siendo la matemática una de las herramientas más importantes dentro del desarrollo de una sociedad, es preocupante que no hayamos encontrado el camino o los caminos para facilitar su comprensión y aun más su aprendizaje.

El objetivo de la enseñanza de las matemáticas no está tan solo enfocado a que los estudiantes aprendan las tradicionales cuatro reglas aritméticas, sino su principal finalidad es que puedan resolver problemas y aplicar los conocimientos impartidos en matemáticas para desenvolverse en la vida cotidiana.

De acuerdo a lo expuesto, se hace necesario crear, un conjunto de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, por una parte encaminadas a solucionar las deficiencias que ciertos docentes presentan a la hora de generar aprendizaje en el aula y por otro lado para mejorar la comprensión matemática, en función del crecimiento intelectual de los estudiantes.

Así mismo, con el presente trabajo investigativo se logrará establecer los lineamientos generales de una propuesta de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales para mejorar los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato. Además

investigaciones sobre esta temática no han sido abordadas con anterioridad, por lo que se justifica plenamente su realización.

1.4 Objetivos

1.4.1 General

Determinar la relación, de las técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales con los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

1.4.2 Específicos

1. Establecer en qué medida los docentes utilizan métodos, estrategias y técnicas didácticas en el proceso de enseñanza de las matemáticas elementales.
2. Evidenciar cómo se relacionan las técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales con los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.
3. Proporcionar un manual de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales para mejorar los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

CAPÍTULO II

Marco Teórico

2.1 Antecedentes investigativos

Las investigaciones desarrolladas en la actualidad, en Ecuador, en relación a la matemática y los estudiantes de enseñanza superior, son más bien escasas y apuntan a cómo aprenden los niños. Otras investigaciones en matemática, apuntan a aspectos como la afectividad, la pertenencia a un grupo social, la gestión educativa, y la autoestima.

La investigación educativa en relación al procesamiento de la información está ligada al sector de aprendizaje de lenguaje y comunicación en la enseñanza media y superior.

El potencial de los seres humanos para crecer por sí mismos está limitado por sus estructuras cognitivas, sus experiencias pasadas y su repertorio de capacidades. Una vez que los individuos han agotado sus recursos mentales y emocionales, es poco probable que se sientan motivados para crecer sin la intervención de algún estímulo externo. Dicho estímulo puede darse en forma de juicio de valor de un colega, un directivo, un padre o un estudiante. La retroalimentación proporcionada por la evaluación puede representar el reto, el desafío para que tenga lugar el crecimiento profesional del docente.

No existe evidencia de la existencia de temas muy similares al propuesto y más aún en la Universidad Técnica de Ambato.

2.2 Fundamentación filosófica

Los cambios económicos, políticos y sociales por los que atraviesa nuestro país implican grandes retos para la educación como elemento clave del desarrollo nacional e instrumento para la formación integral del ser humano, tomando en cuenta los nuevos criterios para las políticas educativas. Se asumen en el contexto cotidiano los conceptos sobre derechos humanos, la importancia de la ética y la moral en el ser humano, así como su posterior comportamiento ante la sociedad para el beneficio común.

La concepción filosófica se centra acerca del papel de la educación y en un nuevo modelo de sociedad que prefigura el perfil de la nueva generación, que hará posible una república democrática, participativa, protagónica, multiétnica y pluricultural, en un Estado de derecho y justicia que le permita crecer progresivamente en la comprensión de su condición de ciudadano o ciudadana y responder, corresponder y participar en la sociedad.

El humanismo social tiene en el ser humano y en su realización una concepción de carácter integral, que lo abarca como totalidad, se le concibe en su devenir histórico y en su desarrollo; aspira a su derecho de existencia plena, se encauza al desarrollo de una educación popular en todos los momentos y en todos los espacios con énfasis en lo cultural, científico, tecnológico, ideológico, valorativo, moral y ético, como manifestaciones de las necesidades de los ciudadanos (as), los pueblos y las comunidades, de aprender a reflexionar e interpretar el mundo que les corresponde vivir. En tal sentido, se reivindica el sentimiento de identidad, pertenencia, soberanía y libertad.

Desde la concepción filosófica el punto de partida para el estudio de la evaluación es la investigación de su origen, es decir, su naturaleza, y hablar de esto significa abordar de sus principios, conceptos y relaciones con otras ciencias, otros fenómenos y otros contextos.

Finalmente puedo considerar que la investigación propuesta, cae en paradigma crítico propositivo, debido a que dicho trabajo no se detendrá en la contemplación temática de las técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, sino que además planteará alternativas de solución.

2.3 Fundamentación legal

Según la Constitución vigente de la República del Ecuador, Título VII denominado RÉGIMEN DEL BUEN VIVIR, en su Capítulo primero, Sección primera llamada Educación, el Artículo 349 dice:

“El Estado garantizará al personal docente, en todos los niveles y modalidades, estabilidad, actualización, formación continua y mejoramiento pedagógico y académico;...” (República del Ecuador, 2008, pág. 162).

También se fundamenta en el Artículo 146 de la Ley Orgánica de Educación Superior:

“... en pleno ejercicio de su autonomía responsable, entendida como la facultad de la institución y sus profesores para exponer, con la orientación y herramientas pedagógicas que estimaren más adecuadas, los contenidos definidos en los programas de estudio ...” (Presidencia de la República, 2010, pág. 23)

2.4 Categorías fundamentales

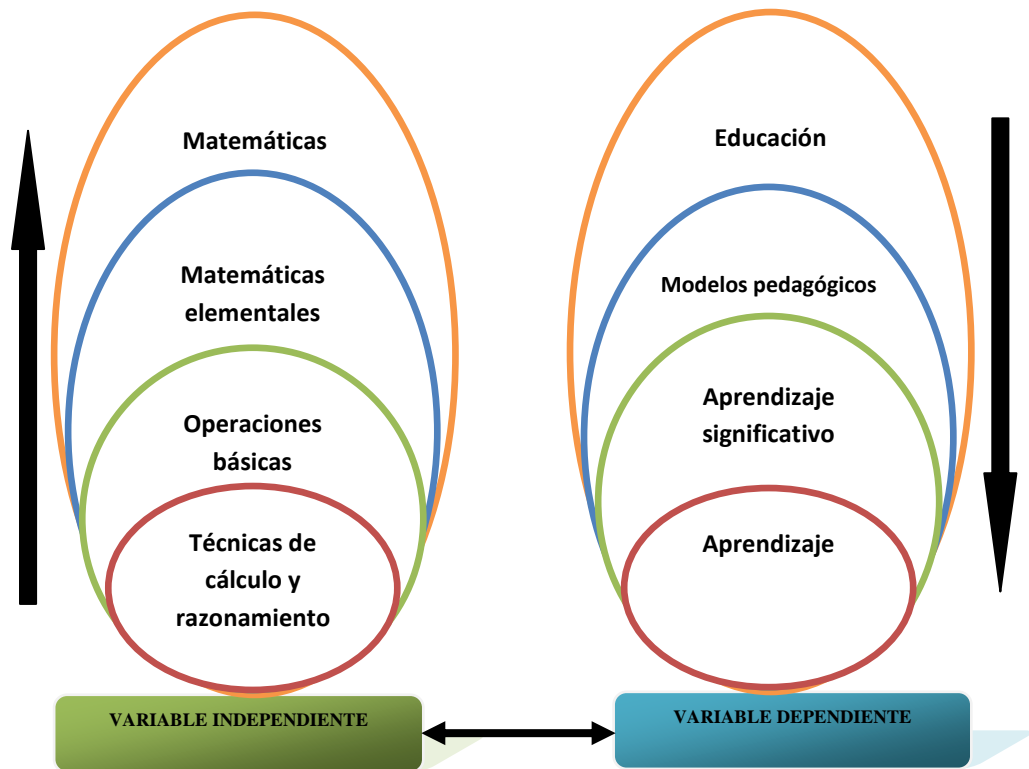


Gráfico 2: Categorías fundamentales
Fuente: Propia

2.4.1 Las matemáticas

Las matemáticas es una de las ciencias más antiguas y, a lo largo de los años, ha sido utilizada con fines diversos. Esta ciencia es extraordinariamente dinámica y cambiante, a tal punto que sus conceptos primarios sufren transformaciones relativamente rápidas y hasta su propia concepción, aunque de modo más lento, experimenta cambios tangibles. Las matemáticas constituyen un fenómeno cultural universal, pues cualquier civilización crea una de ellas. Imaginar un mundo, en el cual los cambios y la complejidad subsistentes no puedan ser organizados mentalmente en relaciones, dependencias y modelos, es ciertamente difícil.

Definición de matemáticas

Las matemáticas, que han sido siempre consideradas como un saber científico por excelencia, no han surgido de la nada, han sido creadas o descubiertas, sin entrar, por los seres humanos a lo largo de su existencia, por lo tanto seguirán evolucionando y aumentando con nosotros hasta nuestra extinción en el planeta. La primera razón de su creación fue su utilidad: campesinos y terratenientes necesitaban conocer la extensión de las tierras y contabilizar las cosechas. Medir y contar, Geometría y Aritmética, han sido los primeros albores matemáticos, apareciendo por tanto la matemática en las civilizaciones mesopotámica y egipcia como la gran herramienta utilitaria.

Si nos preguntamos entonces ¿Qué son la matemáticas?, podríamos dar como respuesta la de muchos grandes matemáticos que han contestado a esta pregunta dando una definición de la misma, definición que además demuestra la evolución del pensamiento matemático a lo largo de los siglos. Marín (2001) en su tesis: “Estudios de los Ambientes de Enseñanza – Aprendizaje Generados en Redes de Ordenadores” considera las siguientes definiciones por orden cronológico:

- Aristóteles: "Es la ciencia de la cantidad".
- Filón: "Es la ciencia de las ideas suministradas por la sensación y la reflexión respecto de sus consecuencias necesarias".
- Galileo: “Ciencia necesaria para conocer el mundo”.

- Descartes: "Es la ciencia del orden y la medida".
- Peirce: "Es la ciencia que obtiene conclusiones necesarias".
- Klein: "Es la ciencia de las cosas evidentes por sí mismas".
- Hilbert: "Es un juego formal sin significación".
- Russell: "Es la materia en la que no sabemos de qué estamos hablando, ni si lo que decimos es verdad".
- Whitehead: "Es el desarrollo de todos los tipos de razonamiento formal, necesario y deductivo".
- MacLane: "Consiste en el descubrimiento de estadios sucesivos de las estructuras formales subyacentes al universo existencial de la humanidad, con énfasis en aquellas estructuras de amplia aplicabilidad y aquellas que reflejan aspectos profundos del citado universo".
- Stone: "Es el estudio de sistemas abstractos generales, cada uno de los cuales se construye con elementos abstractos específicos y está estructurado por la presencia de relaciones arbitrarias, pero inequívocas entre ellos".
- Kline: "Es un cuerpo de conocimiento que no tiene verdades".

Estas definiciones identifican fácilmente a la matemática entre las actividades intelectuales, cuya característica fundamental es su forma de razonamiento y método.

Según Cid & Godino (2004), la matemática (o las matemáticas) es una ciencia abstracta, no experimental, y que como primera aproximación podríamos decir que estudia la cantidad y la extensión.

En el Currículo de Educación primaria de Cantabria, Gutiérrez & Ezequiel (2008) consta que: Las matemáticas son un conjunto de saberes y de prácticas asociados, en una primera aproximación, al uso reflexivo de los números y de las formas, y de los lenguajes que se van progresivamente completando hasta constituir un modo valioso de analizar situaciones variadas.

Permiten estructurar el conocimiento que se obtiene de la realidad, analizarla y lograr una información nueva para conocerla mejor, valorarla y tomar decisiones. La mayor complejidad de las herramientas matemáticas que se sea capaz de utilizar permite, a su vez, el tratamiento de una gran variedad de situaciones y una información más rica. Por ello, a lo largo de la escolaridad básica, el aprendizaje de las matemáticas ha de ir dirigido a enriquecer sus posibilidades de utilización. Se entienden así las matemáticas como un conjunto de cuestiones y problemas, de ideas y formas de actuar y de tecnologías simbólicas y organizativas que conllevan no sólo utilizar cantidades y formas geométricas, sino, y sobre todo, hacerse preguntas, obtener modelos e identificar relaciones y estructuras, de modo que, al analizar los fenómenos y situaciones que se presentan en la realidad, se puedan obtener informaciones y conclusiones que inicialmente no estaban explícitas.

Concebidas de esta forma, las matemáticas incorporan las características que les han sido tradicionalmente asignadas y que se identifican con la deducción, la precisión, el rigor, la seguridad, etc., pero son y aportan mucho más de lo que se deduce de estos términos. También son inducción, estimación, aproximación, probabilidad y tentativa, y mejoran la capacidad de enfrentarse a situaciones abiertas, sin solución única y cerrada.

Por otra parte, según Cid & Godino (2004), sus autores consideran dos concepciones de las Matemáticas relacionadas con la educación:

Concepción idealista - platónica

Entre la gran variedad de creencias sobre las relaciones entre las matemáticas y sus aplicaciones y sobre el papel de éstas en la enseñanza y el aprendizaje, podemos identificar dos concepciones extremas. Una de estas concepciones, que fue común entre muchos matemáticos profesionales hasta hace unos años, considera que el alumno debe adquirir primero las estructuras fundamentales de las matemáticas de forma axiomática. Se supone que una vez adquirida esta base,

será fácil que el alumno por sí solo pueda resolver las aplicaciones y problemas que se le presenten.

Según esta visión no se puede ser capaz de aplicar las matemáticas, salvo en casos muy triviales, si no se cuenta con un buen fundamento matemático. La matemática pura y la aplicada serían dos disciplinas distintas; y las estructuras matemáticas abstractas deben preceder a sus aplicaciones en la Naturaleza y Sociedad. Las aplicaciones de las matemáticas serían un "apéndice" en el estudio de las matemáticas, de modo que no se producirían ningún perjuicio si este apéndice no es tenido en cuenta por el estudiante. Las personas que tienen esta creencia piensan que las matemáticas son una disciplina autónoma. Podríamos desarrollar las matemáticas sin tener en cuenta sus aplicaciones a otras ciencias, tan solo en base a problemas internos a las matemáticas.

Esta concepción de las matemáticas se designa como "idealista-platónica". Con esta concepción es sencillo construir un currículo, puesto que no hay que preocuparse por las aplicaciones en otras áreas. Estas aplicaciones se "filtrarían", abstrayendo los conceptos, propiedades y teoremas matemáticos, para constituir un dominio matemático "puro".

Concepción constructivista

Otros matemáticos y profesores de matemáticas consideran que debe haber una estrecha relación entre las matemáticas y sus aplicaciones a lo largo de todo el currículo. Piensan que es importante mostrar a los alumnos la necesidad de cada parte de las matemáticas antes de que les sea presentada. Los alumnos deberían ser capaces de ver cómo cada parte de las matemáticas satisfacen una cierta necesidad.

Así por ejemplo: Poniendo a los niños en situaciones de intercambio les creamos la necesidad de comparar, contar y ordenar colecciones de objetos. Gradualmente se introducen los números naturales para atender esta necesidad. En esta visión, las aplicaciones, tanto externas como internas, deberían preceder y seguir a la

creación de las matemáticas; éstas deben aparecer como una respuesta natural y espontánea de la mente y el genio humano a los problemas que se presentan en el entorno físico, biológico y social en que el hombre vive. Los estudiantes deben ver, por sí mismos, que la axiomatización, la generalización y la abstracción de las matemáticas son necesarias con el fin de comprender los problemas de la naturaleza y la sociedad. A las personas partidarias de esta visión de las matemáticas y su enseñanza les gustaría poder comenzar con algunos problemas de la naturaleza y la sociedad y construir las estructuras fundamentales de las matemáticas a partir de ellas. De este modo se presentaría a los alumnos la estrecha relación entre las matemáticas y sus aplicaciones.

La elaboración de un currículo de acuerdo con la concepción constructivista es compleja, porque, además de conocimientos matemáticos, requiere conocimientos sobre otros campos. Las estructuras de las ciencias físicas, biológicas, sociales son relativamente más complejas que las matemáticas y no siempre hay un isomorfismo con las estructuras puramente matemáticas. Hay una abundancia de material disperso sobre aplicaciones de las matemáticas en otras áreas, pero la tarea de selección, secuenciación e integración no es sencilla.

Importancia de las matemáticas

La matemática ha llegado a ocupar un lugar central en la civilización actual. Varios son los puntos de vista que muestran la real importancia de esta ciencia. Según Miguel de Guzmán de la Universidad Complutense de Madrid en su escrito: Matemáticas y Sociedad. Acortando Distancias, De Guzmán (2011), indica sus motivos muy diversos:

Es una ciencia capaz de ayudarnos en la comprensión del universo en muchos aspectos, es en realidad el paradigma de muchas ciencias y un fuerte auxiliar en la mayor parte de ellas, gracias a sus modos de proceder mediante el razonamiento simbólico, sobrio, con el que trata de modelizar diversas formas de ser del mundo físico e intelectual

Es un modelo de pensamiento, por sus cualidades de objetividad, consistencia, sobriedad, las cuales le dan un lugar bien prominente entre las diversas formas que tiene el pensamiento humano de resistir los problemas con los que se enfrenta. Este aspecto es la raíz de sus profundas conexiones con la filosofía de todos los tiempos, también del nuestro.

Es una actividad creadora de belleza, en la que se busca una cierta clase de belleza intelectual, solamente accesible, como Platón afirmaba, a los ojos del alma, y en esto consiste en el fondo la fuerza motivadora y conductora siempre presente en los esfuerzos de los grandes creadores de la matemática.

Es un potente instrumento de intervención en las estructuras de la realidad a nuestro alrededor, ayudando en la aplicación de modelos fidedignos al mundo tanto físico como mental. En realidad bien se puede afirmar que la mayor parte de los logros de nuestra tecnología no son sino matemática encarnada con la mediación de otras ciencias.

Es una actividad profundamente lúdica, tanto que en los orígenes de muchas de las porciones más interesantes de la matemática el juego ha estado presente de forma muy activa (teoría de números, combinatoria, probabilidad, topología, entre otros).

Esta intensa presencia de la matemática en nuestra cultura no es algo que vaya a menos, sino todo lo contrario. A juzgar por las tendencias que se manifiestan cada vez con más fuerza, parece claro que el predominio de la comprensión matemática va a ser un distintivo bien evidente de la civilización futura.

Utilidad de las matemáticas

Actualmente, ya nadie pone en duda el gran interés que tienen los métodos matemáticos por su aplicación a otros campos del saber, no sólo a nivel científico, sino a niveles populares. Así, acciones cotidianas como obtener un turno de atención médica en una máquina expendedora o extraer dinero de un cajero automático no sería posible si no hubiese detrás un soporte matemático que facilitara el diseño y su uso.

Nacemos con una mínima estructura aritmética basada en los números enteros con sus propiedades intuitivas de asociatividad, elemento cero y elemento opuesto; de este modo, desde muy pequeños, de alguna manera ya estamos familiarizados con el concepto algebraico abstracto de grupo. Con ingenio y creatividad vamos enriqueciendo nuestra mente originando superestructuras que nos van permitiendo interpretar las leyes de la naturaleza. La imitación de muchas de ellas ha originado grandes avances tecnológicos. La mente humana es capaz de crear conceptos y con ellos desarrollar teorías, unas plenamente justificables ante el inexperto, por su inmediata aplicabilidad, y otras por su aplicación a largo plazo.

Según cita (De Guzmán, 2011), para Galileo, Descartes y Newton, la estructura del mundo es matemática y, por lo tanto la base de las ciencias, de la naturaleza debe ser matemática también. A partir de entonces, las matemáticas han estado en el centro de toda la actividad científica y su papel central en la educación ha ido en aumento.

2.4.2 Matemáticas elementales

Según Pérez (2008), se publicó, en una serie de informes de Investigación del Departamento de Matemáticas de la Universidad Sergio Arboleda (U.S.A.), el documento “El Semicírculo de la Universidad Sergio Arboleda”, en el cual aparece un resumen de las actividades desarrolladas, hasta esa fecha, por el hoy programa del mismo nombre. Este programa incluye varios proyectos uno de los cuales se llama “La Matemática Elemental”. Tal proyecto tiene dos propósitos básicos:

- Construir, estructurar y desarrollar teorías matemáticas elementales.
- Utilizar estas teorías o partes de ellas en la organización y desarrollo de actividades a realizar con los candidatos a vincularse al programa semi-círculo. En el desarrollo de estas actividades las personas que las coordinan producen una evaluación de los estudiantes.

Como cualquier otra expresión, “Matemática Elemental” tiene diferentes connotaciones. En el ámbito de la comunidad académica en matemáticas es posible distinguir, por lo menos, cinco sentidos diferentes:

El sentido peyorativo o displicente

Podríamos pensar que tal exclamación es una muestra de cariño y de afecto; sin embargo sea así o no, muchos usuarios de la palabra en cuestión no la manejan con afecto. Por ejemplo, ciertos matemáticos y numerosos profesores de matemáticas incluyen “elemental” dentro de una familia de expresiones y palabras claramente despectivas como “obvio”, “trivial”, “evidente”, “se sigue inmediatamente”, etc. Esto último es muy desafortunado porque encajona la palabra “elemental” en el ámbito de lo despreciable y lo inútil y aleja a algunos miembros de la comunidad académica en matemáticas de los temas elementales, originándose en esta forma una situación que no es para nada conveniente. Dicho sea de paso, algunos de estos “presumidos” todo lo que hacen es quedar en ridículo pues cuando se les solicita una explicación acerca de lo que consideran obvio, trivial o elemental, o bien no son capaces de formularla o si lo hacen se demoran un tiempo más bien largo.

Parte de la investigación que se está haciendo es esclarecer un poco la situación tratando de eliminar, o al menos debilitar, el imaginario negativo acerca de lo elemental, buscando por una parte que mentes habilidosas dediquen tiempo al trabajo en este terreno y por otra invitando a los diferentes miembros de la comunidad académica en matemáticas para que miren con buenos ojos esta especialidad.

El sentido euclidiano o clásico

La expresión elementos de geometría, con la cual se conoce popularmente la obra de Euclides, conduce a la idea de lo elemental como lo básico de una disciplina, a lo fundamental y más esencial. Una vez que cierta disciplina adquiere identidad e independencia, aparece la pregunta acerca de aquello que la caracteriza; por lo esencial, por sus fundamentos o elementos.

Sin embargo, el tratado está destinado muy particularmente a lectores que poseen al menos un buen conocimiento de las materias enseñadas en los primeros o dos primeros años de universidad.

Elemental como sinónimo de escolar

Este tercer uso, patrocinado también por muchos académicos, puede acercarse bastante al uso peyorativo pues no cabe duda que algunas personas consideran lo “escolar” como de menor valor. Naturalmente la llamada “educación elemental” no tiene, desde ningún punto de vista, características que la hagan indigna o despreciable. En el sentido escolar, la matemática elemental estaría constituida por aquellos temas que son estudiados en las escuelas y colegios; es aquello que circula en los textos escolares y que manejan los profesores de matemáticas de las escuelas y colegios. Este sentido de lo elemental es cercano al euclidiano pues en las escuelas y colegios se inician los estudios en todas las disciplinas, particularmente las matemáticas. Sin embargo dichos académicos, no se convencen que tareas simples como el saber sumar, restar, multiplicar o dividir tienen su incidencia en todas las instancias de estudio, así como en su vida personal y profesional.

