



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

CENTRO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

TEMA:

“EL ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA INTEGRAL DEFINIDA, EN EL ÁREA DE CIENCIAS EXACTAS DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA”.

**Tesis de grado previa a la obtención del título de
Magíster en Docencia Matemática**

Autor: Santiago Manuel Cañizares Jarrín

Directora: Dra. M.Sc. Zoila López

AMBATO - ECUADOR

2010

Al Consejo de Posgrado de la UTA

El comité de defensa del trabajo de investigación: “**EL ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA INTEGRAL DEFINIDA, EN EL ÁREA DE CIENCIAS EXACTAS DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA**”, presentado por Santiago Manuel Cañizares Jarrín, investigador y conformado por: Ing. Mg. Franklin Mayorga, Ing. M.Sc. Guillermo Poveda, Ing. M.Sc. Víctor Monge, miembros del Tribunal de Defensa; Dra. M.Sc. Zoila López, Directora del trabajo de Investigación, Ing. M.Sc. Guillermo Poveda Director Académico Administrativo del Programa de la Maestría y presidido por: Ing. M.Sc. Alexis Sánchez Miño, presidente encargado Presidente de Consejo Académico de Posgrado e Ing. M.Sc. Luís Velásquez Medina, Director del CEPOS – UTA, una vez escuchada la defensa oral y revisado el trabajo de investigación en el cual se ha constado el cumplimiento de las observaciones realizadas por el Tribunal de Defensa de la Tesis, remite la presente Tesis para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.

Ing. M.Sc. Luís Velásquez Medina

DIRECTOR DEL CEPOS

Ing. M.Sc. Guillermo Poveda

DIRECTOR ACADÉMICO ADMINISTRATIVO

Dra. M.Sc. Zoila López

DIRECTORA DEL TRABAJO DE INVESTIGACIÓN

Ing. M.Sc. Alexis Sánchez Miño

PRESIDENTE ENCARGADO

Ing. Mg. Franklin Mayorga

MIEMBRO DEL TRIBUNAL

Ing. M.Sc. Guillermo Poveda

MIEMBRO DEL TRIBUNAL

Ing. M.Sc. Víctor Monge

MIEMBRO DEL TRIBUNAL

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi calidad de Tutora del trabajo de investigación, nombrado por el Ilustre. Consejo de Postgrado de la Universidad Técnica de Ambato,

CERTIFICO:

Que el Informe de Investigación: **“EL ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA INTEGRAL DEFINIDA, EN EL ÁREA DE CIENCIAS EXACTAS DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA”**, presentado por el maestrante: Santiago Manuel Cañizares Jarrín, estudiante del programa de Maestría en Docencia Matemática, reúne los requisitos y méritos suficientes para ser sometido a la evaluación del jurado examinador que el Honorable Consejo de Posgrado designe.

Ambato, abril 2010.

TUTORA

Dra. M.Sc. Zoila López.

C.I: 180150988-4

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema: **“EL ENTORNO VIRTUAL DE APRENDIZAJE Y EL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE LA INTEGRAL DEFINIDA, EN EL ÁREA DE CIENCIAS EXACTAS DE LA UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA”**, nos corresponde exclusivamente a Santiago Manuel Cañizares Jarrín como Autor y de Dra. M.Sc. Zoila López Miller como Directora de la Tesis de Grado; y el patrimonio intelectual de la misma a la Universidad Técnica de Ambato.

Ambato, abril del 2010.

Cañizares Jarrín Santiago Manuel

Autor

C.I: 1710590272

Dra. Zoila López

Directora de la Tesis de Grado

C.I: 180150988-4

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO

El Informe de Investigación Científica, ha sido revisado, aprobado y autorizado su impresión y empastado, previa la obtención del Grado de Magíster en Docencia en Matemática; por lo tanto autorizamos al postulante a la presentación a efectos de su sustentación pública.

Ambato, abril del 2010.

El Jurado

Ing. Mg. Alexis Sánchez Miño
PRESIDENTE ENCARGADO DEL JURADO

Ing. Mg. Franklin Mayorga
MIEMBRO DEL JURADO

Ing. M.Sc. Guillermo Poveda
MIEMBRO DEL JURADO

Ing. M.Sc. Víctor Monge
MIEMBRO DEL JURADO

AGRADECIMIENTO

A Dios por su amor incondicional, por concederme la vida, la salud, quien con su luz iluminó mi inteligencia y sabiduría para poder extraer lo mejor de la vida, dándome la fe y la fuerza espiritual para culminar ésta etapa de mis estudios de postgrado.

A la Universidad Técnica de Ambato, con su Centro de Posgrado, quienes con sus autoridades, personal administrativo y tutores, nos brindan esta oportunidad de poder alcanzar la Maestría en Docencia Matemática y superarnos día a día en nuestro trabajo diario como docentes, en busca de un mejor Ecuador para todos y para todas.

A las autoridades y compañeros docentes de la Universidad Politécnica Salesiana, Campus El Girón y Campus Sur de la Ciudad de Quito, Campus El Vecino de la Ciudad Cuenca, por la colaboración y apoyo brindado en el desarrollo de la investigación.

A mi tutora Dra. Zoila López, por su colaboración y apoyo en la culminación de mi tesis.

A Margarita Kostikova, por su amistad, paciencia, esfuerzo y dedicación demostrados a lo largo de la etapa de elaboración del libro quien con su ejemplo ha demostrado que sí es posible cambiar el estilo de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas.

Santiago Cañizares Jarrín

DEDICATORIA

A mi madre amada Inés, por ser ella quien me escucha y me apoya incondicionalmente en los momentos difíciles, y disfruta conmigo estos logros en la vida.

A mi querida esposa Adely, alma y vida de mi existencia, gracias por el apoyo moral y la confianza depositada en mí para poder alcanzar mis metas, recibe todo mi amor.

A mis hijos: Kevin y David, continuación de mi vida, mis sueños y por quienes son mi pasión de superación. Espero ser siempre un ejemplo para ustedes.

Santiago Cañizares Jarrín

ÍNDICE DE CONTENIDOS

| | Página |
|---|--------|
| Portada | i |
| Acta de sesión | ii |
| Aprobación del tutor- Certificación | iii |
| Autoría de tesis | iv |
| Aprobación del tribunal de grado | v |
| Agradecimiento | vi |
| Dedicatoria | vii |
| Índice de Contenidos | viii |
| Índice de Cuadros | xiv |
| Índice de Gráficos | xvii |
| Índice de Anexos | xix |
| Resumen | xx |
| Summary | xi |
| Introducción | xxii |
| CAPÍTULO 1 | 1 |
| 1. EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN | 1 |
| 1.1 Tema de la investigación | 1 |
| 1.2 Planteamiento del problema | 1 |
| 1.2.1 Contextualización | 1 |
| 1.2.2 Análisis Crítico | 3 |
| 1.2.3 Prognosis | 4 |
| 1.2.4 Formulación del problema | 5 |
| 1.2.5 Interrogantes de la Investigación | 5 |
| 1.2.6 Delimitación del problema | 5 |
| 1.2.6.1 Delimitación de Contenido | 5 |
| 1.2.6.2 Delimitación Temporal | 6 |
| 1.2.6.3 Delimitación Espacial | 6 |
| 1.2.6.4 Unidades de Observación | 6 |

| | |
|--|----|
| 1.3 Justificación | 7 |
| 1.4 Objetivos | 9 |
| 1.4.1 Objetivo General | 9 |
| 1.4.2 Objetivos Específicos | 9 |
| CAPÍTULO II | 10 |
| 2. MARCO TEÓRICO | 10 |
| 2.1 Antecedentes de la Investigación | 10 |
| 2.2 Fundamentación Filosófica | 14 |
| 2.2.1 Fundamentación Ontológica | 15 |
| 2.2.2 Fundamentación Epistemológica | 15 |
| 2.2.3 Fundamentación Axiológica | 16 |
| 2.2.4 Fundamentación Metodológica | 16 |
| 2.2.5 Fundamentación Heurística | 17 |
| 2.2.6 Fundamentación Legal | 17 |
| 2.4 Categorías Fundamentales | 20 |
| 2.4.1 Entorno Virtual de Aprendizaje | 20 |
| 2.4.1.1 Plataformas Virtuales | 20 |
| 2.4.1.2 Plataformas de Formación Online | 21 |
| 2.4.2 ¿Qué son las TIC`s? | 23 |
| 2.4.2.1 ¿Cuáles son las características de las TIC`s? | 24 |
| 2.4.2.2 ¿Cuáles son los objetivos de las TIC`s? | 26 |
| 2.4.2.3 ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de las TIC`s? | 27 |
| 2.4.2.4 La utilización de las TIC`s en los procesos educativos | 27 |
| 2.4.2.5 La utilización de las TIC`s por parte de los docentes universitarios. | 30 |
| 2.4.2.6 Autovaloración docente en relación a la actitud ética en el manejo de las TIC`s. | 32 |
| 2.4.3 Entornos Virtuales de Aprendizaje | 36 |
| 2.4.3.1 Los elementos constitutivos de un Entorno Virtual de Aprendizaje | 46 |
| 2.4.4 La Educación | 47 |
| 2.4.4.1 Concepciones de Educación | 48 |

| | |
|---|----|
| 2.4.4.2 La calidad de la Educación | 53 |
| 2.4.4.3 Los valores de la Educación | 54 |
| 2.4.4.4 El Constructivismo | 55 |
| 2.4.4.5 Enfoque Constructivista | 56 |
| 2.4.4.6 Modelo Pedagógico Constructivista | 57 |
| 2.4.5 El Aprendizaje Significativo | 58 |
| 2.4.5.1 El Aprendizaje | 58 |
| 2.4.6 Tipos de Aprendizaje | 64 |
| 2.4.6.1 El aprendizaje por recepción | 64 |
| 2.4.6.2 El aprendizaje por descubrimiento | 64 |
| 2.4.6.3 El aprendizaje significativo | 65 |
| 2.4.6.4 El aprendizaje memorístico | 66 |
| 2.4.6.5 El olvido como elemento diferenciador de tipos de aprendizaje | 67 |
| 2.4.7 Teoría del Aprendizaje Significativo | 68 |
| 2.4.8 El Aprendizaje Significativo | 69 |
| 2.4.9 Requisitos para el Aprendizaje Significativo | 71 |
| 2.4.10 Metodología del Aprendizaje Significativo | 73 |
| 2.4.11 Ventajas del Aprendizaje Significativo | 75 |
| 2.4.12 Tipos de Aprendizaje Significativo | 75 |
| 2.4.12.1 Aprendizaje de representaciones | 76 |
| 2.4.12.2 Aprendizaje de conceptos | 76 |
| 2.4.12.3 Aprendizaje de proposiciones | 77 |
| 2.4.13 Formas de producirse el Aprendizaje Significativo | 78 |
| 2.4.13.1 Aprendizaje subordinado | 78 |
| 2.4.13.2 Aprendizaje supraordinado | 79 |
| 2.4.13.3 Aprendizaje combinatorio | 80 |
| 2.4.14 La Integral Definida | 81 |
| 2.15 Integral de Riemann | 83 |
| 2.4.16 Significado de la Integral Definida de una Función | 84 |
| 2.4.17 Teorema | 86 |
| 2.4.18 Teorema Fundamental del Cálculo | 86 |
| 2.4.19 Regla de Barrow | 87 |

| | |
|---|-----|
| 2.5 Definiciones Conceptuales | 88 |
| 2.6 Hipótesis | 93 |
| 2.7 Señalamiento de Variables | 93 |
| 2.7.1 Variable Independiente | 93 |
| 2.7.2 Variable Dependiente | 93 |
| 2.7.3 Nexo de Relación | 93 |
| CAPÍTULO III | 94 |
| 3. METODOLOGÍA | 94 |
| 3.1 Enfoque | 94 |
| 3.2 Modalidad de la Investigación | 95 |
| 3.2.1 Bibliográfica o documental | 95 |
| 3.2.2 Experimental | 96 |
| 3.2.3 Investigación de campo | 96 |
| 3.3 Nivel o tipo de investigación | 96 |
| 3.3.1 Investigación exploratoria | 96 |
| 3.3.2 Investigación descriptiva | 97 |
| 3.3.3 investigación correlacional | 97 |
| 3.4 Población y muestra | 98 |
| 3.4.1 Población | 98 |
| 3.4.2 Muestra | 99 |
| 3.5 Técnicas e instrumentos de la Investigación | 99 |
| 3.6 Operacionalización de las variables | 100 |
| 3.6.1 Variable independiente Entorno Virtual de Aprendizaje | 100 |
| 3.6.2 Variable dependiente Aprendizaje significativo de la Integral Definida. | 101 |
| 3.7 Plan de recolección de la Información | 102 |
| 3.8 Plan de procesamiento de la Información | 103 |
| CAPÍTULO IV | 104 |
| 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS | 104 |
| 4.1 Encuesta dirigida a estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana. | 106 |

| | |
|--|-----|
| 4.2 Encuesta dirigida a docentes de la Universidad Politécnica Salesiana. | 117 |
| 4.3 Entrevista estructurada aplicada a directivos de la Universidad Politécnica Salesiana. | 128 |
| 4.3.1 Análisis de la información obtenida a través de la entrevista aplicada a los directivos de la Universidad Politécnica Salesiana. | 145 |
| 4.4 Verificación de la Hipótesis | 149 |
| 4.4.1 Modelo Lógico | 149 |
| 4.4.2 Modelo Matemático | 149 |
| 4.4.3 Modelo Estadístico | 149 |
| 4.4.4 Nivel de Significación | 150 |
| 4.4.5 Prueba de Hipótesis | 150 |
| 4.4.6 Región de aceptación y rechazo | 150 |
| 4.4.7 Confiabilidad | 150 |
| 4.4.8 Cálculo Estadístico | 151 |
| 4.4.9 Decisión | 153 |
| 4.4.10 Gráfico Campana de Gauss | 153 |
| CAPÍTULO V | 154 |
| 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 154 |
| 5.1 Conclusiones | 154 |
| 5.2 Recomendaciones | 155 |
| CAPÍTULO VI | 157 |
| 6. LA PROPUESTA | 157 |
| 6.1 Título | 157 |
| 6.2 Datos Informativos | 157 |
| 6.3 Antecedentes | 158 |
| 6.4 Justificación | 160 |
| 6.5 Objetivos | 161 |
| 6.5.1 Objetivo General | 161 |
| 6.5.2 Objetivos Específicos | 161 |
| 6.6 Análisis de Factibilidad | 162 |

| | |
|--|-----|
| 6.6.1 Factibilidad de Talento Humano | 162 |
| 6.6.2 Factibilidad Técnica | 162 |
| 6.6.3 Factibilidad Financiera | 163 |
| 6.7 Fundamentación | 163 |
| 6.7.1 La Integral Definida | 164 |
| 6.7.2 La Integral de Riemann | 166 |
| 6.7.3 Significado de la Integral Definida de una función | 167 |
| 6.7.4 Teorema | 169 |
| 6.7.5 Teorema Fundamental del Cálculo | 169 |
| 6.7.6 Regla de Barrow | 170 |
| 6.7.7 Integración Numérica | 171 |
| 6.7.8 Teorema Fundamental del Cálculo | 171 |
| 6.7.9 Fórmulas de Integración de Newton - Cotes | 172 |
| 6.7.10 Regla del Trapecio | 173 |
| 6.7.11 Regla de Simpson de un tercio | 177 |
| 6.7.12 Regla de Simpson tres octavos | 182 |
| 6.8 Metodología | 185 |
| 6.9 Modelo Operativo | 298 |
| 6.9.1 Plan de Acción | 298 |
| 6.10 Administración de la Propuesta | 301 |
| 6.10.1 Estructura Orgánica | 301 |
| 6.10.2 Estructura Funcional | 302 |
| 6.11 Previsión de la Evaluación | 303 |
| 6.12 Presupuesto de la Propuesta | 304 |
| 6.13 Financiamiento | 304 |
| BIBLIOGRAFÍA | 305 |
| ANEXOS | 313 |

ÍNDICE DE CUADROS

| CUADROS | REFERENCIA | pp. |
|-----------------|---|------------|
| CUADRO 1 | ¿Estaría interesado en utilizar Entornos Virtuales de Aprendizaje para su proceso de enseñanza aprendizaje? | 106 |
| CUADRO 2 | ¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional - Plataforma SOL - para su Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? | 107 |
| CUADRO 3 | ¿Es importante para usted que las tutorías se organicen y planifiquen utilizando algún medio informático especializado? | 108 |
| CUADRO 4 | ¿La organización y planificación de la tutoría respecto a la Integral Definida utilizando algún medio informático especializado, mejorará su aprendizaje de la Integral Definida? | 109 |
| CUADRO 5 | ¿Le gustaría a Usted Utilizar como herramienta virtual el texto digital, para tutorías de la Integral Definida? | 110 |
| CUADRO 6 | ¿En las tutorías presenciales que Usted recibe se relaciona el conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas o aplicaciones cotidianas? | 111 |
| CUADRO 7 | ¿Piensa usted que el texto digital como herramienta virtual contribuirá a mejorar su interés hacia el aprendizaje de la Integral Definida? | 112 |
| CUADRO 8 | ¿Considera que el Entorno Virtual de Aprendizaje contribuye a generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la integral Definida? | 113 |

| | | |
|------------------|---|-----|
| CUADRO 9 | ¿Alcanzará usted una mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la integral Definida con la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje? | 114 |
| CUADRO 10 | ¿El Aprendizaje Significativo de la Integral Definida mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? | 115 |
| CUADRO 11 | ¿Considera usted que la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje, aportará positivamente al Aprendizaje Significativo? | 116 |
| CUADRO 12 | ¿Estaría interesado en utilizar Entornos Virtuales de Aprendizaje, para el proceso de enseñanza aprendizaje? | 117 |
| CUADRO 13 | ¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional - Plataforma SOL - para el proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? | 118 |
| CUADRO 14 | ¿Es importante para Usted organizar y planificar su tutoría utilizando algún medio informático especializado? | 119 |
| CUADRO 15 | ¿La organización y planificación de su tutoría utilizando algún medio informático especializado mejorará el aprendizaje de la Integral Definida? | 120 |
| CUADRO 16 | ¿Utilizaría Usted como herramienta virtual el texto digital para las tutorías de la Integral Definida? | 121 |
| CUADRO 17 | ¿En las tutorías presenciales que Usted imparte relaciona el conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas y aplicaciones cotidianas? | 122 |
| CUADRO 18 | ¿Piensa Usted que el texto digital como herramienta virtual, contribuirá a mejorar el interés de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Integral Definida? | 123 |

| | | |
|------------------|---|-----|
| CUADRO 19 | ¿Considera que el Entorno Virtual de Aprendizaje contribuye a generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la Integral Definida? | 124 |
| CUADRO 20 | ¿Alcanzarán los estudiantes una mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la Integral Definida utilizando el Entorno Virtual de aprendizaje? | 125 |
| CUADRO 21 | ¿El Aprendizaje Significativo de la Integral Definida mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? | 126 |
| CUADRO 22 | ¿Considera usted que la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje, aportará positivamente al Aprendizaje Significativo? | 127 |
| CUADRO 23 | Plan de Acción. | 298 |
| CUADRO 24 | Estructura Orgánica. | 301 |
| CUADRO 25 | Estructura Funcional. | 302 |

ÍNDICE DE GRÁFICOS

| GRÁFICOS | REFERENCIA | pp. |
|-------------------|---|------------|
| GRÁFICO 1 | Interés en utilizar el Entorno Virtual de Aprendizaje. | 106 |
| GRÁFICO 2 | Importancia de la Utilización de la Plataforma SOL de la Universidad Politécnica Salesiana. | 107 |
| GRÁFICO 3 | Importancia de la planificación de las tutorías con uso de medios informáticos especializados. | 108 |
| GRAFICO 4 | Mejora del aprendizaje de la Integral Definida utilizando medios informáticos especializados. | 109 |
| GRÁFICO 5 | Utilización del texto digital para las tutorías de la Integral Definida. | 110 |
| GRÁFICO 6 | Relación del conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas o aplicaciones cotidianas. | 111 |
| GRÁFICO 7 | Contribución del texto digital para mejorar el interés hacia el aprendizaje de la Integral Definida. | 112 |
| GRAFICO 8 | Contribución del Entorno Virtual de Aprendizaje para generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la Integral Definida. | 113 |
| GRÁFICO 9 | Mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la Integral Definida con aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje. | 114 |
| GRÁFICO 10 | Mejora del Aprendizaje Significativo de la Integral Definida con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje. | 115 |
| GRÁFICO 11 | Aporte positivo de la elaboración del texto digital sobre la Integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje. | 116 |

| | | |
|-------------------|---|-----|
| GRAFICO 12 | Interés en utilizar el Entorno Virtual de Aprendizaje. | 117 |
| GRÁFICO 13 | Importancia de la Utilización de la Plataforma SOL de la Universidad Politécnica Salesiana. | 118 |
| GRÁFICO 14 | Importancia de la planificación de las tutorías con uso de medios informáticos especializados. | 119 |
| GRÁFICO 15 | Organización y planificación de tutorías utilizando medios informáticos especializados para mejorar el aprendizaje de la Integral Definida. | 120 |
| GRAFICO 16 | Utilización del texto digital para las tutorías de la Integral Definida. | 121 |
| GRÁFICO 17 | Relación del conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas o aplicaciones cotidianas. | 122 |
| GRÁFICO 18 | Contribución del texto digital para mejorar el interés de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Integral Definida. | 123 |
| GRÁFICO 19 | Contribución del Entorno Virtual de Aprendizaje para generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la Integral Definida. | 124 |
| GRAFICO 20 | Mejor comprensión y aplicación en la vida real al aprender a resolver la Integral Definida utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje. | 125 |
| GRÁFICO 21 | Mejor Aprendizaje Significativo con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje. | 126 |
| GRÁFICO 22 | Aporte positivo de la elaboración de un texto digital sobre la integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje al Aprendizaje Significativo. | 127 |
| GRÁFICO 23 | Campana de Gauss. | 153 |

ÍNDICE DE ANEXOS

| ANEXOS | REFERENCIA | pp. |
|----------------|---|------------|
| ANEXO 1 | Árbol de problemas para el análisis crítico. | 313 |
| ANEXO 2 | Categorías Fundamentales. | 314 |
| ANEXO 3 | Formato de encuesta dirigida a docentes de la Universidad Politécnica Salesiana. | 315 |
| ANEXO 4 | Formato de encuesta dirigida a estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana. | 318 |
| ANEXO 5 | Formato de entrevista estructurada dirigida a directivos de la Universidad Politécnica Salesiana. | 321 |

RESUMEN

El presente trabajo de investigación, tendrá como propósito fundamental, investigar sobre la incidencia del Entorno Virtual de Aprendizaje y el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida, en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería Agropecuaria, Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Administración de Empresas, Ingeniería Civil, Ingeniería Eléctrica y Electrónica, de la Universidad Politécnica Salesiana, en el semestre septiembre 2009 a febrero del 2010. Con la finalidad de lograr el propósito planteado, se buscará Identificar si la utilización del EVA contribuye a generar aprendizajes significativos y analizar el ámbito de los aprendizajes significativos de la Integral Definida en los estudiantes, para lograr una visión diagnóstica, sobre la base de dicha información se pretende proponer la elaboración de un texto digital como herramienta de aplicación para el EVA, que contribuya a mejorar el aprendizaje significativo de la Integral Definida. Para llevar a cabo esta investigación que es de tipo propositiva, se utilizará la metodología fundamentada en lineamientos de carácter cualitativa interpretativa y cuantitativa, que incluyó una investigación de campo, documental, bibliográfica y electrónica de carácter descriptiva, con una perspectiva de proyecto factible analítica, inducción, deducción y estadística, mediante la utilización de entrevistas, encuestas, material bibliográfico y consultas en la Internet, tomando en cuenta todos los lineamientos y recomendaciones planteadas para realizar una investigación de este tipo. Según la perspectiva cuantitativa se aplicarán instrumentos de medición tipo Likert con indicadores siempre, frecuentemente, pocas veces nunca, a una muestra de 188 informantes: directivos, docentes de Cálculo Integral, jefes de área, y estudiantes; desde la perspectiva cualitativa, se realizarán entrevistas a profundidad a cinco directivos. De la investigación y análisis de los datos obtenidos, se concluye que los EVA constituyen una herramienta para lograr Aprendizajes Significativos de la Integral Definida, verificándose la hipótesis propuesta, la óptima utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje mejorará los aprendizajes significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería y por esto, se constituye en el objetivo fundamental para la elaboración de la propuesta.

DESCRIPTORES: Entorno Virtual de Aprendizaje, Aprendizaje Significativo, Enseñanza-Aprendizaje, Integral Definida, Texto Digital, Educación, Tecnologías de Información y Comunicación (TIC's), Plataforma Virtual.

SUMMARY

The present investigation work, will have as fundamental purpose, to investigate on the incidence of the Virtual Environment of Learning and the Significant Learning of the Defined Integral, in the students of the Careers of Agricultural Engineering, Engineering in Biotechnology, Engineering in Administration of Companies, Civil Engineering, Electric and Electronic Engineering, of the Polytechnic University Silesian, in the semester September 2009 to February of the 2010. With the purpose of achieving the outlined purpose, it will be looked for to Identify if the EVA'S use contributes to generate significant learning's and to analyze the environment of the Defined significant learning's of the Integral one in the students, to achieve a diagnostic vision, on the base of this information he/she seeks to intend the elaboration of a digital text as application tool for the EVA that contributes to improve the significant learning of the Defined Integral. To carry out this investigation that is of type proposal, the methodology it will be used based in interpretive and quantitative qualitative limits of character that it included a field investigation, documental, bibliographical and electronic of descriptive character, with an analytic perspective of feasible project, induction, deduction and statistic, by means of the use of interviews, surveys, bibliographical material and you consult in the Internet, taking into account all the limits and recommendations outlined to carry out an investigation of this type. According to the quantitative perspective instruments of mensuration type Likert will always be applied with indicators, frequently, few times never, to a sample of 188 informants: directive, educational of Integral Calculation, area bosses, and students; from the qualitative perspective, they will be carried out interviews to depth to five directive. Of the investigation and analysis of the obtained data, you concludes that the EVA constitutes a tool to achieve Significant Learning's of the Defined Integral, being verified the proposed hypothesis, the good use of the Virtual Environment of Learning will improve the Defined significant learning's of the Integral one in the students of the Careers of Engineering and for this reason, it is constituted in the fundamental objective for the elaboration of the proposal.

KEY WORDS: I half-close Virtual of Learning, Significant Learning, teaching-learning, Defined Integral, Digital Text, Education, Technologies of Information and Communication (TIC's), Virtual Platform.

INTRODUCCIÓN

Esta es una época mediada por las tecnologías de la información y la comunicación, hecho que ha arrojado como una de sus consecuencias la modificación de dos variables claves en la vida humana: el espacio y el tiempo. Las implicaciones de este cambio son grandes ya que las coordenadas espacio temporales son el marco de la mayor parte de las actividades de los seres humanos. Las redes informáticas eliminan la necesidad de que los participantes en una actividad coincidan en el espacio y en el tiempo, y esto desafía la manera en la que se han hecho la mayor parte de las cosas durante muchos años.

Las nuevas tecnologías han desmaterializado y globalizado la información y por ende los tiempos de espera entre emisor y receptor han producido cambios significativos en las condiciones de vida de los seres humanos. Aparecen formas diferentes de comunicarse, de relacionarse con el conocimiento y con la información, de trabajar, de divertirse y de interactuar con el medio.

Estas transformaciones, a la vez que proporcionan nuevos recursos, exigen el desarrollo de habilidades indispensables tanto para la vida profesional, como para la cotidiana. Se requieren profesionales con capacidad para: buscar información con sentido crítico y aplicarla a la solución de problemas, innovar, enfrentar problemas diferentes diariamente, utilizar la tecnología para mejorar su calidad de vida y su rendimiento, comunicarse por medios electrónicos, integrarse a las comunidades científicas en su área de saber, aprender en forma autónoma durante toda la vida, adaptarse a los acelerados cambios del mundo moderno, utilizar más de un idioma, conocer y valorar otras culturas.

Si muchas cosas están sufriendo modificaciones en la vida de la humanidad, si el entorno donde se desenvuelve está en constante mutación, la universidad debe responder acorde con estas transformaciones y prepararse para asumir los cambios que se producen en la sociedad, revisar sus estructuras y métodos de enseñanza-aprendizaje hasta encontrar el modelo que el mundo de hoy requiere, de no ser así, a esta institución que ha perdurado por más de ocho siglos le será difícil sobrevivir.

Brunner. (1999), manifiesta que:

En el año 1996 se aplicó entre las universidades europeas una encuesta para conocer el perfil esperado de esta institución alrededor del 2010. Una de las preguntas fue la siguiente: ¿cuáles espera usted que sean las principales fuerzas que generarán cambios en la universidad? Las tres más mencionadas fueron: primero, las crecientes posibilidades tecnológicas; segundo, presupuestos más ajustados y, tercero, nuevos descubrimientos científicos. Otros factores como la competencia entre instituciones, la evaluación, la movilidad social, la presión demográfica y el contexto político, recibieron menos menciones. (p.243).

Si miramos el contexto nacional, existe una gran esperanza entre los directivos de un número considerable de Instituciones de Educación Superior y entre muchos de los gobernantes, de que las posibilidades que ofrecen las tecnologías de la información y la comunicación puestas al servicio de la educación mejorarán la calidad de esta y contribuirán a ampliar la oferta.

Entre estas tecnologías, la Internet ha despertado gran interés porque se piensa que con ella es fácil llevar al aula de clase la información tanto en formato tipo texto como multimedial y hacer realidad la interactividad y la autonomía con el conocimiento, uno de los mayores sueños de la educación. Además, se espera que Internet a través de una Plataforma Virtual y dentro de ella un Entorno Virtual de Aprendizaje, propiciará el espacio de aprendizajes significativos, necesarios para la formación de los hombres y las mujeres que la sociedad actual necesita.