Elemental en el Sentido de la Lógica

Este cuarto uso no está muy difundido; predomina en el ámbito académico de quienes hacen investigaciones en Lógica, Teoría de Conjuntos, Teoría de Modelos y otras disciplinas relacionados.

El uso sugerido por Isaac Yaglom

Esta quinta manera de utilizar la palabra “elemental” es la que guía todo el trabajo del denominado “Grupo Yaglom”.

Isaac Yaglom fue uno de los grandes animadores del programa “Olimpiadas Matemáticas” que en la actualidad tiene ya una cobertura mundial. Dicha organización ofrece la siguiente propuesta de definición:

“Matemática elemental es aquella que se construye trabajando con estudiantes y profesores de las escuelas y colegios” (Yaglom, 1981, pág. 12).

Aunque esta definición es problemática, el mismo Yaglom en el artículo mencionado llama la atención acerca de algunas de las limitaciones de esta propuesta sugiere aspectos importantes que el grupo práctica en sus exploraciones elementales.

Las más importantes son las siguientes:

- En el trabajo elemental hay construcción de conocimiento matemático, bien sea conocimiento ya conocido o completamente inédito.
- La matemática elemental, como toda disciplina académica, se construye en equipo.
- Como ya se ha mencionado, el propósito fundamental de nuestro grupo es lograr que los estudiantes o las personas sin formación en matemáticas de nivel universitario desarrollen su creatividad matemática con las actividades que se les proponen.

Yaglom (1981), menciona también que la matemática elemental o matemáticas elementales, consisten en varios tópicos de matemáticas frecuentemente enseñados durante la educación primaria o secundaria. Los temas más básicos de la matemática elemental son la aritmética y la geometría. Desde las últimas décadas del siglo XX, se ha ido incrementando el énfasis en las estadísticas y en la resolución de problemas.

En la educación secundaria, los principales tópicos son el álgebra y trigonometría. El cálculo, aunque es usualmente enseñado a estudiantes de educación secundaria avanzada, usualmente se considera de un nivel matemático para la educación superior.

2.4.3 Operaciones básicas

Se entiende como operaciones básicas al conjunto de procedimientos aritméticos que nos permitirán resolver problemas matemáticos, en los que estén involucradas cantidades numéricas con una precisión determinada.

Una operación básica es un conjunto de reglas que permiten obtener otras cantidades o expresiones.

Las siguientes son operaciones básicas de las matemáticas elementales según Enciclonet (2014):

La Suma, es la operación básica de composición que consiste en añadir al valor de un número al valor de otro. Cada uno de estos números se denomina sumando. La suma se representa mediante el símbolo “+” colocado entre los sumandos.

La Resta o Sustracción, es la operación de descomposición inversa de la suma. Consiste en sustraer el valor de un número, llamado sustraendo, al valor de otro número dado, llamado minuendo. El número que se obtiene se denomina diferencia. Se representa mediante el símbolo “-” colocado entre el minuendo y el sustraendo.

La Multiplicación, es la operación mediante la cual se suma reiteradamente un número tantas veces como indica otro. Cada uno de estos números se denomina factor, y el resultado se denomina producto. Se representa mediante el símbolo “x” ó “•” colocado entre los factores.

La División, es la operación inversa de la multiplicación. Consiste en repartir una cantidad, llamada dividendo, entre un número de partes dado, llamado divisor. El resultado es la cantidad que corresponde a cada parte, llamado cociente, y la cantidad que sobra, llamada resto o residuo. Se representa mediante el símbolo “÷”, “:” ó “/” colocado entre el dividendo y el divisor.

La Potenciación, es la operación mediante la cual se multiplica un número, o base, por sí mismo el número de veces que indique el exponente. Se representa mediante el símbolo A^n donde A es la base y n el exponente.

La Radicación, es la operación inversa de la potenciación. Consiste en calcular el número que al multiplicarlo por sí mismo el número de veces que indica el índice de la raíz, se obtiene el número dado, llamado radicando. Se representa mediante $\sqrt[n]{A}$ donde n es el índice y A es el radicando.

2.4.4 Técnicas de cálculo y razonamiento

Relacionando el hecho de que una técnica es un procedimiento o conjunto de reglas, normas o protocolos que tiene como objetivo obtener un resultado determinado, ya sea en el campo de las ciencias, de la tecnología, del arte, del deporte, de la educación o en cualquier otra actividad, se puede indicar que las técnicas de cálculo y razonamiento asociadas a las operaciones básicas de las matemáticas elementales es un conjunto de saberes prácticos o procedimientos que surgen de actividades mentales para obtener el resultado deseado.

Estas técnicas de cálculo y razonamiento muchas veces no son conscientes o reflexiva, incluso parecería que muchas técnicas son espontáneas e incluso innatas, normalmente requieren de una destreza manual e intelectual, suelen transmitirse de persona a persona, y cada persona las adapta a su gusto o necesidad, llegando incluso a mejorarlas.

Las técnicas de cálculo y razonamiento que haremos mención en el presente trabajo investigativo tienen su base en el cálculo mental.

Conviene entonces, diferenciar en este punto lo que se conoce como cálculo algorítmico y cálculo mental.

Cálculo algorítmico, constituye “una serie de reglas aplicables en un orden determinado, independientemente de los datos, que garantizan alcanzar un resultado en un número finito de pasos” (Chelle, García, & Sancha, 2013, pág. 4). Para los autores antes mencionados Cálculo mental, es “el conjunto de procedimientos que, analizando los datos por tratar, se articulan sin incurrir a un algoritmo pre-establecido para obtener resultados exactos o aproximados”.

Cuando nos referimos al cálculo mental, normalmente se tiene la idea de una resolución a un problema dado (como por ejemplo una multiplicación de dos cifras) de forma rápida y oralmente. Hay ocasiones en que el cálculo mental no implica necesariamente no escribir. Se propone un trabajo dirigido a que los alumnos aprendan a usar varias estrategias para resolver cálculos mentales, seleccionando la que más conviene y de acuerdo con la situación y los números involucrados.

Importancia del cálculo mental

El cálculo mental es parte de la formación matemática, del desarrollo de capacidades y parte de la utilidad de la vida diaria, y la práctica sistemática de este tipo de ejercicios contribuye a adquirir la comprensión y sentido del número, proporciona versatilidad e independencia de procedimientos, ayuda en la reflexión para decidir y elegir, y profundiza y puede mejorar el rendimiento en la asignatura.

Fomentar este ejercicio entre los estudiantes les ayuda a explorar diferentes vías para calcular y operar con los números y favorece la adquisición de habilidades como la concentración, la atención y la agilidad mental.

Multitud de actos cotidianos exigen poner en marcha la mente para realizar rápidos cálculos matemáticos. Sin embargo, deducir el vuelto de una compra, un descuento en un comercio y otras operaciones, a menudo sencillas pero que a muchos les resultarían más cómodas si las realizaran con lápiz en un papel, son más fáciles de resolver si se aprenden y aplican distintas estrategias y técnicas de cálculo mental.

En la revista *Escri/viendo* N°9 de abril de 2012, hay un artículo de Alberto Coto García, Coto (2012), tres veces campeón mundial de cálculo mental, manifiesta que desarrollar la destreza para realizar cálculos mentales, no sólo es de importancia para el aprendizaje de las matemáticas, sino y sobre todo, para desarrollar aspectos tales como la memoria, concentración, atención, agilidad mental, etc., siendo uno de los mejores y más útiles ejercicios de gimnasia cerebral que puede haber.

En este mundo moderno todo se reduce a representaciones numéricas, y a estadísticas. Con esta evidente premisa es fácil deducir que una formación numericológica aportará una visión correcta para la vida práctica, que no da ninguna otra disciplina.

Una buena formación matemática da a la persona la capacidad para valorar de forma adecuada todo este mundo repleto de números, estadísticas, porcentajes,

proporciones, descuentos y operaciones, para interpretar en definitiva todo ese lenguaje engañoso que se esconde tras las cifras. “Nada hay más triste que el hecho de que una persona haga alarde de su ignorancia numérica” (Coto, 2012, pág. 27).

2.4.5 Educación

Varios son los documentos y textos que se refieren y analizan a la educación, todos coinciden con el hecho de que es un proceso.

Según el Gobierno de Venezuela, (Gobierno de Venezuela, 2013), “La educación es el proceso mediante el cual el ser humano adquiere valores, conocimientos, costumbres, formas de actuar y de ser, que le permiten desenvolverse en la vida”.

Comienza desde el día en que se nace, hasta el último día de la vida. Se considera que la educación comienza incluso antes de nacer pues en el vientre, el bebé recibe los estímulos de la madre, del padre y del entorno.

La educación puede ser formal o informal. Se considera educación formal a la que se recibe en las escuelas, colegios, institutos superiores y en las universidades; y la educación informal es la que desarrollan en la comunidad, la iglesia y otras instituciones de la sociedad.

La terminología de educación cubre varios aspectos, siendo uno de los más amplios e importantes las denominadas teorías de aprendizaje.

Teorías de aprendizaje

La humanidad ha ido cambiando y más aún en las últimas décadas cuyo desarrollo ha sido notoriamente acelerado, es por ello que la educación siendo una de las actividades del quehacer humano también ha ido evolucionando apoyándose siempre en aspectos sociales, culturales y en varios pensadores, investigadores y científicos que siempre buscan renovar a la educación con el fin de lograr mejores formas de enseñar y aprender.

Los sistemas educativos de Latinoamérica hasta la década de los 60 no tuvieron ningún tipo de cuestionamiento en lo referente a sus métodos, contenidos, propósitos, fundamentos de tipos políticos o antropológicos. Así mismo en aquella

década se divulgaron algunas teorías pedagógicas innovadoras, al mismo tiempo que surgieron movimientos sociales revolucionarios. Es así que debido a la conjugación de estos factores, tomaron fuerza procesos de crítica y disminuyó la credibilidad de los sistemas tradicionales de educación. Dicha situación aún se mantiene en Latinoamérica, cuya educación se caracteriza por la insatisfacción e incredulidad de docentes, estudiantes y padres de familia en cuanto a las prácticas educativas vigentes, y la incertidumbre sobre la solución a esta crisis.

Los docentes y los estudiantes estaban seguros de cuál era su rol, y qué era lo que debían hacer y cumplir. Hoy en día, ser un buen docente o un buen alumno resulta más difícil, porque ya no se sabe con certeza lo que esto significa. ¿Es un buen estudiante aquel que obedece los mandatos del profesor y reproduce fielmente lo que está escrito en el libro de texto?, ¿o es aquel que pregunta, cuestiona y elige por sí mismo su actividad? Por otro lado, ¿es buen profesor el que logra la obediencia, el orden y el silencio de los alumnos en clase?, ¿o es aquel que establece lazos afectivos con los estudiantes, dándoles confianza y sentido de seguridad?, ¿o es quien logra que los alumnos pregunten, intervengan en el curso de la clase, cuestionen e interpreten su entorno?

Es en este sentido, que se necesita revisar los referentes pedagógicos que están a nuestra disposición. Dichos referentes nos sirven para diagnosticar las prácticas vigentes e implementar nuevas prácticas que den respuestas adecuadas a los problemas identificados en los sistemas educativos de nuestro tiempo.

Por otra parte, toda práctica educativa se guía por una determinada idea acerca de cómo aprenden los seres humanos y cómo, en consecuencia, se debe enseñar. Este conjunto de creencias es lo que se denomina una teoría del aprendizaje.

Las teorías del aprendizaje trabajan sobre preguntas como: ¿Qué significa aprender: memorizar, comprender o aprender hacer? ¿En qué consiste la enseñanza: transmitir información; permitir el desenvolvimiento espontáneo de las capacidades del niño; o impulsar el desarrollo del niño mediante la manipulación de los objetos de la cultura? ¿Cómo se supone que aprende el ser humano? ¿Cómo evoluciona la capacidad de los seres humanos para aprender? ¿Qué papel se

supone que cumple cada uno de los actores y de los contextos dentro del proceso de enseñanza y aprendizaje?

Según Urteaga (2008), las teorías del aprendizaje describen la manera en que los teóricos creen que las personas aprenden nuevas ideas y conceptos. Frecuentemente ellos explican la relación entre la información que ya nosotros tenemos y la nueva información que estamos tratando de aprender. También nos indica que las teorías del aprendizaje, constituyen el cambio en la capacidad o disposición humana relativamente duradero. Su objeto de estudio se centra en la adquisición de destrezas y habilidades, en el razonamiento y en la adquisición de conceptos.

Según, Pérez & Acosta (2004) las teorías del aprendizaje tienen como finalidad: explicar y predecir el comportamiento humano. Señalan la forma como acceden los sujetos al conocimiento, al desarrollo de habilidades o la adquisición de destrezas. Cumplir con estas funciones no es una tarea fácil, puesto que el ser humano es un ser integral que cuenta con una estructura bio-psico-social (biológica, psicológica y social). Es en esta dimensión donde se da el proceso de aprendizaje el cual tiene como objeto adquirir nuevas capacidades modificando las pautas de conducta ya adquiridas.

A continuación se hace una síntesis de varias teorías psicológicas (contemporáneas) del aprendizaje, citándose y mencionando a varios autores, Aguirre (2010).

El Conductismo

Surge a inicios del siglo XX y se trata de una teoría eminentemente mecanicista que se preocupa de estudiar cómo se va formando la conducta del ser humano concebida como respuesta a estímulos del medio. Considera al ser humano no como un ser social sino puramente “biológico”. Y a la psiquis como algo cerrado dentro del sujeto, inaccesible al estudio de los métodos objetivos de la ciencia. Varios son los exponentes de esta teoría, los principales son:

E. Thorndike (1874-1949), que es el precursor del denominado conexionismo: que concibe el aprendizaje como el cambio de conducta generado por la acción de un estímulo (causa) del ambiente que ocasiona una reacción física (respuesta). Hizo sus experimentos en animales como: pollos y gatos.

Para este exponente el conductismo tiene las siguientes características:

- Se trata de un proceso de conexión entre una unidad física (estímulo) y una mental (respuesta). Estas conexiones se producen por los cambios biológicos que se dan en el sistema nervioso y son en definitiva conexiones de Estímulo – Respuesta.
- Aparece la asociación de respuestas automáticas a estímulos nuevos, pero no se adquieren conductas nuevas.
- Mediante este tipo de condicionamiento, los seres humanos aprenden a dar respuestas automáticas a estímulos que antes no tenían efecto o eran diferentes.
- Considera que existen tres leyes: la **ley del efecto**, que se da cuando se aprenden respuestas que tienen recompensa, no así las que no tienen premio o son castigadas. La **ley del ejercicio o repetición** de una sucesión de Estímulos – Respuestas para garantizar la sucesión y retención. La **ley de la disposición**, indica que la disposición de las neuronas y su sinapsis para realizar una conexión es variable y depende de las estructuras del sistema nervioso y de determinadas situaciones.

Iván Pavlov (1849-1936), representante del condicionamiento clásico: que indica que mediante la presencia de estímulos nuevos los seres humanos aprenden a dar respuestas automáticas a estímulos que antes no tenían efecto. Experimentó sobre el sistema digestivo en perros.

Para este exponente el conductismo tiene los siguientes principios:

- **Reforzamiento**: de la respuesta cuando se presente simultáneamente un estímulo natural y uno condicionado.
- **Generalización**: de la respuesta ante estímulos parecidos.

- **Discriminación:** cuando se responde de manera diferente ante situaciones similares.
- **Extinción:** ante la falta de reforzamiento una respuesta desaparece.

John Watson (1878-1958), fundador del conductismo: indica que el aprendizaje es un proceso formado por conductas aprendidas mediante condicionamiento. Como características, toma los aportes de Pavlov y:

- Considera que la mente no se puede ver ni medir, pero si la conducta porque es objeto de aprendizaje.
- Se considera al ser humano como una máquina.

Skinner (1904-1990), representante del condicionamiento operante (Neoconductismo). Considera que la conducta de las personas está determinada por los estímulos del medio ambiente. Experimenta con cajas y ratas hambrientas.

Para este representante esta teoría tiene las siguientes características:

- El Condicionamiento Operante o Aprendizaje Operante implica el control de las consecuencias de la conducta.
- El ambiente produce cambios que generan respuestas que se aprenden, son observables se pueden ver, oír, juega un papel importante la motivación y el razonamiento, además dirigen su atención a comportamientos internos del individuo (pensamiento, razonamiento) el niño que llora (respuesta) es abrazado por su madre (estímulo).

Alberto Bandura, (1925), representante del aprendizaje social o por observación.

Para este exponente:

- Las diversas conductas se aprenden inicialmente mediante la observación y la imitación de un modelo. Estas conductas aprendidas no se forman por conexión, sino por reforzamiento.
- El aprendizaje se da por imitación (modelos reales y representativos) y de forma observacional (modelos reforzadores). El maestro es el ejemplo de conducta.

El Cognoscitismo

Surge a mediados del siglo XX, enfatiza la importancia del conocimiento y de la capacidad de comprensión como instrumento generador de nuevos conocimientos y conductas que crean o modifican las estructuras cognitivas.

Trata de explicar cómo los seres humanos logran el conocimiento de sí mismos y del medio en que se desenvuelven, mediante su interrelación con él.

El aprendizaje es una actividad dinámica que a través de las experiencias que le provee la relación con los demás seres cambia su estructura cognoscitiva (conjunto de conocimiento y experiencias, concepciones que ha alcanzado durante su vida).

La persona no se deja influir por el medio; por el contrario, se interesa, atiende, selecciona, organiza de acuerdo a sus necesidades y propósitos en un momento determinado.

Privilegia como se lleva el aprendizaje como proceso. Los principales exponentes de esta teoría son:

Ausubel, precursor del aprendizaje significativo. Considera al aprendizaje como sinónimo de comprender. Destaca la importancia del proceso que lleva el alumno para comprender más que los resultados. Para Ausubel, esta teoría se caracteriza por cuanto:

- Incorpora el concepto de aprendizaje significativo según el cual el conocimiento que se transmite en cualquier situación de aprendizaje debe estar estructurado no solo en sí mismo, sino con respecto a lo que ya posee el alumno.
- La significatividad del aprendizaje está determinada por la existencia de relaciones entre el conocimiento nuevo y el que ya posee el alumno.

Brumer, quien incorpora el concepto de aprendizaje por descubrimiento guiado.

Para este exponente, el cognoscitismo se caracteriza porque:

- El contenido principal de lo que se va a aprender no se da, sino que tiene que ser descubierto por el alumno antes de ser asimilado. Este formula hipótesis y llega a conclusiones.

Pat Alexander, quien centra la importancia del poder del conocimiento para el aprendizaje. Si bien es cierto que los conocimientos son el resultado del aprendizaje también es cierto que una vez asimilado va a dirigir nuevos aprendizajes.

Para Alexander, el cognoscitivismo se caracteriza porque:

- Para la comprensión y el recuerdo puede ser más importante contar con una buena base de conocimientos que tener buenas estrategias de aprendizaje y mejor si posee las dos.

El Constructivismo

Esta teoría mantiene que el individuo, tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos, no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano.

¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción?

Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea.

Entre los principales representantes de esta teoría, se pueden citar a:

Jean Piaget (1898-1980), quien considera que el desarrollo de la inteligencia atraviesa por fases cualitativamente diversas que lo diferencian de las anteriores porque existe una estructura particular en cada ser que le sirve para ordenar la realidad de manera distinta, le permite asimilarla, es decir incorporar información proveniente del mundo exterior a los esquemas previamente elaborados; y, a fin de evitar la subjetividad utiliza otro proceso la acomodación que facilita que los

esquemas elaborados previamente se adapten a los cambios requeridos por las nuevas experiencias e incorporación de información.

Piaget caracteriza al constructivismo, cuando:

- Concibe el aprendizaje como una construcción interna del individuo determinada por su nivel de desarrollo cognitivo de acuerdo a lo cual va adquiriendo estructuras mentales cada vez más complejas. No niega la importancia de los factores sociales pero poco aporta al respecto.
- Sostiene que el desarrollo de la inteligencia atraviesa por las siguientes etapas:

Sensorio-Motriz (0-2 años)

Prelingüaje y de utilización de capacidades sensoriales y motrices para explorar y ganar conocimiento del mundo.

Prerconceptual o Preoperacional (2 a 7 años)

Comienza a usar símbolos, responde a los objetos y a los eventos de acuerdo a lo que parece que son. No puede elaborar conceptos y la visión se centra en la dimensión de un objeto o suceso con exclusión de otros.

Estructura de Operaciones Concretas o Formales (de 7 a 11 años)

Comienza a pensar con lógica y son capaces de resolver problemas concretos en forma lógica.

Estructura de las Operaciones Formales (de 7 a 11 años)

Utiliza el pensamiento sistemático abstracto, puede relacionar elementos, sacar conclusiones sin necesidad de materiales concretos.

Vigotsky, concibe al sujeto como un ser eminentemente social y al conocimiento mismo como un producto social.

Incorpora dos conceptos: Zona de Desarrollo Próximo y Doble formación.

Este exponente, caracteriza al constructivismo porque:

- Todas las funciones psíquicas superiores se originan en el contexto social como producto de las relaciones sociales entre seres humanos y luego se internalizan. Aquí juega un rol importante el lenguaje a través de su

sistema de signos al principio para comunicarse con las personas y luego con el interior. Así un proceso interpersonal queda transformado en intrapersonal (doble formación).

- La Zona de Desarrollo Próximo es un espacio entre el nivel real de desarrollo determinado a través de la resolución de un problema y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o un compañero más capaz.
- La diferencia entre el potencial de desarrollo actual del sujeto y el que el sujeto sería capaz de adquirir con la intervención de otra persona.

2.4.6 Modelos pedagógicos

En la publicación: Los modelos pedagógicos, el De Zubiría (2007) se recoge las preguntas que diversos autores han ubicado como las cuestiones centrales en la educación. Estas interrogantes permiten construir un método para describir sistemáticamente cualquier modelo pedagógico; el mismo autor indica que un modelo pedagógico es un conjunto de prácticas educativas que se articulan en torno a principios teóricos y de acción comunes.

También se podría decir que los modelos pedagógicos son construcciones mentales con el propósito de reglamentar y normalizar el proceso educativo. Define qué enseñar, con qué procedimientos, a qué horas, bajo qué reglamentos disciplinarios para moldear ciertas cualidades y virtudes de los estudiantes.

La siguiente tabla contiene un resumen de las cuestiones planteadas que permiten describir un modelo pedagógico:

Cuestiones	Asociadas a:
¿Para qué educar? ¿Cuáles son las metas del proceso de enseñanza - aprendizaje?	Propósitos
¿Qué enseñar?	Contenidos
¿Cómo enseñar?	Método
¿Cómo distribuir los contenidos y las actividades de enseñanza y aprendizaje en el corto, mediano y largo plazo?	Secuencia
¿Qué recursos materiales, como guías, textos, fichas e	Recursos

instrumentos, se requieren en el proceso de enseñanza - aprendizaje?	
¿Con qué criterio y de qué manera se ponderan los resultados del proceso educativo? ¿Para qué y cómo se usa la evaluación?	Evaluación

Tabla 1: Cuestiones que permiten describir un modelo pedagógico
Fuente: Julián de Zubiría

Adicionalmente, para Mercedes Helena Carriazo, en su Tesis de Doctorado en Innovación Educativa y Capacitación de Docentes, Carriazo (2007), manifiesta que, estas preguntas claves en la definición de un proyecto educativo, no se comprenderían en toda su dimensión si no se relacionan plenamente con el contexto en el que tienen lugar. Cree que se debe adicionar a este esquema preguntas sobre el contexto social específico y sobre los marcos de creencias.