Pero antes de empezar a analizar la forma como Internet contribuirá al cambio en nuestras universidades es conveniente mirar algunos datos que muestran como se está dando el proceso de conexión a Internet en el mundo.

Presenciar el nacimiento del siglo XXI, ha significado para los y las docentes universitarios, mirar hacia delante, somos los protagonistas de una nueva era y por tanto estamos llamados a cambiar nuestras tradicionales formas de enseñar y compartir nuevos conocimientos a nuestros y nuestras estudiantes universitarios; las TIC's (Tecnologías de la Información y la Comunicación), se constituyen en una excelente alternativa para lograr este nuevo reto, durante los últimos años las Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC's, han experimentado un desarrollo y una difusión masiva a todo nivel de educación, de tal manera que han convertido al computador y a la Internet, en herramientas imprescindibles de toda actividad ligada al conocimiento y al campo laboral, que apuntan a las nuevas Tecnologías de la Información y Comunicación, como la revolución del próximo milenio.

En la actualidad los grandes avances tecnológicos y científicos particularmente en el área de la informática y la cibernética han obligado a mirar la educación bajo otra perspectiva y otra óptica y es así como éstos avances han puesto a disposición de la sociedad mundial una gran variedad de medios que facilitan grandemente el proceso de enseñanza- aprendizaje, especialmente en el área de la investigación, avances tecnológicos y científicos que han modificado grandemente las modalidades educacionales, y han dado un gran empuje especialmente a la educación presencial, semi presencial y a distancia.

Uno de estos avances tecnológicos – científicos, son los llamados TIC's Nuevas Tecnologías de Información y de la Comunicación y que comprenden una amplísima serie de elementos técnicos que permitirán que el Docente y el estudiante transforme su proceso de enseñanza –

aprendizaje y éstas TIC's, cambiarán también el entorno educacional, los medios educacionales, los métodos, el futuro del aprendizaje y de la rapidez de la información y la comunicación.

En la última década y con el apareamiento de los avances científicos – tecnológicos y en especial de los TIC's, la humanidad, ha tomado conciencia de la importancia de la educación de los pueblos y naciones en el proceso de desarrollo económico, cultural, social y patrimonial de los mismos, no cabe duda, entonces que en el presente y en el futuro cercano, el enseñar, el aprender, la producción, la organización, la difusión de la cultura y el saber, es decir el desarrollo total en sí de las naciones será más rápido y más fácil con la aplicación de las TIC's.

Motivo por el cual surge la necesidad de proponer nuevas metodologías de aprendizaje que estén encaminadas al conocimiento, uso y aplicación de las TIC's, entre ellas tenemos la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje con soporte de la Plataforma "Sol.edu", como una herramienta pedagógica; para lograr aprendizajes significativos de una temática, en este caso del a Integral Definida.

El conocimiento matemático forma parte del acervo cultural de nuestra sociedad; es una disciplina cuya construcción empírica e inductiva surge de la necesidad y el deseo de responder y resolver situaciones provenientes de los más variados ámbitos, tanto de la matemática misma como del mundo de las ciencias naturales, sociales, del arte y la tecnología; su construcción y desarrollo es una creación del ser humano, ligada a la historia y a la cultura.

Su aprendizaje permite enriquecer la comprensión de la realidad, facilita la selección de estrategias para resolver problemas y contribuye al desarrollo del pensamiento crítico y autónomo.

Además aprender Matemática, contribuye a que los estudiantes valoren su capacidad para analizar, confrontar y construir estrategias personales para la resolución de problemas y el análisis de situaciones concretas, incorporando formas habituales de la actividad matemática, tales como: la exploración sistemática de alternativas, la aplicación y el ajuste de modelos, la flexibilidad para modificar puntos de vista ante evidencias, la precisión en el lenguaje y la perseverancia en la búsqueda de caminos y soluciones.

En el sector de la Matemática en todos sus niveles es factible hacer uso de las herramientas que proporciona la tecnología, en particular la tecnología informática, con el objeto de lograr un mejoramiento integral de la docencia en Matemática y como resultado de esto en la calidad de los aprendizajes significativos de los y las estudiantes universitarios.

La tecnología de la Información y la Comunicación, provee de diferentes recursos agrupados básicamente en tres líneas: paquete integrado, software educativo y la Internet. Estos recursos constituyen valiosas herramientas para apoyar el proceso de enseñanza aprendizaje de los y las estudiantes universitarios, produciendo cambios significativos en las prácticas pedagógicas, metodologías de enseñanza y la forma en que los estudiantes acceden a los conocimientos e interactúan con los conceptos matemáticos presentes en ellos.

Por otro lado la enseñanza de la Matemática apoyada en las Informática, proporciona entornos de trabajo nuevos; los entornos tienden a ser cooperativos, de forma que el trabajo ya no tiene que ser exclusivamente individual, sino que está integrado por la cooperación de muchos agentes.

Por lo anteriormente señalado, es indudable la necesidad de incursionar en una propuesta de nuevas metodologías para la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas en la Carreras de Ingeniería, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje, el mismo que será un apoyo tanto para los/las Docentes universitarios como para los/las estudiantes universitarios, generando de esta manera cambios valiosos y significativos en la forma de enseñar y aprender.

Actualmente, la voz del docente y los textos ya no son los únicos medios por los que los educandos se aproximan a los conocimientos, muchos de ellos lo hacen desde y con la tecnología.

La tecnología, por lo tanto, permite conocer desde la perspectiva intercultural nuevos escenarios virtuales y construir nuevos valores positivos en el marco del humanismo que promueve la educación y la escolarización. Las nuevas formas de transferencia de conocimientos cada vez se están generalizando a nuevas tecnologías de la Información y la Comunicación.

La educación virtual favorece la apropiación del conocimiento, es decir, permitirá comprender como el proceso de enseñanza aprendizaje mejora, investigando la realidad concreta.

Los docentes han mostrado su interés por integrar en su práctica pedagógica las nuevas herramientas que la Tecnología de la Información y Comunicación TIC's, en este caso el Entorno Virtual de Aprendizaje, para fortalecer la enseñanza y aprendizaje de asignaturas, que se brinda en las instituciones educativas a nivel superior.

La presente investigación, tiene la finalidad de investigar "El Entorno Virtual de Aprendizaje y el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana".

En este trabajo de investigación se expone la aplicación de los TIC's en el proceso educativo, y particularmente en el tema de la Integral Definida y sus aplicaciones, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje, sostenido con la Plataforma "Sol.edu" que dispone la Universidad Politécnica Salesiana.

Lo que me motivo a realizar este trabajo, fue el encontrar la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje de la Integral Definida y si éstos influían en el desarrollo de su aprendizaje significativo, y, en qué medida estos producen cambios en el proceso de enseñanza-aprendizaje de los Docentes y de los estudiantes.

Con esta investigación, se espera que la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje, contribuya a mejorar la información, la comunicación, la tolerancia, el entendimiento y aprendizaje entre la comunidad educativa; ya que nos encontramos en una época donde la tecnología hace parte de toda formación humana e integral.

El aporte práctico tanto para el docente como para los/las estudiantes, permitirá poder optar por esta educación, ya que el aprendizaje se realiza en un Entorno Virtual de Aprendizaje, trata de adaptar la teoría a la realidad; a su vez facilita al docente en su tarea de orientador y concientizador mediante actividades sencillas. Además permitirá al docente ser interactivo, diseñador, facilitador, comunicador, coordinador, asesor y evaluador del aprendizaje. En lo que tiene que ver a los/las estudiantes mejorará su aprendizaje, estará motivado y llevará a la práctica lo aprendido.

En este contexto, la investigación se estructurará en los siguientes capítulos:

El capítulo I, se refiere al problema existente ¿Cómo incide la limitada aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en la generación de aprendizajes significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería Agropecuaria, Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Administración de Empresas, Ingeniería Civil, Ingeniería Eléctrica y Electrónica, de la Universidad Politécnica Salesiana?, se plantea el problema con una contextualización; macro a nivel mundial, meso en el Ecuador y micro en la realidad de las Carreras de Ingeniería de la Universidad Politécnica Salesiana, específicamente en el semestre septiembre 2009 – febrero 2010. Luego se presenta el análisis crítico, la prognosis, se formula el problema, se presentan las preguntas directrices que orientaron la investigación, se delimita el problema en forma de contenido, temporal y espacial, para luego justificar el impacto de la investigación, la factibilidad y se definen el objetivo tanto general como los objetivos específicos que se plantearon para el estudio.

El capítulo II, describe el marco teórico, que comprende antecedentes investigativos, fundamentación filosófica, ontológica, epistemológica, axiológica, metodológica, heurística y legal, pertinente al tema de investigación mediante la consulta en textos convencionales especializados e investigación bibliográfica electrónica el mismo que es el soporte y fuente para la elaboración de la propuesta. También se describen y se desarrollan las categorías fundamentales tanto de la variable dependiente como de la variable independiente; finalmente se plantea la hipótesis, luego se señalan las variables dependiente e independiente y su nexo de relación.

El capítulo III, abarca la metodología de la investigación iniciando con el enfoque que es cuali-cuantitativa, su modalidad que es documental bibliográfica, experimental y de campo, el nivel de tipo exploratoria, descriptiva y correlacional y método de la investigación, la matriz de operacionalización de variables tanto independiente como dependiente, la

población y muestra, los procedimientos e instrumentos para la recolección de los datos, el plan para la recolección y procesamiento de la información, la validez y la confiabilidad de los datos obtenidos de la investigación.

El capítulo IV, contiene los resultados de las técnicas e instrumentos de investigación aplicados, se presentan los datos obtenidos mediante cuadros y gráficos estadísticos en forma cuantitativa y luego su análisis e interpretación cualitativa. Se encuentra también el proceso de verificación de la hipótesis con su modelo lógico, matemático y estadístico, el nivel de significancia, la confiabilidad, el cálculo estadístico aplicando la prueba χ^2 Ji Cuadrado y la decisión.

El Capítulo V, incluye las conclusiones obtenidas de la interpretación de los resultados de la encuesta que se encuentran en el capítulo anterior y finalmente de cada conclusión se presenta una recomendación adecuada al caso de estudio.

El Capítulo VI, contiene el producto de la investigación considerado como la propuesta de solución al problema detectado, analizado e investigado, en éste caso es la elaboración de un texto digital como herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje, que tendrá soporte de la Plataforma Virtual “sol.edu” para lograr aprendizajes significativos de la Integral Definida. En la propuesta se encuentra incluido el Modelo Operativo con: el Plan de Acción, la Administración de la propuesta con su estructura orgánica y estructura funcional, la previsión de la evaluación, el presupuesto y el financiamiento.

También están incluidas en los anexos: el árbol de problemas, la red de inclusiones conceptuales y sus categorías fundamentales, la matriz de la encuesta a docentes y estudiantes y finalmente la bibliografía.

CAPÍTULO I

1 EL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1 Tema de la investigación

El Entorno Virtual de Aprendizaje y el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

1.2 Planteamiento del problema

1.2.1 Contextualización

El mundo de hoy está caracterizado por un avance tal de la ciencia y la tecnología, que hace totalmente imposible incorporar los nuevos conocimientos a los planes de estudio universitarios a la velocidad que se producen, ni tampoco incluirlos en su totalidad.

De lo anterior se infiere que los egresados no terminan de aprender al concluir sus estudios universitarios; para estar a tono con el desarrollo científico tecnológico, deben quedar en condiciones de continuar preparándose a lo largo de toda su vida.

El Ecuador no ha estado al margen de estas tendencias del desarrollo de la educación en el mundo, por lo que ha comenzado una verdadera revolución en la Educación Superior.

La Educación Superior, como consecuencia de esto, requiere de profundas transformaciones que le permitan reflejar adecuadamente el contexto en que tiene lugar y formar un profesional que posea las nuevas condiciones que de él demanda la sociedad.

Actualmente, la voz del docente y los textos ya no son los únicos medios por los que los y las estudiantes universitarios se aproximan a los conocimientos, muchos de ellos lo hacen desde y con la tecnología.

La tecnología, por lo tanto, permite conocer desde la perspectiva intercultural nuevos escenarios virtuales y construir nuevos valores positivos en el marco del humanismo que promueve la educación. Las nuevas formas de transferencia de conocimientos cada vez se están generalizando a nuevas tecnologías y materiales que aprender.

La educación virtual favorece la apropiación del conocimiento, es decir, permitirá comprender como el proceso de aprendizaje de la Integral Definida y sus Aplicaciones, mejora investigando la realidad concreta, en especial el campo de las Ingenierías.

La Universidad Politécnica Salesiana con su matriz principal en la Ciudad de Cuenca y Campus, El Girón de en la Ciudad de Quito, cuenta con varias Áreas de estudio y en ellas se encuentran las Facultades de Ingeniería, en las cuales se imparte la asignatura de Cálculo Integral en sus diferentes niveles, de acuerdo a la planificación curricular que se encuentra en las mallas de estudio; siempre se encuentra empeñada en brindar a sus estudiantes, una educación de alto nivel e integral, por este motivo es necesario implementar herramientas que tengan aplicación en el Entorno

Virtual de Aprendizaje, respaldado por la Plataforma Virtual SOL con la que cuenta la Universidad Politécnica Salesiana para el aprendizaje de la Integral Definida.

1.2.2 Análisis crítico

La Universidad Politécnica Salesiana cuenta con la Plataforma Virtual SOL, en ella se encuentran diseñados varios Entornos Virtuales de Aprendizaje, destinados al aprendizaje de varios proyectos educativos como: Licenciaturas, Maestrías, y otros programas especiales. El limitado uso del Entorno Virtual de Aprendizaje, en lo que tiene que ver con el aprendizaje significativo de la Integral Definida, tiene algunas causas, entre las cuales se puede citar:

- ❖ No se utiliza el Entorno Virtual de Aprendizaje para el aprendizaje significativo en asignaturas como Cálculo Integral.
- ❖ Existe un desconocimiento por parte de los estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana, del Entorno Virtual de Aprendizaje y sus herramientas.
- ❖ Los estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana, tienen varias necesidades en cuanto a las herramientas, actividades y forma de trabajo en un Entorno Virtual de Aprendizaje.
- ❖ Limitación de actividades de aprendizaje significativo durante los encuentros presenciales.
- ❖ La Formación se limita a los objetivos de aprendizaje del curso.
- ❖ Imposibilidad de un seguimiento continuo del desarrollo del proceso de aprendizaje significativo de los estudiantes.
- ❖ Simultaneidad de interacción sólo en el aula donde se realizan los encuentros presenciales.
- ❖ No se dispone de herramientas para la enseñanza de la Integral Definida que tengan aplicaciones en el Entorno Virtual de Aprendizaje.

Tomando en cuenta las causas anteriormente señaladas, se puede ver que los efectos se presentan en el proceso de aprendizaje significativo de la Integral Definida son varios, sin embargo cabe anotar que los principales son:

- ❖ Se presenta un bajo rendimiento académico, en lo que tiene que ver en el aprendizaje significativo de la Integral Definida.
- ❖ Hay una desmotivación por parte de los estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana, en lo que tiene que ver con el aprendizaje significativo de la Integral Definida.
- ❖ En desarrollo de esta asignatura, no hay aplicaciones prácticas, lo cual conduce a un mecanicismo y a realizar operaciones algebraicas sin tener en cuenta su significado real.
- ❖ No se da importancia a la Integral Definida como una asignatura que aportará para desarrollo de la ciencia y tecnología.

1.2.3 Prognosis

¿La ausencia de una nueva propuesta de aprendizaje utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje, será la causa para un bajo rendimiento académico en el aprendizaje significativo de la Integral Definida?

Si el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana, no ofrece una alternativa que permita implementar en el Entorno Virtual de Aprendizaje, una herramienta para el aprendizaje de la Integral Definida, a futuro no se alcanzará un aprendizaje significativo de este tema tan importante del cálculo integral, con lo que los/las estudiantes se desmotivarán y continuarán con un bajo nivel de rendimiento académico en esta asignatura.

1.2.4 Formulación del Problema

¿Cómo incide la limitada aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en la generación de aprendizajes significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería Agropecuaria, Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Administración de Empresas, Ingeniería Civil, Ingeniería Eléctrica y Electrónica, de la Universidad Politécnica Salesiana?

1.2.5 Interrogantes de la Investigación

La presente investigación tiene su directriz de estudio en las siguientes preguntas:

¿Se utiliza el Entorno Virtual de Aprendizaje, para el proceso de aprendizaje de la Integral Definida?

¿Se logra un aprendizaje significativo utilizando adecuadamente el Entorno Virtual de Aprendizaje en el proceso de aprendizaje de la Integral Definida?

¿Será necesario plantear la elaboración de un texto digital como herramienta de aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje, que contribuya al mejoramiento del aprendizaje de la Integral Definida?

1.2.6 Delimitación del Problema

1.2.6.1 Delimitación de Contenido:

❖ **Campo** : Tecnológico – Educativo.

❖ **Área** : Ciencias Exactas.

❖ **Aspecto** : Entorno Virtual de Aprendizaje.

1.2.6.2 Delimitación Temporal:

Este problema se estudió, durante el periodo 35, correspondiente al semestre septiembre 2009 – febrero 2010.

1.2.6.3 Delimitación Espacial:

La presente investigación se realizó en la Universidad Politécnica Salesiana de Ecuador, en dos Campus los mismos que tienen la siguiente ubicación:

Provincia : Pichicha.
Ciudad : Quito.
Campus : El Girón.
Dirección : Avda. 12 de Octubre 1436 y Wilson.
Provincia : Azuay.
Ciudad : Cuenca.
Campus : El Vecino.
Dirección : Calle Vieja 12 -30 y Elia Liut.

1.2.6.4 Unidades de Observación:

- ❖ Autoridades de la Universidad Politécnica Salesiana.
- ❖ Docentes de las asignaturas de Análisis Matemático y Cálculo Diferencial e Integral.
- ❖ Estudiantes de las Carreras de Ingeniería Agropecuaria, Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Administración de Empresas, Ingeniería Civil, Ingeniería Eléctrica y Electrónica.

1.3 Justificación

Durante los últimos años las Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC's, la Informática, la multimedia, Internet, el Entorno Virtual de Aprendizaje, han experimentado un desarrollo y una difusión masiva que han convertido al computador en herramienta imprescindible de toda actividad estudiantil, laboral y de adquisición de nuevos conocimientos, que apuntan a las Nuevas Tecnologías como la revolución del próximo milenio.

Las TIC's permiten una interacción sujeto-máquina y una adaptación de ésta a las características psicológicas, evolutivas y educativas del estudiante, superior a otros productos elaborados hasta el momento e introducida en la práctica educativa. Ellas brindan la oportunidad de manejar información de manera más rápida y transportarla a lugares alejados, con una elevada calidad y fiabilidad de la información.

Por otra parte, esta investigación busca el acceso al aprendizaje significativo de las/los estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana, que deben tomar la asignatura de Cálculo Integral, que se encuentra ofertada dentro del Currículo del Área de Ciencias Exactas y que es parte de las diferentes Carreras de Ingeniería que oferta de Universidad Politécnica Salesiana.

Esta investigación, es muy importante para la Universidad Politécnica Salesiana y su Área de Ciencias Exactas, ya que con ella, le permitirá cambiar y mejorar el rol de las/los estudiantes universitarios como entes activos, críticos y participantes, por otro lado las/los docentes serán los facilitadores, diseñadores, comunicadores, coordinadores, asesores, orientadores y evaluadores en el proceso de aprendizaje.

El presente trabajo de investigación, pretende exponer los resultados del diagnóstico inicial realizado en el Área de Ciencias Exactas, de la Universidad Politécnica Salesiana, sobre la incidencia del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida y así establecer líneas de discusión y acción, que permitan elaborar nuevas herramientas digitales que se puedan aplicar en un Entorno Virtual de Aprendizaje, el mismo que está respaldado tecnológicamente a través de la Plataforma Virtual SOL, que cuenta la Universidad Politécnica Salesiana, con la seguridad que este sistema contribuirá a mejorar el aprendizaje significativo de la Integral Definida, de tal manera que sea más ameno, motivador y que tenga una aplicación práctica con sentido crítico; de una manera general constituirá un aporte para las demás asignaturas que son parte del Área de Ciencias Exactas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General:

Establecer la incidencia de la limitada aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en la generación de aprendizajes significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería Agropecuaria, Ingeniería en Biotecnología, Ingeniería en Administración de Empresas, Ingeniería Civil, Ingeniería Eléctrica y Electrónica, de la Universidad Politécnica Salesiana.

1.4.2 Objetivos Específicos:

- ❖ Identificar si la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje contribuye a generar aprendizajes significativos de la Integral Definida.
- ❖ Analizar el ámbito de los aprendizajes significativos de la Integral Definida en los estudiantes, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje.
- ❖ Proponer la elaboración de un texto digital como herramienta de aplicación para el Entorno Virtual de Aprendizaje, que contribuya a mejorar el aprendizaje significativo de la Integral Definida.

CAPÍTULO II

2. MARCO TEÓRICO

2.1. Antecedentes de la Investigación

Para la elaboración de la investigación, se procedió a revisar la bibliografía en las diferentes tesis relacionadas con el aprendizaje de la Integral Definida, la utilización de las TIC's y el Entorno Virtual de Aprendizaje; en la cual se encontró la existencia de estos documentos, en la Universidad Politécnica Salesiana Campus Girón, Universidad Católica de Quito, Universidad Central del Ecuador, Universidad Técnica Particular de Loja y Universidad Técnica de Ambato; trabajos en los cuales se puede establecer objetivos, metodología y conclusiones, los mismos que serán utilizados como un soporte para la investigación y elaboración de la propuesta.

ACURIO, J. (2009). "Influencia de la aplicación de las Nuevas Tecnologías de Información y Comunicación (NTIC'S) en el Aprendizaje Significativo de Anatomía en la Carrera de Medicina de la Universidad Técnica de Ambato".

Objetivo:

Investigar la influencia de la aplicación de las NTIC's en el aprendizaje significativo de anatomía de la Carrera de Medicina de la Universidad Técnica de Ambato. (p.11).

Conclusiones:

- ❖ Se concluyó, que la utilización de los NTIC's, aplicados en la enseñanza de la Anatomía, son mínimos, limitándose al uso de la red Internet.
- ❖ No hay la aplicación de los NTIC's verdaderamente, como recursos tecnológicos de punta en el proceso de enseñanza aprendizaje de la Anatomía.

CHÁVEZ, C. (2008). "Impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Formación de los Docentes de la Universidad César Vallejo de Trujillo"

Objetivo:

Analizar la formación del profesorado de las Facultades de la Universidad Cesar Vallejo de Trujillo en las Tecnologías de la Información y la Comunicación.

Conclusiones:

- ❖ El uso y aplicación, de las Tecnologías de la Información y la Comunicación TIC's, han tenido como centro la formación de una cultura general e integral en nuestros niños, jóvenes y docentes; en tal sentido, les corresponde a los profesionales de la educación desarrollar estrategias de aprendizaje sobre una ardua labor científica que posibilite el logro de las aspiraciones antes mencionadas.

❖ Tomar en cuenta las potencialidades que brindan las TIC's, para la integración de contenidos de varias asignaturas, de manera que puede constituir un recurso importante en el desempeño profesional de los educadores, especialmente los de la Educación General Básica y de Bachillerato.

TORO, J. (2008), "Historias con Integrales de Superficie".

Objetivo:

Elaborar un texto con un nuevo modelo, basado en historias y/o cuentos de la vida cotidiana, aplicados al Cálculo de las Integrales de Superficie. (p. 5).

Conclusiones:

❖ Las Ciencias Exactas constituyen un pilar fundamental del desarrollo científico y tecnológico de los pueblos y la base de la formación de los profesionales. Por ello es necesario comprender que las matemáticas son un instrumento admirable y preciso, creado a lo largo de los siglos por los esfuerzos de los ingenios más agudos y las mentes más sublimes. Nos brindan las llaves que abren las puertas a los misterios del universo.

❖ El primer punto es que una sociedad adecuada es posible solamente si nuestros jóvenes dejan de ser educados en el antagonismo entre el intelecto y las emociones.

❖ El segundo punto es que una educación sana enseña a sus estudiantes a tener actitudes flexibles más que actitudes fijas.

❖ El tercer punto, nuestros estudiantes deberán ser educados más en la consciencia y menos en la ciencia. (p. 520, 522, 524).

QUEZADA, C. (2007). "Cálculo Integral en la enseñanza del Nivel Medio".

Objetivo:

Elaborar un texto con un nuevo modelo, basado en historias y/o cuentos de la vida cotidiana, aplicados al Cálculo de las Integrales Definidas en el nivel medio.

Conclusiones:

- ❖ En la mayoría de las veces para enseñar matemáticas, seguimos una vía deductiva, sin recurrir a lo inductivo. Partimos de una fórmula, de una ecuación, de un teorema, y pasamos a resolver un ejercicio técnico. ¡Se aprende sin comprender!

- ❖ De la misma manera enseñamos a aplicar las fórmulas del Cálculo Integral, sin preocuparnos de entender su verdadero significado. ¡Y es que jamás hemos estado interesados en la comprensión y hallazgos de este tema! Tan solo hacemos operaciones, pero no sabemos de dónde vienen. En otras palabras ¡no participamos en el verdadero sentido del problema!

- ❖ Es importante comprender la importancia de participar activamente en la resolución de cada problema que plantea el Cálculo Integral. Ello permite comprender el verdadero sentido de las definiciones y de las reglas de integración, además de presentar el tema en forma interesante y amena.

- ❖ Las historias permiten presentar el tema del cálculo integral con sencillez, a la vez con profundidad. (p.409).

2.2. Fundamentación Filosófica

La investigación en función de sus objetivos, se sustentará en el paradigma Crítico Propositivo.

FEYERABEND, P. (2008). Considera que la ciencia deja de ser nomotética (dirigida al establecimiento de leyes, normas universales, utilizando métodos cuantitativos) y pasa a ser ideográfica, basada en la interpretación de los hechos particulares, singulares, a través de métodos cualitativos, conceptualizando a la ciencia como uno de los modos de conocimiento de la realidad, como una forma de interpretar la realidad, como una reconstrucción conjetural de la realidad. Por lo tanto, la ciencia está vinculada a la práctica social, esencialmente dirigida a contribuir al cambio y al mejoramiento de las condiciones de vida.

Con base en lo anterior, los criterios metodológicos se insertan en lo activo y/o participativo propiamente dicho. Debido a ellos, busca promover la participación activa de la comunidad, tanto en el estudio y la comprensión de los problemas, como en la planeación de propuestas de acción, su ejecución, la evaluación de los resultados, la reflexión y la sistematización del proceso seguido.

La metodología propuesta tiene como finalidad generar transformaciones en las situaciones abordadas, partiendo de su comprensión, conocimiento y compromiso para la acción de los sujetos involucrados en ella, pero siguiendo un procedimiento metodológico y sistemático, insertado en una estrategia de acción definida y con un enfoque investigativo donde los sujetos de la investigación producen conocimientos dirigidos a transformar su realidad social. Las principales fundamentaciones filosóficas de este paradigma son:

2.2.1. Fundamentación Ontológica

La realidad está siendo, entendida como un mundo cambiante y dinámico. Los sujetos humanos son conceptualizados como agentes activos en la construcción de la realidad. Por lo que existen múltiples realidades de pendientes de sus contextos particulares. GONZÁLEZ, M. (2008). Para los/las estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana, que toman la asignatura de Cálculo Integral y dentro de éste el tema de la Integral Definida, el proceso de construcción para llegar a conseguir un aprendizaje significativo y que tenga una aplicación práctica con el mundo que nos rodea, permitirá alcanzar un verdadero cambio tanto en lo personal como en lo académico.

2.2.2. Fundamentación Epistemológica

El conocimiento de la realidad se inscribe en el enfoque epistemológico de totalidad concreta, según el cual, la práctica de la investigación científica tiene sentido cuando se la comprende en la interrelación con las diferentes dimensiones del contexto histórico-social, ideológico-política, científico-técnica, económica y cultural, en donde todos los factores intervinientes, entre ellos, el sujeto cognoscente y el objeto de estudio, son inseparables e interactúan entre sí, se transforman y están en continuo desarrollo y creación, poniendo como criterio de verdad, la praxis. NARANJO, G. (2008).

Esto hace imprescindible la elaboración de un texto digital como herramienta de aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje, con la finalidad de que el aprendizaje significativo de la Integral Definida no sea considerado no como una suma de conceptos, sino como una red de significaciones que permite comprender un objeto de estudio y de esta manera los/las estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana mejoren su rendimiento académico en esta asignatura, entendiendo y aplicando lo que se aprendió.

2.2.3. Fundamentación Axiológica

La ciencia no puede ser neutra, está influenciada por valores del ser humano como ente social, para fomentar el desarrollo integral de la personalidad con sentimiento de respeto a la vida, la solidaridad, confraternidad, igualdad y veracidad, para el desarrollo integral de los/las estudiantes. NARANJO, G. (2008).

Para la Universidad Politécnica Salesiana constituye una propuesta original de evangelización que se inicia con el encuentro con los estudiantes, allí donde viven, leen y valoran positivamente el patrimonio natural y sobrenatural que cada estudiante posee, ofrece un ambiente educativo lleno de vida y rico en propuestas; se hace realidad mediante un camino educativo que da preferencia a los últimos y los más pobres; promueve el desarrollo de los recursos positivos que tienen y propone una forma peculiar de vida cristiana y de santidad.

2.2.4. Fundamentación Metodológica

La construcción del conocimiento se hace a través de la investigación cualitativa, que se logra con la participación de los sujetos sociales involucrados y comprometidos con el problema.

La teoría científica se construye dentro de una oscilación dialéctica teoría-práctica de la investigación, lo que permite que se vaya enriqueciendo y perfeccionando en la medida que lo requiera el estudio.

Los diseños de investigación se consideran siempre abiertos, emergentes y nunca acabados, como característica esencial de la práctica metodológica de la hermenéutica-dialéctica en donde el significado de un texto es visto dentro del contexto. NARANJO, G. (2008).

2.2.5. Fundamentación Heurística

La investigación es uno de los pilares fundamentales de la Universidad Politécnica Salesiana, por esta razón se realizará primeramente un diagnóstico sobre la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje y su incidencia en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, así como también sobre la necesidad de elaborar un texto digital como herramienta de aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje, que mejore la realidad actual de los/las estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana.

2.3. Fundamentación Legal

La investigación también se enmarcará en las resoluciones del CONESUP: RCP.S11.No.260.09 de 03 de septiembre de 2009, la misma que manifiesta:

Que, en el literal f) del Art. 13 de la Ley Orgánica de Educación Superior, se faculta al CONESUP para fijar los lineamientos generales para las modalidades de educación semipresencial y a distancia, que deberán acreditar condiciones y niveles de calidad similares a los de la educación presencial.

Que, dentro de la planificación normativa del CONESUP, es indispensable contar con un cuerpo reglamentario que con claridad determine los requisitos, condiciones y demás disposiciones necesarias para la planificación, aprobación y funcionamiento de los programas universitarios de educación con apoyo de las TIC's.

Que, una normativa especial para Programas de educación con apoyo de las TIC's complementará las disposiciones del Reglamento de Régimen Académico, pues debe tratar de manera específica la normativa sobre la utilización de herramientas de última tecnología, como apoyo a las prácticas docentes de los programas de educación superior.

Que, es necesario atender a los sectores más vulnerables, permitiéndoles el acceso a la educación superior, cumpliendo con los principios constitucionales de equidad, inclusión e igualdad de oportunidades.

En uso de las atribuciones que le confiere los artículos 11 y 13 de la Ley Orgánica de Educación Superior, expide el siguiente Reglamento Especial para los Programas de Educación con el apoyo de las Tecnologías de La Información y la Comunicación TIC's.

Según la Carta de Navegación de la Universidad Politécnica Salesiana, publicada en mayo del 2009, en su capítulo II (pág. 23-25), referente al Marco Doctrinal manifiesta que:

La Universidad Politécnica Salesiana del Ecuador es una institución de Educación Superior de inspiración cristiana, con carácter católico e índole salesiana.

¿Por qué la inspiración cristiana y el carácter católico?

Las IUS se inspiran en el evangelio de Jesucristo que le da como resultado una visión cristiana de mirar la persona, la sociedad y el mundo en general. De ello nace una visión profunda por la vida; por lo que las IUS son una comunidad académica que comparte y promueve la visión cristiana y católica. La catolicidad de las IUS proviene de haber nacido en el corazón de la iglesia, de su vínculo estrecho con ella y por sentirse fiel a su mandato comunitario (léase eclesial). De otra parte, supone un compromiso leal firme e institucional de los salesianos dirigido al servicio de la sociedad y de la misma iglesia en su modalidad universitaria.

¿Por qué de índole salesiana?

La índole salesiana nace del gran espíritu de Don Bosco y de su Sistema Preventivo vivido por él en el oratorio de Valdocco, cuyo sentido misional, da origen a los valores de espíritu y de pedagogía salesiana; estos modos de ser enriquecen la esencia, la actividad y la forma de ser universitaria de las IUS que se traducen en algunas opciones prioritarias, a saber:

- ❖ La opción prioritaria por los jóvenes, sobre todo, los de las clases populares.
- ❖ Una relación integrada entre cultura, ciencia, técnica, educación y evangelización, profesionalidad e integridad de vida. (honrados ciudadanos y buenos cristianos).
- ❖ Una experiencia comunitaria basada en la presencia con espíritu de familia, de los profesores y el personal de gestión entre, para y con los estudiantes.
- ❖ Un estilo académico y educativo de relaciones basado en el afecto demostrado a los estudiantes y percibido por ellos (“amorevolezza”).
- ❖ La opción por las comunidades afroecuatorianas y del oriente.

2.4. Categorías Fundamentales

2.4.1. Entorno Virtual de Aprendizaje (Variable Independiente)

2.4.1.1. Plataformas Virtuales

La formación virtual ha ido de la mano del desarrollo de las TIC's, las cuales han permitido disponer recursos en línea, acceso a bases de datos y favorecer las comunicaciones síncronas y asíncronas. En no pocas ocasiones se las ha introducido sin necesariamente tener claros los modelos pedagógicos, especialmente por las bondades que desde las tecnologías se les atribuye. Ocurre en el caso virtual el mismo fenómeno que se observa en las integración general de TIC's en educación, no se alcanza a reflexionar adecuadamente sobre al alcance de éstas a investigar y evaluar su impacto cuando ya estamos frente a otro avance tecnológico que se debe incorporar para estar al día. CABERO, (2001); MARTÍNEZ, (2004).

En el desarrollo de la formación virtual los primeros apuestas estuvieron relacionadas a uso del correo para apoyar la formación a distancia, posteriormente con la irrupción de la web esta se convirtió en un espacio privilegiado para poner los materiales a disposición de los alumnos, y/o asociarle un foro de discusión. Posteriormente aparecen las plataformas que permiten administrar todos los procesos asociados a la formación online y disponer con algunas variaciones entre ellas herramientas para el diseño de experiencias formativas. En términos de formación se pasa de uso de herramientas tecnológicas de propósito general como el correo y la web a generar instancias formativas virtuales con el uso de plataformas especialmente generadas para este propósito. Una tendencia actual movida por la idea de compartir recursos es la de generar objetos de aprendizaje, entendidos estos como objetos de conocimiento que van desde un simple elemento concreto como una simulación a una unidad de aprendizaje.

Este objeto podría contener el objetivo didáctico perseguido, una pequeña introducción, el contenido informacional o procedimental para conseguir el objetivo, un resumen y, finalmente, algún tipo de evaluación formativa y/o sumativa para comprobar que el objetivo se ha conseguido, entre otros aspectos. Se generan entonces diversos materiales didácticos para alimentar la red, los cuales integran las potencialidades multimediales que permiten las tecnologías.

2.4.1.2. Plataformas de Formación Online

Una plataforma para el aprendizaje on line o Learning Manager Systems (LMS), es un sistema integral de gestión, distribución, control y seguimiento de contenidos y recursos educativos en un entorno compartido de colaboración. Debe contener o permitir integrar herramientas de: producción de recursos; comunicación entre los profesores, entre profesores y alumnos y entre los propios alumnos en tiempo real y diferido; administración; gestión de cursos y agentes; creación de grupos de trabajo y comunidades de aprendizaje.

"Un LMS también llamado plataforma de aprendizaje, sistema distribuido de aprendizaje, sistema de gestión de cursos, sistema gestión de contenidos, portales, sistemas de gestión instruccional, combinan la gestión de cursos o asignaturas y las herramientas pedagógicas para proporcionar los medios de diseño, construcción y entrega de un ambiente de aprendizaje en línea. LMS son sistemas escalables que pueden ser usados para soportar todos los programas de enseñanza y aprendizaje de una institución formadora" COATES, (2005), WISE y QUEALY, (2006, p.13).

Actualmente algunas de las plataformas están estandarizadas (aunque permiten la adaptación a situaciones concretas), mientras que otras son completamente personalizadas.

Las plataformas estandarizadas ofrecen herramientas genéricas que permiten la adaptación a la situación del profesor o institución que diseña un espacio virtual para apoyar la enseñanza y el aprendizaje, respondiendo a las necesidades de su espacio formativo particular mediante ciertas posibilidades de personalización.

MABABABU, (2003) presenta la descripción funcional de algunas plataformas existentes en el mercado que se utilizan actualmente en la formación virtual, tanto en centros educativos públicos como en empresas privadas. Hemos tomado de allí las tres más conocidas mundialmente y utilizadas de acuerdo a los reportes de investigación de diversas Universidades.

Por otra parte, se encuentran las plataformas de código abierto como: ATutor, Moodle, .LRN, Claroline, Dokeos, Drupal entre otras. Son plataformas que también están estandarizadas. Éstas son utilizadas por diversas instituciones a nivel mundial, de carácter público como privadas.

Existe alrededor de ellas comunidades virtuales conformadas por profesionales de diversas áreas que conforman comunidades de "práctica" en el uso de estas plataformas. Estas comunidades son creadas haciendo uso de las mismas plataformas, contienen espacios de trabajo que abarcan los aspectos técnicos y pedagógicos relacionados con el uso de las herramientas provistas por la plataforma.

Paralelamente a la existencia de las plataformas comerciales y las de código abierto, ciertas organizaciones han preferido desarrollar sus plataformas propias. Normalmente se trata de instituciones en las que el proceso de enseñanza-aprendizaje se produce enteramente a través de Internet y que intentan dar una respuesta específica a sus necesidades técnicas. Es el caso, del campus virtual de la Universitat Oberta de Catalunya en España, la Universidad Tecnológica Metropolitana en Chile.

Uno de los principales elementos que aporta una plataforma a distancia online es la interacción entre los participantes y entre estos y el tutor. Señala PÉREZ, (2004) que una plataforma de formación a distancia, en la perspectiva de la interacción y en el contexto de una comunidad de aprendizaje, debería ser ante todo, transparente, amigable, de fácil acceso, y contar con los siguientes espacios: comunicación pedagógica para las actividades de aprendizaje basadas en la interacción (foros, trabajo en grupo, etc.); comunicación social para el Intercambio de mensajes personales y grupales; tutoría para la comunicación personal y grupal, asesorar el desarrollo de las actividades, evaluar, y ayuda técnica para la solución a problemas técnicos u organizativos.

Para BARBERA y BADIA, (2004) es necesario disponer en estas plataformas de lugares virtuales diferentes para desarrollar actividades virtuales también diferentes, como por ejemplo, discusiones argumentadas en un espacio de debate, presentaciones de trabajos en una galería de trabajo, opiniones en un foro de opinión, etc. así como también establecer espacios específicos de encuentros e intercambio libre entre los alumnos. Esto permite organizar de mejor forma el trabajo de los participantes en el espacio virtual, el uso del tiempo y dar cabida a las diferentes formas de expresión social y cognitiva propias de una actividad educativa.

2.4.2. ¿Qué son las TIC's?

Las tecnologías de la Información y la Comunicación TIC's, representan la unión de los computadores y las comunicaciones, desataron una explosión sin precedentes de formas de comunicarse al comienzo de los años 90. A partir de ahí, la Internet pasó de ser un instrumento especializado de la comunidad científica a ser una red de fácil uso que modificó las pautas de interacción social. CORNELLA, A. (2001).

Las nuevas tecnologías de la Información y Comunicación son aquellas herramientas computacionales e informáticas que procesan, almacenan, sintetizan, recuperan y presentan información representada de la más variada forma. Es un conjunto de herramientas, soportes y canales para el tratamiento y acceso a la información. Constituyen nuevos soportes y canales para dar forma, registrar, almacenar y difundir contenidos tanto científicos como de información.

Para todo tipo de aplicaciones educativas, las TIC's son medios y no fines. Es decir, son herramientas y materiales de construcción que facilitan el aprendizaje, el desarrollo de habilidades y distintas formas de aprender, estilos y ritmos de los aprendices.

2.4.2.1. ¿Cuáles son las características de las TIC's?

LOAIZA, A. (2004), Las tecnologías de Información y Comunicación tienen como características principales las siguientes:

- ❖ Son de carácter innovador y creativo, pues dan acceso a nuevas formas de comunicación.
- ❖ Tienen mayor influencia y beneficia en mayor proporción al área educativa ya que la hace más accesible y dinámica.
- ❖ Son considerados temas de debate público y político, pues su utilización implica un futuro prometedor.
- ❖ Se relacionan con mayor frecuencia con el uso de la Internet y la informática.
- ❖ Afectan a numerosos ámbitos de la ciencia humana como la sociología, la teoría de las organizaciones o la gestión.
- ❖ En América Latina se destacan con su utilización en las Universidades e Instituciones Educativas de países como: Argentina y México, en Europa: España y Francia.

- ❖ Las principales nuevas tecnologías son: Internet, Robótica, Computadoras de propósito específico, Dinero electrónico.
- ❖ Resultan un gran alivio económico a largo plazo, aunque en el tiempo de adquisición resulte una fuerte inversión.
- ❖ Es oportuno para datos, textos, gráficos, sonido, voz e imágenes mediante la programación periódica de tele clases.
- ❖ Constituyen medios de comunicación y adquisición de información de toda variedad, inclusive científica, a los cuales las personas pueden acceder por sus propios medios, es decir potencian la educación a distancia en la cual es casi una necesidad del alumno, poder llegar a toda la información posible generalmente solo, con una ayuda mínima del profesor.
- ❖ Es eficiente, porque mensajes, conferencias, se transmiten en forma simultánea para todos los centros de influencia.
- ❖ Es económico, porque no es necesario desplazarse hasta la presencia del docente o hasta el centro educativo.
- ❖ Soluciona dificultad del experto, a que viaje largos trayectos.
- ❖ Es compatible con la educación presencial en cumplimiento del programa académico.
- ❖ Es innovador según la motivación interactivo de nuevos escenarios de aprendizaje.
- ❖ Es motivador en el aprendizaje, que estar enclaustrado en cuatro paredes del aula.
- ❖ Es actual, porque permite conocer las últimas novedades a través de la Internet y sistemas de información.

2.4.2.2. ¿Cuáles son los objetivos de las TIC's en el ámbito educativo?

CAMACHO y MENDÍAS, (2004). El aprendizaje que solía ser un claro proceso trashumano se ha convertido en algo en lo que la gente comparte, cada vez más, poderosas redes y cerebros artificiales. El reto de aprender solo puede gestionarse mediante una red mundial que agrupe todo el saber y todas las mentes.

Con esto surge entonces una nueva forma de concebir la enseñanza y el aprendizaje, pues es indiscutible que en la existencia de esa red de conocimientos que se concibe, está de por medio la computadora y por ende la introducción de las nuevas teorías sobre la obtención de conocimientos y el empleo de las tecnologías de Información y Comunicación.

La educación del tercer milenio es: aprender a aprender, aprender a conocer, aprender a hacer, y aprender a comprender al otro, por ello aquí se plantean algunos de los objetivos que se esperan cumplir en el aspecto educativo con el empleo de estas nuevas tecnologías de Información y Comunicación:

- ❖ Diseñar e implantar un servicio educativo innovador de aprendizaje abierto, implantando el dispositivo tecnológico adecuado para ampliar el marco de actuación de la universidad al ámbito nacional e internacional.
- ❖ Implantar un servicio de educación semiempresarial para estudios regulares de grado y de postgrado, apoyado en el servicio a que hace referencia en primer objetivo con el apoyo pedagógico, técnico y administrativo adecuado.
- ❖ Proporcionar acceso a los servicios educativos a cualquier alumno desde cualquier lugar, de forma que pueda desarrollar acciones de aprendizaje autónomamente, con ayuda de las nuevas tecnologías de la Información y a Comunicación.

2.4.2.3. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de las TIC's?

Si bien es cierto que la necesidad de comunicarse hace más notorio el carácter indispensable del conocimiento sobre las tecnologías de Información y Comunicación y la aplicación de éstas en distintos ámbitos de la vida humana, se hace necesario también reconocer las repercusiones que traerá consigo la utilización de estas nuevas tecnologías ya sean benéficas o perjudiciales. NEGROPONTE, A. y NICOLÁS, J. (1997, P. 205).

A continuación se mostrarán algunas de las ventajas y desventajas que origina el empleo de las TIC's en el desarrollo de las actividades humanas y de enseñanza aprendizaje.

2.4.2.4. La Utilización de las TIC's en los procesos educativos

En la actualidad, las nuevas tendencias del desarrollo de la sociedad, tienen influencia en los procesos educativos, formando un nuevo espacio en el cual se están proponiendo nuevas ideas, sentimientos y también nuevas tecnologías, que tienen el objetivo de prolongar y amplificar las facultades intelectuales del ser humano.

GONZÁLEZ, L. (2004). Tomando en cuenta los beneficios de la tecnología de la Información y Comunicación, se puede decir que para la utilización de las TIC's en los procesos educativos, se debe tener en cuenta los siguientes planteamientos:

- ❖ Son consideradas instrumentos para lograr una mayor universalidad de la educación mediante el uso de variadas formas de intervención para atender las necesidades educativas del estudiante en todas las etapas de su vida.

- ❖ Son igualmente instrumentos para lograr una mayor equidad de acceso a la educación y una mayor relevancia social a través de su presencia. Donde quiera y en cualquier momento.
- ❖ Se asocian con el logro de un desarrollo sostenible más armónico y un mayor equilibrio entre internacionalización y contextualización.
- ❖ Su utilización debería contribuir al mejoramiento de la calidad del personal académico, del currículum, de los métodos pedagógicos, la infraestructura de las Instituciones de Educativas.
- ❖ Se destaca igualmente el papel de las nuevas tecnologías en la evaluación de la calidad de la educación.
- ❖ Pueden permitir la reformulación y el desarrollo de una nueva forma de cooperación entre Instituciones de Educación, mediante el trabajo en red que permiten esas tecnologías.
- ❖ Contribuyen a promover un cambio radical en la orientación de la educación, de una educación que se ofrece una sola vez en la vida a una educación permanente, vitalicia y sin fronteras.
- ❖ Facilitan una mayor diversificación y flexibilidad de la educación.
- ❖ Contribuyen al mejoramiento de la calidad de la interacción entre profesores y estudiantes, los actores principales de la educación.
- ❖ Son catalizadoras de las acciones transformadoras de los paradigmas de trabajo en la educación, que se concretan en los siguientes puntos:
- ❖ De una enseñanza centrada en el profesor, al aprendizaje orientado a recursos y al estudiante.
- ❖ Del trabajo pedagógico de masas, al trabajo individualizado.
- ❖ De sistemas cerrados, a sistemas abiertos sin parámetros formales.
- ❖ Del currículum basado en el proveedor, a uno basado en el usuario.
- ❖ Del aislamiento, a los ambientes reticulares.
- ❖ Del aula de clases, al trabajo y el rendimiento basado en contextos de aprendizaje.
- ❖ De la enseñanza unidireccional, a la interactiva.
- ❖ Pueden promover una mayor interdependencia y asociación con el mundo del trabajo.

Los nuevos medios tecnológicos para la transformación hay que analizados a la luz de nuevos modelos de organización y funcionamiento de las Instituciones de Educación, con sus aspectos positivos, negativos, y de una multiplicidad de situaciones de aprendizaje. Además del aprendizaje que se realiza tradicionalmente en el marco de una Institución Educativa, aquél puede efectuarse en el trabajo, en el hogar, en una organización pública, en situaciones recreativas y de esparcimiento.

MARQUEZ, P. (2006). Esta multiplicidad de situaciones de aprendizaje será acompañada de una multiplicidad medios tecnológicos, de tecnologías y conectividad telemática, con el desarrollo de los computadores portátiles, computadores de bolsillo, la telefonía móvil con conexión a Internet, módems inalámbricos, redes locales (LAN) inalámbricas y otras innovaciones.

Por lo todo lo expuesto anteriormente, los profesores valoran altamente las nuevas tecnologías, considerándolas como agentes transformadores de cambio, en el proceso de enseñanza aprendizaje.

Entre unas de las contribuciones que las TIC's hacen dentro del campo educativo, la más principal es la de abrir un abanico de posibilidades de uso, que pueden situarse tanto en el ámbito de la educación a distancia, como en el de las modalidades de enseñanza presencial.

GARCÍA, A. (2005). Las perspectivas que las TIC's plantean para su uso educativo, exigen nuevos planteamientos que a su vez requerirán de un proceso de reflexión sobre el papel de la educación a distancia, en un nuevo mundo comunicativo. Se puede decir que mientras la enseñanza tradicional pone énfasis en la interacción social, el modelo de aplicación de las TIC's se esfuerza en proporcionar calidad de interacción individual del estudiante con los materiales.

Para finalizar se manifiesta, que los nuevos escenarios de la educación con la utilización de las TIC's, se caracterizan por la utilización de las nuevas tecnologías de la Información y la Comunicación, con la finalidad de lograr entornos de aprendizaje efectivos en los cuales participen activamente los estudiantes y los profesores, con un solo objetivo final el de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

2.4.2.5. La utilización de las TIC's por parte de los Docentes Universitarios

HUIDOBRO, J. (2005). Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones TIC's, han estado presentes en las aulas de clase por más de una década. Una de las principales preocupaciones sobre el uso efectivo de las TIC's en educación superior, es la preparación de los maestros en este campo, específicamente la transición que estos deben hacer del uso de computadores para prácticas repetitivas, hacia un enfoque más integrado con el currículo regular.

A los maestros se les bombardea con la idea de que los computadores deben ser parte integral de las actividades de su clase. Un desafío fundamental para muchos maestros es cómo usar el computador en la creación de oportunidades de aprendizaje innovadoras para sus estudiantes.

Pero la mayoría de los maestros no reciben ningún entrenamiento sobre el tema. Algunos afortunados asisten a algún curso sobre el manejo de "hardware" y "software", pero muy pocos son entrenados para integrar las TIC's a sus programas.

La integración de las TIC's no es simplemente considerar el computador como una herramienta. Este punto de vista promueve la noción del computador como algo marginal.

Este concepto confunde también a los que planean la educación pues implica que las TIC´s se pueden considerar como cualquier otra herramienta, igual al tablero o al retro proyector que necesitan para utilizarse muy poca o ninguna preparación. MENA, M. (2002).

TOURIÑAN, TH. (2001, p.222). Por otro lado considerar el computador como herramienta, permite a quienes planean el currículo seguir trabajando con el concepto tradicional de la educación basada en la materia y en el maestro como transmisor del conocimiento.

En otras palabras, llevar a los estudiantes durante 40 minutos semanales al aula de cómputo no es necesariamente integración como tampoco lo es usar el computador como una hoja de cálculo electrónica o permitir su utilización a los estudiantes que han terminado el trabajo que se les asignó en otras áreas.

Por el contrario, las TIC´s se integran cuando se usan naturalmente para apoyar y ampliar los objetivos curriculares y para estimular a los estudiantes a comprender mejor y a construir el aprendizaje. No es entonces algo que se haga por separado sino que debe formar parte de las actividades diarias que se lleven a cabo en el salón de clase.

Por ejemplo si el tema de la clase ha sido las formas geométricas y se quiere que los estudiantes demuestren su comprensión de los conceptos estudiados, se les puede pedir que con una cámara digital tomen fotografías de las formas geométricas que encuentran en la universidad, luego se les solicita que hagan una presentación en multimedia con diapositivas, en la que expliquen cada forma geométrica que encontraron.

El objetivo principal no es el uso de las TIC's propiamente dichas; el objetivo es comprometer a los estudiantes en la construcción de su aprendizaje y estar en capacidad de comprobar su comprensión de las formas geométricas.

Las TIC's enriquecen las actividades y posibilitan al estudiante para demostrar lo que sabe de manera nueva y creativa.

2.4.2.6. Autovaloración docente en relación a la actitud ética en el manejo de las TIC's

BANET, M. (2003). En la actualidad el uso de las computadoras es cada vez mayor y con ello el uso de Internet se ha convertido en una necesidad para realizar diversas actividades de la vida social y laboral. En este mundo cada vez más globalizado, las personas tienen la necesidad de mantenerse en contacto con la sociedad que les rodea, lo cual, gracias a Internet se consigue.

El ambiente de las tecnologías de la Información y la Comunicación, es uno de los entornos más cambiantes y dinámicos dentro del mundo moderno, y como muchas otras ramas no se encuentran exentas de la comisión de delitos y pirateo, lo cual desequilibra el orden y sentido de la educación, al mismo tiempo puede perjudicar a los sistemas computacionales.

No se debe olvidar que Internet es una red de comunicación no regulada, lo cual da paso a que se cometan actividades no éticas e ilegales que perjudiquen a la sociedad.

Así como muchas otras profesiones, la Informática se ha visto en la necesidad de reflexionar sobre una ética particular.

El objetivo de la ética, no es solamente analizar el impacto de las Tecnologías de Información y Comunicaciones TIC's en los valores humanos, sino proponer un marco conceptual adecuado para entender los dilemas éticos que origina la informática y además establecer una guía cuando no existe reglamentación de dar uso a la Internet.

La ética es una disciplina filosófica que se define como los principios directivos que orientan a las personas en cuanto a la concepción de la vida, el hombre, los juicios, los hechos, y la moral. ÁLVAREZ, R. (2005).

La tecnología informática plantea nuevas situaciones y nuevos problemas y gran parte de estas nuevas situaciones y problemas son de una naturaleza ética; obviamente existen intentos de resolver estos problemas aplicando las actuales reglas y soluciones éticas de carácter general.

Para el caso de las Instituciones Educativas, se debe tener bien claro que al alcance de un clic hay un cúmulo de información muy grande que constituye un soporte muy valioso para el proceso docente educativo, pero al mismo tiempo está la información manipulada y tergiversada, la pornografía y otros males que pudieran perjudicar o dañar dicho proceso.

Por lo tanto el código de ética es un documento que debe estar muy bien concebido por parte de los estudiantes desde sus inicios en el entorno de la Institución Educativa.

LARA, L. (2004). Existen varias normas éticas que se deben tomar en cuenta cuando se utilicen las TIC's, entre ellas se puede citar:

- ❖ No utilizar una computadora para dañar a otros.
- ❖ No interferir con el trabajo ajeno.
- ❖ No indagar en los archivos ajenos.
- ❖ No utilizar una computadora para robar.

- ❖ No utilizar la informática para realizar fraudes.
- ❖ No copiar o utilizar software que no tenga el debido respaldo o licencia comprado.
- ❖ No utilizar los recursos informáticos ajenos sin la debida autorización.
- ❖ No apropiarse de los derechos intelectuales de otros.
- ❖ Evaluar las consecuencias sociales de cualquier código que se desarrolle.
- ❖ Siempre utilizar las computadoras de tal manera que se respete los derechos de los demás.

El principio ético fundamental es que la persona humana y la comunidad humana son el fin y la medida del uso de los medios de comunicación social; la comunicación debería realizarse de persona a persona, con vistas al desarrollo integral de las mismas.

Con las reflexiones sobre la ética en las TIC's se pueden apreciar distintas dimensiones: es lo que esta tiene de comunicación, es lo que tienen relacionado con la informática o por último, lo que tienen en cuanto a tecnología o ingeniería del mundo de la telecomunicación.

Contenido y cumplimiento de los códigos de ética. Los profesionales de la informática y las empresas del mundo de las TIC's, están desarrollando código deontológico para garantizar la conducta ética en sus asociados o en sus organizaciones. Esto supone un constante reto. Elaborar un código de ética es una tarea laboriosa y detallista.

Lamentablemente muchas asociaciones profesionales y empresas creen que su tarea termina cuando consiguen presentar en sociedad un código ético propio bien elaborado mostrándose así ante sus propios países y ante la comunidad internacional como organizaciones responsables y preocupadas por la ética.

Sin embargo, hoy día existen serios intentos de hacer ver a las asociaciones profesionales que es necesario apoyar activa y continuamente a sus asociados en sus deseos de actuar con justicia en su profesión.

No es ético realizar pirateo de Software y desarrollar virus Informáticos, pues ello desequilibra el orden empresarial, perjudicando a los sistemas computacionales. BANET, M. (2003).

El éxito de los informáticos en el futuro estará muy ligado a la ética informática pues ello permitirá una adecuada formación profesional, lo cual evitará la ejecución del pirateo de información que actualmente es muy practicado.

La sociedad deberá prepararse cada vez más para afrontar esta transición de la sociedad de la información que se presenta y cada individuo deberá administrar los conocimientos e información con juicio recto y moral.

Las organizaciones empresariales que deseen ser competitivas, deberán adaptar la tecnología de información para administrar su información, pero siempre cuidando los principios éticos que delinee las políticas empresariales y los procedimientos a seguir con el uso de la información.

Los códigos de ética están relacionados con aspectos computacionales, por lo que hace referencia a la Ingeniería del Software. Estamos ante un intento serio de proponer una reflexión sistematizada de los aspectos éticos de una de las cuestiones más relevantes de nuestro entorno social.

La ética informática es un reto para la vida educativa, pues se tiene que educar con conciencia ética, ha de ser también parte del currículo de los centros de enseñanza e investigación informática.

2.4.3. Entornos Virtuales de Aprendizaje

Tal como se ha mencionado una de las grandes potencialidades del uso de las TIC's en la formación online es poder apoyar la implementación de entornos de aprendizaje centrados en enfoques constructivista del proceso de enseñanza y aprendizaje. DOOLITTLE, P. (1999) ha resumido en ocho principios lo que se puede denominar "el enfoque constructivista de la enseñanza online":

El aprendizaje debe tener lugar en entornos auténticos del mundo real. La experiencia, social y con objetos, es el catalizador primario del conocimiento, ya que proporciona la actividad sobre la cual opera la mente. Las experiencias auténticas son esenciales para que el sujeto construya una representación exacta del mundo "real", no de un mundo "artificial". Las experiencias auténticas son importantes para que el individuo construya estructuras mentales que sean viables en situaciones significativas.

El aprendizaje debe implicar negociación social y mediación. La interacción social proporciona el desarrollo de destrezas y conocimientos socialmente relevantes así como un mecanismo para las perturbaciones que pueden requerir adaptación individual. La contradicción entre las estructuras de conocimiento del individuo y la experiencia social promueven la acomodación de dicha contradicción en orden a mantener un modelo exacto de la realidad o un modelo social o personal coherente. Un componente integral de la mediación social es el lenguaje. El lenguaje es el medio a través del cual el conocimiento y la comprensión son construidos en situaciones sociales.

Contenidos y destrezas deben ser relevantes para el estudiante. El conocimiento sirve a una función adaptativa, por tanto debe ser relevante a la situación actual del individuo (significados, metas y objetivos).

Esta relevancia conduce a un aumento de la motivación en la medida en que el sujeto comprende la necesidad de cierto conocimiento. La experiencia con tareas relevantes proporcionará al individuo los procesos mentales, la información social y las experiencias personales necesarias para un mejor funcionamiento dentro de su propio ambiente.