Para tener mayor claridad de las cuestiones antes mencionadas, hay que tener en cuenta que toda acción educativa:

Tiene uno o varios **propósitos** fundamentales. Así por ejemplo una escuela puede tener como propósito: formar ciudadanos activos y críticos o trabajadores eficientes.

Posee **contenidos**, mismos que tienen que ser distribuidos en el tiempo según una **secuencia** que indique qué es lo que se debe aprender primero y qué después.

Por otra parte un modelo pedagógico debe elegir el **método** que va a emplear. Es decir, el tipo de actividades que se requieren para el logro de los objetivos propuestos.

Según los propósitos, contenidos y método elegidos, cada modalidad educativa elige los **recursos** apropiados para el proceso de enseñanza, como materiales de texto, materiales de experimentación, audiovisuales, entre otros.

Por último, un modelo pedagógico se caracteriza por el tipo de **evaluación** que utiliza para hacer un balance de los resultados de la acción educativa. Se puede aplicar una evaluación cualitativa o cuantitativa. En general la evaluación puede

ser utilizada como un instrumento de diagnóstico, como un instrumento formativo, como un medio de sanción social o de promoción.

Cada uno de los elementos que definen un currículo tiene lugar dentro de un **contexto social** específico que marca su orientación, la cual está sustentada, explícita o implícitamente, en una serie de **creencias** o concepciones vigentes en este contexto.

Existe variada y muy completa información acerca de los modelos pedagógicos contemporáneos, ya sea en libros, tesis y en el Internet. A continuación se describe de forma muy rápida poco de ellos y la temática tratada, tiene su basamento en el Módulo: Paradigmas, Teorías y Modelos Pedagógicos de la Maestría en Diseño Curricular y Evaluación Educativa desarrollado por los maestrantes del paralelo “E”, Aguirre (2010).

Modelo pedagógico Tradicional o Por Objetivos

Constituye un conjunto heterogéneo de prácticas que surgieron como producto de las sociedades occidentales en su proceso de transición hacia la modernidad, entre los siglos XVII y XIX.

Surge en Europa, en un contexto de transición entre la sociedad feudal en descomposición, concentrada en zonas rurales, y la sociedad burguesa en ascenso, concentrada en las ciudades, alrededor de las actividades comerciales e industriales.

En Iberoamérica, la escuela tradicional, como escuela crecientemente masiva y popular, aparece en el período posterior a la independencia, ligada al surgimiento de proyectos de formación de estados nacionales.

La educación se concebía, no como un proceso de desarrollo o desenvolvimiento de las capacidades innatas de los estudiantes, sino como un proceso de transmisión, en el que la escuela y el maestro depositaban en la mente de los alumnos las actitudes y conocimientos requeridos para su adecuada inserción en la sociedad.

El propósito de la educación era, formar a los infantes según el modelo de comportamiento adecuado de un adulto. La metáfora del tallado de una piedra en bruto puede ayudar a comprender este enfoque.

Bajo esa perspectiva, los contenidos que los estudiantes debían asimilar eran los hábitos y actitudes propios de una sociedad jerárquica y de control, entre los que tenían especial importancia la obediencia y sumisión a las autoridades constituidas: los adultos, los hacendados, los jefes, el Estado y la Iglesia.

Los contenidos también incluían ciertos hábitos y actitudes que respondían a las necesidades de una sociedad en proceso de urbanización, como la higiene; pero además garantizaban el mantenimiento de una escala social.

Los estudiantes debían adquirir los conocimientos y actitudes adecuadas para sus trabajos repetitivos y mecánicos, para su inserción en las economías extractivas y agrícolas de Iberoamérica.

Escuela Nueva

También conocida como Escuela Activa, Nueva Educación o incluso Educación Nueva, fue un movimiento pedagógico surgido a finales del siglo XIX. Este movimiento nació como una fuerte reacción crítica a la escuela Tradicional. Cuestionaba el papel del profesor, la falta de interactividad, el formalismo, la importancia de la memorización y sobre todo, el autoritarismo de la institución educativa.

La Escuela Activa parte de la concepción del aprendizaje como un proceso de adquisición individual de conocimientos, de acuerdo con las condiciones personales de cada estudiante, en el que interviene el principio del activismo. Esta concepción supone el aprendizaje a través de la observación, la investigación, el trabajo ya la resolución de problemas, en un ambiente de objetos y acciones prácticas.

El estudiante es el centro, el eje, sobre el cual gira toda la enseñanza. Sus intereses deben ser conocidos y promovidos por la escuela. Lo esencial es que el alumno descubra el conocimiento y sus explicaciones a partir de la experiencia. La

libertad es esencial, por lo que hay que permitir al individuo observar, trabajar, actuar y experimentar con los objetos. De ahí nacen los centros de interés, las granjas y los huertos como espacios de aprendizaje.

El docente debe motivar en la escuela la libertad del trabajo en grupo y lograr un ambiente que favorezca el florecimiento de todos los aspectos positivos: libertad con responsabilidad y toma de iniciativas, y libertad de grupo donde se respeten las opiniones de todos, se deje de lado el individualismo y se creen espacios donde prevalezca la armonía y el entendimiento, tanto del grupo, como entre el docente y el grupo.

El profesor es un guía, un facilitador del aprendizaje que diseña actividades y recursos para garantizar que los estudiantes interactúen y así lograr aprendizajes.

Los estudiantes guían su propio aprendizaje. Se tienen en cuenta las diferencias individuales, que no solo son orgánicas, sino que también dependen de la historia personal, del desarrollo mental, el estilo para afrontar y resolver problemas y el ritmo de aprendizaje, que el maestro necesita atender para facilitar una enseñanza individualizada.

En muchas propuestas de educación activa, se proveen a los estudiantes guías de aprendizaje para que las desarrollen, diseñadas para integrar una metodología participativa en el proceso de aprendizaje.

El aula se convierte en un espacio de trabajo dinámico y activo con la utilización de los recursos y el trabajo cooperativo.

Los temas de estudio propuestos en las guías se relacionan con la forma de vida de los estudiantes y sus comunidades.

El Constructivismo

Aparece en el momento en que la ciencia, especialmente la psicología, reconoce que para el aprendizaje es importante tomar en cuenta a la persona que aprende. Esta nueva corriente se opone a la concepción conductista, que concebía al ser humano como una caja negra vacía a la que hay que llenar de conocimientos.

Esta valoración del sujeto que aprende la inició Piaget en sus trabajos sobre epistemología y psicología genética en 1940, se volvieron populares a partir de la década de los 60 y actualmente inspiran las corrientes de pensamiento que marcan la educación.

Para Piaget, el individuo debe construir por sí mismo el conocimiento a partir de la acción y de la experimentación, que le permiten desarrollar sus esquemas mentales, modificados por los procesos complementarios de asimilación y acomodación.

El conocimiento no puede ser enseñado, por lo tanto, los docentes no necesitan dominar el conocimiento de su disciplina, ni preocuparse por planificar ni diseñar el proceso pedagógico, ya que dejan de ser los proveedores del saber y se transforman en facilitadores de experiencias y coaprendices con sus estudiantes. El aprendiz necesita ocasiones para construir él mismo el conocimiento a partir de su experiencia personal.

El constructivismo privilegia el aprendizaje por descubrimiento, con la idea de que no se puede enseñar a los alumnos, sino que hay que permitirles crear los conocimientos que necesitan. Dentro del aprendizaje por descubrimiento, merece especial atención la actividad de resolución de problemas.

Para el constructivismo la vida real es el recurso por excelencia. No toma en cuenta los libros, los textos, ni los manuales. Estos son sustituidos por los laboratorios, los estudios de campo y las clases contextualizadas. La escuela se convierte en un mundo pequeño.

Modelo Pedagógico Sociocrítico

Pretende recoger los aciertos de los enfoques anteriores (activismo y constructivismo):

Reivindica la actividad del individuo como centro del proceso de aprendizaje; y Amplia la concepción del aprendiz, antes entendido de manera simple y lineal, para considerar las múltiples dimensiones de su desarrollo como un ser integral.

Esta postura sobre la enseñanza – aprendizaje tiene su sustento en la idea de que el aprendizaje no es un proceso de transmisión, pero tampoco se limita al puro descubrimiento. En términos de Giné (1998), el aprendizaje consiste en un proceso dinámico e interactivo que no es el resultado de una copia idéntica de los contenidos enseñados, sino que su interiorización supone una elaboración personal y única, cada vez más compleja.

El enfoque sociocrítico pretende dar al alumno los fundamentos teóricos tomados de las ciencias, ampliando su comprensión y dominio del saber disciplinar y su capacidad para investigar y operar en cada disciplina.

Los contenidos también contemplan los tres aspectos de la formación integral: cognitivos, procedimentales y actitudinales.

Los conceptos y principios fundamentales de cada disciplina son esenciales para poder continuar con el aprendizaje y comprender otros contenidos de la ciencia en cuestión.

Las destrezas y habilidades deben ser también las esenciales en las asignaturas: sin ellas no se puede operar en cada una de las ciencias, bien sea intelectualmente o en el aspecto motriz.

Las actitudes también deben centrarse en las necesarias para cada asignatura y las generales para la vida armónica de cualquier ser humano.

En cuanto a la metodología, dentro de este enfoque, los estudiantes son el centro del proceso de aprendizaje. Por esto, el diseño de un proceso de enseñanza – aprendizaje debe centrarse en los procesos de reestructuración de sus estructuras cognitivas.

El docente debe tener en cuenta además que el proceso de enseñanza – aprendizaje no parte de cero. Se dirige a grupos heterogéneos de estudiantes, que ya tienen una estructura cognitiva única. Cualquier proceso que no trabaje teniendo en cuenta quiénes son los aprendices y cuál es su zona de desarrollo actual, está condenado al fracaso.

El docente debe propiciar el intercambio y la estructuración interpersonal, no solamente entre él y los aprendices, sino entre los aprendices como coadyuvantes de la estructuración colectiva. Para ello, las discusiones entre pares y la reflexión en pequeños grupos, son herramientas importantes.

Seguidamente se muestra un cuadro comparativo y de resumen de los modelos pedagógicos descritos anteriormente. Información tomada del tomo 6 del curso para docentes: “Modelos pedagógicos. Teorías”, Martínez (2009).

Aspectos	Escuela Tradicional	Escuela Activa o Nueva	Constructivismo	Enfoque Sociocrítico
Contexto social	Transición entre sociedad feudal y sociedad burguesa. Se educa para cubrir las necesidades de la producción capitalista.	La sociedad reivindica el valor único del individuo con sus potencialidades, quien no puede ser reducido a cumplir un rol en la producción.	La ciencia especialmente la Psicología reconoce que para el aprendizaje es necesario tener en cuenta al ser que aprende.	Recoge aciertos del activismo y el constructivismo. Nace con la intención de subsanar las falencias de los enfoques anteriores.
Autores	Lancaster	Rousseau, Pestalozzi, Froebel, Dewey, Montessori, Cecil Readie y Decroly.	Piaget, Ausubel, Gagné y Vygotsky.	Ausubel, Vygotsky y Bruner.
Principios	El niño es un ser que debe moldearse de acuerdo a las buenas costumbres, para que pueda insertarse en la sociedad.	<ul style="list-style-type: none"> • La escuela debe responder a la necesidad, el deseo, la espontaneidad, la disciplina interior y la libertad de los estudiantes. • La educación debe seguir el desenvolvimiento natural del niño. • Para aprender hay que hacer. 	<ul style="list-style-type: none"> • Valoración del sujeto. • El individuo es el que construye el conocimiento por sí mismo (no se enseña, se aprende). • El desarrollo es anterior al aprendizaje y su condición es única. 	<ul style="list-style-type: none"> • Considera las múltiples dimensiones del desarrollo integral del ser humano. • Revalora la cultura y la ciencia (conocimiento acumulado por la humanidad). • Reivindica al individuo como centro del proceso de aprendizaje.

Continúa...

Aspectos	Escuela Tradicional	Escuela Activa o Nueva	Constructivismo	Enfoque Sociocrítico
Rol del docente	<ul style="list-style-type: none"> • Autoridad • Modelador del estudiante • Poseedor del conocimiento 	<ul style="list-style-type: none"> • Motivador del estudiante • Facilitador de aprendizajes 	Preparador de actividades y experiencias para los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> • Mediador de todos los aprendizajes • Orientador de los aprendizajes
Rol del estudiante	<ul style="list-style-type: none"> • Receptor pasivo • Objeto de modelación 	<ul style="list-style-type: none"> • Centro de su educación • Guía de su aprendizaje 	Actor y evaluador de su aprendizaje	<ul style="list-style-type: none"> • Centro del aprendizaje • Co-mediador de aprendizajes de sus compañeros
Propósitos	Moldear el comportamiento del niño según el ideal adulto	<ul style="list-style-type: none"> • Preparar al estudiante para la vida • Hacer del estudiante un ser feliz 	Formar para la vida	<ul style="list-style-type: none"> • Desarrollar integralmente al individuo (intelectual, socioafectivo y práxico) • Dar al estudiante fundamentos teóricos de las ciencias • Interrelacionar los propósitos cognitivos, procedimentales y actitudinales

Continúa...

Aspectos	Escuela Tradicional	Escuela Activa o Nueva	Constructivismo	Enfoque Sociocrítico
Contenidos	<ul style="list-style-type: none"> • Hábitos y actitudes (higiene y urbanidad) • Información (productos de la ciencia) 	De acuerdo a los intereses, necesidades y deseos del niño	<ul style="list-style-type: none"> • Destrezas (Saber hacer) • Procedimientos • Procesos mentales (observar, buscar información, analizar, clasificar, etc.) • Responden a los intereses del estudiante 	<ul style="list-style-type: none"> • Cognitivos (de la ciencia: procesos y productos) • Procedimentales (aprender a hacer) • Actitudinales (valores y actitudes) • De acuerdo con el contexto del estudiante
Secuencia	Sucesión acumulativa (lineal o cronológica) de informaciones de semejante nivel de abstracción y complejidad	Flexible, de acuerdo con el desarrollo e intereses del niño	<ul style="list-style-type: none"> • De lo más cercano a lo más lejano • Flexible, no hay una secuencia: todo se conoce integralmente 	Según se requiere un contenido para el siguiente (de prerequisites a nuevos contenidos o de zona de desarrollo efectivo a zona de desarrollo próximo)

Continúa...

Aspectos	Escuela Tradicional	Escuela Activa o Nueva	Constructivismo	Enfoque Sociocrítico
Metodología	<ul style="list-style-type: none"> • Memorización mecánica • Repetición, imitación y copia • Premios y castigos 	<ul style="list-style-type: none"> • Trabajo individual y cooperativo • Relación entre el individuo y el grupo 	<ul style="list-style-type: none"> • Activismo • Aprendizaje por descubrimiento y solución de problemas • Actividades de invención, experimentación e investigación • Inmersión en la realidad 	<ul style="list-style-type: none"> • Va de lo que el individuo ya sabe o sabe hacer hacia lo que requiere del apoyo del mediador • El docente proporciona el camino, el andamiaje y la retroalimentación • Facilita el trabajo individual o colectivo dependiendo del momento del aprendizaje y del tipo de contenido
Recursos	<ul style="list-style-type: none"> • Compilaciones de información (manuales) • Íconos negativos de los hábitos y actitudes • Premio y castigos (regla, orejas de burro, medallas, etc.) 	<ul style="list-style-type: none"> • Material concreto, excursiones y experimentos • Contexto sociocultural del estudiante 	<ul style="list-style-type: none"> • Vida real • Laboratorio, estudio de campo e investigación 	<ul style="list-style-type: none"> • Según el contexto de los estudiantes • Materiales bibliográficos

Continúa...

Aspectos	Escuela Tradicional	Escuela Activa o Nueva	Constructivismo	Enfoque Sociocrítico
Evaluación	<ul style="list-style-type: none"> • Calificación numérica • Carácter homogenizante y jerarquizador • Orientada al premio o sanción 	<ul style="list-style-type: none"> • Individualizada • Cualitativa • Integral • Valoración del niño como persona 	<ul style="list-style-type: none"> • Todo es válido y correcto • Se evalúan procedimientos (portafolio) • De acuerdo al ritmo de cada estudiante 	<ul style="list-style-type: none"> • Aborda las 3 dimensiones: cognitiva, procedimental y actitudinal • Describe y explica el nivel de desarrollo del estudiante en cada momento • Favorece la reflexión y la metacognición • Tipos según el momento del aprendizaje: diagnóstica, de proceso y final • Tipos según los actores: autoevaluación, coevaluación y heteroevaluación

Tabla 2: Resumen modelos pedagógicos contemporáneos

Fuente: Modelos pedagógicos. Teorías. Tomo 6, curso para docentes, Santillana. (2009)

2.4.7 Aprendizaje significativo

Martínez (2009), señala que para Ausubel el aprendizaje significativo es aquel en el cual el alumno convierte el contenido de aprendizaje (sea dado o descubierto) en significados para sí mismo. Esto quiere decir que el estudiante puede relacionar, de modo sustancial y no arbitrario, el contenido y la tarea de aprendizaje con lo que él ya sabe. Además Ausubel afirma que es necesario que el alumno esté dispuesto a razonar y comprender el contenido de esta manera.

Relacionar un nuevo contenido de aprendizaje, de manera sustancial y no arbitraria, con la estructura cognoscitiva presente en el estudiante (lo que ya sabe), es establecer conexiones entre los dos tipos de contenidos como algo esencial; por ejemplo, asumir significados y relaciones entre distintos elementos (causa-efecto, antecedente-consecuente, condicionalidad, nivel de generalidad, etc.). Para que esto suceda, el alumno debe tener en mente algunos contenidos que sirvan de enlaces con los nuevos. Estos conocimientos son los prerrequisitos o los conocimientos previos.

La interacción entre lo nuevo y las ideas inscritas en la estructura cognoscitiva del alumno, da lugar a nuevos significados. Esto es lo que Ausubel llama construir significados para sí o significado psicológico. Cuando el aprendiz ha terminado todo el proceso de aprendizaje, se espera que haya relacionado los nuevos conocimientos con los que ya poseía.

El nuevo significado es el producto del proceso del aprendizaje significativo. Ausubel afirma que el aprendizaje debe ser adquirido gradual e idiosincrásicamente (desde su manera de pensar) por cada uno de los alumnos.

Como la estructura cognoscitiva de cada persona es única, los significados adquiridos que resultan de relacionar los conocimientos nuevos con los ya poseídos, también lo serán.

Condiciones del aprendizaje significativo

También en Martínez (2009) consta el planteamiento de Ausubel: que las dos condiciones más importantes para que haya aprendizaje significativo son: material potencialmente significativo y actitud de aprendizaje significativo.

Primera condición:

Material potencialmente significativo. Para que el material sea potencialmente significativo se requiere:

Que el material posea significado lógico. Se llama significado lógico a la organización y naturaleza del material, objeto de aprendizaje. Es decir, que aquello que se presenta al estudiante para ser aprendido, debe aparecer en su mente como organizado. Este material, entonces, debe tener explicaciones, derivados, casos especiales, generalizaciones, etc., para que sea comprendido por cualquier aprendiz.

Que el material tenga en cuenta las ideas que el aprendiz ya posee para que pueda relacionarlas con las nuevas. Es decir que el material sea diseñado de manera que los contenidos del mismo correspondan a la estructura cognoscitiva del alumno. Esto significa que el estudiante debe contener ideas de afianzamiento relevantes (prerrequisitos) con las que el contenido del nuevo material pueda guardar relación. Que el docente se asegure de que el contenido del material que va a presentar a los estudiantes pueda ser comprendido, es potencialmente significativo. Para ello debe cerciorarse antes de que los estudiantes posean los prerrequisitos necesarios.

Esta característica del material lleva al docente a ser estricto y cuidadoso con el diseño de la secuencia en la que pretende enseñar los contenidos. Si los aprendices no cuentan con los prerrequisitos, el material diseñado para su enseñanza y aprendizaje no cumplirá con esta característica, fundamental para que el material sea potencialmente significativo.

Esta característica es esencial porque la relación entre los dos conocimientos (el que posee el alumno y el nuevo) es la que produce significados reales y psicológicos. En otras palabras, lo que permite la construcción de significados nuevos es el resultado de la interacción entre el material que se está aprendiendo y la estructura cognoscitiva existente. Los significados nuevos generan una estructura cognoscitiva altamente diferenciada.

Segunda condición:

Actitud de aprendizaje significativo. La segunda condición indispensable para que se produzca el aprendizaje significativo es la actitud o disposición del aprendiz a relacionar nuevos conocimientos con su estructura cognoscitiva.

Muchas veces, como en el caso de algunas operaciones matemáticas, al estudiante le resulta más fácil o le toma menos tiempo aprender de manera mecánica cómo se realiza una operación, en vez de gastar horas razonando y comprendiendo la esencia o el significado de lo aprendido.

Tipos de aprendizaje significativo

Aprendizaje de representaciones

El tipo básico de aprendizaje significativo es el de representaciones, que consiste en la adquisición de símbolos (generalmente palabras) y sus significados, es decir, lo que representan las nuevas palabras para el aprendiz.

Funcionamiento del aprendizaje de representaciones

En las primeras etapas del aprendizaje de vocabulario, las palabras tienden a representar objetos y eventos reales, no categóricos; por ello, los significados se igualan a las imágenes concretas y específicas que tales palabras nombran.

El aprendizaje de representaciones no solo se refiere a las palabras, sino también a los números, las señales de tránsito, las convenciones de la música, de los mapas y de las tablas estadísticas, etc. Este aprendizaje no es exclusivo de los niños. Todos los seres humanos aprenden representaciones desde el día en que nacen hasta cuando mueren. Siempre se conocen nuevas palabras, siglas y símbolos, aunque ya se sea adulto.

Aprendizaje de conceptos

Otro tipo de aprendizaje es la adquisición de conceptos. Que consiste en abstraer las características esenciales y comunes de una determinada categoría de objetos,

eventos, situaciones o propiedades y que se designan mediante algún símbolo o signo.

Aprendizaje de proposiciones

Se trata de ideas expresadas en frases o proposiciones. La combinación de palabras para formar oraciones es mucho más que su suma.

2.4.8 Aprendizaje

Finalmente, existen varias definiciones que se han dado respecto al aprendizaje, dos destacadas son:

Según (Lippincott, 1969, pág. 54), “El aprendizaje es el proceso mediante el cual el individuo, por su propia actividad, cambia su conducta, su manera de pensar, de hacer y de sentir. En suma, es la actividad por la cual la persona modifica su manera de ser”.

Manifiesta además el autor anterior que: “gracias al aprendizaje el individuo: Enriquece o modifica su información o conocimientos previos; realiza tareas de una manera diferente y cambia su actitud o sus puntos de vista”.

El aprendizaje es concebido como el cambio de la conducta debido a la experiencia, es decir, no debido a factores madurativos, ritmos biológicos, enfermedad u otros que no correspondan a la interacción del organismo con su medio”.

2.5 Hipótesis

El uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, mejorarán los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

H_0 : El uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, no mejorarán los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

2.6 Señalamiento de variables

Variable independiente: Técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales.

Variable dependiente: Aprendizaje.

CAPÍTULO III

Metodología

3.1 Modalidad básica de la investigación

Para desarrollar el presente trabajo se realizó la investigación en diferentes formas, según se explica a continuación:

Investigación documental, ya que se exploró, describió y explicó el problema de investigación tomando información de fuentes indirectas como son: libros, folletos, revistas, manuales, documentos relacionados con el tema.

Investigación aplicada, porque se proporcionó un manual de técnicas de cálculo y razonamiento utilizando los conocimientos adquiridos en esta investigación.

El presente trabajo de investigación se llevó a cabo utilizando el método científico, para la recolección de datos se basó en información secundaria disponible a partir de documentos y material impreso como son: libros, manuales, revistas, informes, documentos oficiales, etc., empleando para esto la técnica bibliográfica de la lectura científica. Adicionalmente cabe mencionar, que se hizo uso de la importante ayuda que ofrece el Internet.

3.2 Nivel o tipo de investigación

El tipo de investigación utilizado puede ser descriptivo, ya que se busca especificar las propiedades importantes de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales.

3.3 Población y muestra

Para esta tarea se trabajó con la población de 35 estudiantes del Primer Ciclo “A” de la carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato y de tres docentes. Se trata de una población considerada pequeña, por lo que no es necesario obtener una muestra.

3.4 Operacionalización de las variables

Variable Independiente: Técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales

CONCEPTUALIZACIÓN	CATEGORÍAS	INDICADORES	ITEMS BÁSICOS	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
Procedimiento o conjunto de reglas, normas o protocolos que tiene como objetivo obtener un resultado determinado en relación a las matemáticas elementales.	Procedimientos para el cálculo de la multiplicación de números enteros.	Resultados confiables en la multiplicación de 2 números enteros Solución de multiplicaciones en menor tiempo que con procedimientos tradicionales.	¿Son correctas las operaciones realizadas? ¿Se realizaron las operaciones en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales?	Observación Encuesta	Lista de cotejo Cuestionario
	Reglas para el cálculo de la división de números enteros.	Resultados confiables en la división de 2 números enteros Solución de divisiones en menor tiempo			
	Pasos para resolver la raíz cuadrada de un número entero positivo.	Resultado confiable en la solución de una raíz cuadrada de un número entero positivo Solución de una raíz cuadrada en menor tiempo			

Tabla 3: Operacionalización de la variable independiente

Fuente: Propia

Variable Dependiente: Aprendizaje

CONCEPTUALIZACIÓN	CATEGORÍAS	INDICADORES	ITEMS BÁSICOS	TÉCNICAS	INSTRUMENTOS
El aprendizaje es el proceso a través del cual se adquieren o modifican habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción, el razonamiento y la observación.	Didáctica Tradicional Aprendizaje significativo Rendimiento estudiantil	Estrategias utilizadas: <ul style="list-style-type: none"> • Uso del pizarrón • Exposiciones • Ejercicios del libro Capacidades: <ul style="list-style-type: none"> • Cognitivas • Procedimentales • Actitudinales Dominios de Conceptos Básicos Desarrollo de habilidades Mentales Motivación	¿Qué estrategias se utilizan? ¿Qué capacidades tiene?	Encuesta Observación	Cuestionario Lista de cotejo

Tabla 4: Operacionalización de la variable dependiente
Fuente: Propia

3.5 Plan de recolección de la información

PREGUNTAS BÁSICAS	EXPLICACIÓN
¿Para qué?	Para alcanzar los objetivos planteados en este trabajo investigativo.
¿De qué personas u objetos?	La recolección de información se aplicó a los estudiantes y a tres docentes.
¿Sobre qué aspectos?	Indicadores (Operacionalización de variables). Aprendizaje.
¿Quién? ¿Quiénes?	La persona encargada de recolectar la información (Investigador).
¿A quiénes?	A los estudiantes y al menos tres docentes de la carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.
¿Cuándo?	La recolección de la información será luego de septiembre de 2013.
¿Dónde?	El lugar que se emplea la recolección de la información será en el Primer Ciclo "A" de la carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato
¿Cuántas veces?	La recolección de información se realizará según el caso lo amerite.
¿Qué técnicas de recolección?	Se empleará para la recolección de información: observación y encuestas.
¿Con qué?	Para ello se elaborará cuestionarios, listas de cotejo, fichas de observación.

Tabla 5: Plan de recolección de la información

Fuente: Propia

3.6 Plan de procesamiento de la información

TÉCNICAS DE INFORMACIÓN	INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	TÉCNICAS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN
Información Primaria	Cuestionario	Encuesta
Información Secundaria	Libros de recursos didácticos Libros de paradigmas educativos Libros de educación básica Tesis de Grado Internet	Lectura Científica

Tabla 6: Plan de procesamiento de la información
Fuente: Propia

El procesamiento de la información incluye:

La revisión de la información, que después de analizar la información obtenida eliminando datos incompletos, repetidos o contradictorios.

Tabulación de la información, que permitirá conocer el comportamiento repetitivo del fenómeno objeto de estudio, determinando la frecuencia con que aparece y cuál es su impacto en las variables.

Análisis de datos, que indica que es necesario presentar un análisis de los resultados, lo que permitirá obtener información importante para comprobar la hipótesis planteada.

Comprobación de la Hipótesis, con Estadísticas del Ji – Cuadrado.

CAPÍTULO IV

Análisis e Interpretación de Resultados

4.1 Análisis e interpretación de los resultados

Luego de que los datos obtenidos mediante las encuestas fueron ordenados, clasificados y tabulados, se realiza el análisis e interpretación de resultados de la mencionada encuesta realizadas a docentes y estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato. Para ello se hace uso de tablas y gráficos estadísticos.

Resulta necesario indicar que en cada tabla estadística constan:

f = frecuencia

fr = frecuencia relativa

fa = frecuencia acumulada

fra = frecuencia relativa acumulada

f % = frecuencia porcentual

Las siguientes son las preguntas de la encuesta realizada a los estudiantes:

Primera Pregunta:

1.- ¿Cómo resuelves las operaciones básicas de las matemáticas elementales (ejemplo 1: 45×91; ejemplo 2: $256 \div 16$; ejemplo 3: $\sqrt{289}$)?	
a.- Con calculadora b.- Con teléfono celular c.- De forma manual d.- Usando cálculo mental e.- Otra forma	1 () 2 () 3 () 4 () 5 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Con calculadora	12	0,34	12	0,34	34%
Con teléfono celular	2	0,06	14	0,40	6%
De forma manual	20	0,57	34	0,97	57%
Usando cálculo mental	1	0,03	35	1,00	3%
Otra forma	0	0,00			0%
TOTAL	35	1			100%

Tabla 7: Pregunta 1
Fuente: Propia

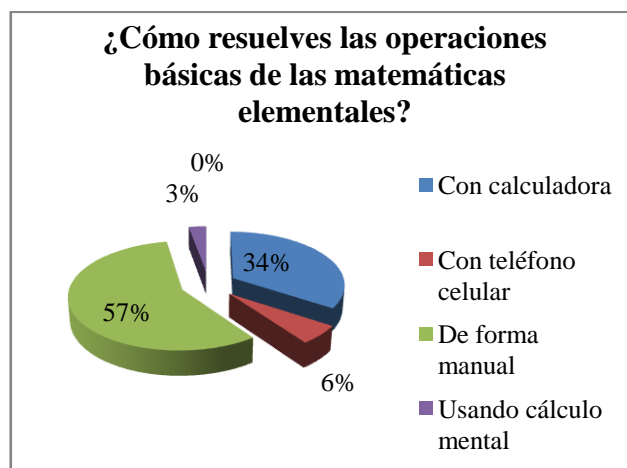


Gráfico 3: Pregunta 1
Fuente: Propia

- El 34% por ciento de los encuestados resuelven las operaciones básicas de las matemáticas elementales con calculadora.
- El 6% de los estudiantes usan el teléfono celular para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Resuelven las operaciones básicas de las matemáticas elementales de forma manual un 57%.
- Un estudiante, que constituye el 3% de los encuestados, resuelve las operaciones básicas de las matemáticas elementales usando el cálculo mental.
- Por otra parte, ninguna de las personas encuestadas resuelve las operaciones básicas de las matemáticas elementales de otra forma diferente a las antes mencionadas.

De los análisis anteriores, se puede interpretar que:

- La mayoría de los estudiantes encuestados realizan las operaciones básicas de las matemáticas elementales de forma manual. Aunque resulta extraño, se debe a que el docente de matemáticas del curso encuestado insiste y fomenta en sus estudiantes que los cálculos se los haga manualmente.
- Una minoría de los estudiantes hacen uso del cálculo mental. Puede ser por desconfianza, desconocimiento o por descuido.
- Pese a la sugerencia del docente de realizar cálculos en forma manual, los estudiantes en un porcentaje considerable usan calculadora.

Segunda pregunta:

2.- ¿Tienes dificultad para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales con los procedimientos tradicionales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()

ALTERNATIVA	f	fr	Fa	fra	f%
Siempre	0	0,00	0	0,00	0%
En ocasiones	26	0,74	26	0,74	74%
Nunca	9	0,26	35	1,00	26%
TOTAL	35	1			100%

Tabla 8: Pregunta 2
Fuente: Propia



Gráfico 4: Pregunta 2
Fuente: Propia

- Según las encuestas, no existen estudiantes que siempre tengan dificultad para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- En ocasiones tienen dificultad para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales un 74%.
- Los estudiantes que dicen que nunca tienen dificultad para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales llegan a un 26%.

De los análisis anteriores, se puede interpretar que:

- La mayoría de los encuestados manifiestan que, en ocasiones tienen dificultad para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Pocos estudiantes nunca tienen dificultad para resolver operaciones básicas de las matemáticas elementales.

Tercera pregunta:

3.- ¿Conoces de alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que te facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Si b.- No	1 () 2 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Si	14	0,40	15	0,43	40%
No	21	0,60	35	1,00	60%
TOTAL	35	1			100%

Tabla 9: Pregunta 3
Fuente: Propia

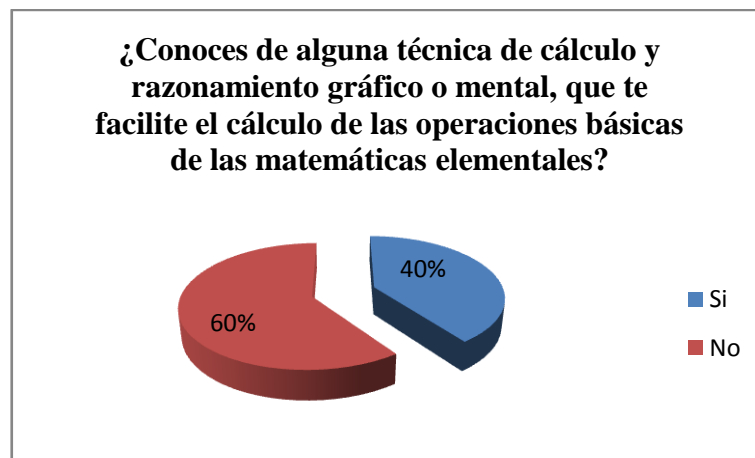


Gráfico 5: Pregunta 3
Fuente: Propia

- El 60% de los encuestados no conoce de alguna técnica de cálculo gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de la matemática elemental.
- Un 40% de los encuestados si conoce de alguna técnica de cálculo gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.

Se puede interpretar que:

- Que la mayoría de los encuestados, no conocen de alguna técnica de cálculo gráfico o mental que facilite el cálculo de las operaciones básica de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Un considerable porcentaje de estudiantes si conocen alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental.

Cuarta pregunta:

4.- ¿Crees tú que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, influirán positivamente con tus aprendizajes en la carrera?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Si	34	0,97	34	0,97	97%
No	1	0,03	35	1,00	3%
TOTAL	35	1			100%

Tabla 10: Pregunta 4
Fuente: Propia

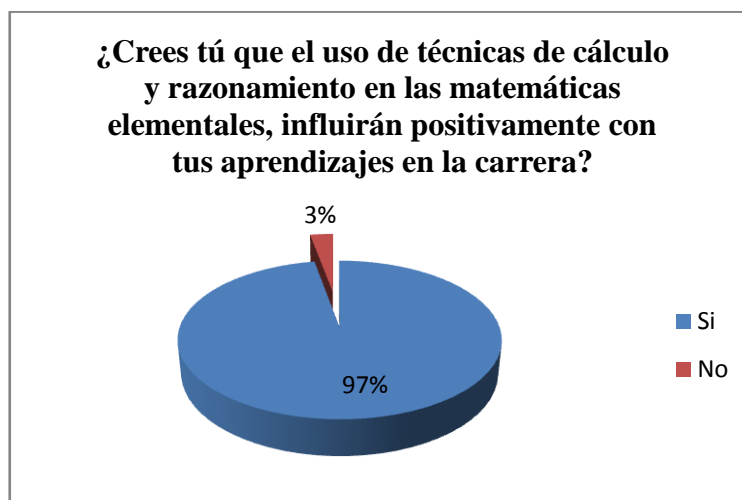


Gráfico 6: Pregunta 4
Fuente: Propia

- El 97% de los encuestados creen que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales influirá positivamente con los aprendizajes en la carrera.
- Lo contrario piensa un estudiante, que representa el 3% de los encuestados.

De lo anteriormente analizado, se puede interpretar que:

- En su mayoría, los encuestados concuerdan con el hecho de que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales influirán positivamente con los aprendizajes en la carrera.

Quinta pregunta:

5.- ¿Estás de acuerdo que el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento te ayuda en la solución de operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Siempre	15	0,43	15	0,43	43%
En ocasiones	20	0,57	35	1,00	57%
Nunca	0	0,00			0%
TOTAL	35	1			100%

Tabla 11: Pregunta 5
Fuente: Propia

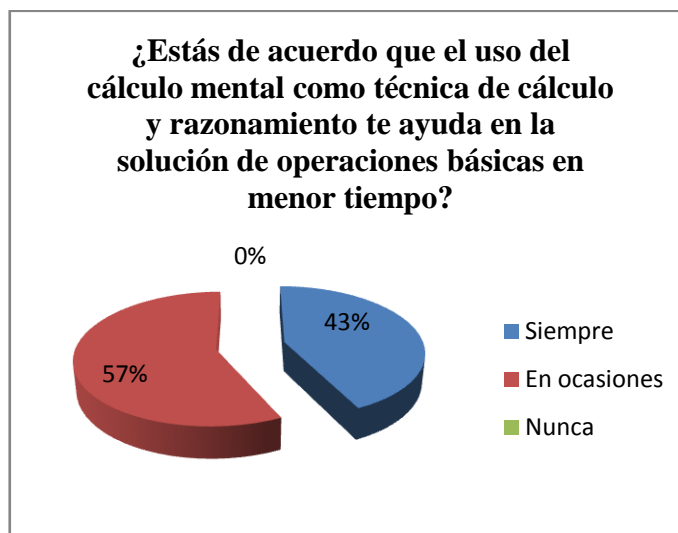


Gráfico 7: Pregunta 5
Fuente: Propia

- El 43% de los encuestados están de acuerdo que el cálculo mental siempre ayuda en la solución de operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales. Los métodos tradicionales son aquellos procedimientos que comúnmente usamos al resolver las operaciones básicas de forma manual.
- Un 57% consideran que en ocasiones el cálculo mental ayuda a solucionar operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales.
- Ningún encuestado piensa que el cálculo mental nunca ayuda a solucionar operaciones básicas en menor tiempo, que al aplicar métodos tradicionales.

De lo expuesto se interpreta que:

- La mayoría de los encuestados considera que el cálculo mental ayuda en ocasiones a resolver operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar los métodos tradicionales.

Sexta pregunta:

6.- ¿Los resultados que obtienes mediante cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento son aproximados a los correctos?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Siempre	13	0,37	12	0,34	37%
En ocasiones	22	0,63	35	1,00	63%
Nunca	0	0,00			0%
TOTAL	35	1			100%

Tabla 12: PREGUNTA 6
FUENTE: PROPIA

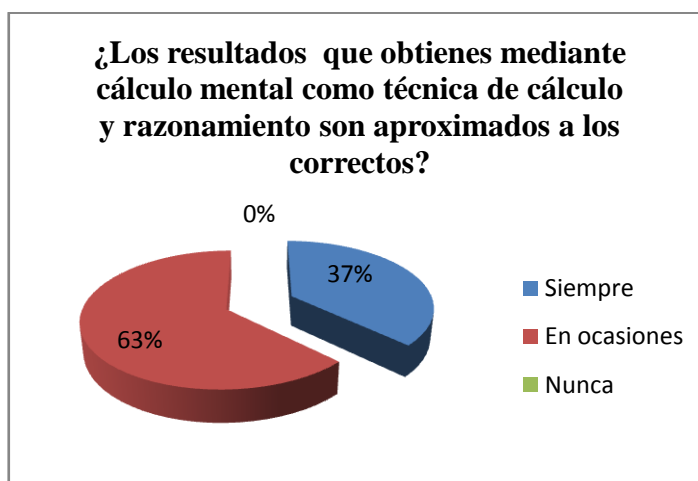


Gráfico 8: Pregunta 6
Fuente: Propia

- El 37% de los estudiantes encuestados consideran que los resultados que se obtienen mediante cálculo mental, siempre se aproximan a los correctos.
- El 63% de los encuestados manifiestan que los resultados obtenidos mediante cálculo mental, en ocasiones son aproximados a los correctos.
- Nadie opina que los resultados obtenidos mediante cálculo mental nunca se aproximan a los correctos.

Se interpreta que:

- La mayoría de los encuestados piensa que los resultados obtenidos mediante cálculo mental, en ocasiones se aproximan a los correctos.

Las siguientes son las preguntas de la encuesta realizada a los docentes:

Primera pregunta:

1.- ¿Cómo resuelve usted las operaciones básicas de las matemáticas elementales (ejemplo 1: 45×91; ejemplo 2: $256 \div 16$; ejemplo 3: $\sqrt{289}$)?	
a.- Con calculadora	1 ()
b.- Con teléfono celular	2 ()
c.- De forma manual	3 ()
d.- Usando cálculo mental	4 ()
e.- Otra forma	5 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Con calculadora	2	0,67	2	0,67	67%
Con teléfono celular	0	0,00	2	0,67	0%
De forma manual	1	0,33	3	1,00	33%
Usando cálculo mental	0	0,00			0%
Otra forma	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 13: Pregunta 1

Fuente: Propia

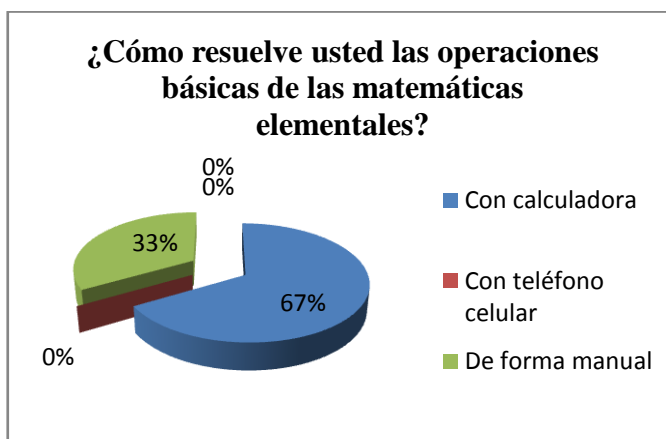


Gráfico 9: Pregunta 1

Fuente: Propia

- El 67% de los docentes encuestados, usa la calculadora para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Ningún docente realiza las operaciones básicas de las matemáticas elementales con teléfono celular.
- El 33% de los docentes, resuelve las operaciones básicas de las matemáticas elementales de forma manual.
- Ningún docente usa el cálculo mental para resolver operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Ningún docente resuelve las operaciones básicas de las matemáticas elementales de forma diferente a las que se mencionaron.

Se interpreta que:

- La mayoría de los docentes encuestados resuelven las operaciones básicas de las matemáticas elementales con calculadora.
- Prevalece el aspecto tecnológico en la resolución de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.

Segunda pregunta:

2.- ¿Opina usted que sus estudiantes tienen dificultad en resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Siempre	1	0,33	1	0,33	33%
En ocasiones	2	0,67	3	1,00	67%
Nunca	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 14: Pregunta 2
Fuente: Propia

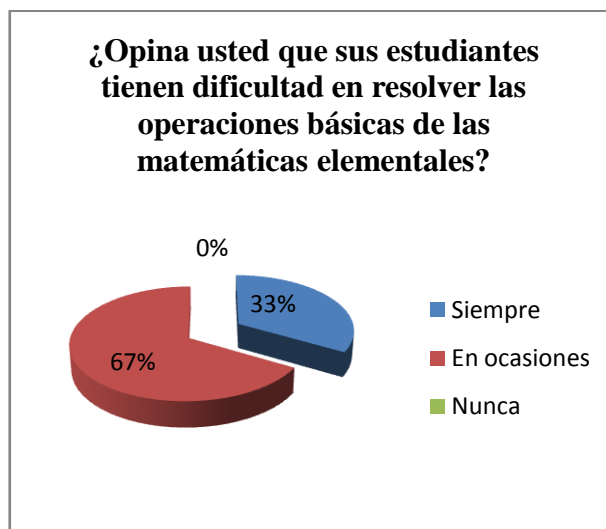


Gráfico 10: Pregunta 2
Fuente: Propia

- El 33% de los encuestados opina que siempre los estudiantes tienen dificultad para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- El 67% de los docentes encuestados creen que los estudiantes en ocasiones tienen dificultad en resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Ningún docente manifiesta nunca los estudiantes tienen dificultad en resolver operaciones básicas de las matemáticas elementales.

De lo analizado, se puede interpretar que:

- La mayoría de los docentes encuestados creen que los estudiantes en ocasiones tienen dificultad para resolver operaciones básicas de las matemáticas elementales.

Tercera pregunta:

3.- ¿Conoce usted alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Si b.- No	1 () 2 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Si	3	1,00	3	1,00	100%
No	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 15: Pregunta 3
Fuente: Propia

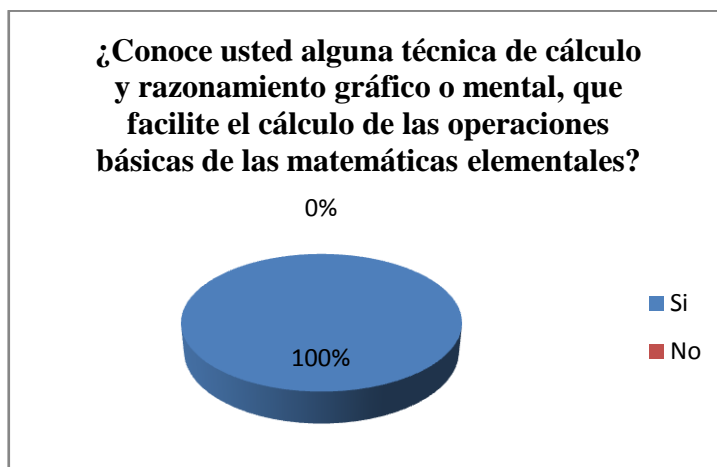


Gráfico 11: Pregunta 3
Fuente: Propia

- El 100% de los encuestados conoce alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Ninguno de los encuestados, no conoce alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.