Los contenidos y destrezas deben ser comprendidos dentro de la estructura de los conocimientos anteriores del aprendiz. Todo aprendizaje comienza con los conocimientos previos del individuo. Los errores son especialmente significativos para comprender las reglas y estructuras de los aprendices. Las nuevas experiencias de aprendizaje solo pueden asentarse en los conocimientos previos de los aprendices.

Los estudiantes deben ser evaluados de manera formativa, de modo que esta información sirva para futuros aprendizajes. Las experiencias y actividades formativas deben basarse en los conocimientos previos, pero éstos no son directamente observables. La evaluación formativa es la manera de obtener dicha información, necesaria para diseñar las siguientes experiencias y actividades de aprendizaje.

CALSINA, Q. (2005). Los estudiantes deben ser estimulados a convertirse en aprendices auto-regulados, auto-mediados y auto-conscientes. El presupuesto de que los seres humanos son constructores activos de significados y conocimientos implica que dicha actividad supone la auto-organización de experiencias y requiere que el estudiante regule sus propias funciones cognitivas, genere nuevos significados del conocimiento existente y sea consciente de las estructuras de los conocimientos actuales. El constructo de la meta-cognición, pensamiento sobre el propio pensamiento, resume esta exigencia.

La meta-cognición es:

- a) Conocimiento de la cognición (saber lo que uno sabe, saber lo que uno es capaz de hacer y saber qué hacer y cuando).
- b) Regulación de la cognición (la tarea constante de planificar, monitorizar y evaluar el propio conocimiento y aprendizaje).

Los profesores sirven prioritariamente de guías y facilitadores del aprendizaje, no de instructores. El papel del profesor en el proceso de aprendizaje es crear experiencias para los estudiantes que les conducirán a la adquisición de conocimientos. En las visiones radical y social del constructivismo, dado que no existe un conocimiento factual que transmitir, el profesor solo puede guiar a los estudiantes hacia la conciencia de sus experiencias y los significados socialmente acordados. Su papel es motivar, proporcionar ejemplos, discutir, facilitar apoyo y desafiar, pero no intentar actuar como un conducto del conocimiento. SCANGOLI, N. (2004).

Los profesores deben proporcionar múltiples perspectivas y representaciones de los contenidos. Experimentar múltiples perspectivas de un evento particular ofrece al estudiante los materiales necesarios para desarrollar múltiples representaciones de los hechos. Dichas representaciones proporcionan a los estudiantes varias rutas desde las cuales construir conocimientos y la habilidad de desarrollar esquemas más complejos y relevantes en relación a la experiencia. Examinar una experiencia o hecho desde múltiples perspectivas facilita al estudiante mayores oportunidades para desarrollar un modelo más viable de sus experiencias e interacciones sociales.

Un entorno virtual de enseñanza (EVA) en algunos casos denominado también entornos virtual de enseñanza/aprendizaje (EVE/A) es una aplicación informática diseñada para facilitar la comunicación pedagógica

entre los participantes en un proceso educativo, sea éste completamente a distancia, presencial, o de una naturaleza mixta que combine ambas modalidades en diversas proporciones. ADELL y GUMBAU, (2004).

Un EVE/A sirve para: distribuir materiales educativos en formato digital (textos, imágenes, audio, simulaciones, juegos), realizar discusiones en línea, integrar contenidos relevantes de la red o para posibilitar la participación de expertos o profesionales externos en los debates o charlas. En un EVE/A se combinan herramientas: para la comunicación síncrona y asíncrona; para la gestión de los materiales de aprendizaje; para la gestión de las personas participantes, incluidos sistemas de seguimiento y evaluación del progreso de los estudiantes. Desde el punto de vista didáctico, un EVE/A ofrece soporte tecnológico a profesores y estudiantes para optimizar distintas fases del proceso de enseñanza/aprendizaje: planificación, implementación, desarrollo y evaluación del curriculum. Un EVA trata de aprovechar, en beneficio de la educación, el espacio que la informática y las telecomunicaciones hacen posible. DUART y SANGRA, (2000).

GROS (2004) denomina entorno virtual de aprendizaje a la creación de materiales informáticos de enseñanza-aprendizaje basados en un sistema de comunicación mediada por el computador, lo que se diferencia de una página web. Esta autora considera que el diseño de un entorno para la formación debería tener en cuenta una serie de características específicas que proporcionen el medio a partir de las cuales plantear su explotación. Citando a DILLENBOURG, (2000) esta autora destaca siete elementos básicos a tener en cuenta al hablar de diseño de entornos virtuales para la formación, estos elementos los hemos complementado con visiones de otros autores.

Un entorno virtual de aprendizaje es un espacio diseñado con finalidades formativas. El entorno virtual de aprendizaje debe diferenciarse de un espacio web bien estructurado, pues este no garantiza aprendizaje.

El diseño debe nutrirse principalmente de las Investigaciones relacionadas a la estructuración y representación de la información y cómo puede ser utilizada en actividades de aprendizaje e interacción. La gestión y organización del conocimiento, el uso de representaciones hipertextuales, la adquisición de información a través de simulaciones, todos estos medios son accesibles en un entorno virtual pero es preciso saber en qué momento utilizarlo en función de los objetivos y aprendizajes que se desean alcanzar.

Un entorno virtual de aprendizaje es un espacio social: Se requiere que haya una interacción social sobre la Información. Esto incluye comunicación sincrónica, asincrónica, la posibilidad de compartir espacios. La noción de "espacio social" abre posibilidades muy interesantes que todavía deben ser exploradas ya que en la mayor parte de los usos actuales todavía queda muy restringido un uso enciclopédico de la información. En necesario una fuerte presencia social que permita sentirse identificado y comprometido con el grupo curso WALLACE, (2001); GARRISON y ANDERSON (2005). Las interacciones sociales especialmente las informales son a menudo subvaloradas sin embargo, son necesarias para reducir la sensación de aislamiento y aumentar la colaboración entre los participantes del curso CONTRERAS, FAVELA, PÉREZ, (2004). En su Investigación estos autores reportan que los estudiantes que interactúan más informan mayor satisfacción con el curso en general. STACEY y RICE (2002) destacan a partir de sus investigaciones la importancia de destinar tiempo y actividades para establecer la presencia social en un ambiente de aprendizaje en línea.

La interacción social activa la participación en las discusiones, aumenta la motivación, y ayuda a construir una comunidad. LIPONNEN, (2002).

El espacio social está representado explícitamente. La representación de la información en un entorno de aprendizaje virtual puede ser muy variada, siendo la organización de la información cada vez más hipertextual lo que otorga un papel más activo al usuario.

La percepción de telepresencia, de estar en un espacio virtual de aprendizaje, se debe a las sensaciones a las que da lugar la participación en el entorno hipermedia y a la posibilidad de relacionarse con otras personas que también acceden a él.

El grado en el que se experimenta esta sensación depende del nivel de realismo que se consiga en la presentación de contenidos a través del propio entorno. El aspecto clave no es la representación por sí misma, sino qué hacen los estudiantes con la representación ya que el espacio social representado no es neutro. La "biblioteca", el "cibercafé", condicionan el tipo de relación y comunicación de los estudiantes. Y, de hecho, se acostumbran a utilizar representaciones que tienen una correspondencia en el espacio habitual de clase como elemento de enlace con los nuevos entornos.

Los estudiantes no sólo son activos sino también actores, construyen el espacio virtual. En un entorno virtual de aprendizaje, los estudiantes pueden ser también diseñadores y productores de contenidos. En este sentido, el papel es mucho más participativo y activo ya que puede contribuir con sus aportaciones, aumentar la base de conocimiento, reforzar enlaces. En definitiva, el conocimiento es mucho más dinámico y cambiante.

Los entornos virtuales de aprendizaje no están restringidos a la enseñanza a distancia, también pueden enriquecer la enseñanza presencial. A menudo se centra el estudio del diseño de los entornos virtuales en los campus virtuales y se sitúa en la enseñanza a distancia.

Sin duda, la enseñanza a distancia se beneficia de forma importante de los nuevos medios de transmisión de información y comunicación pero también la enseñanza presencial. Por este motivo, el concepto de semi-presencialidad o bimodalidad se va extendiendo rápidamente y la enseñanza formal y las universidades están incorporando actividades formativas en la red como elemento complementario.

BARBERA y BADIA, (2004) proponen el uso de estos espacios como apoyo a la clase presencial, o como complemento de ésta.

La tendencia es ofrecer dichos entornos virtuales de enseñanza/aprendizaje como soporte, apoyo o complemento a las actividades presenciales, lo que se denomina blended learning, es decir, la "integración meditada de experiencias de aprendizaje presencial en el aula con experiencias de aprendizaje en línea GARRISON y KANUKA, (2004, pág. 96).

Los entornos virtuales de aprendizaje integran diferentes tecnologías y también enfoques pedagógicos múltiples. Un entorno de aprendizaje virtual depende siempre de la variedad de herramientas que se utilizan y del tipo de modelo educativo desarrollado. En definitiva, un entorno virtual de aprendizaje integra una gran variedad de herramientas que apoyan las múltiples funciones: información, comunicación, colaboración, aprendizaje, gestión, etc. La mayoría de los entornos virtuales no excluyen los entornos físicos. El uso de un entorno virtual no excluye la utilización de otros tipos de materiales. A menudo aparecen controversias sobre las ventajas e inconvenientes de los medios tradicionales respecto a las tecnologías actuales. Sin embargo, el uso de unos medios no anula a los otros y, generalmente unos se apoyan en los otros. Por este motivo, se puede diseñar un entorno virtual con material en red pero complementado con la lectura de libros, artículos, utilización de películas, etc.

A pesar de las bondades de los EVA, es necesario afirmar que la adopción de un EVE/A no garantiza la innovación ni la mejorar de la calidad de la enseñanza. Esto porque al los diseños de los espacios virtuales de aprendizaje, responden a las concepciones del proceso de enseñanza aprendizaje que adscriben quienes los diseñan, siendo perfectamente posible utilizar estos espacios para implementar espacios que responden a modelos cognitivos en lugar de constructivos.

Por lo anterior para usar un EVA para efectivamente innovar en las prácticas formativas online es necesario la disponibilidad de los recursos tecnológicos, planes de formación del profesorado que consideren paradigmas metodológicos acordes a los nuevos tiempos como el constructivismo y la construcción social de conocimiento, el desarrollo de competencias en el uso tecnológicos de estos espacios y en las habilidades relacionadas al rol del docente como diseñador de experiencias formativas virtuales y animador de la interacción en éstos espacios. En este sentido formar docentes, comunidades de aprendizaje y/o comunidades de práctica para realizar o apoyar estos procesos formativos puede ser de gran utilidad.

"Los entornos virtuales pretenden crear un aula donde ésta no está disponible, o bien ampliar las potencialidades del aula real. Los entornos virtuales de aprendizaje son eso, virtuales: reproducen el modelo de enseñanza/aprendizaje que tiene el profesor. Si su modelo es transmisor en el aula, en su virtualidad electrónica también lo será". FERNÁNDEZ, (2006).

"Un entorno virtual de aprendizaje es un espacio con accesos restringidos, concebido y diseñado para que las personas que acceden a él desarrollen procesos de incorporación de habilidades y saberes, mediante sistemas telemáticos", HELLERS, (2002).

Ampliando un poco más la definición anterior, se tiene que un entorno virtual de aprendizaje es un espacio, situado en un servidor, al que se accede a través de cualquier ordenador conectado a Internet, en cualquier momento y desde cualquier lugar.

Este espacio puede tener o no, el acceso restringido a un determinado tipo de usuarios y está concebido y diseñado para que quienes accedan a él desarrollen procesos de enseñanza-aprendizaje, mediante sistemas telemáticos. Suele abreviarse como EVA.

Algunos autores lo abrevian como AVA ya que prefieren llamarlo: Ambiente Virtual de Aprendizaje, LÓPEZ, R. (2002). Este último lo define como:

"El conjunto de entornos de interacción, sincrónica y asincrónica, donde, con base en un programa curricular, se lleva a cabo el proceso enseñanza-aprendizaje, a través de un sistema de administración de aprendizaje."

Estos entornos requieren equipos informáticos de gran potencia, con sus correspondientes programas. Dichos equipos necesitan de una infraestructura de redes y todo lo que implica: Internet, fibra óptica, servidores.

- ❖ Los usuarios deben poseer un ordenador con acceso a Internet Incorporan tecnologías de la información y la comunicación.
- ❖ Requieren de una infraestructura tecnológica para estos sistemas de administración de aprendizaje, así como para que los usuarios tengan acceso a los mismos, generalmente mediante un sistema de contraseñas para la identificación de los usuarios
- ❖ Aunque poseen un diseño general que no se puede cambiar, cada usuario posee ciertas posibilidades de personalización del entorno.

- ❖ Los usuarios, ya sean profesores o alumnos, pueden acceder a bases de datos o comunicarse entre sí, enviándose trabajos y correo.
- ❖ Son abiertos y flexibles: se accede a ellos en cualquier momento, desde cualquier lugar y pueden adecuarse a distintos tipos de aprendizajes y de alumnos.
- ❖ Son interactivos y permiten a los alumnos y a los profesores acceder a la información y aprender de forma más responsable al no estar sujetos a un horario obligatorio como en la enseñanza presencial.
- ❖ Permiten diseñar diferentes actividades para un mismo tema y personalizar más la enseñanza y el aprendizaje así como su seguimiento.
- ❖ Los materiales didácticos pueden ser diseñados en soportes multimedia lo que puede hacerlos más atractivos y motivadores.
- ❖ Pueden usarse y actualizarse con facilidad y sin necesidad de tener grandes conocimientos informáticos.
- ❖ Permiten la búsqueda rápida de contenidos.
- ❖ Suelen contener foros de intercambio de opiniones.
- ❖ Algunos facilitan la corrección de exámenes y la justificación de su evaluación.
- ❖ Facilitan enlaces a páginas web recomendadas para la ampliación de conocimientos, con una breve explicación de su contenido.
- ❖ Suelen proporcionar una agenda de la programación actualizada de una determinada materia de estudio.
- ❖ Se utilizan para impartir formación tanto reglada como no reglada.
- ❖ Pueden usarse en sistemas de formación totalmente virtual o combinarse con sistemas de formación presencial.
- ❖ Operan en entornos de: conocimiento, colaboración, asesoría, experimentación, gestión. LÓPEZ, R. (2002).

2.4.3.1. Los elementos constitutivos de un Entorno Virtual de Aprendizaje son:

- ❖ Una infraestructura tecnológica para estos sistemas de administración de aprendizaje, así como para que los usuarios tengan acceso a los mismos.
- ❖ Una infraestructura de redes y todo lo que implica: Internet, fibra óptica, servidores.
- ❖ Un programador/es para ofrecer una interactividad adecuada y de calidad en la comunicación y la navegación.
- ❖ Los usuarios requieren de ordenador con acceso a un equipo informático conectado a la red de Internet, ya sea desde su casa o la universidad.
- ❖ Los especialistas que son quienes se encargan del diseño del entorno.
- ❖ El administrador que debe dar apoyo técnico y responsabilizarse de colocar o poner a disposición de los usuarios los contenidos y recursos del AVA.
- ❖ Los usuarios que son tanto los profesores como los alumnos. Por lo general, todos ellos suelen tener una clave que los identifica cuando entran en el sistema (nombre de usuario y clave de acceso), que les permite ser reconocidos por el sistema y acceder al entorno y sus contenidos virtuales. Siempre que dispongan de un ordenador con conexión a Internet y requisitos técnicos mínimos.
- ❖ Un conjunto de contenidos necesarios para la enseñanza-aprendizaje que pueden ser diseñados por: los profesores de las distintas materias o por expertos. LÓPEZ, R. (2002).

2.4.4. La Educación

La educación en su más amplio sentido, ha existido siempre en todas las colectividades humanas, aún en los grupos más primitivos. Desde este punto de vista el proceso educativo consiste en la asimilación de la cultura de grupo en que se vive y en la formación de una personalidad que se adapte adecuadamente a él. Por esta razón puede decirse que la educación es una función social, y que es la sociedad encargada de realizarla mediante una serie de actos destinados al efecto.

La educación es el conjunto de influencias que se ejercen en el individuo y que contribuyen a adaptarlo al medio cósmico y social, estas influencias pueden ser involuntarias e inconscientes o conscientes y premeditadas. El clima, el suelo, las costumbres, el idioma, las opiniones recibidas, la organización económica y social, etc., obran ciegamente en el individuo y le obligan a adaptarse a las condiciones o a modificar estas últimas para satisfacer las necesidades de la vida. En este concepto, todo cuanto existe y cuanto piensa es un factor de educación. Todos somos a un tiempo educadores y educandos. Todos tenemos nuestra parte brillante o modesta, en el trabajo se forja del destino humano.

La educación propiamente dicha o como también lo podríamos llamar, la adaptación al medio, se refiere cuando la familia misma es incapaz de preparar por sí sola al educando para satisfacer las necesidades de la vida y entonces aparecen las escuelas, la iglesia, las asociaciones culturales y demás instituciones educadores y docentes. La acción que estos factores ejercen conscientemente sobre el individuo y la comunidad es lo que en un sentido estricto se llama educación.

Modernamente se considera que la educación tiene los siguientes objetivos:

- ❖ Transmitir a las nuevas generaciones los valores culturales de que dispone.
- ❖ Inculcar en el joven los ideales, los hábitos y aún las creencias del grupo social en que vive, para que pueda llegar a ser un elemento útil y sano.
- ❖ Fomentar en la nueva generación el impulso creador que permite el progreso del individuo y de las instituciones. ENCICLOPEDIA BARSA, (1999, Pág. 100 - 102).

2.4.4.1. Concepciones de Educación

El concepto de educación, la expresión educación tiene su origen en dos palabras latinas: educare y educere. La primera significa crianza, dotación, alimentación, conducir a partir de, y la segunda trae consigo la idea de desarrollo y de extracción, de hacer salir. Desde esta perspectiva el concepto de educación integra los dos sentidos complementarios que tradicionalmente se le asignan, por un lado el de enseñanza, como una acción externa, y por otro, el de aprendizaje como una actividad interna del sujeto que aprende.

También puede definirse como: El proceso multidireccional mediante el cual se transmiten conocimientos, valores, costumbres y formas de actuar. La educación no solo se produce a través de la palabra, está presente en todas nuestras acciones, sentimientos y actitudes. CASTILLEJO, (1994).

Esta doble dimensión del concepto de educación, ha dado lugar a posiciones contrapuestas en su evolución histórica; dependiendo del énfasis dado al proceso de enseñanza o al proceso de aprendizaje. En nuestros días, cuando se dice que uno de los propósitos más relevantes de la educación formal es el "aprender a aprender", se hace evidente que los procesos se centran más en el aprendizaje que en la enseñanza.

Una connotación muy importante del concepto de educación, hace referencia a que se trata de un fenómeno básicamente social. SARRAMONA, (1991); VYGOTSKY, (1977); CASTILLEJO, (1994). Esta dimensión social del hecho educativo aparece tanto en su naturaleza misma como en los contenidos culturales que la acción educativa implica. Es evidente que es consubstancial al proceso educativo la acción de los otros sobre el sujeto que aprende y que la selección de los contenidos, los hábitos y los valores (el currículo), que se aprenden a través de la institución escolar, corresponde a lo que la sociedad estima pertinente en un momento dado de su evolución histórica. Por tanto, la educación es un proceso que está social y culturalmente determinado por el momento histórico, el espacio en que acontece, la cultura imperante y por los acontecimientos sociales y políticos en que ocurre.

Todo lo que se enseña y aprende en el proceso educativo, constituye el contenido de la educación. Estos contenidos están referidos a los saberes: conceptos, palabras, códigos, leyes, principios, etc.; el saber-hacer: procedimientos, estrategias, técnicas y otros, que conforman la parte operativa del saber; y el saber-ser: que comprende la estimación de la realidad a través de la adquisición y consolidación de valores, actitudes, afectos, preferencias, adhesiones, etc.

En el Informe a la UNESCO de la Comisión Internacional sobre la Educación para el siglo XXI, se plantea que los cuatro pilares de la educación son el aprender a conocer, esto significa adquirir las herramientas necesarias para la comprensión; aprender a hacer, para poder influir sobre su propio entorno; el aprender a convivir, para participar y cooperar con los demás en todas las actividades humanas; y, por último, el aprender a ser que es un proceso fundamental que recoge elementos de los tres anteriores y tiene que ver con el plano intrapersonal.

Según se discute en los círculos más especializados, la educación se presenta como una de las llaves de acceso al siglo XXI.

Como respuesta a los nuevos desafíos, se plantea que una posible solución es que todos aprendamos a aprender.

La educación ha de adaptarse a los cambios sin dejar de transmitir el saber adquirido, los principios y los frutos de la experiencia y formar al hombre necesario para enfrentar los nuevos desafíos. Para ello es preciso que se proyecte hacia ideales de paz, libertad y justicia social, en una palabra debe favorecer el desarrollo humano.

Este final de siglo se caracteriza por progresos económicos y científicos; pero en un marco general de globalización neoliberal que plantea disyuntivas difíciles a las políticas educativas en lo que respecta a la calidad, al desarrollo humano, al respeto a la condición humana, al progreso material, a la equidad, a la conservación de la naturaleza.

De acuerdo con las ideas modernas todos los pedagogos modernos admiten, por lo menos implícitamente, que la educación es una actividad directriz del educando para la vida del adulto, de acuerdo con las necesidades, valores e ideales que la vida tiene en cada sociedad. La preparación para la vida del adulto supone una dirección del desarrollo y de la adaptación al medio pues de otro modo las actividades del adulto podrían ponerse en desacuerdo con los valores y necesidades colectivas así pues se puede definir la educación diciendo que es el encauce o dirección del desarrollo y de la adaptación al medio, de acuerdo con ciertos valores e ideales en términos más sencillos, educar quiere decir dirigir racionalmente la vida. La educación es una necesidad humana intelectual que está dentro del área social que deberse atendida por el estado como prioridad nacional.

El proceso de vinculación y concienciación cultural, moral y conductual. Así, a través de la educación, las nuevas generaciones asimilan y aprenden los conocimientos, normas de conducta, modos de ser y formas de ver el mundo de generaciones anteriores, creando además centros nuevos. La Educación se comparte entre las personas por medio de nuestras ideas, cultura, conocimientos, etc. respetando siempre a los demás.

Esta no siempre se da en el aula.

Una de las definiciones más interesantes nos la propone uno de los más grandes pensadores, Aristóteles: "La educación consiste en dirigir los sentimientos de placer y dolor hacia el orden ético."

La función de la educación es ayudar y orientar a educado para conservar y utilizar los valores de la cultura que se le imparte (pez la occidental democrática y cristiana-), fortaleciendo la identidad nacional. La educación abarca muchos ámbitos; como la educación formal, informal y no formal.

La definición de educación nos señala que existen diferentes tipos, aquí haremos referencia a las más conocidas y empleadas en la actualidad.

Empezaremos con lo que se conoce como educación a distancia, la misma consiste en un método de aprendizaje en el que no se necesita la presencia física de un profesor como si sucede en la enseñanza tradicional. Esta tipología surgió a finales del siglo XX a causa del desarrollo de las tecnologías de la comunicación en especial de las fases de lo "multimedia" e "interactiva". La educación para adultos se basa en un programa de aprendizaje desafiado para dar una respuesta apropiada a las necesidades de los adultos/ esto sucede debido a que estos necesitan compatibilizar el estudio con otras responsabilidades familiares y laborales.

También contamos con la educación laica y religiosa; la primera, aplica la enseñanza de los postulados del laicismo, lo que supone la neutralidad de la institución con los cultos religiosos, lo contrario a la enseñanza religiosa la cual cuenta con materias como catequesis.

Por último a fines del siglo XX se estableció en varios países la educación sexual, la misma tiene como objetivo informar a los adolescentes sobre su sexualidad y los métodos de prevención de enfermedades venéreas.

Actualmente se define a la educación como un proceso para adquirir, transmitir y acrecentar el bagaje cultural de la sociedad a fin de perpetuar su propia existencia y su continuo desarrollo. Es también un proceso continuado que desarrolla integralmente el potencial humano, incrementando la libertad y responsabilidad de la persona.

Otras definiciones de educación son:

- ❖ Proceso bidireccional mediante el cual se transmiten conocimientos, valores, costumbres y formas de actuar. La educación no solo se produce a través de la palabra: está presente en todas nuestras acciones, sentimientos y actitudes.
- ❖ Proceso de vinculación y concienciación cultural, moral y conductual. Así, a través de la educación, las nuevas generaciones asimilan y aprenden los conocimientos, normas de conducta, modos de ser y formas de ver el mundo de generaciones anteriores, creando además otros nuevos.

La Educación se comparte entre las personas por medio de nuestras ideas, cultura, conocimientos, etc. respetando siempre a los demás.

Una de las formas de clasificar a la educación es por su dirección e intencionalidad. Por su dirección la educación puede ser: heteroeducación o autoeducación.

Otras clasificaciones de la educación son:

- ❖ Formal, no formal e informal.
- ❖ De adultos, especial, física.
- ❖ La que se recibe de la familia y la especializada que se imparte en la escuela.

2.4.4.2. La Calidad de la Educación

La evaluación del aprendizaje, es un componente muy importante para la consecución de la calidad de la educación en una institución y en especial en el Instituto Nacional Mejía, objeto de nuestro estudio.

Para precisar el concepto de calidad de la educación, se ha tomado de la revista “Apuntes sobre Evaluación” del Proyecto Equinoccio, algunas ideas centrales:

- ❖ A nivel macro - social, la calidad educativa se entiende como un concepto complejo que conjuga cuatro componentes: relevancia, eficacia, equidad, y eficiencia.
- ❖ La calidad educativa se refiere a los resultados del aprendizaje; es decir, permite poner al estudiante en el centro y en lo que él aprende, en lugar del sistema y en lo que éste enseña.
- ❖ No existe la escuela típica. Cada escuela es distinta. Opera en contextos distintos y con necesidades diferentes; se enfrenta a problemas diversos y a puntos de partida para llegar a los objetivos deseados también distintos. Las instituciones de educación básica del país constituyen un mundo heterogéneo.
- ❖ De ahí que trabajar desde la propia escuela, desde sus características específicas y sus necesidades y problemas, para plantear desde cada una de ellas como lograr los objetivos que persigue nuestro sistema de educación, es lo sensato.

Cada uno de los postulados propuestos, debe ser tomado en cuenta cuando se pretende generar un módulo de autoaprendizaje en el área de la matemática, que sea de calidad y responda adecuadamente a la filosofía institucional y las políticas educativas que se pretendan innovar en la práctica de la enseñanza aprendizaje.

2.4.4.3. Los valores de la educación:

Para determinar los fines o valores disciplinarios, es necesario analizar la personalidad humana. Los poderes o capacidades que las actividades prácticas suponen, los que nos sirven para satisfacer las necesidades de la vida (memoria, atención, imaginación, inteligencia, etc.) deben cultivarse cuidadosamente, a fin de procurarles el mayor desarrollo y perfeccionamiento para los intereses de la educación.

Dichas capacidades pueden dividirse en tres grandes grupos o clases las que constituyen el poder de observación, (sensación, percepción, apercepción, etc.) las que forman el poder de reflexión (memoria, imaginación, juicio y raciocinio) y los poderes de actuación (desarrollo físico, poderes de expresión, aptitudes profesionales carácter moral, etc.) con estos poderes deben cultivarse y encauzarse los sentimientos y emociones que les dan valor, sentido y justificación. Y la educación efectiva no puede realizarse sin cultivar al mismo tiempo otras funciones mentales, volitivas y cognoscitivas.

Valores ideales son aquellos que sirven de estímulo efectivo a todos los demás valores o fines formales o prácticos. Los ideales más abstractos son universales y van variando de forma y contenido en todos los grados de la civilización humana, tales como es el bien, la belleza y la verdad, otros se subordinan a las condiciones sociales, es decir regulan la conducta humana (normas morales, estéticas, deberes religiosos, etc.) los ideales sociales de justicia, cooperación social, progreso patriotismo; los que se relacionan con los valores disciplinarios (integridad del desarrollo, equilibrio mental, perfeccionamiento moral, intelectual etc.); los ideales profesionales (eficacia, y economía del trabajo, etc.) Cada una de las actividades prácticas y de las aptitudes o poderes mentales tiene un ideal al cual sin perder nunca de vista las disposiciones individuales, deben converger los esfuerzos del educador.

Posibilidad de la educación: Según los pedagogos no están de acuerdo acerca del poder y la eficacia de la educación, esta para algunos, es omnipotente, otros afirman que su influencia es nula o casi nula. Según otra teoría, la más aceptada y racional, la educación es posible, pero dentro de ciertos límites y condiciones.

Necesidad de la educación: La educación es, pues indispensable ya que sin ella el niño se formaría al azar y, falto de discernimiento y de experiencia, no podría evitar innumerables peligros, ni adquirir los hábitos y el caudal de ideas y conocimientos que la vida civilizada necesita. También si ella el educando no podría elevarse sobre el nivel del salvaje o del hombre primitivo.

Según Tolstoi, la educación deforma al hombre haciéndolo a semejanza del educador, esta creencia es hija de un error. La verdadera educación procura formar al niño de acuerdo con su propia individualidad. La educación consiste, pues en una dirección de las actividades del educando con tres clases de fines o propósitos: la primera, para adaptarlo al medio ambiente; la segunda para desarrollar sus poderes y aptitudes; y la tercera para que viva de acuerdo con los valores e ideales de la vida.

2.4.4.4. El Constructivismo

Un enfoque que sostiene que el individuo tanto en los aspectos cognoscitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. El conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano, que se realiza con los esquemas que ya posee, con lo que ya construyó en su relación con el medio que la rodea.