Se interpreta que:

- Todos los docentes encuestados conocen al menos una técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.

Cuarta pregunta:

4.- ¿Proporciona a sus estudiantes alguna técnica de cálculo y razonamiento durante la enseñanza de las matemáticas elementales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- Frecuentemente	2 ()
c.- En ocasiones	3 ()
d.- Nunca	4 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Siempre	0	0,00	0	0,00	0%
Frecuentemente	1	0,33	1	0,33	33%
En ocasiones	2	0,67	3	1,00	67%
Nunca	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 16: Pregunta 4

Fuente: Propia

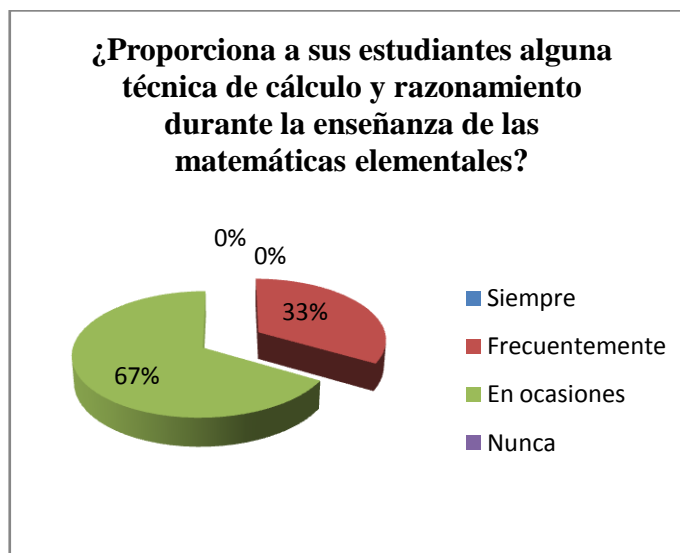


Gráfico 12: Pregunta 4

Fuente: Propia

- Ningún docente proporciona a sus estudiantes alguna técnica de cálculo y razonamiento durante la enseñanza de las matemáticas elementales.
- El 33% de los docentes encuestados, manifiestan que frecuentemente proporcionan a sus estudiantes alguna técnica de cálculo y razonamiento durante la enseñanza de las matemáticas elementales.
- Un 67% de docentes encuestados, manifiestan que proporcionan en ocasiones a sus estudiantes técnicas de cálculo y razonamiento durante la enseñanza de las matemáticas elementales.
- Ningún docente indica que nunca proporciona a sus estudiantes técnicas de cálculo y razonamiento durante la enseñanza de las matemáticas elementales.

De lo anterior se puede interpretar que:

- La mayoría de los docentes encuestados, proporcionan ocasionalmente a sus estudiantes técnicas de cálculo y razonamiento durante la enseñanza de las matemáticas elementales.

Quinta pregunta:

5.- ¿Cree usted que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, influirán positivamente con los aprendizajes de los estudiantes de la Universidad Técnica de Ambato?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Si	3	1,00	3	1,00	100%
No	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 17: Pregunta 5
Fuente: Propia

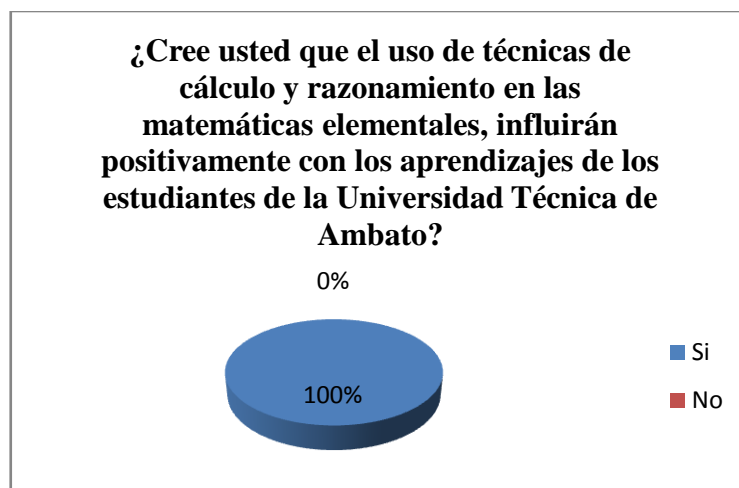


Gráfico 13: pregunta 5
Fuente: Propia

- El 100% de los docentes encuestados, creen que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, influirán positivamente con los aprendizajes de los estudiantes de la Universidad Técnica de Ambato.

De lo anterior, se interpreta que:

- La totalidad de docentes encuestados, creen que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento, influirán positivamente con los aprendizajes de los estudiantes de la Universidad Técnica de Ambato.

Sexta pregunta:

6.- ¿Opina usted que el cálculo mental, no sólo es de importancia para el aprendizaje de las matemáticas, sino y también, para desarrollar aspectos como la memoria, concentración, atención, agilidad mental, etc.?	
a.- Totalmente de acuerdo	1 ()
b.- Parcialmente de acuerdo	2 ()
c.- En desacuerdo	3 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Totalmente de acuerdo	3	1,00	3	1,00	100%
Parcialmente de acuerdo	0	0,00			0%
En desacuerdo	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 18: Pregunta 6
Fuente: Propia

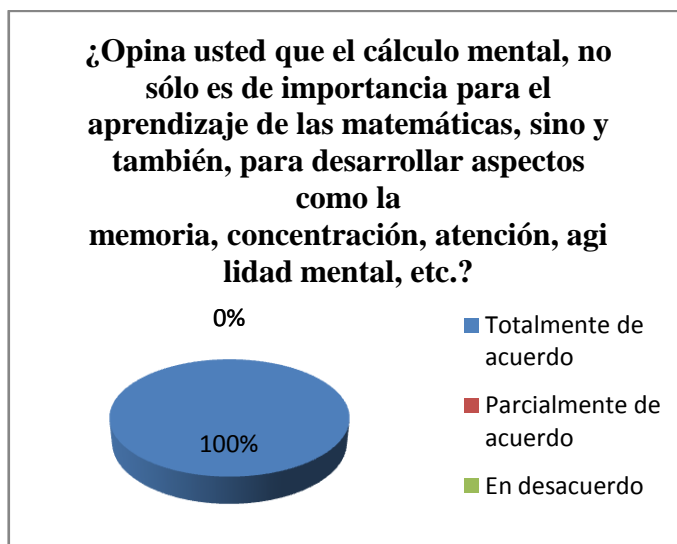


Gráfico 14: pregunta 6
Fuente: Propia

- El 100% de los docentes, están totalmente de acuerdo que el cálculo mental no sólo es de importancia para el aprendizaje de las matemáticas, sino y también, para desarrollar aspectos como la memoria, concentración, atención, agilidad mental, etc.

De lo expuesto, se puede interpretar que:

- Todos los docentes encuestados están totalmente de acuerdo con la importancia del cálculo mental en los aprendizajes de sus alumnos.

Séptima pregunta:

7.- ¿Fomenta en sus estudiantes el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento en la solución de operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- Frecuentemente	2 ()
c.- En ocasiones	3 ()
d.- Nunca	4 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Siempre	1	0,33	1	0,33	33%
Frecuentemente	2	0,67	3	1,00	67%
En ocasiones	0	0,00			0%
Nunca	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 19: Pregunta 7
Fuente: Propia

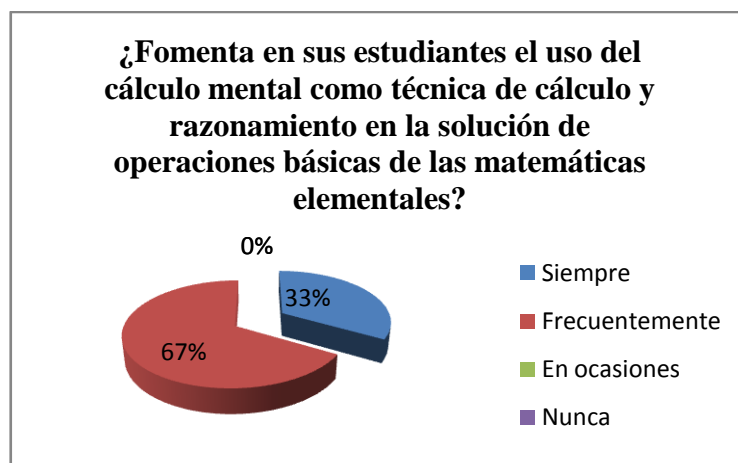


Gráfico 15: Pregunta 7
Fuente: Propia

- El 33% de los docentes encuestados, siempre fomentan en sus estudiantes el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento en la solución de operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Frecuentemente un 67% de los docentes encuestados, fomentan en sus estudiantes el uso del cálculo mental, al momento de resolver operaciones básicas de las matemáticas elementales.

De lo indicado con anterioridad, se puede interpretar que:

- La mayoría de los docentes encuestados fomentan frecuentemente el uso del cálculo mental en sus estudiantes al momento de realizar operaciones básicas, pese a que ellos en un alto porcentaje usan calculadora.

Octava pregunta:

8.- ¿Concuerda con el hecho de que el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento ayuda en la solución de operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Siempre	2	0,67	2	0,67	67%
En ocasiones	1	0,33	3	1,00	33%
Nunca	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 20: Pregunta 8
Fuente: Propia

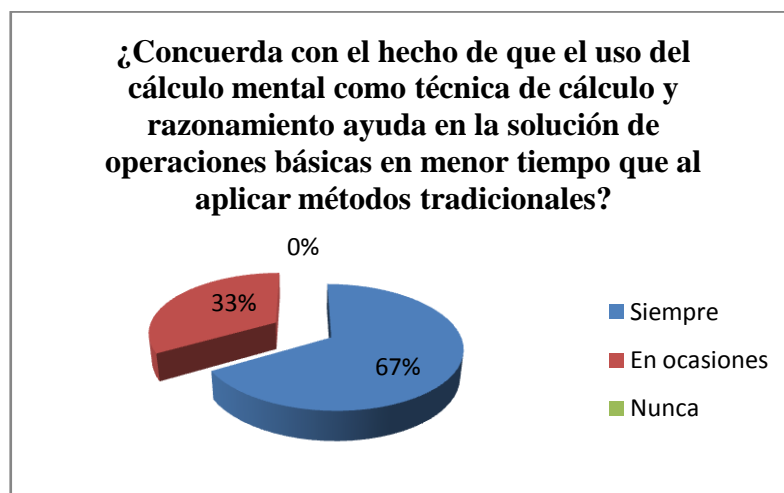


Gráfico 16: Pregunta 8
Fuente: Propia

- El 67% de los docentes encuestados concuerdan con el hecho de que el cálculo mental, siempre ayuda en la solución de operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales.
- Por otra parte, el 33% de los docentes encuestados manifiestan que el cálculo mental en ocasiones ayuda en la solución de las operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales.

De lo anterior se puede interpretar que:

- La mayoría de los docentes encuestados, piensan que el cálculo mental aporta con mayor agilidad en la solución de las operaciones básicas.

Novena pregunta:

9.- ¿Los resultados obtenidos mediante cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento son aproximados a los correctos?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Siempre	3	1,00	3	1,00	100%
En ocasiones	0	0,00			0%
Nunca	0	0,00			0%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 21: Pregunta 9
Fuente: Propia

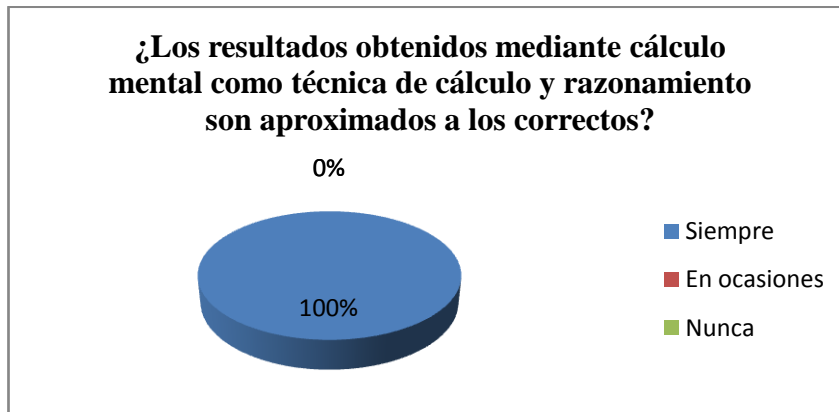


Gráfico 17: Pregunta 9
Fuente: Propia

- El 100% de los docentes encuestados están de acuerdo que los resultados obtenidos mediante el cálculo mental siempre son aproximados a los correctos.

De lo visto, se puede interpretar que:

- La totalidad de los docentes confirman que los resultados que se obtienen al usar el cálculo mental son aproximados a los correctos.

Décima pregunta:

10.- ¿Conoce de algún libro, manual o documento que resuma varias técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental en la solución de operaciones básicas como la multiplicación, división y raíz cuadrada?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()

ALTERNATIVA	f	fr	fa	fra	f%
Si	1	0,33	1	0,33	33%
No	2	0,67	3	1,00	67%
TOTAL	3	1			100%

Tabla 22: Pregunta 10

Fuente: Propia

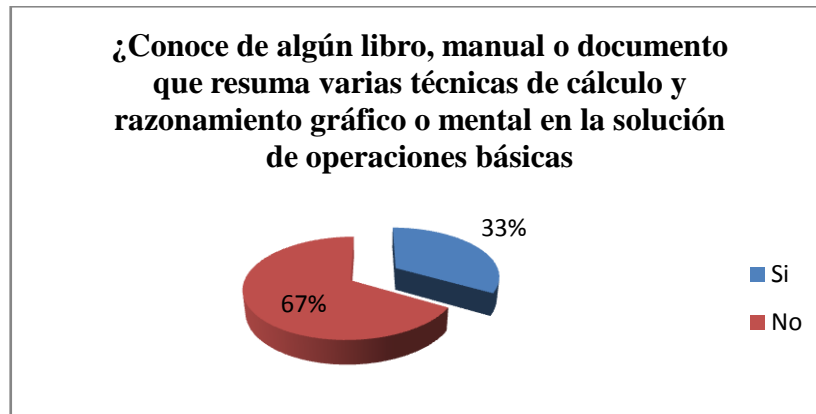


Gráfico 18: Pregunta 10

Fuente: Propia

- El 33% de los docentes encuestados confirman que conocen algún libro, manual o documento que resuma varias técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental en la solución de operaciones básicas como la multiplicación, división y raíz cuadrada.
- El 67% de los docentes desconocen la existencia de un libro, manual o documento que resuma varias técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental para la solución de las operaciones básicas como la multiplicación, división y raíz cuadrada.

De lo indicado, se interpreta que:

- Resulta escaso el material bibliográfico o documental acerca de las técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental, orientadas a la solución de las operaciones básicas.

4.2 Verificación de hipótesis

Para la prueba de la hipótesis, se consideraron los siguientes pasos:

1. Plantear las hipótesis: Nula (H_0) y Alternativa (H_i)
2. Fijar el nivel de significación
3. Establecer el criterio con el que se acepta o rechaza la hipótesis nula H_0
4. Realizar los cálculos con las fórmulas correspondientes a las técnicas estadísticas seleccionadas (en este caso Ji Cuadrado)
5. Tomar una decisión de acuerdo a los valores teóricos y a los valores calculados

PASO 1:

H_0 : El uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, no mejoran los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

H_i : El uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, mejoran los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

$$H_0: X_t^2 = X_c^2$$

$$H_i: X_t^2 \neq X_c^2$$

Donde:

H_0 = Hipótesis nula

H_i = Hipótesis alternativa

X_t^2 = valor de Ji cuadrado teórico

X_c^2 = valor de Ji cuadrado calculado

El X^2 calculado se obtiene con la siguiente fórmula: $X_c^2 = \sum \frac{(f_0 - f_e)^2}{f_e}$

f_0 = frecuencia observada

f_e = frecuencia esperada

PASO 2:

Se usa el 95% de confiabilidad o lo que es lo mismo un valor pequeño que representa la probabilidad de cometer un error.

Por lo tanto $\alpha = 0,05$ o 5%

PASO 3:

Se rechaza la hipótesis nula H_0 si: $X_c^2 > X_t^2$

Para poder consultar el valor de X_t^2 en las diferentes tablas de la distribución, se necesita conocer los grados de libertad (gl).

Los grados de libertad: en estadística es un estimador del número de categorías independientes en una prueba particular o experimento estadístico.

También Pedro Morales Valle en su publicación: Análisis de variables nominales: la prueba de Ji Cuadrado, la distribución binomial, el contraste de proporciones señala que los grados de libertad “es el número de valores que pueden variar libremente manteniendo o imponiendo previamente unas determinadas restricciones a los datos”.

Cuando hay un solo criterio de clasificación, los grados de libertad (gl) se calcula como: $gl = k - 1$, donde k es el número de categorías.

Cuando hay dos criterios de clasificación, es decir, tenemos varias filas y varias columnas, $gl = (f - 1) (c - 1)$, siendo f = número de filas y c = número de columnas.

Normalmente, la prueba estadística se distribuye como una Ji cuadrado con:

$(f - 1) (c - 1)$ grados de libertad.

Para el presente trabajo, se va a disponer de una tabla con dos filas (categorías de encuestados) y dos columnas (posibles respuestas), que ayudan a obtener los grados de libertad:

$$gl = (2 - 1) (2 - 1)$$

$$gl = 1$$

Con $gl = 1$ y $\alpha = 0,05$ se tiene una $X_{\alpha}^2 = 3,841$

Por lo tanto se debe rechazar la hipótesis nula H_0 si: $X_{\alpha}^2 > 3,841$

PASO 4:

Ji Cuadrado es una prueba estadística que se utiliza para evaluar hipótesis correlacionales que relacionan dos variables categóricas y es la que se va a usar para demostrar la hipótesis.

Para la realización de los diferentes cálculos se va a utilizar Microsoft Excel y para la gráfica de la distribución Ji Cuadrado el programa Winstats.

Basado en la pregunta N°- 3 de los estudiantes que dice:

3.- ¿Conoces de alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que te facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()

Así como de la pregunta N°- 3 de los docentes:

3.- ¿Conoce usted alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()

Se resume la siguiente tabla:

ENCUESTADOS	SI	NO	TOTAL	PROBABILIDAD
Estudiantes	14	21	35	0.92
Docentes	3	0	3	0.08
TOTAL	17	21	38	1

Tabla 23: Resumen de respuestas de docentes y estudiantes
Fuente: Propia

Como se dispone de las frecuencias observadas, se procede a calcular las frecuencias esperadas. Las frecuencias observadas son las que aparecen registradas en la tabla de doble entrada anterior.

Entonces, la frecuencia esperada, se calcula o se obtiene multiplicando los totales marginales de cada casillero y dividiéndolo por el total general. Los totales marginales: de Estudiantes es 35, de Docentes es 3; de la respuesta SI es 17 y de la respuesta NO es 21. El total general es 38; llegando a elaborarse la tabla en la que constan: las frecuencias observadas, frecuencias esperadas, las diferencias entre las frecuencias observadas menos las frecuencias esperadas, las diferencias entre las frecuencias observadas menos las frecuencias esperadas elevadas al

cuadrado, cada una de las diferencias entre las frecuencias observadas menos las frecuencias esperadas elevadas al cuadrado divididas para su respectiva frecuencia esperada. Finalmente la sumatoria de las frecuencias observadas, la sumatoria de las frecuencias esperadas, además de los valores correspondientes a la fórmula:

$$\sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$$

OBSERVACIÓN	fo	fe	fo - fe	(fo - fe) ²	(fo - fe) ² /fe
Estudiante, si conoce alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental	14	15.66	-1.66	2.75	0.1755
Docente, si conoce alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental	3	1.34	1.66	2.75	2.0480
Estudiante, no conoce alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental	21	19.34	1.66	2.75	0.1421
Docente, no conoce alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental	0	1.66	-1.66	2.75	1.6579
SUMATORIA	38	38			4.0235

Tabla 24: resumen de frecuencias de las respuestas de docentes y estudiantes
Fuente: Propia

Luego: $X_c^2 = \sum \frac{(f_o - f_e)^2}{f_e} = 4,0235$

PASO 5:

Como se tiene un valor de $X_t^2 = 3,841$ y un valor de $X_c^2 = 4,0235$, se aprecia que:
 $X_c^2 > X_t^2$

Entonces hay que considerar la regla de decisión, que se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa:

H_i : El uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, mejoran los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato

Aquí se muestra el gráfico de la distribución Ji Cuadrado, en la que se nota la zona de aceptación y la zona de rechazo de la hipótesis nula.

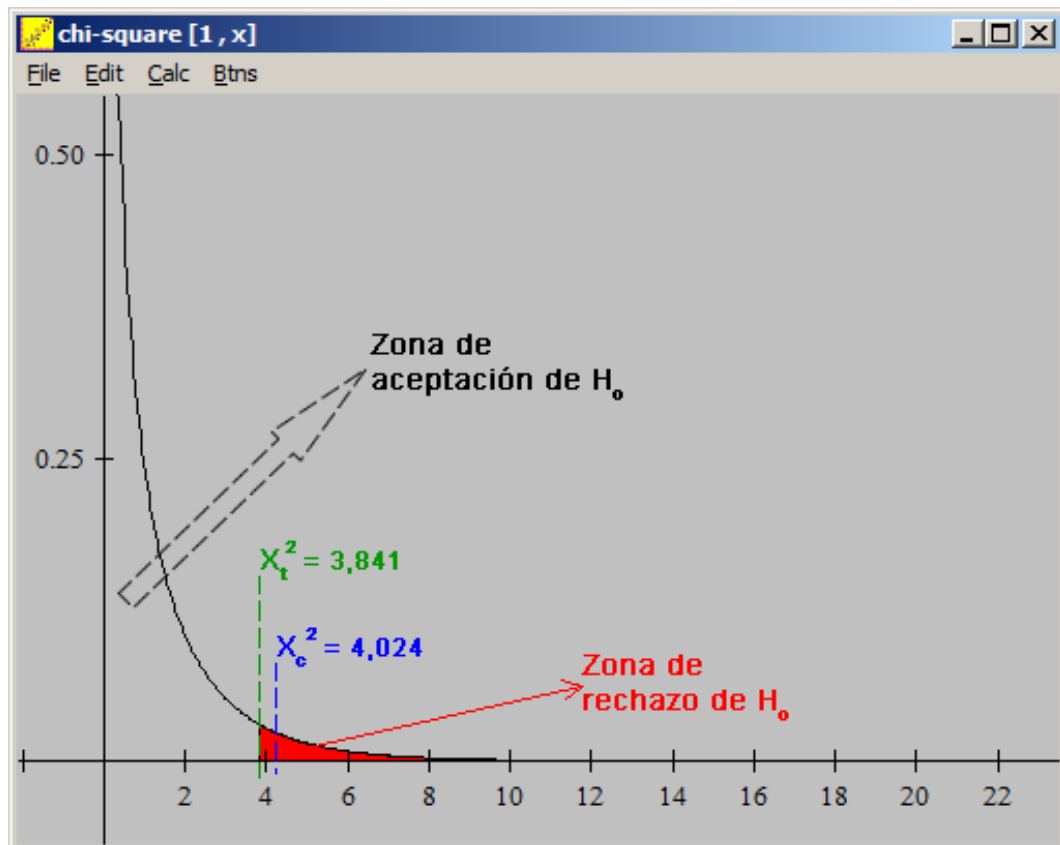


Gráfico 19: Ji cuadrado a un grado de libertad
Fuente: Propia

Por otra parte y como un aporte adicional, se ha investigado en la Web la posibilidad de encontrar el valor de X^2 calculado de forma directa y comparar con el valor de X^2 calculado y hallado con la ayuda de Microsoft Excel; ejemplo de ello resulta lo encontrado en la Web, Preacher (2010). Se trata de un sitio desarrollado en el 2010 por Kristopher J. Preacher, docente de la Universidad de Vanderbilt en Nashville Estados Unidos, denominado quantpsy.org y que está a disposición de los internautas de forma gratuita en aspectos investigativos relacionados con los métodos numéricos.

En este sitio Web se puede hallar el valor de X^2 calculado mediante una herramienta informática, de dos formas:

La primera forma, consiste en el ingreso únicamente de los valores de las frecuencias observadas y el ingreso de los grados de libertad utilizados para aplicar la prueba de Ji Cuadrado, como se aprecia en la figura:

CALCULATION FOR THE CHI-SQUARE TEST
An interactive calculation tool for chi-square tests of goodness of fit and independence

expected frequency is less than 5 in more than 20% of your cells. The *status cell* at the bottom of the table will let you know if there is a problem. In the 2 x 2 case of the chi-square test of independence, expected frequencies less than 5 are usually considered acceptable if Yates' correction is employed.

	Gp 1	Gp 2	Gp 3	Gp 4	Gp 5	Gp 6	Gp 7	Gp 8	Gp 9	Gp 10
Cond. 1:	14	21								35
Cond. 2:	3	0								3
Cond. 3:										0
Cond. 4:										0
Cond. 5:										0
Cond. 6:										0
Cond. 7:										0
Cond. 8:										0
Cond. 9:										0
Cond. 10:										0
	17	21	0	0	0	0	0	0	0	38

Output:

Calculate Reset all **Chi-square: 4.024**

degrees of freedom: 1

p-value: 0.04485721

Yates' chi-square: 1.963

Yates' p-value: 0.16119284

Status: At least 20% of expected frequencies are less t

Gráfico 20: Ji cuadrado a un grado de libertad mediante el sitio quantpsy.org
Fuente: Propia

Dando como respuesta inmediata el valor de X^2 calculado de 4,024.

Para la segunda forma de cálculo, en la propia herramienta, se ingresan los valores de las frecuencias observadas y de las frecuencias esperadas, dando como resultado el valor de X^2 calculado de 4,035 a tres grados de libertad.

CALCULATION FOR THE CHI-SQUARE TEST

An interactive calculation tool for chi-square tests of goodness of fit and independence

- Curriculum vitae
- Selected publications
- Supplemental material for publications
- 2013 Workshops
- PSY-PC 2101: Intro. to Statistical Analysis
- PSY-GS 321: Multilevel Modeling
- Friends and colleagues
- Organizations
- Online utilities
- Mediation & moderation material
- VU Dept. of Psychology & Human Development
- VU Quantitative Methods (QM) program
- Contact me

© 2010-2013, Kristopher J. Preacher

p-value: 0.04403721

Yates' chi-square: 1.963

Status: At least 20% of expected frequencies are less t Yates' p-value: 0.16119284

"Custom" expected frequencies

When using the chi-square goodness of fit test, sometimes it is useful to be able to specify your own expected frequencies. If there is a theoretical reason for doing so, the following table will allow you to enter your own E_{ij} 's. Non-integer expected frequencies are allowed. Use as many cells in this table as necessary, making sure that (1) the marginal total is the same for both observed and expected frequencies, (2) there are no expected frequencies less than 1, and (3) no more than 20% of your expected frequencies are less than 5. If a frequency is entered in an Observed cell, then a frequency must also be entered in the corresponding Expected cell (and vice versa).

	Gp 1	Gp 2	Gp 3	Gp 4	Gp 5	Gp 6	Gp 7	Gp 8	Gp 9	Gp 10
Observed:	14	3	21	0						38
Expected:	15.66	1.34	19.34	1.66						38

Output:

Calculate Reset all

Chi-square: 4.035

degrees of freedom: 3

p-value: 0.25772397

Yates' chi-square: 1.97

Status: At least 20% of expected frequency Yates' p-value: 0.57865661

Acknowledgments

Original version posted April, 2001. My thanks to Nancy Briggs and Rebecca White for scripting help and to Derek Rucker, Geoffrey Leonardelli, and Tom Nygren for testing earlier versions of this page. Free JavaScripts provided by [The JavaScript Source](#) and [John C. Pezzullo](#).

Gráfico 21: Ji cuadrado a tres grados de libertad mediante el sitio quantpsy.org
Fuente: Propia

CAPÍTULO V

Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

- Tanto docentes como estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato no resuelven las operaciones básicas de las matemáticas elementales usando cálculo mental.
- Un alto porcentaje de los estudiantes de Carrera de Ingeniería en Sistemas tienen dificultad en resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Los estudiantes y docentes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas conocen muy pocas técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que faciliten la solución de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- Los estudiantes concuerdan con los docentes, con el hecho de que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, influirán positivamente en sus aprendizajes.
- Los docentes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas desconocen de algún libro, manual o documento que resuma varias técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental en la solución de operaciones básicas como la multiplicación, división y raíz cuadrada.

5.2 Recomendaciones

- Incentivar en los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas, el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento en la solución de operaciones básicas de las matemáticas elementales, con la aplicación de las técnicas propuestas en el manual.
- Considerar que el empleo cotidiano de técnicas de cálculo y razonamiento en la enseñanza / aprendizaje de las matemáticas, se constituirá en una de las herramientas que mejore significativamente la comprensión de los procesos matemáticos.
- Investigar, comprender y ejercitar las diferentes técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que faciliten la solución de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.
- En lo posible hacer uso del cálculo mental, ya sea en las tareas diarias, así como en las tareas educativas, para que nos ayuden a desarrollar y mejorar aspectos como la memoria, concentración, atención, agilidad mental, entre otros.
- Aportar con el desarrollo de un manual, tutorial, documento o libro que sintetice varias técnicas de cálculo mental, que ayude en la solución de varias operaciones básicas de la matemática elemental.
- Usar el cálculo mental para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales de forma exacta o aproximada.

CAPÍTULO VI

Propuesta

6.1 Datos informativos

Título

“Manual de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales para mejorar los aprendizajes de los estudiantes de la Universidad Técnica de Ambato”.

Institución ejecutora

Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato.

Beneficiarios

Estudiantes y docentes de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato.

Ubicación

Provincia: Tungurahua

Cantón: Ambato

Dirección: Av. Los Chasquis y Río Cutuchi, sector Huachi Chico

Tiempo estimado para la ejecución

Se iniciará en noviembre de 2013, hasta marzo de 2014.

Equipo técnico responsable

Autoridades de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato, docentes del área de Matemáticas, Álgebra y el investigador.

Costo

Valor estimado en el plan de este proyecto: 3033.7 dólares. Se considera este valor ya que la propuesta es parte del presente trabajo investigativo.

6.2 Antecedentes de la propuesta

Durante el desarrollo de esta investigación se accedió a varios documentos de texto y sitios Web relacionados con la temática tratada. No se ha encontrado un texto que agrupe varias técnicas de cálculo y razonamiento para la solución de operaciones básicas de las matemáticas elementales, algo que también sucedió en los sitios Web. Existe gran cantidad informativa referente al cálculo mental, pero que no agrupan varias técnicas a la vez. Hay información muy aislada y en ocasiones poco estructurada.

Sin embargo en el repositorio de tesis de la Universidad Tecnológica Equinoccial hay una tesis cuyo tema se relaciona con el trabajo que se ha realizado. Se trata de la tesis: “Identificar Fortalezas y Dificultades en la Enseñanza de Cálculo Mental, en una Escuela Particular de Quito”. Es el trabajo de grado para obtener el título de Magíster en Educación Infantil y Educación Especial, realizada por Ana Cecilia Ramos Ulloa, quien señala que en las pruebas estandarizadas que se toman todos los años en esa institución educativa, existe una notoria puntuación baja en el área de matemáticas y que uno de los factores que afecta en este desempeño, es la falta de destrezas en el cálculo mental.

Una de las recomendaciones a la que llegó en su trabajo fue la de "... entender la validez de enseñar cálculo mental" (Ramos, 2004, pág. 8).

Indica también que se debe "propiciar el desarrollo y mantener la apertura a otros métodos alternativos, motivando el aprendizaje diferenciado... Desarrollar la enseñanza de manera amena, como un juego divertido que se convierta en aprendizaje significativo" (Ramos, 2004, pág. 9).

Por otra parte, en cuanto a la investigación presentada, se ha manifestado que tanto los docentes como estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato no resuelven las operaciones básicas de las matemáticas elementales usando cálculo mental, así también, un alto porcentaje de los estudiantes presentan dificultad en resolver dichas operaciones.

Estudiantes y docentes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas conocen muy pocas técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que faciliten la solución de las operaciones básicas de las matemáticas elementales, situación que se da también por la falta de algún libro, manual o documento que resuma varias técnicas de cálculo y razonamiento en la solución de operaciones básicas como la multiplicación, división y raíz cuadrada.

6.3 Justificación

Cuando se habla de calidad de la educación matemática de nuestros estudiantes, la clave es "comprender" cuáles son las herramientas necesarias para resolver ciertos problemas y distinguirlos de otros. Comprender también que pueden variar los procedimientos y, sin embargo, ser válidos.

El desconocimiento generalizado de técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que hagan más sencilla la solución de las operaciones básicas de las matemáticas elementales, y que nos apoyen en las situaciones más elementales de nuestro vivir, así como la falta de algún manual o documento que resuma este tipo de información, constituye uno de los principales impulsores de este manual.

6.4 Objetivos

General

- Proporcionar un manual de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales para mejorar los aprendizajes de los estudiantes de la Carrera de Ingeniería en Sistemas de la Universidad Técnica de Ambato.

Específicos

- Seleccionar las diferentes técnicas de cálculo y razonamiento utilizadas para la resolución de operaciones básicas de las matemáticas elementales como la multiplicación, división y raíz cuadrada.
- Resumir, ejemplificar y documentar las técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, previamente seleccionadas.
- Fomentar el uso de técnicas de cálculo y razonamiento que faciliten la resolución de las operaciones básicas de las matemáticas elementales.

6.5 Análisis de factibilidad

Como consta en la Ley Orgánica de Educación Superior, en el Capítulo 2: Fines de la Educación Superior, artículo 5, literal b), “Son derechos de las y los estudiantes... acceder a una educación superior de calidad y pertinente, que permita iniciar una carrera académica y/o profesional en igualdad de oportunidades”.

En el mismo Capítulo 2, artículo 6, literal a), “Son derechos de los docentes ... ejercer la cátedra y la investigación bajo la más amplia libertad sin ningún tipo de posición o restricción religiosa, política, partidista o de otra índole”, garantizan la factibilidad de este trabajo.

Por otra parte no es necesario para que este proyecto funcione, de grandes recursos económicos.

6.6 Fundamentación científico - técnica

En el marco teórico del presente documento se hace mención al aprendizaje significativo, que fue conceptualizado, así como de las condiciones que se dan para que haya dicho aprendizaje.

Conviene ahora citar ciertas estrategia para los aprendizajes significativos. Estas estrategias son tomadas de la Guía Didáctica del Suplemento: Educación del Grupo El Comercio, publicado en junio de 2012.

Se necesita asimilar una serie de herramientas para aprender:

- **Estrategias cognitivas** (técnicas eficaces para el estudio). Operaciones y procesos involucrados en el procesamiento de la información, desde las básicas como atención, percepción, codificación, almacenaje (indispensables como prerrequisitos de aprendizajes superiores); hasta las avanzadas como el conocimiento estratégico, es decir, la técnica para saber cómo conocer.
- **Estrategias metacognitivas** (conocimiento sobre sus propios procesos de aprendizaje). Se resumen en una sola frase: “son el conocimiento del conocimiento”. Se trata del conocimiento que poseemos sobre algo y cómo lo sabemos; también corresponde al conocimiento que tenemos sobre nuestros procesos y operaciones cognitivas cuando aprendemos, recordamos o solucionamos problemas. Juegan un papel fundamental en la selección y regulación inteligente de estrategias y técnicas de aprendizaje.
- **Base de conocimientos** (conceptos). Tiene que ver con el bagaje de hechos, conceptos y principios que poseemos (conocimientos previos). Este conocimiento puede influir decisivamente en la naturaleza y forma en que son empleadas las estrategias cognitivas. Una base de conocimientos rica, profunda y diversificada, que ha sido producto de aprendizajes significativos, puede ser tan poderosa como el mejor de los equipamientos en estrategias cognitivas, ya que provee del sustento teórico del aprendizaje de la ciencia.

6.6.1 ¿Qué es un manual?

Un manual es una publicación que incluye lo más sustancial de una materia. Se trata de una guía que ayuda a entender el funcionamiento de algo.

6.6.2 ¿Qué tipos de manuales existen?

Existen diversas clasificaciones de los manuales, a los que se designa con nombres, pero que pueden resumirse de la siguiente manera:

- **Por su alcance:**
 - Generales o de aplicación universal.
 - Departamentales o de aplicación específica: son manuales que norman la actuación de su personal según el departamento al que están adscritos y las funciones que realizan.
 - De puestos o aplicación individual: son manuales específicos para detallar las características y el alcance de las responsabilidades de un puesto ó un grupo determinado de puestos similares.
- **Por su contenido:**
 - De historia de la empresa o institución: estos manuales generalmente tienen una breve historia de la empresa, desde su fundación hasta su realidad, incluyendo además la misión, la visión y el objetivo de la misma.
 - De organización: es un manual que contiene información sobre la estructura general de la empresa, y las funciones de cada área.
 - De políticas: son una especie de criterios de actuación que, sin ser reglas, permiten tener un criterio de actuación en una empresa.
 - De procedimientos: es un manual específico, que detalla cada una de las etapas que se llevan a cabo para realizar algo.
 - De contenido múltiple (manual de Técnicas).
- **Por su función específica o área de actividad:**
 - De personal: Estos manuales exponen con detalle la estructura de la empresa y señalan los puestos y la relación que existe entre ellos para el logro de sus objetivos. Explican la jerarquía, los grados de autoridad y responsabilidad; las funciones y actividades de los órganos de la empresa. Generalmente contienen graficas de

organización, descripciones de trabajo, cartas del límite de autoridad, entre otras cosas.

- De ventas: Son manuales como su nombre lo dice, de formas para llevar a cabo una tarea específica que son las ventas, por ejemplo.- Manual para ventas de computadoras.
- De producción o ingeniería.
- De finanzas.

6.7 Desarrollo de la propuesta

La propuesta planteada constituye un manual que resume varias técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, específicamente para la multiplicación, división y raíz cuadrada:

“Manual de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales para mejorar los aprendizajes de los estudiantes de la Universidad Técnica de Ambato”



Para resolver una operación básica de las matemáticas elementales mediante el cálculo mental, no hay una única manera de hacerla, se puede llegar al mismo resultado siguiendo distintas técnicas o caminos en función del procedimiento que se utilice. Estos procedimientos no son fijos, dependen de las decisiones que vamos tomando durante la resolución de la operación. Analizar estas posibilidades, optar por una de ellas, elegir el orden de acción y seleccionar las transformaciones más adecuadas, convierten al cálculo normal en cálculo mental.

Se debe recordar, que el cálculo mental no implica necesariamente prescindir de escribir algo. Al inicio, el cálculo mental se convierte en un proceso metodológico que puede seguir una secuencia de pasos; la práctica, el entrenamiento o el uso frecuente, o en general, nuestras propias habilidades, harán que nuestros escritos para realizar cálculos de las matemáticas elementales disminuyan o desaparezcan totalmente.

El presente manual trata de orientar a docentes, estudiantes y a todos que muestren una necesidad de realizar cálculos rutinarios y no rutinarios de la manera más simple y confiable posible.

Resume y orienta la aplicación y uso de varias técnicas de cálculo y razonamiento destinadas a la multiplicación, división y raíz cuadrada.

Basa su explicación usando ejemplos prácticos y sencillos, se hace un esfuerzo por explicar los diferentes procedimientos mediante un lenguaje simple y comprensible.

De momento la única forma de difusión de este documento es el presente trabajo de investigación, muy pronto se espera presentarlo mediante otros medios.

Técnicas de cálculo y razonamiento de la multiplicación

La multiplicación constituye parte de las matemáticas elementales que resulta muy favorable para la aplicación de varias técnicas de cálculo y razonamiento, que ayudan la aplicación del cálculo mental. Siempre se recomienda tener conocimiento de las tablas de multiplicar, pese a que existen técnicas en las que no es obligatorio repetir o conocer “de memoria” dichas tablas; así también en otras ocasiones bastaría con conocer la tabla de multiplicar del 2, o realizar una adecuada aplicación de las propiedades principales de la multiplicación. Se dice que el cálculo mental surge a partir de varias de las propiedades de la multiplicación.

TÉCNICA 1 (Aplicando las propiedades principales de la multiplicación)

Conmutativa

$$a \times b = b \times a$$

Ejemplo 1: Calcular, ¿cuánto se debería pagar si compramos 3 juegos de parlantes a 45 dólares cada uno?

$$3 \times 45 = 45 \times 3 = 135 \text{ USD.}$$

Ejemplo 2: Una institución compró 2 automóviles a 13261 dólares cada uno, ¿cuál fue el valor total cancelado, considerando que dicho precio unitario ya incluye IVA?

$$2 \times 13261 = 13261 \times 2 = 26522 \text{ USD.}$$

Asociativa

$$(a \times b) \times c = a \times (b \times c)$$

Ejemplo 1: ¿Cuánto se debe pagar por 11 almuerzos de 2 dólares cada uno, durante 4 días?

$$(11 \times 2) \times 4 = 11 \times (2 \times 4) = 88 \text{ USD.}$$

Ejemplo 2: Suponiendo que cada laboratorio informático de la Universidad tiene 50 computadoras y que cada Facultad dispone de 4 laboratorios. ¿Cuántas computadoras existen en 9 Facultades?

$$(50 \times 4) \times 9 = 50 \times (4 \times 9) = 1800 \text{ computadoras}$$

Distributiva

$$a \times (b + c) = (a \times b) + (a \times c)$$

Ejemplo 1:

$$14 \times (4 + 3) = (14 \times 4) + (14 \times 3) = 56 + 42 = 98$$

Ejemplo 2:

$$100 \times (10 + 33) = (100 \times 10) + (100 \times 33) = 1000 + 3300 = 4300$$

Ejemplo 3:

$$25 \times (8 - 3) = (25 \times 8) - (25 \times 3) = 200 - 75 = 125$$

Ejemplo 4:

$$32 \times 12 = 32 \times (10 + 2) = 320 + 64 = 384$$

Ejemplo 5:

$$24 \times 3 = (25 - 1) \times 3 = (25 \times 3) - (1 \times 3) = 75 - 3 = 72$$

Elemento neutro

$$a \times 1 = a$$

Ejemplo:

$$79 \times 1 = 79$$

Factorización

Ejemplo 1: Si una persona trabajó 12 horas diarias, ¿cuál fue el total de horas trabajadas durante 20 días?

$$20 \times 12 = 5 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 240 \text{ horas}$$

Ejemplo 2:

$$50 \times 80 = (5 \times 10) \times (8 \times 10) = (5 \times 8) \times (10 \times 10) = 4000$$

TÉCNICA 2 (De la multiplicación cruzada)

“Es muy conveniente en las operaciones con números de dos cifras. El método no es nuevo; se remonta a los griegos e hindúes y en la antigüedad se llamaba método relámpago o multiplicación por cruz” (Andar, 2008).

Ejemplo 1: ¿Cuál es el gasto al final de 94 días, si el valor de gasto diario es de 86 dólares?

Para multiplicar: 94×86

$$\begin{array}{r} 1) \quad \begin{array}{r} 9 \quad 4 \\ \times 8 \quad 6 \\ \hline \end{array} \quad 2) \quad \begin{array}{r} 9 \quad 4 \\ \times 8 \quad 6 \\ \hline \end{array} \\ \quad \quad \quad \begin{array}{r} 2 \quad 4 \\ 8 \quad 8 \quad 4 \end{array} \quad \quad \quad \begin{array}{r} 8 \quad 8 \quad 4 \\ 8 \quad 8 \quad 4 \end{array} \\ \\ 3) \quad \begin{array}{r} 9 \quad 4 \\ \times 8 \quad 6 \\ \hline \end{array} \quad 4) \quad \begin{array}{r} 9 \quad 4 \\ \times 8 \quad 6 \\ \hline \end{array} \\ \quad \quad \quad \begin{array}{r} 8 \quad 0 \quad 8 \quad 4 \\ 8 \quad 0 \quad 8 \quad 4 \end{array} \quad \quad \quad \begin{array}{r} 8 \quad 0 \quad 8 \quad 4 \\ 8 \quad 0 \quad 8 \quad 4 \end{array} \end{array}$$

Paso 1:

Multiplicamos verticalmente $6 \times 4 = 24$, escribo 4 en el resultado parcial y llevo 2 al siguiente paso.

Paso 2:

Se multiplica cruzado $9 \times 6 + 8 \times 4 + 2 = 88$, escribo 8 en el resultado parcial y llevo 8 al próximo paso.

Paso 3:

Multiplicamos verticalmente $9 \times 8 + 8 = 80$, escribo 0 en el resultado parcial y llevo 8 al siguiente paso.

Paso 4:

Se escribe el 8 en el resultado parcial.

Finalmente, se gasta $94 \times 86 = 8084$ USD.

Ejemplo 2: El mantenimiento de un barco cuesta diariamente 421 dólares.
¿Cuánto se gasta al final de 347 días?

Para multiplicar: 421×347

1)
$$\begin{array}{r} 421 \\ \times 347 \\ \hline 7 \end{array}$$

2)
$$\begin{array}{r} 421 \\ \times 347 \\ \hline 187 \end{array}$$

3)
$$\begin{array}{r} 421 \\ \times 347 \\ \hline 4087 \end{array}$$

4)
$$\begin{array}{r} 421 \\ \times 347 \\ \hline 26087 \end{array}$$

5)
$$\begin{array}{r} 421 \\ \times 347 \\ \hline 146087 \end{array}$$

Paso 1:

Multiplicamos verticalmente $7 \times 1 = 7$, escribo 7 en el resultado parcial.

Paso 2:

Se multiplica cruzado $2 \times 7 + 4 \times 1 = 18$, escribo 8 en el resultado parcial y llevo 1 al próximo paso.

Paso 3:

Multiplicamos cruzado los 6 números: $4 \times 7 + 2 \times 4 + 3 \times 1 + 1 = 40$, escribo 0 en el resultado parcial y llevo 4 al siguiente paso.

Paso 4:

Se multiplica cruzado $4 \times 4 + 3 \times 2 + 4 = 26$, escribo 6 en el resultado parcial y llevo 2 al próximo paso.