El constructivismo es una explicación científica acerca del conocimiento que es citado frecuentemente como una novedad en los sistemas educativos del mundo. Debido a que tal categoría puede implicar a uno o varios teóricos, en este documento aludimos al constructivismo que se relaciona con las aportaciones de Jean Piaget, de Liev Semiónovich Vygotski, de Jerome S. Bruner y de David P. Ausubel, sin que eso quiera decir que son los únicos teóricos que se han referido a esa explicación. El constructivismo se ha constituido en una forma mediante la cual se ha considerado que es posible superar los problemas educativos que no han sido resueltos con la aplicación de las teorías del aprendizaje, derivadas, fundamentalmente de la Psicología.

2.4.4.5. Enfoque Constructivista

Como una alternativa a la teoría del aprendizaje conductista se han elaborado en los últimos años propuestas curriculares acordes con el paradigma cognitivo, centrandó la atención al cómo aprende el estudiante, considerándose el aprendizaje como un proceso constructivo. Se destaca entre las propuestas elaboradas, el modelo de César Coll (1991) que se aplica en la enseñanza general básica obligatoria de España en la actualidad.

Se plantea, a partir de su definición de currículo como un “proyecto que preside las actividades educativas, precisa sus intenciones y proporciona guías de acción adecuadas y útiles para los profesores que tiene la responsabilidad directa de su ejecución” (Coll, C., op.ci. p.31), citado por NARANJO, E. (2005) que en la concepción del currículo deben tenerse en cuenta dos aspectos fundamentales: la distribución de competencias (responsabilidades) en la elaboración y concreción del currículo y la adopción del constructivismo del aprendizaje escolar y la enseñanza como marco psicopedagógico.

La elaboración del modelo curricular está presidida por un conjunto de referentes teóricos o convicciones antropológicas, psicológicas, sociológicas, pedagógicas y su estructura posibilita derivar las intenciones educativas.

2.4.4.6. Modelo Pedagógico Constructivista

Se denomina “constructivista” porque se fundamenta principalmente en la teoría psicológica, la cual sostiene que “el sujeto construye su conocimiento a través de la interacción con el medio que los circunda”.

Si los principios psicológicos reflejan una concepción constructivista sobre el aprendizaje de los estudiantes, es coherente definir, asimismo, una concepción constructivista de la intervención pedagógica, a fin de conseguir un paralelismo entre ambos. Otros le denominan “Pedagogía Operatoria”, porque su preocupación fundamental está en los “procesos”.

Psicólogos como Piaget, Ausubel, Bruner, Vygotsky (1896 – 1934) dan aportes significativos que han permitido avanzar en la identificación de la naturaleza y características del aprendizaje, de sus variables así como de las bases neurológicas de los procesos de aprendizaje y sobre estos aportes se van desarrollando propuestas pedagógicas.

Varios países han diseñado el currículo con estas bases. Argentina en 1986 expide el “Diseño Curricular para la Educación Primaria”; España, lanza al debate el Proyecto para la Reforma de la Enseñanza en 1987 y Ecuador, en forma parcial, empieza aplicando la reforma en 1995.

2.4.5. Aprendizaje Significativo (variable dependiente)

2.4.5.1. El Aprendizaje

El aprendizaje es el cambio relativamente permanente en la conducta debido a la experiencia pasada es la modificación de las estructuras mentales de un individuo como consecuencia de la incorporación de la nueva información a los esquemas mentales ya existentes todo aprendizaje perfecciona o modifica la percepción de la memoria y la imaginación del entendimiento y más que todo fortifica su inteligencia para llevar hacia la vida practica sus ideas y pensamientos.

WIENER, N. (1967), el padre de la cibernética, define "un sistema organizado es aquel que transforma un cierto mensaje de entrada en otro de salida de acuerdo con algún principio de transformación. Si tal principio está sujeto a cierto criterio de validez de funcionamiento y si el método de transformación se ajusta a fin de que tienda a mejorar el funcionamiento del sistema, se dice que el sistema aprende".

O sea, el aprendizaje es la adquisición de nuevos modelos mentales, conocimiento, habilidades, destrezas, que permiten encarar, con más posibilidades de éxito la solución de cualquier problema, mejorando la toma de decisión en base a la experiencia.

Aprendizaje está definido como la "acción de aprender algún arte u oficio" en el Diccionario de la Real Academia Española (2009).

SKINNER, B. (1985), define aprendizaje como un cambio en la probabilidad de la respuesta.

Para NOVAK, J. (1988), el aprendizaje es personal e idiosincrásico, el conocimiento público y compartido; el aprendizaje no se puede compartir, los significados sí, se pueden discutir, negociar y convenir. Estos autores refieren a Schwab y señalan que los elementos de una experiencia educativa son: el profesor, el que aprende, el currículum y el medio. El profesor debe planificar la agenda de actividades y decidir qué conocimientos deberían tomarse en consideración y en qué orden. El currículum comprende los conocimientos, habilidades y valores de la experiencia educativa que satisfagan criterios de excelencia. El medio es el contexto en el que tiene lugar la experiencia de aprendizaje.

NOVAK, J. (1988), indican, refiriendo a Ausubel, que para aprender significativamente, el individuo debe tratar de relacionar los nuevos conocimientos con los conceptos y las proposiciones relevantes que ya conoce.

En el aprendizaje memorístico, el nuevo conocimiento puede adquirirse mediante la memorización verbal, y puede incorporarse arbitrariamente a la estructura de conocimientos de una persona, sin ninguna interacción con lo que existe en ella.

También diferencian NOVAK, J. (1988), entre el aprendizaje receptivo hasta el aprendizaje por descubrimiento autónomo. Indican que el mapa conceptual, que tiene por objeto representar relaciones significativas entre conceptos en forma de proposiciones, es un instrumento útil para ayudar a reflexionar a los estudiantes sobre la estructura y proceso de producción de conocimiento.

También destacan, refiriendo a Ausubel, que el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe.

De BONO, E. (1989), señala dos procesos básicos del pensamiento: continuar (seguir con lo que se estaba) y relacionar, o sea plantear un nuevo aspecto en forma de problema o de pregunta y tratar de relacionarlo con el primero. También diferencia entre aprendizaje de primera mano y de segunda mano. El de primera mano es el proceso por el cual un organismo encuentra la respuesta conveniente a una situación mediante ensayo y error. Tiene como ventajas que permite desarrollar respuestas a situaciones nuevas y permite adaptar la respuesta a la situación. Si la respuesta es mala, se la puede mejorar o anular. Como desventajas, el aprendizaje es lento y, en algunos casos, puede ser peligroso. El aprendizaje de segunda mano implica la adquisición de respuestas inmediatas para situaciones, sin necesidad de pasar personalmente por el proceso de ensayo y error. Como ventajas se destacan que es más rápido y seguro que el de primera mano, se puede aplicar a situaciones que nunca se hubieran presentado, se puede almacenar y transmitir, aunque tiene como desventaja más importante es que todo está condicionado a lo fidedigna que sea la fuente que transmite el aprendizaje.

Según HERNÁNDEZ (1989). "El proceso de aprendizaje es algo más que asistir a clases ponerse delante de un libro, es lograr nuevos conocimientos mediante el esfuerzo personal y el uso de técnicas apropiadas."

Para HERNÁNDEZ (1989), aprender es una cualidad evolutiva vinculada al desarrollo de los individuos y derivada de su necesidad de adaptación al medio (físico y cultural). Según estos autores, se puede ver el aprendizaje desde diferentes ópticas, siendo algunas de ellas:

- 1) El aprendizaje como resultado de una actividad condicionada. Se fundamenta en el sicofisiólogo soviético Pavlov sobre la reacción condicionada.

2) El aprendizaje según el conductismo. Refiriéndose a Thorndike estos autores citan la Ley del Aprendizaje Causal: el organismo intenta repetir aquellas acciones particulares que tienen una relación causal aparente con el resultado deseado. Se asocia el logro del éxito. Otras dos leyes también planteadas por Thorndike son la de la Frecuencia y la del Efecto. La Ley de la Frecuencia refiere a la importancia de la repetición como forma de establecer la conexión entre un estímulo y una reacción. La Ley del Efecto postula que una acción que conduce a un resultado deseable es verosímil que se repita en circunstancias similares.

3) El aprendizaje mediante penetración comprensiva. Vinculado a la Gestalt, a la idea de asociación. Según esto, el individuo logra superar una dificultad, aprender, mediante una ocurrencia, comprensión repentina o intuición. Dice que lo primero que hay que hacer para que la información resulte comprensiva es estructurarla.

4) El aprendizaje por descubrimiento: citan la postura de John Dewey sobre que la enseñanza debe basarse en la acción, en la solución de problemas cotidianos y que sólo se aprende en lo que se descubre por sí mismo. Tiene varias críticas, una es que lleva mucho tiempo aprender conceptos y principios.

5) El aprendizaje como proceso constructivo: basado en el enfoque cognitivo en la psicología contemporánea. La fuente del conocimiento no radica en los objetos ni en el sujeto, sino en su relación interactiva. Por un lado, el sujeto construye un modelo de la realidad ajustando sus modelos internos, por el otro, construye unos esquemas mentales que se adecuan a la realidad, realizando diferenciación y reorganización.

Todo conocimiento resulta de la reorganización de un conocimiento anterior y toda nueva adquisición que tenga la impronta de la novedad se pone en relación con lo que se ha adquirido previamente.

6) El aprendizaje como procesamiento de información. LINDSAY, P. (1983), señalan que hay tres tipos de operaciones relacionadas con la memoria que hacen posible el estudio de un tema y la asimilación de información completa. Son: acreción, reestructuración y ajuste. La acreción es la adquisición de información nueva. La reestructuración es la formación de nuevos esquemas mediante los cuales organizar el conocimiento. Finalmente, la sintonización es el ajuste de los esquemas de la memoria para su adecuación y eficiencia.

7) El aprendizaje significativo por recepción: basado en los aportes de Ausubel. Como ya se indicó, el aprendizaje significativo se produce cuando las ideas expresadas de forma simbólica son relacionadas de manera no arbitraria, sino sustancial.

De acuerdo con PÉREZ GOMES (1992) "El aprendizaje se produce también, por intuición, o sea, a través del repentino descubrimiento de la manera de resolver problemas."

De acuerdo con ESTEVES (1995) "El aprendizaje es una actividad que debe realizar uno mismo para obtener un conocimiento".

El aprendizaje tiene una importancia fundamental para el hombre, ya que, cuando nace se halla desprovisto de medios de adaptación intelectuales y motores. En consecuencia, durante los primeros años de vida, el aprendizaje es un proceso automático con poca participación de la voluntad, después el componente voluntario adquiere mayor importancia (aprender a leer, aprender conceptos).

A veces, el aprendizaje es la consecuencia de pruebas y errores, hasta el logro de una solución válida. El aprendizaje constituye un hecho básico en la vida ya que cada instante estamos aprendiendo algo nuevo.

Para SCHUNK, D. (1997), aprender comprende la adquisición y la modificación de conocimiento, habilidades, estrategias, creencias, actitudes y conductas. Exige capacidades cognoscitivas, lingüísticas, motoras y sociales y adopta muchas formas. Aprender es un cambio perdurable de la conducta o en la capacidad de conducirse de manera dada como resultado de la práctica o de otras formas de experiencia.

Para JAIM, G. (1999), aprender supone que cada persona emprenda un esfuerzo individual destinado a modificarse a sí misma y cita un proverbio chino, "los maestros abren la puerta, tú debes entrar por ti mismo". El aprendizaje, para WURMAN, R. (2001), es recordar aquello en lo que se está interesado.

De acuerdo con MASTACHE (2000), "El aprendizaje es el descubrimiento de algo nuevo".

De acuerdo con KELLY (2001), " El aprendizaje es la ocupación más universal e importante del hombre; la gran tarea de la niñez y la juventud, y el único medio de progreso en cualquier periodo de la vida".

El aprendizaje es el proceso de adquirir conocimiento, habilidades, actitudes o valores, a través del estudio, la experiencia o la enseñanza; dicho proceso origina un cambio persistente, medible y específico en el comportamiento de un individuo como resultado de la experiencia y, según algunas teorías, hace que el mismo formule un constructo mental nuevo o que revise uno previo (conocimientos conceptuales como actitudes o valores). SAMPIERI, A. (2006).

2.4.6. Tipos de Aprendizaje

La Teoría de AUSUBEL (1968) pone de relieve cuatro tipos de aprendizaje que podemos agrupar en dos bloques, en tanto que se refieren a procesos diferentes. Por un lado, en función del tipo de instrucción recibida, tenemos los aprendizajes por recepción y por descubrimiento. Por otro lado, en base a cómo se integran los nuevos conocimientos en la estructura cognitiva, tenemos los aprendizajes significativo y memorístico.

2.4.6.1. El aprendizaje por recepción

Es aquel en el que el estudiante recibe el nuevo conocimiento, ya sea suministrado por el enseñante o por cualquier otro método. Así, a este nivel, se tiene las tablas de multiplicar, las clases magistrales, y otros.

2.4.6.2. El aprendizaje por descubrimiento

Es aquel en el que el aprendiz encuentra los nuevos conceptos y/o interrelaciones. Este es el aprendizaje autónomo por excelencia y el utilizado por los investigadores en su labor de aflorar nuevo conocimiento o por los compositores de música al crear sus obras.

Ambos aprendizajes no forman una disociación completa sino que forman un continuo donde, por ejemplo, se tiene espacios intermedios como el aprendizaje por descubrimiento forzado. Este último se da cuando el profesor hace la labor de guía en la instrucción por descubrimiento del alumno, y este no tiene más que seguir las pautas marcadas para llegar al nuevo entendimiento. De hecho el alumno, desde preescolar hasta nivel universitario, experimenta todo este abanico de instrucciones.

2.4.6.3. El Aprendizaje Significativo

Ocurre cuando un conocimiento nuevo se incorpora o asimila a una estructura cognitiva previa, en tanto que se ancla en ella mediante los llamados inclusores, construyendo una nueva organización. De esta forma, los conceptos incluidos adquieren un significado personal para el aprendiz. Los conocimientos así adquiridos permiten la aplicación y/o extrapolación a nuevas causas o situaciones, en tanto que se ha realizado una comprensión de lo aprendido. El conocimiento incluido permite la incorporación de nuevos conceptos y proposiciones a la estructura cognitiva, la cual sufre una reestructuración continua en este tipo de aprendizaje creando un proceso dinámico (Moreira, 1988). Cada nuevo aprendizaje de este proceso pasa por las fases ya mencionadas de inclusión, diferenciación progresiva y reconciliación integradora. Este carácter propio y personal del proceso de aprendizaje marca de manera única la estructura cognitiva del alumno, de forma que no existirán dos individuos con organizaciones mentales idénticas MOREIRA, (1988); BOLTE, (1997).

Por tanto, si la esencia del conocimiento es la estructura conformada por las interrelaciones verbalizadas como proposiciones, y el aprendizaje significativo es la evolución de dicha estructura, se tiene que la unidad mínima del aprendizaje significativo serán las proposiciones NOVAK y GOWIN, (1984); SHAVELSON, (1994); NOVAK, (1998); SCHAU, (1999).

En la misma línea, el aprendizaje significativo es por necesidad un acto de voluntad, pues el sujeto decide aprender significativamente AUSUBEL, (1978); NOVAK y GOWIN, (1984); NOVAK, (1998). Cabe destacar que en este proceso el alumno, además de su voluntad, precisa que el material didáctico empleado sea igualmente significativo. NOVAK, (1998).

2.4.6.4. El aprendizaje memorístico

Es puramente mecánico y es almacenado arbitrariamente de forma literal, sin atribución de significados personales MOREIRA, (1988). Por tanto, no altera la estructura cognitiva preexistente, ya que los nuevos conceptos se incorporan pero no se integran. Esta situación indica una ausencia de comprensión y por ello la imposibilidad de aplicar los nuevos conocimientos a situaciones diferentes. No obstante, este tipo de aprendizaje es útil y necesario. Existen múltiples ejemplos a todos los niveles educativos y formativos, empezando por las tablas de multiplicar en matemáticas, la escala de dureza de materiales propuesta por el geólogo Friedrich Mohs, los parámetros de normalidad de una muestra sanguínea en medicina, una lista de números de teléfono, entre otros. Es más, en cualquier disciplina existe toda la nomenclatura típica de la materia, que debe aprenderse de esta manera. La utilización continuada del aprendizaje memorístico produce un sobreaprendizaje que posibilita su persistencia en la estructura cognitiva, aún cuando no disponga de interrelaciones que aporten significado.

AUSTIN y SHORE, (1995) enfrenta estos dos aprendizajes en la resolución de problemas en asignaturas de ciencias. Por un lado argumenta que el aprendizaje memorístico permitirá al alumno la resolución de problemas en 1 paso, o en varios cuando el procedimiento es único y por tanto memorizable. En el otro, el aprendizaje significativo, el cual implica una comprensión, permite la resolución de problemas en múltiples pasos. En este caso, el procedimiento resolutivo es generado por el estudiante.

Análogamente al aprendizaje por recepción y descubrimiento, el significativo y el memorístico forman un continuo. La razón es que en múltiples fenómenos de aprendizaje es necesario memorizar inicialmente los conceptos para incluirlos en la estructura cognitiva, para posteriormente dotarlos de significado personal relacionándolos con otros.

En estos casos, no puede producirse el primero sin el segundo. Este es el caso, referido por NOVAK, (1998), del alumno que memoriza palabra por palabra la definición de un concepto, para posteriormente establecer relaciones válidas con otros conceptos que lo llevan a dotarlo de significado (aprendizaje significativo).

2.4.6.5. El olvido como elemento diferenciador de tipos de aprendizaje

Una de las características que diferencia el aprendizaje significativo del memorístico es el efecto del olvido. En este aspecto, el aprendizaje basado exclusivamente en la memorización desaparece fácilmente puesto que no está anclado en la estructura cognitiva. Inicialmente NOVAK, (1984) indicaba que lo aprendido de memoria persistía durante 15 días siempre que no se reforzara lo memorizado. Finalmente, NOVAK, (1998) distingue diferentes periodos de olvido en función del tipo de conocimiento memorizado y el nivel de sobreaprendizaje realizado. Así, si lo memorizado son sílabas sin sentido, el olvido aparece en sólo unas horas y se retrasa a unos días en poesías o fragmentos de textos. Sin embargo, en ciencia, historia y otras materias escolares, la retención se reduce a una fracción del aprendizaje original en cuestión de semanas. Finalmente, si se produce un sobreaprendizaje por estudiar de forma reiterada, la persistencia puede alargarse en el tiempo e incluso indefinidamente, pero en ningún momento podrá facilitar nuevo aprendizaje.

En el aprendizaje significativo, los conceptos aprendidos se retienen durante más tiempo; algunos toda la vida. NOVAK, (1998). Esto no quiere decir que el olvido no pueda darse también en el aprendizaje significativo, pero al estar el conocimiento incrustado en la estructura cognitiva, ésta no se pierde.

Así aparece el fenómeno que AUSUBEL, (1968); NOVAK y GOWIN, (1984); NOVAK, (1998) denominan "inclusión obliterativa", donde el alumno olvida los mensajes específicos aprendidos, pero en la estructura cognitiva permanecen ideas mejoradas. Estas son las que facilitarían en este caso el aprendizaje futuro.

2.4.7. Teoría del Aprendizaje Significativo

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización.

En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuáles son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad. Los principios de aprendizaje propuestos por Ausubel, ofrecen el marco para el diseño de herramientas metacognitivas que permiten conocer la organización de la estructura cognitiva del educando, lo cual permitirá una mejor orientación de la labor educativa, ésta ya no se verá como una labor que deba desarrollarse con "mentes en blanco" o que el aprendizaje de los alumnos comience de "cero", pues no es así, sino que, los educandos tienen una serie de experiencias y conocimientos que afectan su aprendizaje y pueden ser aprovechados para su beneficio.

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente".

2.4.8. El Aprendizaje Significativo

Según AUSUBEL (1960) "El factor más importante en el aprendizaje es lo que el sujeto ya conoce". Por lo tanto, el aprendizaje significativo ocurre cuando una persona consciente y explícitamente vincula esos nuevos conceptos a otros que ya posee. Cuando se produce este aprendizaje significativo, se produce una serie de cambios en nuestra estructura cognitiva, modificando los conceptos existentes, y formando nuevos enlaces entre ellos.

Se da cuando las tareas están interrelacionadas de manera congruente y el sujeto decide aprender así. En este caso el alumno es el propio conductor de su conocimiento relacionado con los conceptos a aprender.

Cuando el aprendizaje tiene significado para la persona se integra a ello por lo tanto no se olvida y puede aplicarse prácticamente en la vida diaria este tipo de aprendizaje siempre implica contenido afectivo.

Para AUSUBEL (1963, p.58)," El aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento."

REYZÁBALA y TENORIO, (2005). Aprendizaje significativo es el proceso a través del cual una nueva información (un nuevo conocimiento) se relaciona de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende. En el curso del aprendizaje significativo, el significado lógico del material de aprendizaje se transforma en significado psicológico para el sujeto.

La idea central de la teoría de Ausubel, es la noción de "aprendizaje significativo". Según él, hay aprendizaje significativo cuando la nueva información se incorpora a la estructura cognitiva del aprendiz, es decir, cuando esta información tiene significado a la luz de la red organizada y jerárquica de conceptos que el individuo ya posee. Según Ausubel, los conocimientos no se encuentran ubicados arbitrariamente en el intelecto humano. En la mente del hombre hay una red orgánica de ideas, conceptos, relaciones, informaciones, vinculadas entre sí. Cuando llega una nueva información, ésta puede ser asimilada en la medida que se ajuste bien a la estructura conceptual preexistente, la cual, sin embargo, resultará modificada como resultado del proceso de asimilación. AUSUBEL, (1986).

El aprendizaje significativo se caracteriza, entonces, por una interacción entre la nueva información y aquellos aspectos relevantes de la estructura cognitiva, a través de la cual la información adquiere significado y se integra a la estructura cognitiva de manera orgánica, tomando un lugar apropiado en la jerarquía de ideas y relaciones que la componen, contribuyendo así, a una mayor elaboración y estabilidad de la estructura conceptual preexistente. Así pues, Ausubel concibe el acopio de información en la mente como una organización conceptual jerárquica en la que las ideas más específicas se ligan a las más generales en una suerte de estructura piramidal en que los principios más generales se ubican en la cúspide, en tanto que en la base, estarían los conceptos individuales específicos.

En oposición al aprendizaje significativo, Ausubel define el "aprendizaje mecánico o memorístico", como aquel en que las nuevas informaciones no se vinculan a los conceptos relevantes de la estructura cognitiva, dando lugar a un almacenamiento arbitrario, literal, que no interactúa sensiblemente con la conceptualización preexistente ni ésta otorga significación a la nueva información.

Este tipo de aprendizaje es el que típicamente tiene lugar en la memorización de datos o en los apresurados estudios de última hora previos a un control escolar.

Sin embargo, no se trata de una división dicotómica de los aprendizajes, sino de una concepción de los procesos de adquisición de conocimiento como un continuo, que pueden ir desde uno estrictamente mecánico hasta uno rigurosamente significativo pasando por toda una gama de aprendizajes en que el grado de significación y, por lo tanto, de interacción con la estructura cognitiva puede ser variable. De hecho, con toda la menor calidad que posee un aprendizaje memorístico, puede ser fundamental en determinadas etapas del crecimiento intelectual. NOVAK, (1977).

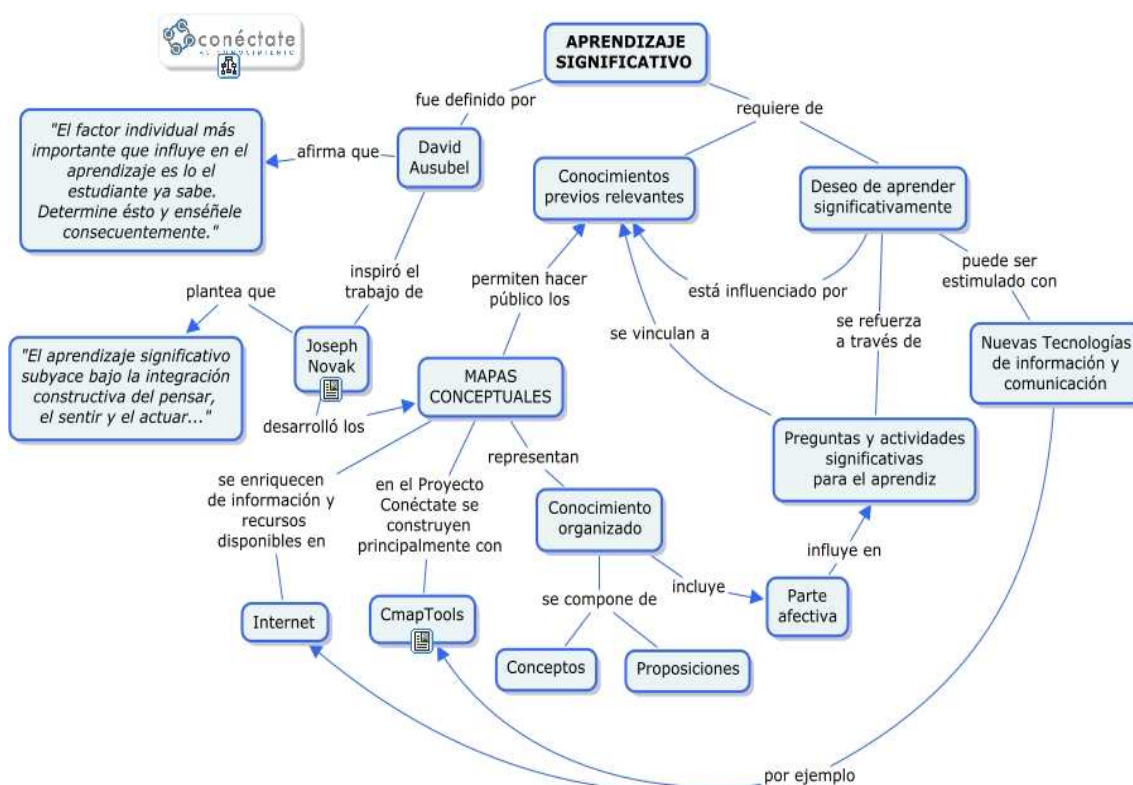
2.4.9. Requisitos para el Aprendizaje Significativo

Al respecto AUSUBEL dice: El alumno debe manifestar [...] una disposición para relacionar sustancial y no arbitrariamente el nuevo material con su estructura cognoscitiva, como que el material que aprende es potencialmente significativo para él, es decir, relacionable con su estructura de conocimiento sobre una base no arbitraria. AUSUBEL, (1983).

Lo anterior presupone:

Que el material sea potencialmente significativo, esto implica que el material de aprendizaje pueda relacionarse de manera no arbitraria y sustancial (no al pie de la letra) con alguna estructura cognoscitiva específica del alumno, la misma que debe poseer “significado lógico” es decir, ser relacionable de forma intencional y sustancial con las ideas correspondientes y pertinentes que se hallan disponibles en la estructura cognitiva del alumno, este significado se refiere a las características inherentes del material que se va aprender y a su naturaleza.

Cuando el significado potencial se convierte en contenido cognoscitivo nuevo, diferenciado e idiosincrático dentro de un individuo en particular como resultado del aprendizaje significativo, se puede decir que ha adquirido un “significado psicológico” de esta forma el emerger del significado psicológico no solo depende de la representación que el alumno haga del material lógicamente significativo, “ sino también que tal alumno posea realmente los antecedentes ideativos necesarios” AUSUBEL, (1983), en su estructura cognitiva.



El Aprendizaje Significativo.

Fuente: AUSUBEL, (1983).

El que el significado psicológico sea individual no excluye la posibilidad de que existan significados que sean compartidos por diferentes individuos, estos significados de conceptos y proposiciones de diferentes individuos son lo suficientemente homogéneos como para posibilitar la comunicación y el entendimiento entre las personas.

Por ejemplo, la proposición: “en todos los casos en que un cuerpo sea acelerado, es necesario que actúe una fuerza externa sobre tal para producir la aceleración”, tiene significado psicológico para los individuos que ya poseen algún grado de conocimientos acerca de los conceptos de aceleración, masa y fuerza.

Disposición para el aprendizaje significativo, es decir que el alumno muestre una disposición para relacionar de manera sustantiva y no literal el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva. Así independientemente de cuanto significado potencial posea el material a ser aprendido, si la intención del alumno es memorizar arbitraria y literalmente, tanto el proceso de aprendizaje como sus resultados serán mecánicos; de manera inversa, sin importar lo significativo de la disposición del alumno, ni el proceso, ni el resultado serán significativos, si el material no es potencialmente significativo, y si no es relacionable con su estructura cognitiva.

2.4.10. Metodología del Aprendizaje Significativo

La dirección de un proceso, como es el proceso de enseñanza - aprendizaje, tiene que partir de la consideración de una metodología integrada por etapas, eslabones o momentos a través de los cuales transcurre el aprendizaje. Estas etapas no implican una estricta sucesión temporal de pasos, por el contrario se superponen y se desarrollan de manera integrada, no es un algoritmo, aunque en determinado momento prevalezca uno de ellas.

Las etapas de la metodología constituyen estadios de un proceso único y totalizador que tienen una misma naturaleza, dada por su carácter de proceso consciente (Dr. Homero Fuentes). Las etapas de la metodología del aprendizaje significativo, problémico y desarrollador son:

- ❖ Motivación.
- ❖ Comprensión.
- ❖ Sistematización.
- ❖ Transferencia.
- ❖ Retroalimentación.

En estas etapas el docente utiliza diversos tipos de tareas en las que el estudiante desarrolla una variedad de actividades:

- ❖ Actividades de motivación para el nuevo contenido.
- ❖ Actividades de exploración de los conocimientos previos.
- ❖ Actividades de confrontación de ideas del docente y de los estudiantes.
- ❖ Actividades de construcción conceptual.
- ❖ Actividades de socialización.
- ❖ Actividades de control.
- ❖ Actividades de evaluación y autoevaluación.
- ❖ Actividades de proyección.