Paso 5:

Multiplicamos verticalmente $3 \times 4 + 2 = 14$ en el resultado parcial.

Finalmente, se gasta $421 \times 347 = 146087$ USD.

Ejercicio propuesto:

¿Cuánto se paga por comprar 94 lámparas a 60 dólares cada una?

TÉCNICA 3 (Maya)

Para quienes tenemos problemas con la memorización de las tablas de multiplicar, nos podemos ayudar de esta técnica gráfica.

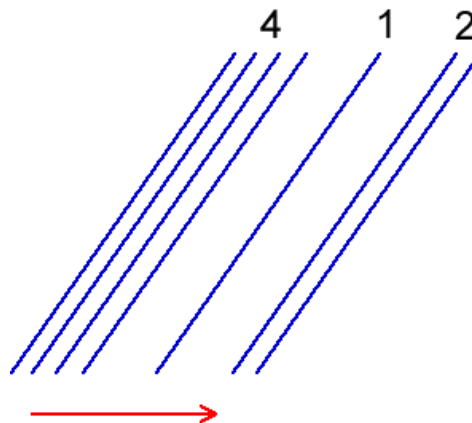
Con esta técnica se practica la suma y fomenta el análisis visual. Porras (2012).

Ejemplo: Se desea calcular: ¿Cuántas hojas de papel bond hay que comprar para entregar a 412 invitados, si a cada uno hay que entregar 32 hojas?

Para multiplicar 412×32 , lo podemos hacer con los siguientes pasos:

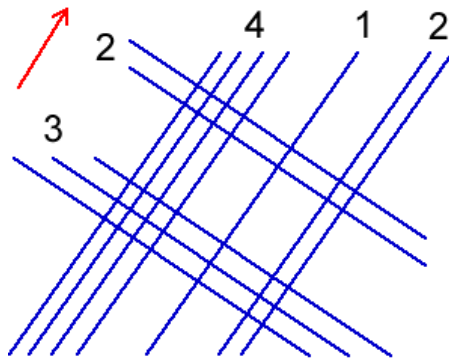
Paso 1:

Seleccionamos el primer factor y lo representamos dibujando líneas inclinadas hacia la derecha, tantas veces como cada dígito lo indique, el trazado de líneas se lo hace en sentido de izquierda a derecha:



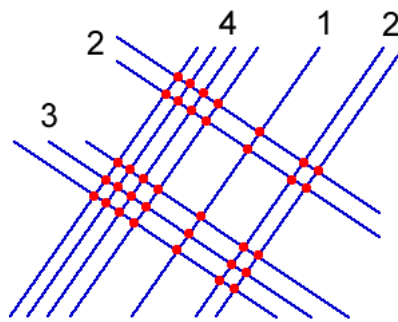
Paso 2:

De igual forma, cada dígito del segundo factor lo representamos con líneas inclinadas hacia la izquierda, debiendo notar que la representación del factor va de abajo hacia arriba, estando las decenas (3) en la parte inferior y las unidades (2) en la superior:



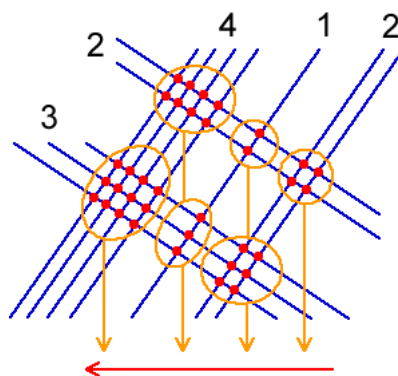
Paso 3:

Marcamos cada una de las intersecciones de las líneas dibujadas con anterioridad:



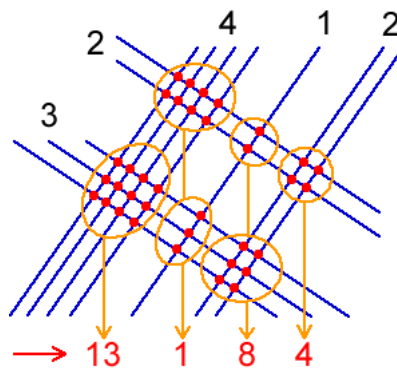
Paso 4:

Señalamos en la figura de derecha a izquierda, los nudos que van a ser posteriormente contado, seguidos de flechas:



Paso 5:

Contamos las intersecciones de los nudos y colocamos los resultados en la parte inferior de cada una de las flechas. No olvidarse que en caso de que al contar las intersecciones, un nudo sume más de 10, se anota el valor de la unidad y llevamos al grupo siguiente el valor de la decena. De esta forma, se tiene el resultado final que se lee de izquierda a derecha:



Finalmente, hay que comprar: $412 \times 32 = 13184$ hojas de papel bond.

Ejercicio propuesto:

Se compra 102 camisas a 23 dólares cada una. ¿Cuál es el valor a pagar?

TÉCNICA 4 (Musulmán)

Permite la práctica de la suma, mantiene claros los conceptos de cuadriláteros y diagonales.

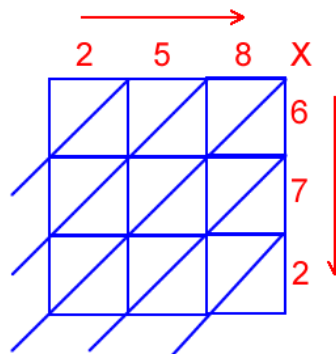
Ejemplo: El Banco del Azuay paga 258 dólares diarios por el personal de seguridad. ¿Cuál es el valor a cancelar por 672 días de seguridad?

Se va a multiplicar 258×672 , haciéndolo con este procedimiento se siguen los siguientes pasos:

Paso 1:

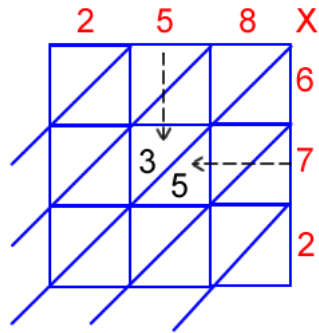
Dibujamos una cuadrícula que tenga el mismo número de columnas y dígitos que contenga el primer factor que se coloca de izquierda a derecha; así también, la cantidad de filas debe ser igual a la cantidad dígitos del segundo factor y procedemos a dividir las casillas de la cuadrícula por la mitad.

Anotamos el primer factor sobre la primera fila de la cuadrícula, y el segundo a la derecha de la última columna como se nota en la figura, en sentido de arriba hacia abajo:



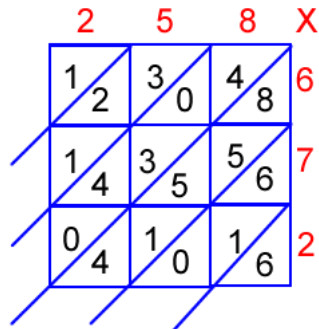
Paso 2:

Para llenar las casillas, se multiplica el número correspondiente de la columna por el de la fila. Se debe indicar que las decenas se escriben en la parte superior de la casilla y las unidades en la inferior:



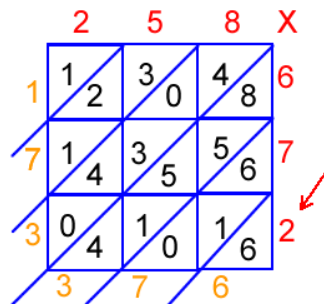
Paso 3:

Se repite el paso anterior hasta llenar todas las casillas:



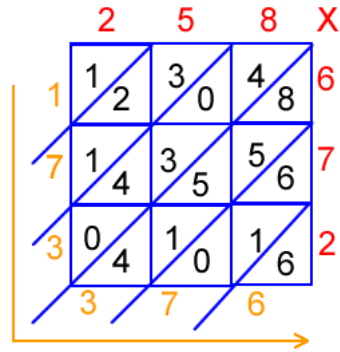
Paso 4:

Se suman los números de cada diagonal, iniciando por la esquina inferior derecha de la cuadrícula. Hay que considerar que si el resultado es mayor a 10, anotamos el valor de la unidad y llevamos al grupo siguiente el valor de la decena.



Paso 5:

El resultado final se obtiene al unir todos los números de las sumas en sentido de arriba hacia abajo, y de izquierda a derecha:



Finalmente, el valor a cancelar por el personal de seguridad es: $258 \times 672 = 173376$ USD.

Ejercicio propuesto:

El Municipio de Quito requiere 112 juegos completos de llantas. ¿Qué presupuesto necesita tener si para cada juego hay que invertir con 523 dólares?

TÉCNICA 5 (Árabe)

Estimula la práctica de la suma. Permite repasar conceptos como cuadrilátero y diagonal de un cuadrilátero.

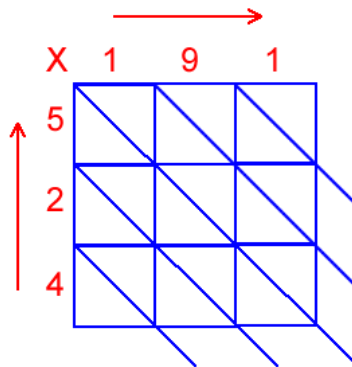
Según el autor del blog: Acariciando al gato, Anónimo (2008) la clave de esta técnica de cálculo está en el sistema de numeración posicional de base 10 y con la existencia de cero. Posicional quiere decir, en este contexto, que el valor de cada cifra depende del lugar relativo que ocupa en el número, de tal modo que si está a la derecha, representa las unidades; si se encuentra dos posiciones a la derecha, las decenas; y así sucesivamente, siguiendo las potencias de 10.

Ejemplo: A 425 niños, tengo que proporcionar 191 refrigerios (a cada uno) durante un año de educación. ¿Cuál es el total de refrigerios que debo hacer durante el año?

Vamos a multiplicar 425×191 , usando los siguientes pasos:

Paso 1:

Dibujamos una tabla que tenga el mismo número de filas así como el número de cifras tenga el primer factor y tantas columnas como cifras tenga el segundo factor, y dividimos cada casilla de la tabla en dos partes mediante una diagonal. Ahora ponemos un factor a la izquierda de la tabla, y el otro arriba, de forma que los leamos en el sentido de las agujas del reloj, es decir, el un factor de abajo hacia arriba y el otro de izquierda a derecha.



Paso 2:

Llenamos cada doble casilla con el producto de la cifra de la columna por la cifra de la fila:

	X	1	9	1
5		5	5	5
2		2	8	2
4		4	6	4
		0	4	0
		0	1	0
		0	3	0

Paso 3:

Sumamos cada diagonal, iniciando desde la esquina superior derecha, recordando que si el resultado es mayor a 10, anotamos el valor de la unidad y llevamos al grupo siguiente el valor de la decena.

	X	1	9	1
5		5	5	5
2		2	8	2
4		4	6	4
		0	4	0
		0	1	0
		0	3	0

5
7
1
8
1

Paso 4:

Considerando los números en sentido de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba, obtenemos el resultado de la multiplicación:

	X	1	9	1	
5	0	5	4	5	0
2	0	2	8	1	0
4	0	4	3	6	4
			0	8	1

Finalmente, hay que hacer un total de $425 \times 191 = 81175$ refrigerios

Ejercicio propuesto:

Se desea colocar 211 etiquetas en cada uno de los 212 contenedores que se llevan a Europa. ¿Cuál es la totalidad de etiquetas que hay que colocar?

TÉCNICA 6 (Rusa)

Se ejercita la tabla del 2, los números pares e impares como también la suma.

Consiste en un antiguo algoritmo con el que únicamente se requiere conocer la suma y dividir entre 2.

Ejemplo: Vamos a donar 28 canastillas navideñas cuyo precio unitario es de 39 dólares. ¿Cuánto de dinero debo disponer?

Para multiplicar 28×39 , procedemos con la siguiente secuencia de pasos:

Paso 1:

Se crea una tabla con dos columnas A y B. Se coloca el primer factor (que es el menor) en la columna izquierda (A) de la tabla creada. Al número se lo va dividiendo para 2. Si el resultado de esas divisiones es un número impar le restamos 1 y se continúa dividiendo hasta llegar a tener como cociente el número 1.

A (28)	B (39)
14	
7	
3	
1	

Paso 2:

En la columna B, el factor de mayor tamaño se duplicará en cada casilla hasta llegar a la fila con resultado 1 en las divisiones del primer factor:

A (28)	B (39)
14	78
7	156
3	312
1	624

Paso 3:

Finalmente, hay que sumar los números de la columna B que correspondan al lado de un número de la columna A que sea impar:

A (28)	B (39)
14	78
7	156
3	312
1	624

Entonces se debe disponer de: $28 \times 39 = 156 + 312 + 624 = 1092$ USD.

Ejercicio propuesto:

En un restaurante se consumen 72 panes diariamente. ¿Cuántos panes hay que comprar para 18 días?

Técnica 7 (Hindú)

Apoya con la práctica de la suma. Permite repasar conceptos como cuadrilátero y diagonal de un cuadrilátero.

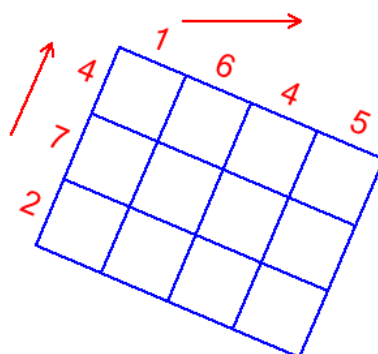
Según Pérez (1986) la suma y la multiplicación se hacían en la India casi de la misma manera como las hacemos hoy, excepto en que los hindúes parecen haber preferido al principio escribir los números con las unidades de orden menor a la izquierda, y procedían por lo tanto de izquierda a derecha, utilizando pequeñas pizarras cubiertas de pintura blanca no permanente que se iba quitando al escribir sobre ellas, o bien una tabla cubierta de arena o harina.

Ejemplo: Se va a importar 274 cámaras para Photo Finish. Si el precio unitario de cada cámara es de 1645 euros, ¿cuánto de dinero voy a pagar por el total de cámaras?

Para poder multiplicar el número 274×1645 , seguiremos los pasos:

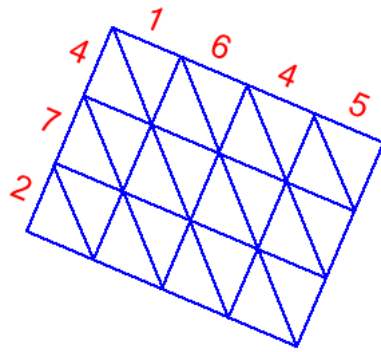
Paso 1:

Dibujamos un rectángulo que se apoya en uno de sus vértices. En los 2 lados superiores se colocan los factores a multiplicar, el primero en sentido de abajo hacia arriba y el segundo de izquierda a derecha:



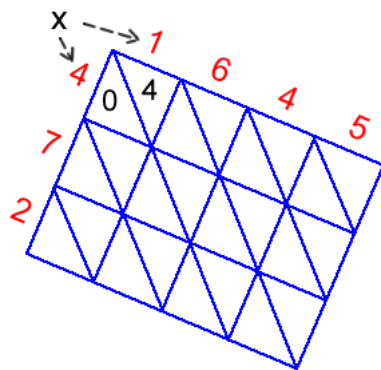
Paso 2:

Para cada una de las cifras de los factores se confecciona una cuadrícula dividida por una diagonal cada una de sus casillas:



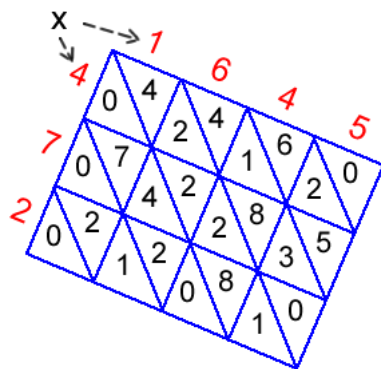
Paso 3:

Para llenar las casillas se multiplica cifra por cifra, siguiendo el orden de la cuadrícula:



Paso 4:

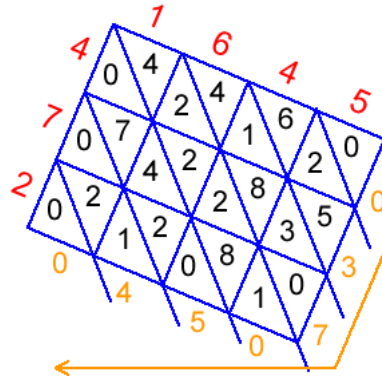
Se completa la cuadrícula.



Paso 5:

Se prolongan las diagonales y se suman las cantidades ubicadas en las columnas, empezando por la derecha, obteniendo así el resultado de la multiplicación.

Recordar siempre que, si al sumar las casillas, un resultado es mayor a 10, se anota el valor de la unidad y llevamos al grupo siguiente el valor de la decena.



Finalmente para el resultado, el número se toma de arriba hacia abajo y de derecha a izquierda, siendo las unidades el cero, las decenas el tres y así sucesivamente.

Por lo tanto se debe pagar: $274 \times 1645 = 450730$ euros

Ejercicio propuesto:

Una empresa de textiles fabrica en un día 6523 m de tela blanca. En 123 días, ¿cuántos metros de esa tela se producirá?

Técnica 8 (Multiplicación ABN)

Creado por Jaime Martínez Montero, (Martínez J. , 2010), quien manifiesta que “Con el método de cálculo de algoritmos abiertos basados en números (ABN), se pretende exponer otra forma de enseñar matemáticas en sus niveles más elementales”.

Ejemplo 1: Se venden en el parque Montalvo 392 helados diarios. En 6 días, ¿cuál es el total de helados vendidos?

Para multiplicar 392×6 mediante esta técnica, podemos seguir los siguientes pasos:

Paso 1:

Se dibuja una tabla con 3 columnas: Factor 1 en Unidades, Productos Parciales y Producto Acumulado. En la parte superior se colocan los factores a multiplicar:

$$392 \times 6$$

Factor 1 en Unidades	Productos Parciales	Producto Acumulado

Paso 2:

La primera columna se la llena con el Factor 1 o multiplicando de nuestra operación descompuesto en unidades, decenas, centenas, etc.:

$$392 \times 6$$

Factor 1 en Unidades	Productos Parciales	Producto Acumulado
300		
90		
2		

Paso 3:

La segunda columna se la llena multiplicando los valores de la primera columna con el multiplicador o segundo factor, a la vez que se va calculando el respectivo Producto Acumulado ($1800 + 540 = 2340$), siendo el último valor del producto acumulado el resultado de la multiplicación ($1800 + 540 + 12 = 2352$).

$$392 \times 6$$

Factor 1 en Unidades	Productos Parciales	Producto Acumulado
300	1800	
90	540	2340
2	12	2352

Por lo tanto en los 6 días se venden: $192 \times 6 = 2352$ helados

Ejemplo 2: ¿Cuál es el dinero que obtengo por vender 429 cilindros de gas a 39 dólares cada uno?

Para multiplicar 429×39 , mediante esta técnica, hemos de seguir los siguientes pasos:

Paso 1:

Se dibuja una tabla con 5 columnas: Factor 1 Descompuesto, Factor 2 en Decenas, Factor 2 en Unidades, Productos Parciales y Producto Acumulado. En la parte superior se colocan los factores a multiplicar:

$$429 \times 39$$

Factor 1 en Unidades	Factor 2 en Decenas	Factor 2 en Unidades	Productos Parciales	Producto Acumulado

Paso 2:

La primera columna se la llena con el Factor 1 o multiplicando de nuestra operación descompuesto en unidades, decenas, centenas, etc. Así también se descompone en la parte superior el Factor 2 en unidades y decenas:

$$429 \times 39$$

Factor 1 en Unidades	Factor 2 en Decenas	Factor 2 en Unidades	Productos Parciales	Producto Acumulado
	30	9		
400	12000			
20	600			
9	270			

Paso 3:

La segunda columna se la llena multiplicando cada uno de los valores de las decenas y unidades del multiplicador o segundo factor, por los valores de la primera columna, a la vez que se va calculando los Productos Parciales con sus respectivos Producto Acumulado; el último valor del producto acumulado, es el resultado de la multiplicación ($15600 + 780 + 351 = 16731$).

$$429 \times 39$$

Factor 1 en Unidades	Factor 2 en Decenas	Factor 2 en Unidades	Productos Parciales	Producto Acumulado
	30	9		
400	12000	3600	15600	
20	600	180	780	
9	270	81	351	16731

Obtengo $429 \times 39 = 16731$ USD

Ejercicio propuesto:

Un sistema de información registra 348 transacciones en una hora. Durante las 24 horas, ¿cuántas transacciones registra?

Otras Técnicas

Cálculo aproximado

Para la estimación de un resultado, lo que se podría realizar es redondear el un factor hacia abajo y el otro factor hacia arriba.

Ejemplo:

$$31 \times 49 \approx 30 \times 50 \approx 1500$$

Multiplicación por 2 o doble

Se la realiza mediante una reducción a las suma, es decir, se suma el mismo número dos veces.

Ejemplo:

$$624 \times 2 = 624 + 624 = 1248$$

Multiplicación por 3 o triple

Se la realiza mediante una reducción a las suma, es decir, se suma el mismo número tres veces.

Ejemplo:

$$1235 \times 3 = 1235 + 1235 + 1235 = 3705$$

Multiplicación por 5

Es lo mismo que multiplicar a un número por 10 y dividirlo para 2.

Ejemplo:

$$\begin{aligned} 422 \times 5 &= (422 \times 10) \div 2 \\ &= 4220 \div 2 = 2110 \end{aligned}$$

Multiplicación por 6

Cuando se desee multiplicar un número por 6, se puede pensar que primero hay que multiplicarlo por 2 y luego por 3.

Ejemplo:

$$61 \times 6 = 61 \times 2 \times 3 = 122 \times 3 = 366$$

Multiplicación por 9

Para multiplicar un número por 9, se adiciona un cero a la derecha del factor y se resta el mencionado número.

Ejemplo:

$$497 \times 9 = 4970 - 497 = 4473$$

Multiplicación por 11

Para multiplicar por 11 un número de dos cifras, se conservan los extremos del número y se los suma entre sí, colocando ese resultado en la mitad de los extremos. No olvidarse de llevar el respectivo acarreo en caso de que la suma supere o iguale a las decenas.

Ejemplo 1:

Multiplicar 32×11 .

$$32 \times 11 = 3 (3 + 2) 2 = 352$$

Ejemplo 2:

Multiplicar 9345×11 .

Para multiplicar por 11 el número 9345, se siguen los siguientes pasos:

Paso 1:

Se conserva el último número de izquierda a derecha en el resultado:

Paso 2:

Se suma el último número al penúltimo, el penúltimo al antepenúltimo y así sucesivamente hasta llegar al inicio, valor que es conservado, siempre y cuando no sufra variación por algún acarreo.

Paso 3:

Finalmente se juntan los valores de las sumas sucesivas, y se le coloca en el resultado en el mismo orden en que fueron encontrados.

Entonces: $9345 \times 11 = 102795$

Multiplicación por 12

Para multiplicar por 12, al factor se le multiplica por 10 y se le agrega el doble del factor.

Ejemplo:

Multiplicar: 42×12

$$42 \times 12 = 420 + 84 = 504$$

Multiplicación por 99

En este caso, se adicionan 2 ceros a la derecha del factor y se resta el número.