La ejecución de estas actividades permite estructurar didácticamente el siguiente procedimiento metodológico para dirigir un aprendizaje significativo, problémico y desarrollador (decálogo didáctico):

1. Planteamiento del problema (pregunta problematizadora).
2. Planteamiento del problema (pregunta problematizadora).
3. Orientación hacia el logro.
4. Descubrimiento de los conocimientos previos de los estudiantes (nivelación y habilitación).
5. Motivación hacia el contenido.
6. Presentación del contenido: desarrollo de procesos de actividad y comunicación.
7. Potenciación de la estructura conceptual de los estudiantes.

8. Revelación de la contradicción inherente a la situación problémica de aprendizaje.
9. Actuación de los estudiantes (oral y/o escrita).
10. Obtención del producto científico final (aprendizaje).
11. Evaluación del nivel de aprendizaje de los estudiantes
12. Orientación hacia el logro.

2.4.11. Ventajas del Aprendizaje Significativo

- ❖ Produce una retención más duradera de la información.
- ❖ Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los anteriormente adquiridos de forma significativa, ya que al estar claros en la estructura cognitiva se facilita la retención del nuevo contenido.
- ❖ La nueva información al ser relacionada con la anterior, es guardada en la memoria a largo plazo.
- ❖ Es activo, pues depende de la asimilación de las actividades de aprendizaje por parte del estudiante.
- ❖ Es personal, ya que la significación de aprendizaje depende los recursos cognitivos del estudiante.

2.4.12. Tipos de Aprendizaje Significativo

Es importante recalcar que el aprendizaje significativo no es la “simple conexión” de la información nueva con la ya existente en la estructura cognoscitiva del que aprende, por el contrario, sólo el aprendizaje mecánico es la “simple conexión”, arbitraria y no sustantiva; el aprendizaje significativo involucra la modificación y evolución de la nueva información, así como de la estructura cognoscitiva envuelta en el aprendizaje.

Ausubel distingue tres tipos de aprendizaje significativo: de representaciones, conceptos y de proposiciones.

2.4.12.1. Aprendizaje de Representaciones

Es el aprendizaje más elemental del cual dependen los demás tipos de aprendizaje. Consiste en la atribución de significados a determinados símbolos, al respecto AUSUBEL dice:

Ocurre cuando se igualan en significado símbolos arbitrarios con sus referentes (objetos, eventos, conceptos) y significan para el alumno cualquier significado al que sus referentes aludan. AUSUBEL, (1983).

Este tipo de aprendizaje se presenta generalmente en los niños, por ejemplo, el aprendizaje de la palabra “Pelota”, ocurre cuando el significado de esa palabra pasa a representar, o se convierte en equivalente para la pelota que el niño está percibiendo en ese momento, por consiguiente, significan la misma cosa para él; no se trata de una simple asociación entre el símbolo y el objeto sino que el niño los relaciona de manera relativamente sustantiva y no arbitraria, como una equivalencia representacional con los contenidos relevantes existentes en su estructura cognitiva.

2.4.12.2. Aprendizaje de Conceptos

Los conceptos se definen como “objetos, eventos, situaciones o propiedades de que posee atributos de criterios comunes y que se designan mediante algún símbolo o signos” AUSUBEL, (1983), partiendo de ello se puede afirmar que en cierta forma también es un aprendizaje de representaciones.

Los conceptos son adquiridos a través de dos procesos. Formación y asimilación. En la formación de conceptos, los atributos de criterio (características) del concepto se adquieren a través de la experiencia directa, en sucesivas etapas de formulación y prueba de hipótesis, del

ejemplo anterior se puede decir que el niño adquiere el significado genérico de la palabra “pelota”, ese símbolo sirve también como significante para el concepto cultural “pelota”, en este caso se establece una equivalencia entre el símbolo y sus atributos de criterios comunes. De allí que los niños aprendan el concepto de “pelota” a través de varios encuentros con su pelota y las de otros niños.

El aprendizaje de conceptos por asimilación se produce a medida que el niño amplía su vocabulario, pues los atributos de criterio de los conceptos se pueden definir usando las combinaciones disponibles en la estructura cognitiva por ello el niño podrá distinguir distintos colores, tamaños y afirmar que se trata de una “Pelota”, cuando vea otras en cualquier momento.

2.4.12.3. Aprendizaje de Propositiones

Este tipo de aprendizaje va más allá de la simple asimilación de lo que representan las palabras, combinadas o aisladas, puesto que exige captar el significado de las ideas expresadas en forma de proposiciones.

El aprendizaje de proposiciones implica la combinación y relación de varias palabras cada una de las cuales constituye un referente unitario, luego estas se combinan de tal forma que la idea resultante es más que la simple suma de los significados de las palabras componentes individuales, produciendo un nuevo significado que es asimilado a la estructura cognoscitiva.

Es decir, que una proposición potencialmente significativa, expresada verbalmente, como una declaración que posee significado denotativo (las características evocadas al oír los conceptos) y connotativo (la carga emotiva, actitudinal e ideosincrática provocada por los conceptos) de los conceptos involucrados, interactúa con las ideas relevantes ya establecidas

en la estructura cognoscitiva y, de esa interacción, surgen los significados de la nueva proposición, es decir cuando conoce el significado de los conceptos, puede formar frases que contengan dos o más conceptos en donde afirme o niegue algo.

2.4.13. Formas de producirse el Aprendizaje Significativo

Se refiere a la manera de producirse la vinculación de los nuevos contenidos con las ideas preexistentes en la estructura cognitiva del alumno.

2.4.13.1. Aprendizaje Subordinado

Este aprendizaje se presenta cuando la nueva información es vinculada con los conocimientos pertinentes de la estructura cognoscitiva previa del alumno, es decir cuando existe una relación de subordinación entre el nuevo material y la estructura cognitiva pre existente, es el típico proceso de subsunción.

El aprendizaje de conceptos y de proposiciones, hasta aquí descritos reflejan una relación de subordinación, pues involucran la subsunción de conceptos y proposiciones potencialmente significativos a las ideas más generales e inclusivas ya existentes en la estructura cognoscitiva.

Ausubel afirma que la estructura cognitiva tiende a una organización jerárquica en relación al nivel de abstracción, generalidad e inclusividad de las ideas, y que, “la organización mental” [...] ejemplifica una pirámide [...] en que las ideas más inclusivas se encuentran en el ápice, e incluyen ideas progresivamente menos amplias AUSUBEL, (1983).

El aprendizaje subordinado puede a su vez ser de dos tipos: Derivativo y Correlativo.

El primero ocurre cuando el material es aprendido y entendido como un ejemplo específico de un concepto ya existente, confirma o ilustra una proposición general previamente aprendida.

El significado del nuevo concepto surge sin mucho esfuerzo, debido a que es directamente derivable o está implícito en un concepto o proposición más inclusiva ya existente en la estructura cognitiva, por ejemplo, si estamos hablando de los cambios de fase del agua, mencionar que en estado líquido se encuentra en las “piletas”, sólido en el hielo y como gas en las nubes se estará promoviendo un aprendizaje derivativo en el alumno, que tenga claro y preciso el concepto de cambios de fase en su estructura cognitiva. Cabe indicar que los atributos de criterio del concepto no cambian, sino que se reconocen nuevos ejemplos.

El aprendizaje subordinado es correlativo, “si es una extensión elaboración, modificación o limitación de proposiciones previamente aprendidas” AUSUBEL, (1983). En este caso la nueva información también es integrada con los subsunsores relevantes más inclusivos pero su significado no es implícito por lo que los atributos de criterio del concepto incluido pueden ser modificados. Este es el típico proceso a través del cual un nuevo concepto es aprendido.

2.4.13.2. Aprendizaje Supraordinado

Ocurre cuando una nueva proposición se relaciona con ideas subordinadas específicas ya establecidas, “tienen lugar en el curso del razonamiento inductivo o cuando el material expuesto [...]implica la síntesis de ideas componentes” AUSUBEL, (1983), por ejemplo: cuando se adquieren los conceptos de presión, temperatura y volumen, el alumno más tarde podrá aprender significado de la ecuación del estado de los gases perfectos; los primeros se subordinan al concepto de ecuación de estado lo que representaría un aprendizaje supraordinado.

Partiendo de ello se puede decir que la idea supraordinada se define mediante un conjunto nuevo de atributos de criterio que abarcan las ideas subordinadas, por otro lado el concepto de ecuación de estado, puede servir para aprender la teoría cinética de los gases.

El hecho que el aprendizaje supraordinado se torne subordinado en determinado momento, nos confirma que ella estructura cognitiva es modificada constantemente; pues el individuo puede estar aprendiendo nuevos conceptos por subordinación y a la vez, estar realizando aprendizajes supraordinados (como en el anterior) posteriormente puede ocurrir lo inverso resaltando la característica dinámica de la evolución de la estructura cognitiva.

2.4.13.3. Aprendizaje Combinatorio

Este tipo de aprendizaje se caracteriza por que la nueva información no se relaciona de manera subordinada, ni supraordinada con la estructura cognoscitiva previa, sino se relaciona de manera general con aspectos relevantes de la estructura cognoscitiva. Es como si la nueva información fuera potencialmente significativa con toda la estructura cognoscitiva.

Considerando la disponibilidad de contenidos relevantes apenas en forma general, en este tipo de aprendizaje, las proposiciones son, probablemente las menos relacionables y menos capaces de “conectarse” en los conocimientos existentes, y por lo tanto más dificultosa para su aprendizaje y retención que las proposiciones subordinadas y supraordinadas; este hecho es una consecuencia directa del papel crucial que juega la disponibilidad subsunsores relevantes y específicos para el aprendizaje significativo.

Finalmente el material nuevo, en relación con los conocimientos previos no es más inclusivo ni más específico, sino que se puede considerar que tiene algunos atributos de criterio en común con ellos, y pese a ser aprendidos con mayor dificultad que en los casos anteriores se puede afirmar que “Tienen la misma estabilidad [...] en la estructura cognoscitiva” AUSUBEL, (1983), por que fueron elaboradas y diferenciadas en función de aprendizajes derivativos y correlativos, son ejemplos de estos aprendizajes las relaciones entre masa y energía, entre calor y volumen esto muestran que implican análisis, diferenciación, y en escasas ocasiones generalización , síntesis.

2.4.14. La Integral Definida

Se inicia en este tema el estudio de la integral, concepto fundamental de lo que se conoce como cálculo infinitesimal, que alcanzó su auge y desarrollo durante el siglo XVII.

Aunque la utilidad del cálculo integral es alta y variada, ésta no se presentará con toda su fuerza hasta tomar contacto con la integral definida. El objetivo de este tema y del siguiente es mostrar las técnicas más comunes para el cálculo de integrales más o menos sencillas; una vez conocidas estas técnicas, llegará el momento de explotar su uso en el cálculo de áreas y volúmenes.

Hay, primordialmente, dos matemáticos coetáneos íntimamente ligados a los inicios del cálculo infinitesimal, el inglés Newton (1642-1727) y el alemán Leibniz (1646-1716), si bien, hubo otros matemáticos que de una u otra forma trabajaron en ello, como Kepler, Fermat (1601-1665), Cavalieri (1598-1647), incluso Arquímedes (Ap. 288 a.C.- Ap. 213 a.C.), que utilizó un método para el cálculo de áreas que se aproxima rudimentariamente al cálculo integral.

Newton y Leibniz (Newton unos años antes) sientan las bases del análisis infinitesimal aunque por vías distintas, quedando fuera de toda sospecha que alguno se aprovechara de los hallazgos del otro. Aunque en los inicios se comunicaban los progresos que hacía cada uno, llegaron a surgir comentarios de matemáticos ajenos a todo ello que, en ocasiones, calificaban la obra de Newton como plagio de la de Leibniz; en otras ocasiones era a la inversa, y esto provocó la enemistad de ambos.

Todo esto hizo que Newton, poco antes de morir y habiendo fallecido Leibniz unos años antes, ordenara suprimir un comentario de su obra «Principia» en el que se citaba a su otrora amigo como autor de un procedimiento de cálculo similar al suyo.

Leibniz es, además, el responsable de la actual simbología del cálculo infinitesimal, y no sólo eso; fue el primer matemático que utilizó el “ \cdot ” para expresar una multiplicación y “ $:$ ” para denotar un cociente, entre otras muchas más aportaciones.

En los dos temas anteriores se ha hecho el estudio de las primitivas de una función, descubriendo distintos procedimientos para el cálculo de primitivas, es decir, se han encontrado las integrales indefinidas de funciones sencillas. Sin embargo no quedan claros ni su significado ni su utilidad. Éstos son los objetivos de este tema, para lo cual se dará la interpretación que Riemann, matemático alemán, dio a conocer en el siglo XIX.

El cálculo de áreas de figuras como el cuadrado, el rectángulo, el rombo, etc., además de sencillo tiene un claro significado: el área de una figura es un número que coincide con el de cuadrados de lado unidad que recubren exactamente la figura. Se puede cuestionar entonces si cualquier figura tiene área y cómo se calcula.

Para responder a esta cuestión se puede empezar por tomar una función muy sencilla, por ejemplo $f(x) = x$, dibujarla en un sistema de ejes cartesianos y tratar de calcular el área de la superficie limitada por la función, el eje de abscisas y la ordenada correspondiente a la abscisa $x = 1$.

Evidentemente, la superficie es un triángulo rectángulo de base 1 y altura también la unidad, por tanto su área es $1/2$.

Es claro que este problema carece de toda dificultad. No obstante, se puede aprovechar su simplicidad para intentar obtener algo útil en otros casos menos sencillos.

Si se divide el intervalo $[0,1]$ en, por ejemplo, cuatro intervalos de igual longitud: $[0, 1/4]$, $[1/4, 2/4]$, $[2/4, 3/4]$, $[3/4, 4/4]$, y se trazan rectángulos como se observa en la figura, la suma de las áreas de los rectángulos rayados es menor que el área del triángulo; mientras que la suma de las áreas de los rectángulos punteados, exceden al área del triángulo. LARA, A. (2007).

2.4.15. Integral de Riemann

LARA, A. (2007). Ahora se va a definir la integral de una función cualquiera definida en un intervalo $[a, b]$ con la única condición de que esté acotada, es decir, que exista un número $M > 0$, de forma que la función, en el intervalo $[a, b]$, siempre tome valores entre $-M$ y M .

Volviendo al ejemplo introductorio del tema, $f(x) = x$, es necesario recordar que para el cálculo del área de un triángulo se tomaron funciones escalonadas $g(x)$ cumpliendo $g(x) \leq f(x)$ para cualquier $x \in [a, b]$ y otras funciones escalonadas $h(x)$ tales que $f(x) \leq h(x)$ si $x \in [a, b]$. De todo ello resultaba que:

$$\int_a^b g(x) \leq S \leq \int_a^b h(x), \text{ siendo } S \text{ el \u00e1rea del tri\u00e1ngulo.}$$

En general, para una funci\u00f3n $f(x)$ acotada, se toman todas las funciones escalonadas $g(x)$ por defecto, y todas las funciones escalonadas por exceso, es decir, $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ cuando $x \in [a, b]$. En estas condiciones, si existe un \u00fanico n\u00famero que cumpla:

$$\int_a^b g(x) \leq I \leq \int_a^b h(x)$$

para cualesquiera $g(x)$ y $h(x)$ escalonadas, que cumplan $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ si : $x \in [a, b]$, al n\u00famero I se le llama *integral de $f(x)$ entre a y b* .

$$\text{Se simboliza por } I = \int_a^b f(x) dx$$

y se lee «integral, desde a hasta b , o entre a y b , de $f(x)$, diferencial de x . LARA, A. (2007).

2.4.16. Significado de la Integral Definida de una funci\u00f3n

LARA, A. (2007). Si una funci\u00f3n positiva $f(x)$, definida en un intervalo $[a,b]$, es *integrable* (existe su integral en $[a,b]$), la integral $\int_a^b f(x) dx$ representa el \u00e1rea de la superficie determinada por la gr\u00e1fica de la funci\u00f3n, el eje de abscisas y las rectas $x = a$ y $x = b$.

Si la funci\u00f3n $y = f(x)$ fuese negativa en el intervalo $[a, b]$, la gr\u00e1fica de la funci\u00f3n quedar\u00eda por debajo del eje de abscisas.

En este caso, al tomar funciones escalonadas por exceso y por defecto, sus integrales correspondientes ser\u00edan negativas, y puesto que

$$\int_a^b g(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b h(x) dx,$$

$\int_a^b f(x) dx$ debería ser negativa. Puesto que el área siempre es un número positivo, el área de la región que determina una función negativa es:

$$S = - \int_a^b f(x) dx$$

Este hecho no debería llamar la atención si se tiene presente cómo está definida la integral de una función escalonada: la suma de las áreas de los rectángulos que determina con el eje de abscisas, si la función escalonada es positiva y la suma de las áreas de los rectángulos que determina con el eje de abscisas con signo menos, si la función escalonada es negativa.

Finalmente, si la gráfica de una función queda parte por encima, y parte por debajo del eje de abscisas, la integral se descompondrá en varios sumandos cuando se quiera calcular el área de la región que delimita con el eje de abscisas en el intervalo $[a, b]$. se ve claramente que:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Ahora bien, el área de la región A es $S_A = - \int_a^c f(x) dx$ y el área de la región B es $S_B = - \int_c^b f(x) dx$. De todo esto se desprende que el área de la región rayada es

$$S = S_A + S_B = - \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

La definición de integral de Riemann poco ayuda a su cálculo, pues es imposible encontrar todas las funciones escalonadas por defecto y por exceso de otra función dada. Hay, no obstante, criterios que son mucho más útiles de cara a decidir si una función acotada es integrable o no.

2.4.17. Teorema

LARA, A. (2007). Toda función continua en un intervalo es integrable en dicho intervalo.

Si $y = f(x)$ es una función continua definida en un intervalo $[a, b]$, entonces $f(x)$ es integrable, es decir, existe $\int_a^b f(x)dx$.

Con este teorema resulta evidente la integrabilidad de funciones como $\sin x$, $\cos x$, de cualquier función polinómica y, en general, de cualquier función continua.

Aún así, todavía no hay nada que permita calcular de una manera rápida la integral de una función $f(x)$ definida en un intervalo $[a, b]$.

2.4.18. Teorema Fundamental del Cálculo

LARA, A. (2007). Sea una función $y = f(x)$ integrable en el intervalo siguiente $[a, b]$, por tanto, tiene sentido y existe $\int_a^b f(x)dx$

A partir de $f(x)$ se define una nueva función G de la siguiente forma:

$$G: [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$$

$$t \longrightarrow G(t) = \int_a^t f(x)dx$$

Obsérvese que se ha llamado t a la variable de la función G para no confundirla con la variable x de la función f .

En estas condiciones, si $t_0 \in [a, b]$ es un punto en el que la función f es continua, la función G es derivable en t_0 y el valor de la derivada en t_0 es $G'(t_0) = f(t_0)$. Es decir, la derivada de la función G en un punto coincide con el valor de f en ese mismo punto, o lo que es lo mismo, si la función f es continua, la función G es una primitiva de la función f .

El teorema fundamental del cálculo pone todo a punto para encontrar un método que permita resolver las integrales definidas de un modo sencillo. Basta, para ello, con utilizar la importante consecuencia que de él se deriva y que se conoce como Regla de Barrow.

2.4.19. Regla de Barrow

LARA, A. (2007). Si $y = f(x)$ es una función continua en el intervalo $[a, b]$, y $F(x)$ una función definida en $[a, b]$, derivable y primitiva de $f(x)$, es decir, $F'(x) = f(x)$ para cualquier $x \in (a, b)$, entonces

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Este resultado es conocido, frecuentemente, por «segunda parte del teorema fundamental del cálculo». Es obligado hacer notar que, para resolver una integral definida de una función continua, basta con encontrar una primitiva de la función, sustituir en ella los límites de integración superior e inferior respectivamente y restar ambos valores.

Claro es que, aunque la regla de Barrow dé un método para el cálculo de integrales definidas, no siempre es fácil encontrar las primitivas de una función.

Conviene observar también que como $F(b) - F(a)$ es un número, es decir, no depende de la variable x , y que si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, $F(t)$ es una primitiva de $f(t)$, $f(u)$ es una primitiva de $f(u)$, etc., todas las expresiones siguientes tienen el mismo significado:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du = \int_a^b f(z) dz$$

2.5. Definiciones conceptuales:

Plataforma virtual.- HOLMBERG, J. (2006). Una de las modalidades formales para establecer el aprendizaje a distancia son las plataformas virtuales, las mismas que incluyen herramientas que facilitan el aprendizaje, la comunicación y la colaboración. Una de las características comunes de las Plataformas Virtuales es la de potenciar la comunicación mediada por computador; en otras palabras, la comunicación queda establecida por la múltiple direccionalidad, la interactividad, las varias maneras de codificación, la flexibilidad del tiempo, la flexibilidad en la recepción y el establecimiento de contornos abiertos y cerrados. Las plataformas están ofreciendo respuestas a cursos totalmente desarrollados, otros dependientes, cursos netamente suplementarios o de tipo informativo.

Cabe entender que las plataformas son un componente importante de muchos portales de estudio e investigación. Por tanto, se ligan a dichos portales en calidad de programas o cursos regulares de estudio.

Virtual.- LARA, L. (2004). La palabra virtual proviene del latín *virtus*, que significa fuerza, energía, impulso inicial. Las palabras *vis*, fuerza, y *vir*, varón, también están relacionadas. "Así, la *virtus* no es una ilusión ni una fantasía, ni siquiera una simple eventualidad, relegada a los limbos de lo posible. Más bien, es real y activa. Fundamentalmente, la *virtus* actúa.

Aula virtual.- HOLMBERG, J. (2006). Es una infraestructura educativa en la que ciertos componentes del proceso enseñanza – aprendizaje han sido reemplazados por la tecnología de información y tecnología de comunicaciones.

Tutoría virtual.- MARTÍNEZ, M.T. (2000). Es el proceso de asesoramiento que ofrecen los educadores de una institución a sus estudiantes, utilizando tecnología de información y de comunicaciones TIC´s. para el efecto suelen utilizarse: correo electrónico, chats, grupos de discusión, videoconferencia, entre otros.

TIC´s.- MARTÍNEZ, M.T. (2000). Las tecnologías de la Información y la Comunicación TIC´s, representan la unión de los computadores y las comunicaciones, son aquellas herramientas computacionales e informáticas que procesan, almacenan, sintetizan, recuperan y presentan información representada de la más variada forma.

Es un conjunto de herramientas, soportes y canales para el tratamiento y acceso a la información. Constituyen nuevos soportes y canales para dar forma, registrar, almacenar y difundir contenidos tanto científicos como de información. Es decir, son herramientas y materiales de construcción que facilitan el aprendizaje, el desarrollo de habilidades y distintas formas de aprender, estilos y ritmos de los aprendices.

Educación Virtual.- ÁLVAREZ, R. (2002) "La Educación Virtual enmarca la utilización de las nuevas tecnologías, hacia el desarrollo de metodologías alternativas para el aprendizaje de alumnos de poblaciones especiales que están limitadas por su ubicación geográfica, la calidad de docencia y el tiempo disponible. (p.109).

Entornos de aprendizaje.- La UNESCO (1998), define como "entornos de aprendizajes que constituyen una forma totalmente nueva, en relación con la tecnología educativa, un programa informático - interactivo de carácter pedagógico que posee una capacidad de comunicación integrada.

Entorno.- Según el Diccionario de la Real Academia Española [Real Academia Española, 1970], entorno quiere decir "contorno". Para Moliner [Moliner, M., 1998], es el conjunto de personas y circunstancias que rodean a alguien y pueden influir en su comportamiento. En la edición 2001 del Diccionario de la Real Academia Española [Real Academia Española, 2001] se encuentra la definición de entorno también vinculado al área de informática: "es el conjunto de condiciones extrínsecas que necesita un sistema informático para funcionar". Podría extrapolarse esta definición al contexto de aprendizaje, o sea, serían las condiciones extrínsecas que necesita un estudiante para poder aprender.

Método sincrónico.- ACOSTA, W. (2004). Son aquellos en el que el emisor y el receptor del mensaje en el proceso de comunicación operan en el mismo marco temporal, es decir, para que se pueda transmitir dicho mensaje es necesario que las dos personas estén presentes en el mismo momento.

Método asincrónico.- ACOSTA, W. (2004). Transmiten mensajes sin necesidad de coincidir entre el emisor y receptor en la interacción instantánea. Requieren necesariamente de un lugar físico y lógico (como un servidor, por ejemplo) en donde se guardarán y tendrá también acceso a los datos que forman el mensaje.

Aprendizaje.- GUTIÉRREZ, J. (2008). El aprendizaje es el proceso a través del cual se adquieren nuevas habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción y la observación. Este proceso puede ser analizado desde distintas perspectivas, por lo que existen distintas teorías del aprendizaje.

El aprendizaje es una de las funciones mentales más importantes en humanos, animales y sistemas artificiales.

Estructura cognitiva.- AUSUBEL y COLBS. (1990). Es el conjunto de contenidos substanciales presentes en el individuo, que sobre la base de sus propiedades de ordenamiento específicas se articulan formando un campo comprensivo de conocimientos.

Aprendizaje significativo.- GUTIÉRREZ, J. (2008). La teoría del Aprendizaje Significativo es un enfoque actual que implica la adquisición de conocimientos de una forma dinámica, distinta de la vertiente mecanicista tradicional.

Para que este tipo de aprendizaje pueda desarrollarse de manera efectiva se requiere de un elemento esencial que Ausubel ha conceptualizado como estructura cognitiva, que corresponde al factor base desde el cual se produce el aprendizaje significativo, ya que es en ella donde se ingresa y organiza la nueva información que va adquiriendo el estudiante.

Cálculo.- LARA y ARROBA, (2008). Rama de las matemáticas que se ocupa del estudio de los incrementos en las variables, pendientes de curvas, valores máximo y mínimo de funciones y de la determinación de longitudes, áreas y volúmenes. Su uso es muy extenso, sobre todo en ciencias e ingeniería, siempre que haya cantidades que varíen de forma continua.

En general el termino cálculo (del latín calculus = piedra) hace referencia, indistintamente, a la acción o el resultado correspondiente a la acción de calcular. Calcular, por su parte, consiste en realizar las operaciones necesarias para prever el resultado de una acción previamente concebida, o conocer las consecuencias que se pueden derivar de unos datos previamente conocidos.

Cálculo Integral.- LARA y ARROBA, (2008). Se basa en el proceso inverso de la diferenciación, llamado integración. Dada una función f , se busca otra función F tal que su derivada es $F' = f$; F es la integral, primitiva o antiderivada de f , lo que se escribe $F(x) = \int_a^b f(x) dx$.

Integral.- LARA y ARROBA, (2008). Es una suma de infinitos sumandos, infinitamente pequeños.

Integral Definida.- LARA y ARROBA, (2008). Dada una función $f(x)$ de una variable real x y un intervalo $[a,b]$ de la recta real, la integral $\int_a^b f(x) dx$ se define como integral definida y es igual al área de la región del plano xy limitada entre la gráfica de f , el eje x , y las líneas verticales que tienen como ecuaciones: $x = a$ y $x = b$, donde son negativas las áreas por debajo del eje x .

2.6. Hipótesis

La utilización del texto digital como herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje mejorará los aprendizajes significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería.

2.7. Señalamiento de Variables

En esta investigación se presentan dos variables, las mismas que son fundamentales estudiarlas y analizarlas:

2.7.1. Variable Independiente:

Entorno Virtual de Aprendizaje.

2.7.2. Variable Dependiente:

Aprendizaje significativo de la Integral Definida.

2.7.3. Nexos de relación:

Incidencia.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA

3.1. Enfoque

Mi investigación tiene un enfoque cualitativo, ya que se busca conocer la realidad, se pueda hacer, actuar, construir y modificar la situación actual de la limitada utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje en los aprendizajes significativos.

La investigación se desarrolló teniendo en cuenta una perspectiva cuantitativa, por que se orienta hacia la identificación de las causas y la explicación del problema objeto de estudio, en función de los objetivos planteados, se aplicaron instrumentos de escala sumativa, conocida como de tipo Likert.

También se tomó en cuenta la perspectiva cualitativa, debido a que la investigación se orientó hacia la comprensión del problema que es objeto de estudio, su perspectiva es desde adentro, pone énfasis en el proceso, y se orienta al descubrimiento de la hipótesis a través de la investigación del problema en el contexto al que pertenece. Por lo tanto la investigación es cuali - cuantitativa.

3.2. Modalidad Básica de la Investigación

3.2.1. Bibliográfica o Documental

Toda investigación requiere necesariamente del apoyo de la investigación documental, a fin de poder contrastar la realidad estudiada con los aportes de la ciencia. En forma simultánea se realizó una investigación bibliográfica, que se llevó cabo en las universidades que disponen de estos temas de estudio, sirvió también para la elaboración del marco teórico y la propuesta.

Para la realización del presente trabajo, se utilizó información bibliográfica obtenida en Enciclopedias Libros, Revistas, Folletos, Tesis de grado etc. y la ayuda del Sistema de Informática como es el Internet.

Por lo anteriormente señalado, la investigación es de tipo documental – bibliográfico, ya que tiene el propósito de detectar, ampliar y profundizar diferentes enfoques, teorías, conceptualizaciones y criterios de diversos autores sobre el problema detectado, basándose en documentos, libros, revistas y otras publicaciones.

Para recoger la información primaria se utilizó como técnica la encuesta y su instrumento, el cuestionario estructurado, dirigida a docentes y estudiantes; así como la entrevista y su guía de entrevista, dirigida a los señores Jefes de Área, Vicerrectores de Campus y el señor Rector de la Universidad Politécnica Salesiana.

Para recoger la información secundaria se recurrió la investigación bibliográfica y documental relacionada con el Entorno Virtual de Aprendizaje y el Aprendizaje de la Integral Definida.

3.2.2. Experimental

En el tema investigado, se manipulan las variables independiente, la misma que se observa el efecto indicado por la variable dependiente, precisando la relación causa – efecto. Su finalidad es controlar las variables para poner a prueba la hipótesis planteada.

3.2.3. Investigación de Campo

El presente trabajo se realizó en el lugar mismo de los hechos, Campus “El Girón” de la ciudad de Quito y Campus “El Vecino” en la ciudad de Cuenca a través del contacto directo del investigador con la realidad. Con el objetivo de recolectar y registrar los datos observados en el problema objeto de estudio.

La investigación de campo permitió obtener información, mediante la aplicación de documentos técnicos previamente elaborados como es la encuesta, en el lugar que se da el fenómeno.

3.3. Nivel o Tipo de Investigación

Para el presente trabajo, se utilizó diferentes formas de investigación:

3.3.1. Investigación Exploratoria

Es exploratoria, porque nos permite estar en contacto y familiarizarse con la realidad, ya que se realiza sondeos de opinión y se toma en cuenta la actitud de las personas involucradas en el problema.

Es una investigación aplicada ya que se busca conocer directamente, para en base al conocimiento de la realidad se pueda hacer, actuar, construir modificar o reformar la situación actual existente en el área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

3.3.2. Investigación Descriptiva

Es descriptiva, porque permite tener un conocimiento de la realidad interna y externa, y cuyos datos ubicarán el contexto en que se desarrolla el servicio público y la necesidad de una mayor organización o cambio de sistema.

Es descriptiva por cuanto, el tema se investiga, bajo una circunstancia temporo-espacial, identificadas claramente por el número de la población, por ocupación, nivel de educación etc. Se puede identificar las formas de conducta y actitudes de las personas que se encuentran en nuestra investigación, tales como: comportamientos sociales, aceptación de liderazgo, motivación frente al trabajo etc.

Permite descubrir y comprobar la posible relación de las variables de investigación tales como: Entornos virtuales de aprendizaje y el proceso educativo.

Se trata de verificar la realidad concreta de sus actores, tales como: La actitud del docente, su desempeño académico, las decisiones tomadas, las reacciones de los involucrados en el entorno social.

3.3.3. Investigación Correlacional

Es correlacional, porque se puede determinar el grado de relación de una variable con la otra, se puede examinar la asociación entre las dos variables, ya que la variable independiente influye directamente en la

variable dependiente. Es nuestro tema de estudio de qué manera influye la utilización de los entornos virtuales y la generación de aprendizajes significativos, indica claramente como existe una relación en las mismas.

Está orientada a medir el impacto que causa en el proceso educativo de parte de los docentes de las diferentes facultades con la adecuada utilización de entornos virtuales de aprendizaje.

3.4. Población y Muestra

3.4.1. Población

Para efectos de la presente investigación, la población seleccionada estuvo conformada por: Directivos de la Universidad Politécnica Salesiana, Jefe del Área de Ciencias Exactas, Docentes de las Carreras de Ingeniería y Estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana.

| Informantes Clave | Población | % |
|--|------------------|------------|
| Directivos de la Universidad Politécnica Salesiana. | 3 | 1,60 |
| Jefes de Áreas de Ciencias Exactas y Ciencias Agropecuarias y Ambientales. | 2 | 1,06 |
| Docentes de las Carreras de Ingeniería. | 15 | 7,98 |
| Estudiantes de las Carreras de Ingeniería. | 168 | 89,36 |
| TOTAL | 188 | 100 |

Fuente: Secretaría de la UPS Quito y Cuenca.
Elaboración: Santiago Cañizares J.

3.4.2. Muestra

Se tomó una muestra aleatoria de los estudiantes que pertenecen a las diferentes Carreras de Ingeniería. El tamaño de la muestra óptima se apoyará en la siguiente fórmula, que permitirá realizar inferencias significativas en la investigación.

$$n = \frac{z^2 N p q}{e^2 N + z^2 p q} \quad \text{para } n > 30$$

n: Tamaño de la muestra.

N: Población.

e: Error de muestreo admisible para investigación 5%. (0,05)

z: Nivel de confiabilidad. 95% \longrightarrow $0,95/2 = 0.4750 \longrightarrow z = 1,96$

p: Probabilidad de ocurrencia del evento. 50% = 0,5

q: probabilidad de No ocurrencia del evento. $1 - 0,5 = 0,5$

Cálculos:

$$n = \frac{(1,96)^2 (300) (0,5) (0,5)}{(0,05)^2 (300) + (1,96)^2 (0,5) (0,5)}$$

$$n = 168$$

3.5. Técnicas e Instrumentos de Investigación

La presente investigación utilizó las siguientes técnicas e instrumentos:

| Técnicas | Instrumentos | Dirigida a |
|------------|---------------------------------|---------------------------------------|
| Encuesta | Cuestionario estructurado | Docentes y Estudiantes |
| Entrevista | Guía de entrevista estructurada | Rector, Vicerrectores y Jefes de Área |

Fuente: TERÁN (2006), El Proyecto de Investigación ¿Cómo elaborar?

Elaboración: El Autor.

3.6. Operacionalización de Variables

3.6.1. Variable Independiente: Entorno Virtual de Aprendizaje

| CONCEPTUALIZACIÓN | DIMENSIONES | INDICADORES | ÍTEMS BÁSICOS | TÉCNICAS E INSTRUMENTOS |
|--|---|---|--|---------------------------------------|
| Un entorno virtual de aprendizaje es un espacio con accesos restringidos, concebido y diseñado para que las personas que acceden a él desarrollen procesos de incorporación de habilidades y saberes, mediante sistemas telemáticos. | Incorporación de Habilidades y Saberes. | Utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje. | ¿Considera importante la utilización del entorno virtual de aprendizaje? | Encuesta Cuestionario Estructurado |
| | | | ¿Se utiliza el EVA para el proceso de aprendizaje de la integral definida? | |
| | | Estrategias | ¿En las tutorías de integral definida se utiliza como herramienta el texto digital? | Entrevista Guía de Entrevista |
| | Sistemas Telemáticos | Actividades presentes en el Entorno Virtual de Aprendizaje. | ¿Organiza y planifica su tutoría, utilizando algún medio informático especializado sobre Integrales? | |

3.6.2 Variable Dependiente: Aprendizaje de la Integral Definida

| CONCEPTUALIZACIÓN | DIMENSIONES | INDICADORES | ÍTEMS BÁSICOS | TÉCNICAS E INSTRUMENTOS |
|---|---|---------------------------------------|--|---|
| "Es el proceso a través del cual se integran nuevos conocimientos a la estructura cognitiva de los alumnos, a partir de los ya existentes, recuperando sus experiencias e intereses; para lo cual es relevante que dicho aprendizaje (cambios de pensamiento, sentimiento y acción), tenga sentido, sea funcional, trascendente y responda a sus necesidades con posibilidades de aplicación a distintas situaciones de la vida". | Proceso de integración de nuevos conocimientos. | Análisis en relación a la aplicación. | ¿La herramienta virtual como texto digital, mejorará el aprendizaje significativo de la integral definida? | Encuesta Cuestionario Estructurado Entrevista Guía de Entrevista |
| | Estructura cognitiva | Metodologías y estrategias. | ¿Las técnicas de aprendizaje utilizadas en el tema de la Integral Definida, producen el interés necesario para el aprendizaje? | |
| | Aprendizaje con aplicación a la vida real. | Aplicación práctica. | ¿Los estudiantes alcanzarán una mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la integral definida a través del Entorno Virtual de Aprendizaje? | |

3.7. Plan de Recolección de la Información

Para el proceso de recolección, procesamiento, análisis e interpretación de la información del informe final se realizó de la siguiente manera:

| PREGUNTAS BÁSICAS | EXPLICACIÓN |
|----------------------------------|---|
| 1. ¿Para qué? | Para alcanzar los objetivos propuestos en la presente investigación. |
| 2. ¿A qué personas? | Directivos, jefes de área, docentes y estudiantes de la UPS. |
| 3. ¿Sobre qué aspectos? | Utilización del EVA. Aprendizaje Significativo de la Integral Definida. |
| 4. ¿Quién? | Investigador: Lcdo. Santiago Cañizares Jarrín. |
| 5. ¿Cuándo? | Semestre septiembre 2009 – febrero 2010. |
| 6. ¿Dónde? | Ciudad de Cuenca Campus “El Vecino” y Ciudad de Quito Campus “El Girón”. |
| 7. ¿Cuántas veces? | Una vez a cada uno de los encuestados y entrevistados (171 aplicaciones). |
| 8. ¿Qué Técnicas de recolección? | Encuesta y Entrevista. |
| 9. ¿Con qué? | Cuestionario estructurado y Guía de entrevista estructurada. |
| 10. ¿En qué situación? | Favorable, para ello se realizará los contactos y coordinaciones respectivas, con la finalidad de que se pueda realizar la investigación sin contratiempos. |

Fuente: Santiago Cañizares J.

Elaboración: Santiago Cañizares J.

Previo a la aplicación de los instrumentos de investigación se realizó su validación a través de una prueba piloto que permita establecer su validez y confiabilidad.

3.8. Plan de Procesamiento de la Información

Una vez culminado la etapa de recopilación de la información, se la procesó de acuerdo a los siguientes pasos:

- ❖ Recolección, clasificación, selección y tabulación de la información.
- ❖ Selección de la información cualitativa. (entrevistas).
- ❖ Estudio estadístico de los datos.
- ❖ Presentación de los datos en cuadros estadísticos.
- ❖ Elaboración de gráficos estadísticos.
- ❖ Análisis e interpretación de los resultados.

Realizada la selección de la información se estableció la relación con las variables, los objetivos y la verificación de la hipótesis para establecer diferentes respuestas tendientes a solucionar el problema.

Los datos recogidos fueron procesados mediante la estadística descriptiva e inferencial, a través del cálculo de las medidas de tendencia central (media aritmética, mediana y moda) y de variabilidad (desviación típica).

Para la comprobación de la hipótesis se utilizó la prueba estadística

χ^2 (Chi – Cuadrado).

Una vez terminado el plan de procesamiento de la información, se pudo establecer las conclusiones y recomendaciones de la presente investigación.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

En base a los objetivos de la presente investigación y a su fundamentación científica, a través de los diferentes instrumentos de recolección de datos, se pudo obtener información esencial respecto a **la Incidencia del Entorno Virtual de Aprendizaje y el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida**, encontrándose los siguientes resultados obtenidos de la encuestas aplicadas a los estudiantes de las Carreras de Ingenierías: Agropecuaria, Biotecnología, Administración de Empresas, Mecánica, Civil, Eléctrica y Electrónica de la Universidad Politécnica Salesiana, a los Docentes del Área de Ciencias Exactas; de igual manera los resultados de la aplicación de las entrevistas realizadas a una directivos de la Universidad: Rector, Vicerrector Nacional, Jefe del Área de Ciencias Exactas y un especialista en Entorno Virtual de Aprendizaje.

Los resultados derivados de la aplicación de los instrumentos fueron tabulados, organizados, para luego ser procesados en términos de porcentajes y de acuerdo a los objetivos formulados para el presente estudio.

Los efectos obtenidos fueron analizados y discutidos mediante la confrontación de los mismos con los objetivos e interrogantes del estudio, respaldados con la teoría consultada.

4.1. Encuesta dirigida a Estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta 1:

¿Estaría interesado en utilizar Entornos Virtuales de Aprendizaje para su proceso de enseñanza aprendizaje?

Cuadro 1

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 64 | 38 |
| FRECUENTEMENTE | 72 | 43 |
| POCAS VECES | 25 | 15 |
| NUNCA | 7 | 4 |
| TOTAL | 168 | 100 |

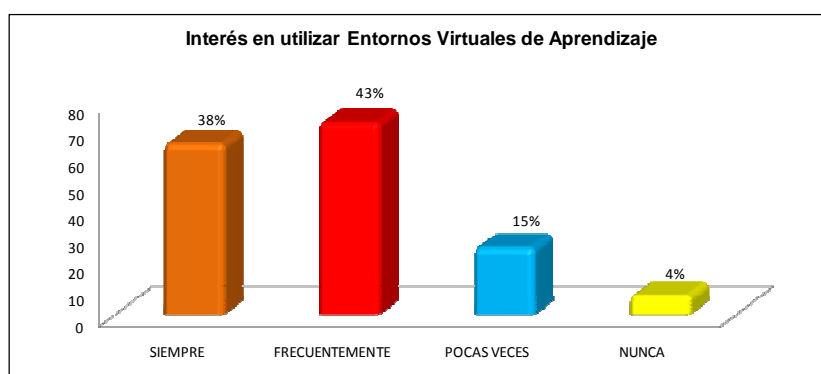


Gráfico 1

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

ADELL y GUMBAU, (2004). Un Entorno Virtual de Aprendizaje (EVA) en algunos casos denominado también entornos virtual de enseñanza/aprendizaje (EVE/A) es una aplicación informática diseñada para facilitar la comunicación pedagógica entre los participantes en un proceso educativo, sea éste completamente a distancia, presencial, o de una naturaleza mixta que combine ambas modalidades en diversas proporciones. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 1, de los 168 estudiantes, el 43% manifiesta que “frecuentemente” está interesado en utilizar Entornos Virtuales de Aprendizaje, un 38% “siempre” y un 15% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que los estudiantes se encuentran muy interesados en utilizar el EVA para su proceso de aprendizaje.

Pregunta 2:

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional - Plataforma SOL - para su Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida?

Cuadro 2

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 50 | 30 |
| FRECUENTEMENTE | 79 | 47 |
| POCAS VECES | 31 | 18 |
| NUNCA | 8 | 5 |
| TOTAL | 168 | 100 |

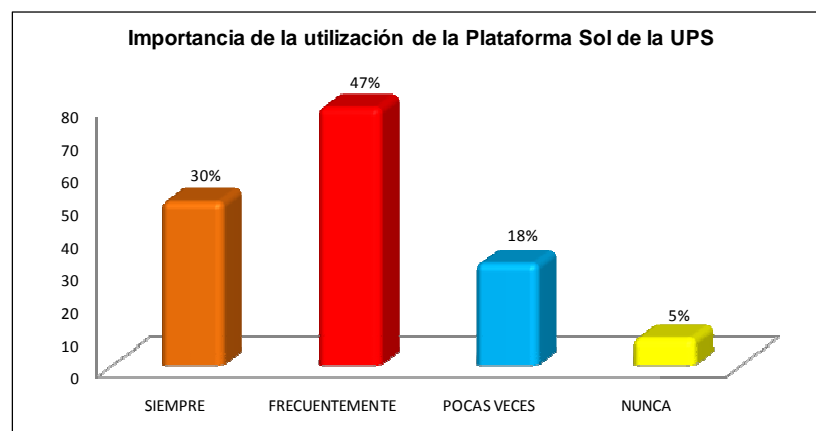


Gráfico 2

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

Los entornos virtuales de aprendizaje integran diferentes tecnologías y también enfoques pedagógicos múltiples. En definitiva, un entorno virtual de aprendizaje integra una gran variedad de herramientas que apoyan las múltiples funciones: información, comunicación, colaboración, aprendizaje, gestión, etc. GARRISON y KANUKA, (2004, pág. 96). Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 2, de los 168 estudiantes, el 47% manifiesta que “frecuentemente”, un 30% “siempre” y un 18% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que los estudiantes consideran importante la utilización de la Plataforma SOL, en su proceso de enseñanza – aprendizaje de la Integral Definida.

Pregunta 3:

¿Es importante para usted que las tutorías se organicen y planifiquen utilizando algún medio informático especializado?

Cuadro 3

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 89 | 53 |
| FRECUENTEMENTE | 48 | 29 |
| POCAS VECES | 24 | 14 |
| NUNCA | 7 | 4 |
| TOTAL | 168 | 100 |

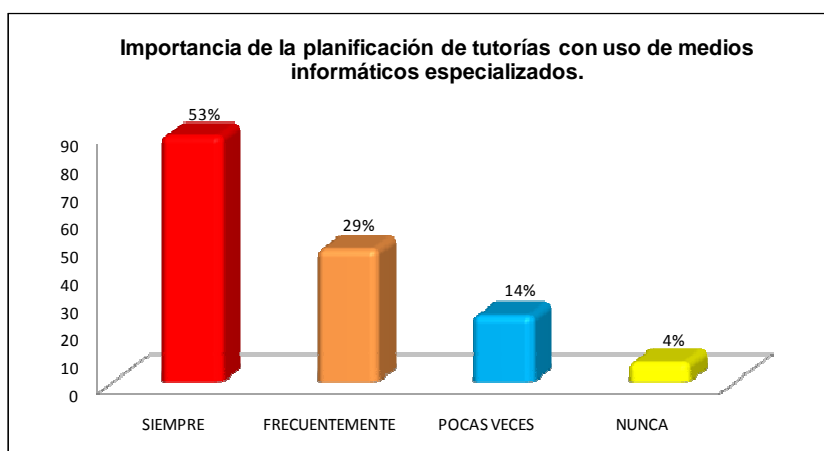


Gráfico 3

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

TOURIÑAN, TH. (2001, p.222). Manifiesta que al considerar el computador como herramienta, permite a los docentes planificar sus tutorías, utilizando varios software especializados en las diferentes áreas del conocimiento, lo cual agiliza y mejora la preparación de sus tutorías. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 3, de los 168 estudiantes, el 53% manifiesta que “siempre”, un 29% dice que “frecuentemente” y un 14% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que es muy importante que se utilicen Software específicos y especializados con la finalidad de que el docente pueda organizar y planificar de mejor manera la tutoría.

Pregunta 4:

¿La organización y planificación de la tutoría respecto a la Integral Definida utilizando algún medio informático especializado, mejorará su aprendizaje de la Integral Definida?

Cuadro 4

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 62 | 37 |
| FRECUENTEMENTE | 67 | 40 |
| POCAS VECES | 31 | 18 |
| NUNCA | 8 | 5 |
| TOTAL | 168 | 100 |

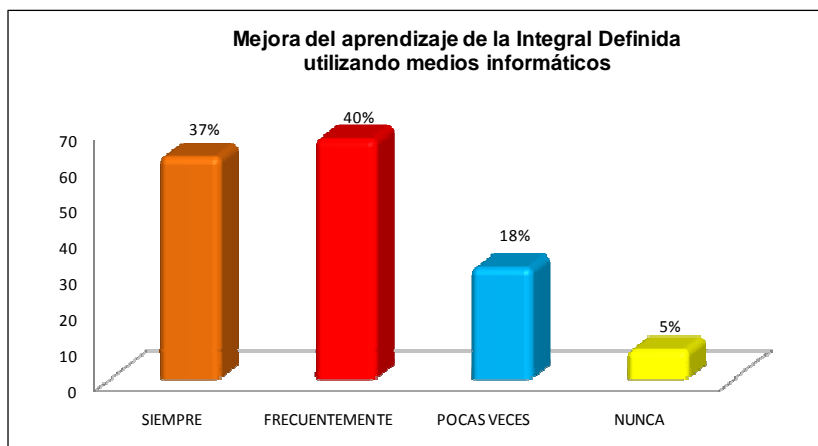


Gráfico 4

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

CAMACHO y MENDÍAS, (2004). Surge una nueva forma de concebir la enseñanza- aprendizaje, pues es indiscutible que en una red de conocimientos, está de por medio la computadora y por ende la introducción de las nuevas teorías sobre la obtención de conocimientos y el empleo de las TIC's. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 4, de los 168 estudiantes, el 40% manifiesta que "frecuentemente", un 37% "siempre" y un 18% "pocas veces". De los resultados, se infiere que la utilización de medios informáticos especializados sobre el tema de la Integral Definida, mejora el Aprendizaje Significativo.

Pregunta 5:

¿Le gustaría a Usted Utilizar como herramienta virtual el texto digital, para tutorías de la Integral Definida?

Cuadro 5

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 69 | 41 |
| FRECUENTEMENTE | 64 | 38 |
| POCAS VECES | 27 | 16 |
| NUNCA | 8 | 5 |
| TOTAL | 168 | 100 |

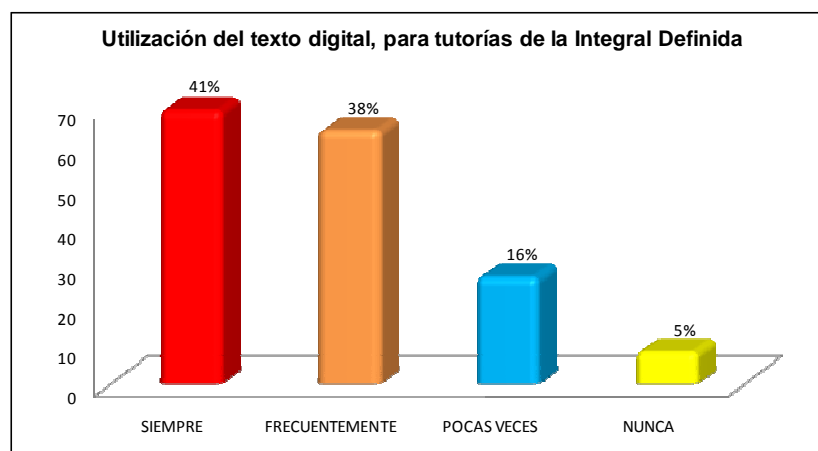


Gráfico 5

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

La interacción social activa la participación en las discusiones, aumenta la motivación, y ayuda a construir una comunidad. La representación de la información en un entorno de aprendizaje virtual puede ser muy variada, siendo el texto digital el que otorga un papel más activo al usuario. LIPONNEN, (2002). Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 5, de los 168 estudiantes, el 41% manifiesta “siempre”, un 38% “frecuentemente” y un 16% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que los estudiantes siempre se encuentran en la búsqueda de nuevas alternativas tecnológicas para su aprendizaje y una de ellas es el texto digital.

Pregunta 6:

¿En las tutorías presenciales que Usted recibe se relaciona el conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas o aplicaciones cotidianas?

Cuadro 6

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 19 | 11 |
| FRECUENTEMENTE | 41 | 24 |
| POCAS VECES | 72 | 43 |
| NUNCA | 36 | 21 |
| TOTAL | 168 | 100 |

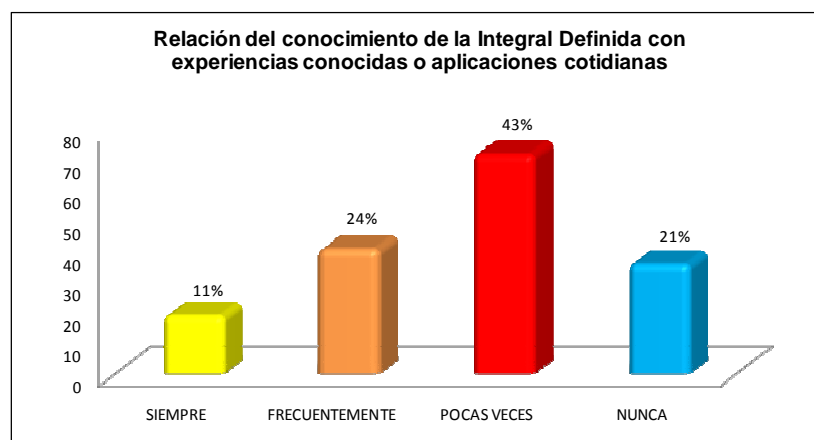


Gráfico 6

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

El conocimiento incluido permite la incorporación de nuevos conceptos y proposiciones a la estructura cognitiva, la cual sufre una reestructuración continua en este tipo de aprendizaje significativo, creando un proceso dinámico. MOREIRA, (1988). Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 6, de los 168 estudiantes, el 43% manifiesta “pocas veces”, un 24% “frecuentemente” y un 21% “nunca”. De los resultados, se infiere que los estudiantes prefieren aprender la Integral Definida, de una manera práctica y relacionando los conocimientos previos, de manera que se puedan aplicar a la vida práctica o en situaciones cotidianas, es decir hacer el aprendizaje más significativo.

Pregunta 7:

¿Piensa usted que el texto digital como herramienta virtual contribuirá a mejorar su interés hacia el aprendizaje de la Integral Definida?

Cuadro 7

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 59 | 35 |
| FRECUENTEMENTE | 82 | 49 |
| POCAS VECES | 14 | 8 |
| NUNCA | 13 | 8 |
| TOTAL | 168 | 100 |

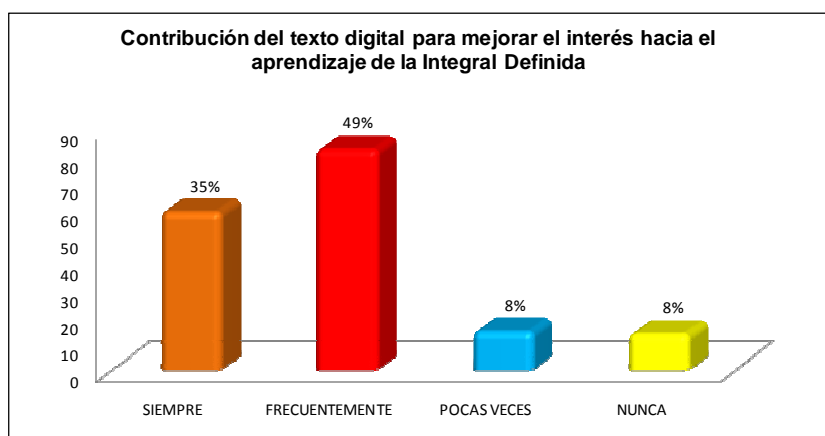


Gráfico 7

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

MARQUEZ, P. (2006). La multiplicidad de situaciones de aprendizaje será acompañada de una multiplicidad medios tecnológicos, de tecnologías y conectividad telemática, y entre ellos el texto digital, contribuyen a generar intereses entre los estudiantes para aprender un tema determinado. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 7, de los 168 estudiantes, el 49% manifiesta “frecuentemente”, un 35% “siempre” y un 8% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que el texto digital, enfocado con actividades para que sea una herramienta virtual, contribuye a mejorar el interés de los estudiantes, para lograr una un aprendizaje significativo de la Integral Definida.

Pregunta 8:

¿Considera que el Entorno Virtual de Aprendizaje contribuye a generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la integral Definida?

Cuadro 8

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 46 | 27 |
| FRECUENTEMENTE | 76 | 45 |
| POCAS VECES | 37 | 22 |
| NUNCA | 9 | 5 |
| TOTAL | 168 | 100 |

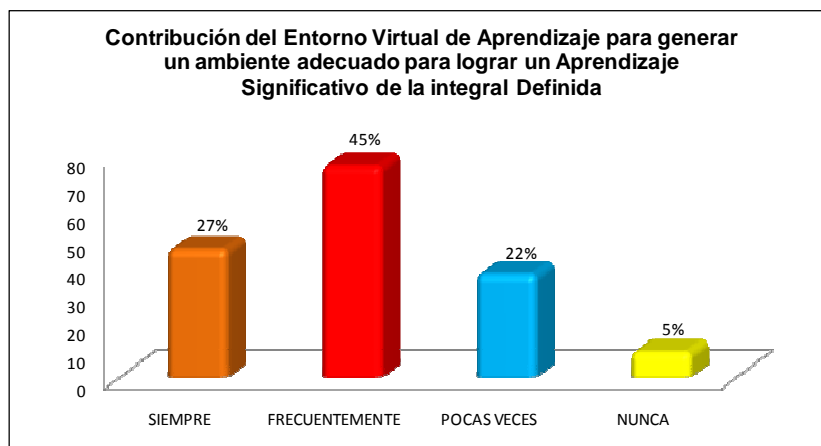


Gráfico 8

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

GUTIÉRREZ, J. (2008). El aprendizaje es el proceso a través del cual se adquieren nuevas habilidades, destrezas, conocimientos, conductas o valores como resultado del estudio, la experiencia, la instrucción y la observación. Este proceso puede ser analizado desde distintas perspectivas, por lo que existen distintas teorías del aprendizaje. El aprendizaje es una de las funciones mentales más importantes en humanos, animales y sistemas artificiales. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 8, de los 168 estudiantes, el 45% manifiesta “frecuentemente”, un 27% “siempre” y un 22% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que el texto digital genera un ambiente adecuado para que el aprendizaje significativo de la Integral Definida.

Pregunta 9:

¿Alcanzará usted una mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la integral Definida con la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje?

Cuadro 9

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 57 | 34 |
| FRECUENTEMENTE | 62 | 37 |
| POCAS VECES | 44 | 26 |
| NUNCA | 5 | 3 |
| TOTAL | 168 | 100 |

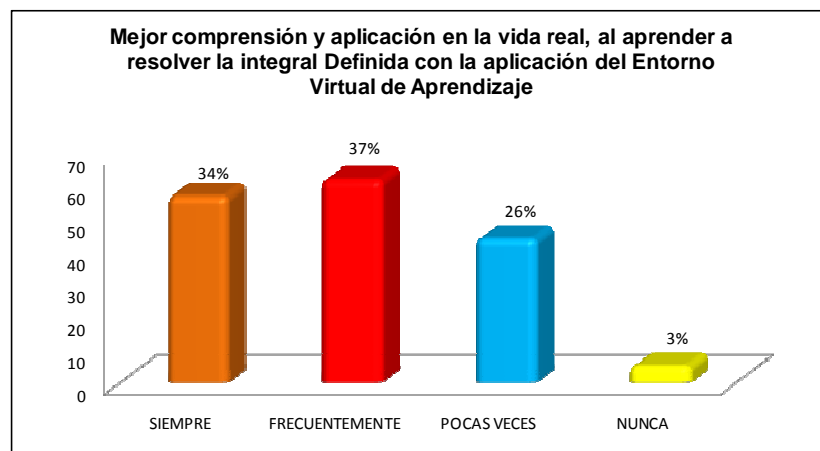


Gráfico 9

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

BARBERA y BADIA, (2004): Es necesario disponer en estas plataformas de lugares virtuales diferentes, como por ejemplo, discusiones argumentadas en un espacio de debate, presentaciones de trabajos en una galería, texto digital, etc. Esto permite organizar de mejor forma el trabajo de los participantes en el espacio virtual, el uso del tiempo y dar cabida a las diferentes formas de expresión social y cognitiva propias de una actividad educativa. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 9, de los 168 estudiantes, el 37% manifiesta “frecuentemente”, un 34% “siempre” y un 26% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que los EVA nos brindan una mejor comprensión, aplicación y resolución de problemas presentados en la realidad.