Ejemplo:

$$23 \times 99 = 2300 - 23 = 2277.$$

Multiplicación por 125

Se puede seguir los siguientes pasos, para multiplicar 18×125 .

Ejemplo:

$$18 \times 125$$

Paso 1:

Al factor se le aumenta 3 ceros.

$$18000$$

Paso 2:

Se le divide para 2, quedando 9000

Paso 3:

Al resultado le dividimos otra vez para 2 = 4500

Paso 4:

Por último al resultado anterior nuevamente le dividimos para 2, y nos da:
2250 que es igual a 18×125 .

Técnicas de cálculo y razonamiento de la división

Técnica 1

Según, (Paenza, 2006, pág. 36), “para poder dividir dos números sin tener que saber las tablas de multiplicar hace falta saber sumar, restar y multiplicar por 2. Eso es todo”. Se trata de una técnica creada con ayuda de Pablo Coll y Pablo Milrud. Matemáticos argentinos.

Ejemplo: En una empresa se va a repartir 824 clientes a cada vendedor. Si se tienen 43 vendedores, ¿cuántos clientes les corresponden a cada vendedor?

Para poder dividir el número $824 \div 43$, seguiremos los siguientes pasos:

Paso 1:

Crear una tabla con 4 columnas de números, a partir de los datos a calcular.

Así por ejemplo para dividir $824 \div 43$, en la primera columna colocamos el divisor 43. Para crear la primera columna, a partir del divisor multiplico por 2 hasta que el valor no supere el valor del dividendo. Si ya va a sobrepasar dicho valor, coloco el dividendo.

Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4
43			
86			
172			
344			
688			
824			

Paso 2:

La cuarta columna se genera de manera similar a la primera, sino que en lugar de empezar por el divisor, se empieza en 1.

Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4
43			1
86			2
172			4
344			8
688			16
824			

Paso 3:

Para completar las otras columnas, se resta el último valor con su anterior (de la primera columna) y si la resta es positiva, se coloca en la columna 2, o de lo contrario, en la columna 3. Cualquiera sea el caso, continuamos con las restas ascendentes, tomando el último valor calculado menos el anterior. Este proceso se realiza hasta llegar al inicio de la tabla.

Columna 1	Columna 2	Columna 3	Columna 4
43	7		1
86	50		2
172		136	4
344		136	8
688	136		16
824			

Paso 4:

Para obtener el resultado final, hay que sumar los valores de la columna 4, que tengan valores asociados en la columna 2. Entonces el resultado de este ejemplo se calcula sumando: $1 + 2 + 16 = 19$ y sobrando 7.

Por lo tanto a cada vendedor le corresponde 19 clientes como base. Debiendo repartirse 7 clientes que sobraron entre los vendedores.

Ejercicio propuesto:

Se requiere repartir 745 tornillos en 81 cajas metálicas. ¿Cuántos tornillos corresponden a cada caja?

Técnicas de cálculo y razonamiento de la raíz cuadrada

Técnica 1

Es una técnica sencilla, basada en una fórmula y aplicada a números no muy grandes:

Sea a el antecesor y b el sucesor de un entero de \sqrt{x} , entonces la fórmula de cálculo de la raíz cuadrada sería así:

$$\sqrt{x} = a + \frac{x - a^2}{b^2 - a^2}$$

Ejemplo: Aplicando una fórmula, hallar la raíz cuadrada de 7.

Para calcular la raíz cuadrada de 7 se considera:

$$a = 2, x = 7 \text{ y } b = 3.$$

$$\sqrt{7} = 2 + \frac{7-2^2}{3^2-2^2} = 2 + 3/5 = 2.6$$

Ejercicio propuesto:

Calcular la raíz cuadrada de: 17

Técnica 2

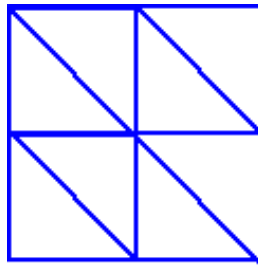
Para, (Donoso, 2012, pág. 99) “consiste en una técnica didáctica, aplicada a números enteros de 4 cifras”.

Ejemplo:

Para encontrar la raíz cuadrada de 1225, se puede utilizar la siguiente secuencia de pasos:

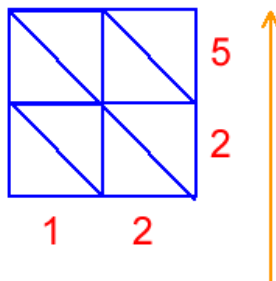
Paso 1:

Dibujamos 4 cuadradas de igual tamaño, los unimos y además creamos diagonales sobre cada uno de ellos:



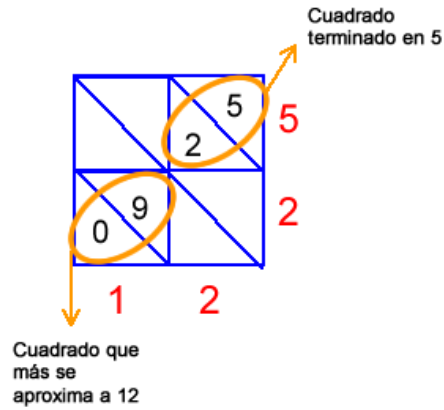
Paso 2:

Escribimos el número 1225 de izquierda a derecha y de abajo hacia arriba como se indica en la figura:



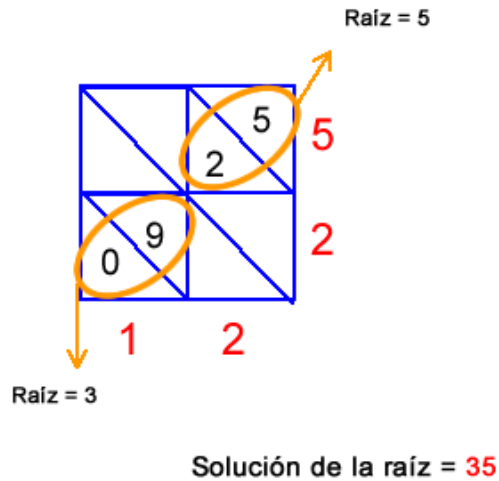
Paso 3:

En el segundo cuadrado buscamos un cuadrado perfecto que termine en 5 por ejemplo el 25; y en el tercer cuadro buscamos el cuadrado perfecto que más se aproxime al número que está abajo, en este caso el 12:



Paso 4:

Sacamos los cuadrados de los números anteriores escritos en los cuadrados:

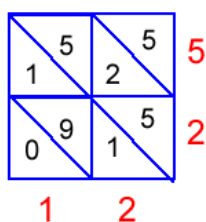


Paso 5:

Multiplicamos las cifras del número obtenido:

$$3 \times 5 = 15$$

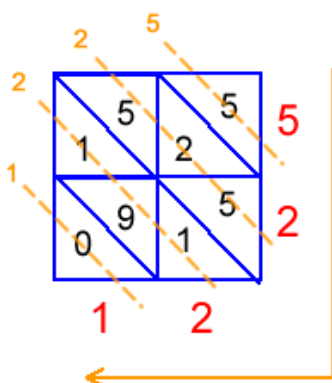
Este número lo escribimos en los cuadros restantes:



Solución de la raíz = 35

Paso 6:

Luego sumamos diagonalmente las cifras y la suma que se realice tiene que ser igual al número que queremos sacar la raíz cuadrada, la respuesta en este caso sería 35; sino, tenemos que probar con otros cuadrados perfectos. La suma de los valores de las diagonales, comienza por la diagonal del cuadrado superior derecho:



Solución de la raíz = 35

Como la suma de los valores de cada una de las diagonales coincide con los dígitos del número del que estamos extrayendo la raíz cuadrada, la respuesta es 35.

Ejercicio propuesto:

Calcular la raíz cuadrada de: 3249

6.8 Modelo operativo

Se resume en la siguiente tabla:

FASES	OBJETIVOS	ACTIVIDADES	RECURSOS	RESPONSABLES
Presentación	Indicar la propuesta de tesis a las autoridades de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial	Socializar la propuesta de tesis a las autoridades de la Facultad	Documentos y presentación	El autor
Socialización	Presentar la propuesta a coordinadores, docentes del área y estudiantes	Entrega del manual	Documentos y presentación	El autor
Ejecución	Entregar, accesar y usar el manual propuesto	Uso del manual	El manual de la propuesta	El autor, docentes, estudiantes y otros interesados
Evaluación	Determinar el interés de quienes acceden al manual propuesto	Diseñar y aplicar un instrumento de evaluación, así como presentar informes de los resultados	Instrumento de evaluación	El autor, docentes, estudiantes y otros interesados

Tabla 25: Resumen modelo operativo

Fuente: Propia

6.9 Administración de la propuesta

ACCIONES	RESPONSABLES
Presentación	El autor, autoridades de la Facultad
Socialización	El autor
Ejecución	El autor, docentes, estudiantes y otros interesados
Evaluación	El autor, docentes, estudiantes y otros interesados

Tabla 26: Administración de la propuesta

Fuente: Propia

6.10 Plan de monitoreo y evaluación de la propuesta

Se resume en la siguiente tabla:

PREGUNTAS BÁSICAS	EXPLICACIÓN
¿Quiénes solicitan evaluar?	Autoridades, investigador, estudiantes y docentes
¿Por qué evaluar?	Conocer el grado de aceptación al de las técnicas de cálculo y razonamiento presentadas
¿Para qué evaluar?	Para garantizar la calidad del manual creado
¿Qué evaluar?	Todo el contenido y funcionalidad del manual

¿Quién evalúa?	El investigador, autoridades, estudiantes, docentes de la Facultad
¿Cuándo evaluar?	Permanentemente
¿Cómo evaluar?	Encuesta a docentes, estudiantes y a otros
¿Con qué evaluar?	Cuestionarios

Tabla 27: Plan de monitoreo y evaluación de la propuesta

Fuente: Propia

BIBLIOGRAFÍA

- Aguirre, H. (2010). Paradigmas, Teorías y Modelos Pedagógicos. *Información Maestría UTA*. Ambato, Tungurahua, Ecuador.
- Andar, C. (2008). *Mi armadura*. Recuperado el 2 de Julio de 2013, de <http://miarmadura.wordpress.com/?s=cruzada>
- Anónimo. (27 de Enero de 2008). *Acariciando al gato*. Recuperado el 10 de Enero de 2014, de <http://acariciandoalgato.blogspot.com/2008/01/la-multiplicacin-rabe.html>
- Carriazo, M. (2007). *Formación de docentes en aprendizajes significativos del lenguaje, análisis y proyecciones*. Madrid.
- Chelle, T., García, P., & Sancha, I. (2013). *Dirección de Gestión Curricular*. Recuperado el Diciembre de 2013, de http://servicios2.abc.gov.ar/lainstitucion/sistemaeducativo/educprimaria/areascurriculares/matematica/calculo_mental_y_algoritmico.pdf
- Cid, E., & Godino, J. (2004). *Matemáticas para Maestros*. Granada: Gami.
- Coto, A. (2012). El cálculo mental: su importancia en el desarrollo lógico matemático. *ESCRIBIENDO*, 27.
- De Guzmán, M. (2011). *Matemáticas y Sociedad*. Recuperado el 11 de Diciembre de 2013, de <http://www.mat.ucm.es/catedramdeguzman/old/07leyendolibros/ciprasaberleer/cipra.htm>
- De Zubiría, J. (2007). *Modelos pedagógicos*. Popayán.
- Diario el Hoy. (16 de Julio de 2000). El país reprueba Matemáticas. *Diario Hoy*, pág. 1.
- Donoso, R. (2012). *El arte de la matemática*. Ambato.
- El país reprueba en matemáticas. (16 de Julio de 2000). *El Hoy*.
- Enciclonet. (2014). *enciclon@t 3.0*. Recuperado el Enero de 2014, de <http://www.enciclonet.com/articulo/operaciones-matematicas-elementales/>
- Gobierno de Venezuela. (2013). *Ministerio del Poder Popular para Ciencia, Tecnología e Innovación*. Recuperado el 22 de Marzo de 2014, de http://www.pac.com.ve/index.php?option=com_content&view=article&id=10109:ique-es-la-educacion&catid=58:educacion&Itemid=81
- Grijalva, M. (16 de Julio de 2000). El país reprueba matemáticas. *Diario Hoy*, pág. 1.
- Gutiérrez, L., & Ezequiel, M. (2008). *Cuadernos de Educación de Cantabria N° - 5*. Cantabria: Consejería de Educación de Cantabria.

Lippincott, D. (1969). *La enseñanza y el aprendizaje de la escuela primaria*. Buenos Aires: Editorial Paidós.

Marín, M. (2001). *Universidad Complutense Biblioteca*. Recuperado el 20 de Mayo de 2013, de <http://biblioteca.ucm.es/tesis/edu/ucm-t25293.pdf>

Martínez, J. (2010). *Algoritmos ABN. Por unas matemáticas sencillas, naturales y divertidas*. Recuperado el 12 de Junio de 2013, de <http://algoritmosabn.blogspot.com>

Martínez, L. (2009). *Modelos pedagógicos y teorías*. Quito: Santillana.

Paenza, A. (2006). *Matemática... ¿Estás ahí? Episodio 2*. Buenos Aires: Siglo veintiuno.

Pérez, J. (2008). *Una fundamentación de la historia de las matemáticas*. Bogotá: Editorial de la Universidad Sergio Arboleda.

Pérez, L., & Acosta, M. (2004). *Fundación Universitaria Luis Amigó*. Recuperado el Diciembre de 2013, de <http://virtual.funlam.edu.co/repositorio/sites/default/files/repositorioarchivos/2010/10/dificultadesdelaprendizaje.646.pdf>

Pérez, M. (1986). *Historia de las matemáticas*. Madrid: Alianza.

Porras, A. (9 de 6 de 2012). *VIII FESTIVAL INTERNACIONAL DE MATEMÁTICA*. Recuperado el 11 de 11 de 2013, de <http://www.cientec.or.cr/matematica/2012/ponenciasVIII/Allan-Porras.pdf>

Preacher, K. (1 de Enero de 2010). *Quantpsy*. Recuperado el 12 de Julio de 2013, de Quantpsy: <http://www.quantpsy.org/chisq/chisq.htm>

Presidencia de la República. (2010). *Ley Orgánica de Educación Superior*. Quito.

Ramos, A. (Enero de 2004). *Repositorio de la UTE*. Recuperado el Septiembre de 2013, de http://repositorio.ute.edu.ec/bitstream/123456789/10141/1/38027_1.pdf

República del Ecuador. (2008). *Constitución del Ecuador*. Montecristi.

Sáenz, R. (16 de Julio de 2006). El país reprueba Matemáticas. *Diario Hoy*, pág. 1.

Urteaga, A. (2008). *Teorías del aprendizaje*. Tacna: Tacna.

UTA. (2010). *Estatuto de la Universidad Técnica de Ambato*. Ambato.

Yaglom, I. (1981). *The Geometric Vein*. New York: Springer-Verlag.

ANEXOS

ENCUESTA A DOCENTES EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

OBJETIVO: Verificar la relación que existe entre las técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales con los aprendizajes de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato.

FECHA:

INSTRUCTIVO:

- Procure ser lo más objetivo y veraz.
- Seleccione sólo una de las alternativas que se propone.
- Marque con una **X** en el paréntesis que corresponda la alternativa que eligió.

1.- ¿Cómo resuelve usted las operaciones básicas de las matemáticas elementales (ejemplo 1: 45×91; ejemplo 2: $256 \div 16$; ejemplo 3: $\sqrt{289}$)?	
a.- Con calculadora	1 ()
b.- Con teléfono celular	2 ()
c.- De forma manual	3 ()
d.- Usando cálculo mental	4 ()
e.- Otra forma	5 ()
2.- ¿Opina usted que sus estudiantes tienen dificultad en resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()
3.- ¿Conoce usted alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()
4.- ¿Proporciona a sus estudiantes alguna técnica de cálculo y razonamiento durante la enseñanza de las matemáticas elementales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- Frecuentemente	2 ()
c.- En ocasiones	3 ()
d.- Nunca	4 ()

Continúa...

5.- ¿Cree usted que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, influirán positivamente con los aprendizajes de los estudiantes de la Universidad Técnica de Ambato?	
a.- Si b.- No	1 () 2 ()
6.- ¿Opina usted que el cálculo mental, no sólo es de importancia para el aprendizaje de las matemáticas, sino y también, para desarrollar aspectos como la memoria, concentración, atención, agilidad mental, etc.?	
a.- Totalmente de acuerdo b.- Parcialmente de acuerdo c.- En desacuerdo	1 () 2 () 3 ()
7.- ¿Fomenta en sus estudiantes el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento en la solución de operaciones básicas las matemáticas elementales?	
a.- Siempre b.- Frecuentemente c.- En ocasiones d.- Nunca	1 () 2 () 3 () 4 ()
8.- ¿Concuerda con el hecho de que el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento ayuda en la solución de operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales?	
a.- Siempre b.- En ocasiones c.- Nunca	1 () 2 () 3 ()
9.- ¿Los resultados obtenidos mediante cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento son aproximados a los correctos?	
a.- Siempre b.- En ocasiones c.- Nunca	1 () 2 () 3 ()
10.- ¿Conoce de algún libro, manual o documento que resuma varias técnicas de cálculo y razonamiento gráfico o mental en la solución de operaciones básicas como la multiplicación, división y raíz cuadrada?	
a.- Si b.- No	1 () 2 ()

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN!...

ENCUESTA A LOS SEÑORES ESTUDIANTES EN EL ÁREA DE MATEMÁTICAS

OBJETIVO: Verificar la relación que existe entre las técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales con los aprendizajes de los estudiantes de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato.

FECHA:

INSTRUCTIVO:

- Procura ser lo más objetivo y veraz.
- Selecciona sólo una de las alternativas que se propone.
- Marca con una **X** en el paréntesis que corresponda la alternativa que elegiste.

1.- ¿Cómo resuelves las operaciones básicas de las matemáticas elementales (ejemplo 1: 45×91; ejemplo 2: $256 \div 16$; ejemplo 3: $\sqrt{289}$)?	
a.- Con calculadora	1 ()
b.- Con teléfono celular	2 ()
c.- De forma manual	3 ()
d.- Usando cálculo mental	4 ()
e.- Otra forma	5 ()
2.- ¿Tienes dificultad para resolver las operaciones básicas de las matemáticas elementales con los procedimientos tradicionales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()
3.- ¿Conoces de alguna técnica de cálculo y razonamiento gráfico o mental, que te facilite el cálculo de las operaciones básicas de las matemáticas elementales?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()
4.- ¿Crees tú que el uso de técnicas de cálculo y razonamiento en las matemáticas elementales, influirán positivamente con tus aprendizajes en la carrera?	
a.- Si	1 ()
b.- No	2 ()

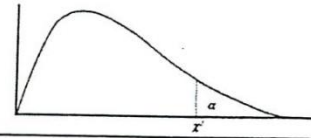
Continúa...

5.- ¿Estás de acuerdo que el uso del cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento te ayuda en la solución de operaciones básicas en menor tiempo que al aplicar métodos tradicionales?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()
6.- ¿Los resultados que obtienes mediante cálculo mental como técnica de cálculo y razonamiento son aproximados a los correctos?	
a.- Siempre	1 ()
b.- En ocasiones	2 ()
c.- Nunca	3 ()

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN!...

Tabla Ji Cuadrado

ANEXO C: Puntos porcentuales de la distribución χ^2 .



g.l. v	Nivel de probabilidad α									
	0.990	0.950	0.800	0.500	0.400	0.300	0.100	0.050	0.025	0.010
1	0.000	0.004	0.064	0.455	0.708	1.074	2.706	3.841	5.024	6.635
2	0.020	0.103	0.446	1.386	1.833	2.408	4.605	5.991	7.378	9.210
3	0.115	0.352	1.005	2.366	2.946	3.665	6.251	7.815	9.348	11.345
4	0.297	0.711	1.649	3.357	4.045	4.878	7.779	9.488	11.143	13.277
5	0.554	1.145	2.343	4.351	5.132	6.064	9.236	11.070	12.833	15.086
6	0.872	1.635	3.070	5.348	6.211	7.231	10.645	12.592	14.449	16.812
7	1.239	2.167	3.822	6.346	7.283	8.383	12.017	14.067	16.013	18.475
8	1.646	2.733	4.594	7.344	8.351	9.524	13.362	15.507	17.535	20.090
9	2.088	3.325	5.380	8.343	9.414	10.656	14.684	16.919	19.023	21.666
10	2.558	3.940	6.179	9.342	10.473	11.781	15.987	18.307	20.483	23.209
11	3.053	4.575	6.989	10.341	11.530	12.899	17.275	19.675	21.920	24.725
12	3.571	5.226	7.807	11.340	12.584	14.011	18.549	21.026	23.337	26.217
13	4.107	5.892	8.634	12.340	13.636	15.119	19.812	22.362	24.736	27.688
14	4.660	6.571	9.467	13.339	14.685	16.222	21.064	23.685	26.119	29.141
15	5.229	7.261	10.307	14.339	15.733	17.322	22.307	24.996	27.488	30.578
16	5.812	7.962	11.152	15.338	16.780	18.418	23.542	26.296	28.845	32.000
17	6.408	8.672	12.002	16.338	17.824	19.511	24.769	27.587	30.191	33.409
18	7.015	9.390	12.857	17.338	18.868	20.601	25.989	28.869	31.526	34.805
19	7.633	10.117	13.716	18.338	19.910	21.689	27.204	30.144	32.852	36.191
20	8.260	10.851	14.578	19.337	20.951	22.775	28.412	31.410	34.170	37.566
21	8.897	11.591	15.445	20.337	21.991	23.858	29.615	32.671	35.479	38.932
22	9.542	12.338	16.314	21.337	23.031	24.939	30.813	33.924	36.781	40.289
23	10.196	13.091	17.187	22.337	24.069	26.018	32.007	35.172	38.076	41.638
24	10.856	13.848	18.062	23.337	25.106	27.096	33.196	36.415	39.364	42.980
25	11.524	14.611	18.940	24.337	26.143	28.172	34.382	37.652	40.646	44.314
26	12.198	15.379	19.820	25.336	27.179	29.246	35.563	38.885	41.923	45.642
27	12.879	16.151	20.703	26.336	28.214	30.319	36.741	40.113	43.195	46.963
28	13.565	16.928	21.588	27.336	29.249	31.391	37.916	41.337	44.461	48.278
29	14.256	17.708	22.475	28.336	30.283	32.461	39.087	42.557	45.722	49.588
30	14.953	18.493	23.364	29.336	31.316	33.530	40.256	43.773	46.979	50.892
40	22.164	26.509	32.345	39.335	41.622	44.165	51.805	55.758	59.342	63.691
50	29.707	34.764	41.449	49.335	51.892	54.723	63.167	67.505	71.420	76.154
60	37.485	43.188	50.641	59.335	62.135	65.227	74.397	79.082	83.298	88.379
70	45.442	51.739	59.898	69.334	72.358	75.689	85.527	90.531	95.023	100.425
80	53.540	60.391	69.207	79.334	82.566	86.120	96.578	101.879	106.629	112.329
90	61.754	69.126	78.558	89.334	92.761	96.524	107.565	113.145	118.136	124.116
100	70.065	77.929	87.945	99.334	102.946	106.906	118.498	124.342	129.561	135.807