Pregunta 10:

¿El Aprendizaje Significativo de la Integral Definida mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje?

Cuadro 10

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 62 | 37 |
| FRECUENTEMENTE | 64 | 38 |
| POCAS VECES | 37 | 22 |
| NUNCA | 5 | 3 |
| TOTAL | 168 | 100 |

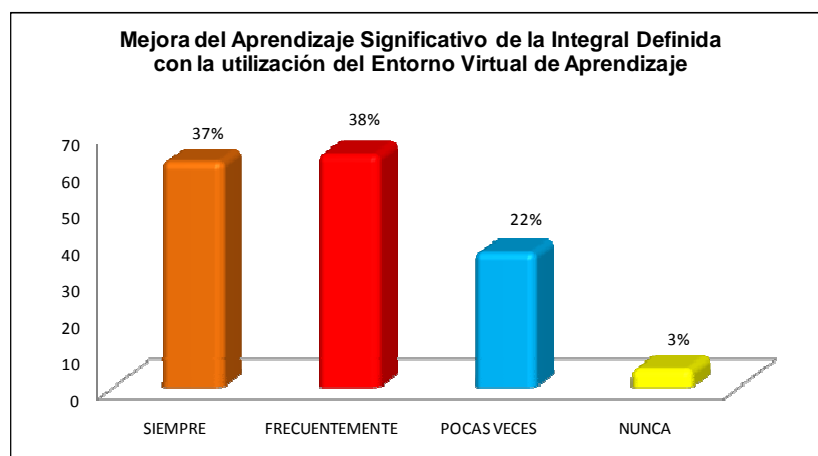


Gráfico 10

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

GARCÍA, A. (2005). Las perspectivas que los EVA plantean para su uso educativo, exigen nuevos planteamientos que a su vez requerirán de un proceso de reflexión sobre el papel de la educación, en un nuevo mundo comunicativo, con la finalidad de lograr entornos de aprendizaje efectivos en los cuales participen activamente los estudiantes y los profesores, con un solo objetivo final el de mejorar el proceso de aprendizaje. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 10, de los 168 estudiantes, el 38% manifiesta “frecuentemente”, un 37% “siempre” y un 22% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que con la utilización del los EVA, hay una mejora en cuanto a los aprendizajes, en particular al aprendizaje significativo, de la Integral Definida.

Pregunta 11:

¿Considera usted que la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje, aportará positivamente al Aprendizaje Significativo?

Cuadro 11

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|--------------|------------|----------------|
| SI | 155 | 92 |
| NO | 13 | 8 |
| TOTAL | 168 | 100 |

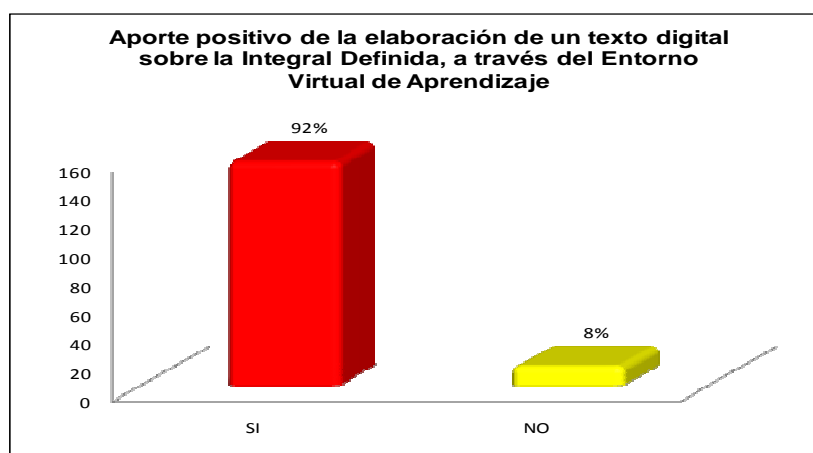


Gráfico 11

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

CALSINA, Q. (2005). Los EVA enriquecen las actividades y posibilitan al estudiante para demostrar lo que sabe de manera nueva y creativa. Esto implica que dicha actividad supone la auto-organización y auto-consciencia de experiencias, requiere genere nuevos significados del conocimiento existente y sea consciente de las estructuras de los conocimiento actuales. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los estudiantes con respecto a la pregunta 11, de los 168 estudiantes, el 92% manifiesta que “Si”, mientras un 8% que “No”. De los resultados, se infiere que es necesario utilizar un nuevo tipo de herramientas y metodologías a través de los EVA, en este caso la elaboración de un texto digital, será un aporte positivo y contribuirá a mejorar aprendizaje significativo de la Integral Definida.

4.2. Encuesta dirigida a Docentes de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta 1:

¿Estaría interesado en utilizar Entornos Virtuales de Aprendizaje, para el proceso de enseñanza aprendizaje?

Cuadro 12

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 11 | 73 |
| FRECUENTEMENTE | 4 | 27 |
| POCAS VECES | 0 | 0 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

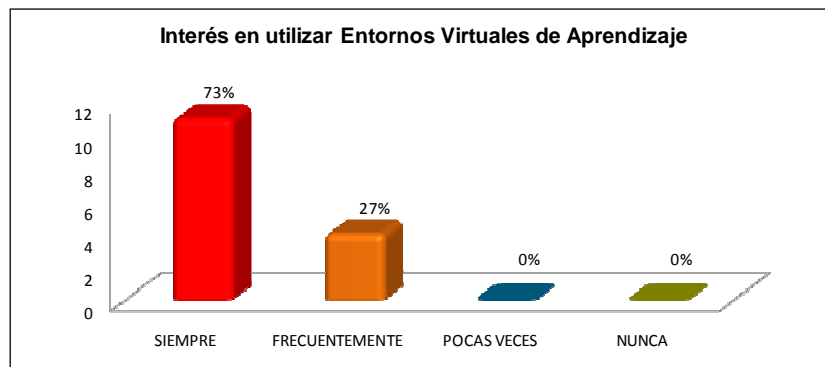


Gráfico 12

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

CABERO, (2001); MARTÍNEZ, (2004). La formación virtual ha ido de la mano del desarrollo de las TIC's, las cuales han permitido disponer recursos en línea, acceso a bases de datos y favorecer las comunicaciones síncronas y asíncronas. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 1, de los 15 docentes, el 73% manifiesta "siempre" y un 27% "frecuentemente". De los resultados, se infiere que los docentes se encuentran motivados e interesados en incursionar en este campo de las TIC's y específicamente de los EVA, con el objetivo de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje.

Pregunta 2:

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional - Plataforma SOL - para el proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida?

Cuadro 13

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 7 | 47 |
| FRECUENTEMENTE | 6 | 40 |
| POCAS VECES | 2 | 13 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

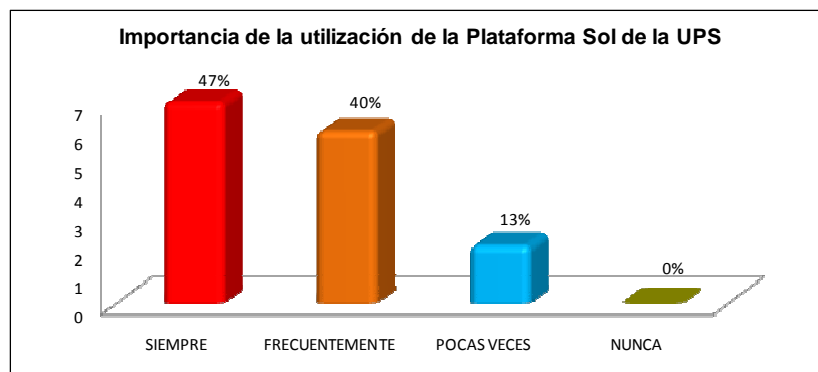


Gráfico 13

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

En la Plataforma SOL, que dispone la Universidad Politécnica Salesiana, se encuentra el Entorno Virtual de Aprendizaje, el mismo que es destinado para ofertar cursos de maestrías, diplomados o especializaciones, por lo que se constituye en un referente dentro del proceso de enseñanza aprendizaje con el apoyo de las TIC's. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 2, de los 15 docentes, el 47% manifiesta "siempre", un 40% "frecuentemente" y un 13% "pocas veces". De los resultados, se infiere que los Docentes consideran importante el uso de los EVA y en particular a través de la Plataforma SOL, la misma que se ha convertido en una herramienta de apoyo para los procesos de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida, así como también para generar cursos a distancia con apoyo de las TIC's.

Pregunta 3:

¿Es importante para Usted organizar y planificar su tutoría utilizando algún medio informático especializado?

Cuadro 14

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 11 | 73 |
| FRECUENTEMENTE | 4 | 27 |
| POCAS VECES | 0 | 0 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

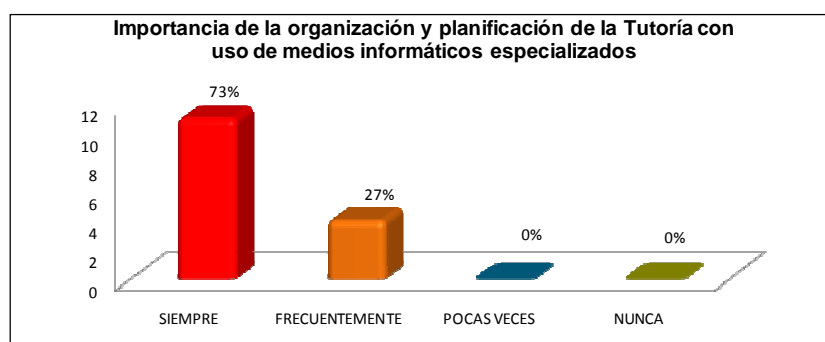


Gráfico 14

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

HUIDOBRO, J. (2005). Las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones TIC's, han estado presentes en las aulas de clase por más de una década. Una de las principales preocupaciones sobre el uso efectivo de las TIC's en educación superior, es la preparación de los maestros en este campo, específicamente la transición que estos deben hacer del uso de computadores para prácticas repetitivas, hacia un enfoque más integrado con el currículo regular. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 3, de los 15 docentes, el 73% manifiesta "siempre" y un 27% "frecuentemente". De los resultados, se infiere que las TIC's, han logrado tener una gran importancia e impacto en lo que tiene que ver con la preparación de las tutorías por parte de los docentes universitarios, pero este cambio debe ir acompañado de una capacitación en el uso y aplicaciones de las mismas.

Pregunta 4:

¿La organización y planificación de su tutoría utilizando algún medio informático especializado mejorará el aprendizaje de la Integral Definida?

Cuadro 15

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 8 | 53 |
| FRECUENTEMENTE | 7 | 47 |
| POCAS VECES | 0 | 0 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

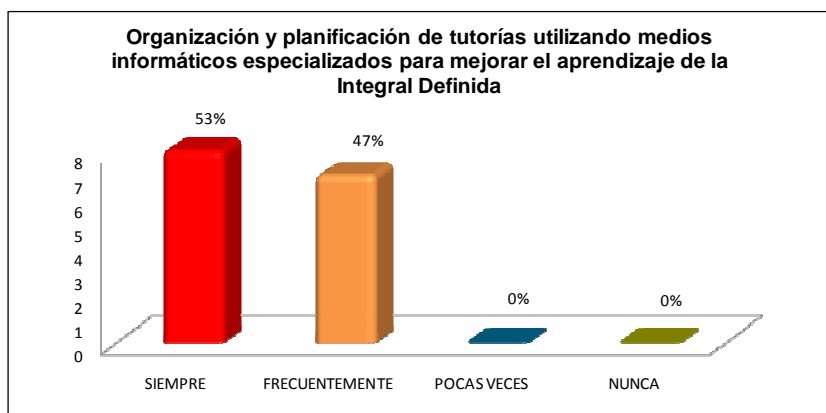


Gráfico 15

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

DOOLITTLE, P. (1999). El aprendizaje debe implicar negociación social y mediación. La interacción social proporciona el desarrollo de destrezas y conocimientos socialmente relevantes así como un mecanismo para las perturbaciones que pueden requerir adaptación individual. Un componente integral de la mediación social es el lenguaje. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 4, de los 15 docentes, el 53% manifiesta “siempre”, un 47% “frecuentemente”. De los resultados, se infiere que los docentes consideran que siempre deben utilizar todas las herramientas informáticas especializadas que dispone, con la finalidad de que mejore el proceso de generar un aprendizaje significativo, en este caso particular de la Integral Definida.

Pregunta 5:

¿Utilizaría Usted como herramienta virtual el texto digital para las tutorías de la Integral Definida?

Cuadro 16

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 9 | 60 |
| FRECUENTEMENTE | 4 | 27 |
| POCAS VECES | 2 | 13 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

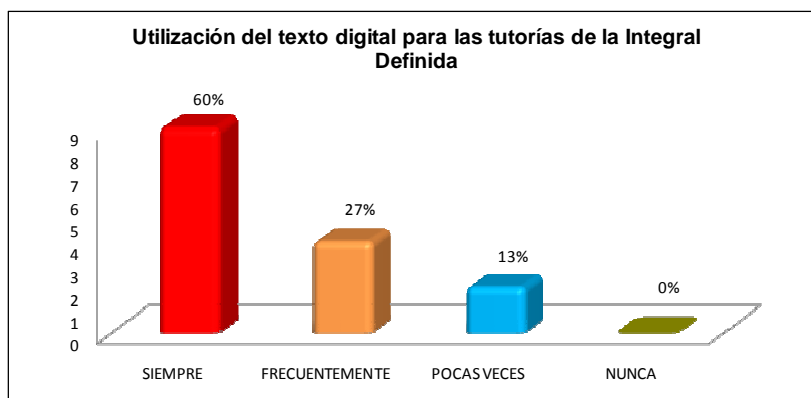


Gráfico 16

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.

Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

Los EVA Integran diferentes tecnologías y también enfoques pedagógicos múltiples. Un EVA depende siempre de la variedad de herramientas que se utilizan y del tipo de modelo educativo desarrollado. En definitiva, un EVA integra una gran variedad de herramientas que apoyan las múltiples funciones: información, comunicación, colaboración, aprendizaje, gestión, etc. FERNÁNDEZ, (2006). Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 5, de los 15 docentes, el 60% manifiesta “siempre”, un 27% “frecuentemente” y un 13% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que los docentes no desean permanecer sin actualizarse y que por lo tanto se deben buscar nuevas alternativas dentro del campo de los EVA, consideran entonces que el texto digital, se puede utilizar como herramienta virtual, siempre y cuando que este acompañado de actividades complementarias.

Pregunta 6:

¿En las tutorías presenciales que Usted imparte relaciona el conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas y aplicaciones cotidianas?

Cuadro 17

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 6 | 40 |
| FRECUENTEMENTE | 5 | 33 |
| POCAS VECES | 2 | 13 |
| NUNCA | 2 | 13 |
| TOTAL | 15 | 100 |

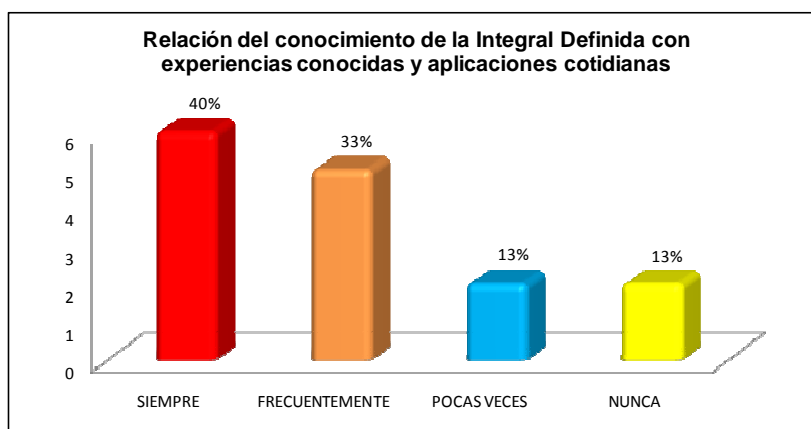


Gráfico 17

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

WIENER, N. (1967), El aprendizaje es la adquisición de nuevos modelos mentales, conocimiento, habilidades, destrezas, que permiten encarar, con más posibilidades de éxito la solución de cualquier problema, mejorando la toma de decisión en base a la experiencia. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 6, de los 15 docentes, el 40% manifiesta “siempre”, un 33% “frecuentemente” y un 13% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que los docentes siempre relacionan el conocimiento con la vida real y ponen en práctica aplicaciones que tienen una relación directa con lo que se aprende en el aula, en particular sobre el aprendizaje de la Integral Definida.

Pregunta 7:

¿Piensa Usted que el texto digital como herramienta virtual, contribuirá a mejorar el interés de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Integral Definida?

Cuadro 18

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 9 | 60 |
| FRECUENTEMENTE | 4 | 27 |
| POCAS VECES | 2 | 13 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

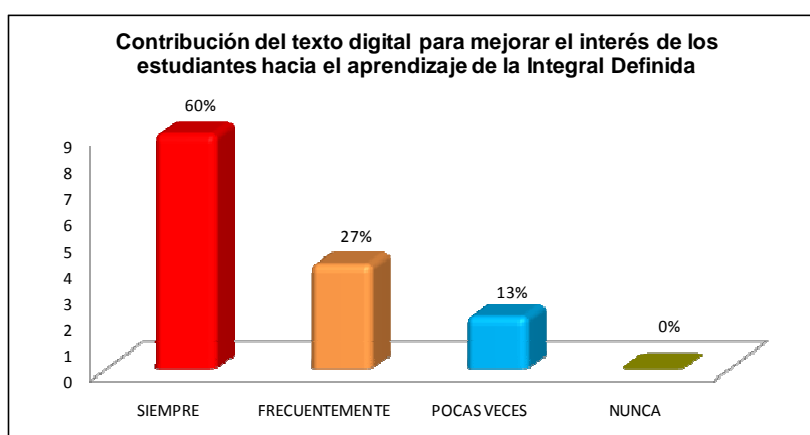


Gráfico 18

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

A menudo a menudo aparecen controversias sobre las ventajas e inconvenientes de los medios tradicionales respecto a las tecnologías actuales. Sin embargo, el uso de unos medios no anula a los otros y, generalmente unos se apoyan en los otros. Por este motivo, se puede diseñar un entorno virtual con material en red pero complementado con la lectura de libros, artículos, utilización de películas, etc. FERNÁNDEZ, (2006). Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 7, de los 15 docentes, el 60% manifiesta “siempre”, un 27% “frecuentemente” y un 13% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que un texto digital, contribuirá en gran medida a que los estudiantes tengan un mayor interés sobre el aprendizaje de la Integral Definida, todo depende de la forma en cómo se haya diseñado el EVA.

Pregunta 8:

¿Considera que el Entorno Virtual de Aprendizaje contribuye a generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la Integral Definida?

Cuadro 19

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 6 | 40 |
| FRECUENTEMENTE | 9 | 60 |
| POCAS VECES | 0 | 0 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

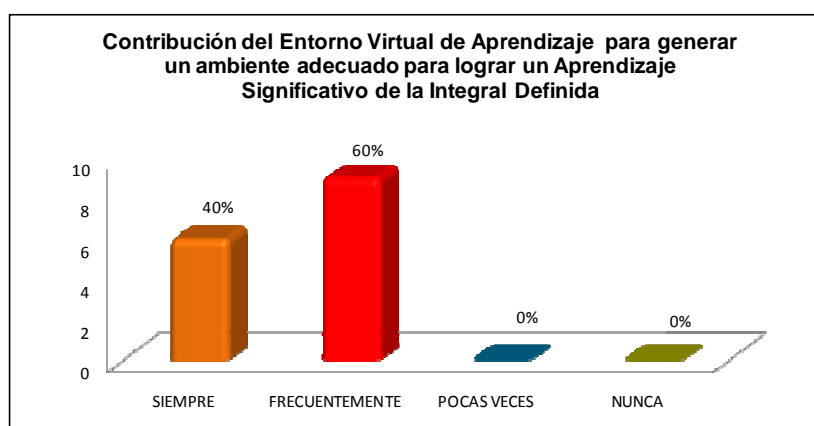


Gráfico 19

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

La tendencia es ofrecer dichos entornos virtuales de enseñanza/aprendizaje como soporte, apoyo o complemento a las actividades presenciales, lo que se denomina blended learning, es decir, la "integración meditada de experiencias de aprendizaje presencial en el aula con experiencias de aprendizaje en línea, generando un ambiente adecuado para su aprendizaje y utilización. GARRISON y KANUKA, (2004, pág. 96). Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 8, de los 15 docentes, el 60% manifiesta "frecuentemente", un 40% "siempre". De los resultados, se infiere que los docentes consideran que el EVA, genera no solamente un ambiente adecuado para el aprendizaje significativo, sino que despierta el interés y motivación en los estudiantes por aprender la Integral Definida.

Pregunta 9:

¿Alcanzarán los estudiantes una mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la Integral Definida utilizando el Entorno Virtual de aprendizaje?

Cuadro 20

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 4 | 27 |
| FRECUENTEMENTE | 10 | 67 |
| POCAS VECES | 1 | 7 |
| NUNCA | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

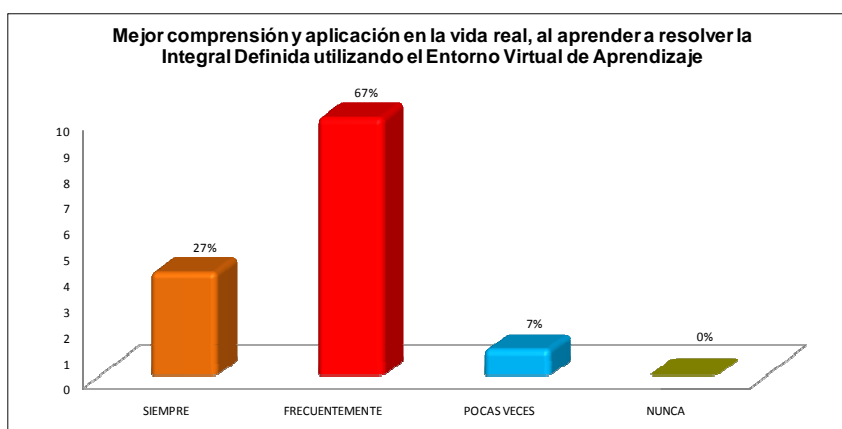


Gráfico 21

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

"Los entornos virtuales pretenden crear un aula donde ésta no está disponible, o bien ampliar las potencialidades del aula real. Los entornos virtuales de aprendizaje son eso, virtuales: reproducen el modelo de enseñanza/aprendizaje que tiene el profesor. Si su modelo es transmisor en el aula, en su virtualidad electrónica también lo será". FERNÁNDEZ, (2006). Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 9, De los 15 docentes, el 67% manifiesta "frecuentemente", un 27% "siempre" y un 7% "pocas veces". De los resultados, se infiere que el EVA nos brinda la oportunidad de poder llevar a la práctica o reproducir modelos matemáticos que se acercan con gran precisión a la realidad de su entorno, por lo que frecuentemente los estudiantes alcanzarán una mejor comprensión y aplicación.

Pregunta 10:

¿El Aprendizaje Significativo de la Integral Definida mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje?

Cuadro 21

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|----------------|------------|----------------|
| SIEMPRE | 64 | 38 |
| FRECUENTEMENTE | 72 | 43 |
| POCAS VECES | 25 | 15 |
| NUNCA | 7 | 4 |
| TOTAL | 168 | 100 |

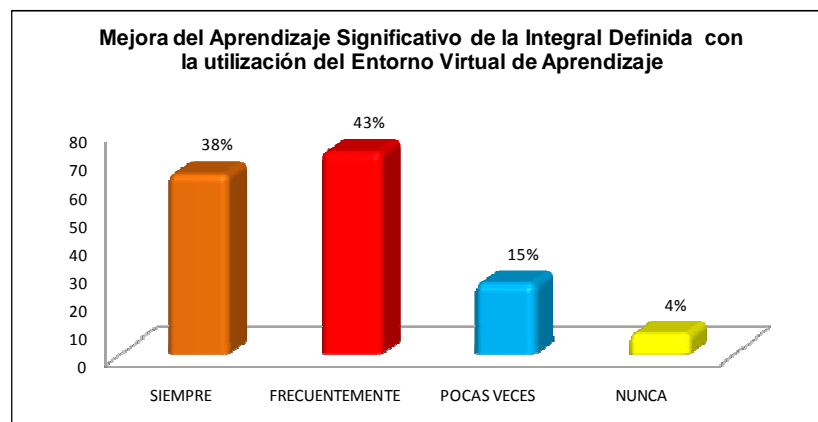


Gráfico 21

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

Para SCHUNK, D. (1997), aprender comprende la adquisición y la modificación de conocimiento, habilidades, estrategias, creencias, actitudes y conductas. Exige capacidades cognoscitivas, lingüísticas, motoras y sociales y adopta muchas formas. Aprender es un cambio perdurable de la conducta o en la capacidad de conducirse de manera dada como resultado de la práctica o de otras formas de experiencia. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 10, de los 15 docentes, el 43% manifiesta “frecuentemente”, un 38% “siempre” y un 15% “pocas veces”. De los resultados, se infiere que los docentes consideran que la utilización de un EVA, frecuentemente mejora el aprendizaje significativo.

Pregunta 11:

¿Considera usted que la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje, aportará positivamente al Aprendizaje Significativo?

Cuadro 22

| INDICADORES | FRECUENCIA | PORCENTAJE (%) |
|--------------|------------|----------------|
| SI | 15 | 100 |
| NO | 0 | 0 |
| TOTAL | 15 | 100 |

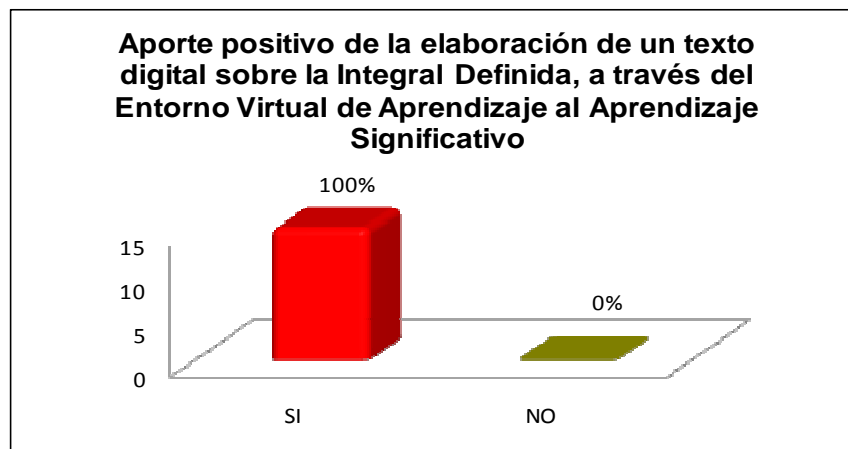


Gráfico 22

Fuente: Encuesta aplicada a estudiantes UPS.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN:

CALSINA, Q. (2005). Los EVA enriquecen las actividades y posibilitan al estudiante para demostrar lo que sabe de manera nueva y creativa. Esto implica que dicha actividad supone la auto-organización y auto-consciencia de experiencias, requiere genere nuevos significados del conocimiento existente y sea consciente de las estructuras de los conocimiento actuales. Bajo esta premisa y en función de los criterios expresados por los docentes con respecto a la pregunta 11, De los 15 docentes, el 100% manifiesta que "Si". De los resultados, se infiere que los docentes están prestos y motivados a utilizar nuevas herramientas tecnológicas que se presentan dentro de los EVA, en particular el texto digital es considerado por todos los docentes de la Universidad, como un aporte positivo al aprendizaje significativo de la Integral Definida.

4.3. Entrevistas estructurada aplicada a directivos de la Universidad Politécnica Salesiana.

Entrevistado No. 1: Padre Javier Herrán

Cargo: Rector de la Universidad Politécnica Salesiana

Investigador: Santiago Cañizares J.

Lugar y fecha: Quito, 02 diciembre del 2009

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta No. 1

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? ¿Por qué?

Gracias por la oportunidad, la Universidad Politécnica Salesiana, está desarrollando una nueva metodología basada en el aprendizaje desde hace un año y medio, se está realizando un trabajo con los docentes y se está implementando el ambiente virtual de aprendizaje corporativo, entonces creo que tu trabajo va encaminado por esa línea y a mi entender, es un primer resultado que la Universidad se propone hoy en día de ofertar los estudiantes sean estos con modalidades presenciales, a distancia o en línea un nuevo método de enseñanza basado en el aprendizaje y utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje.

La intención es la de brindarle al estudiante no solamente esta herramienta, sino que el estudiante se sienta interesado y motivado en aprender e investigar el tema de las Matemáticas, para mí es muy entusiasmante este proyecto.

Pregunta No. 2

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?

Yo creo que hacia allá caminamos, lo que estamos haciendo en este momento es apoyar a los docentes para que entiendan el uso y la didáctica de estas herramientas, sería un error grave el pensar que se cambia el pizarrón por el teclado de la computadora, se debe generar que el estudiante haga el camino y que el tutor este siempre acompañando, no pensar que es una herramienta que se puede utilizar con los mismos criterios con el que utilizamos el marcador, hay que tener muy claro la metodología, la didáctica y los criterios pedagógicos que se va a utilizar con esta herramienta.

Pregunta No. 3

¿El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?

En las matemáticas es muy importante darle al estudiante todas las herramientas necesarias para que mejore el nombre de las Matemáticas, para que no sea convertida en un matadero, el desarrollo de las Matemáticas no es un proceso mecánico, no es un proceso de acumulación de conocimientos, es en un proceso de lógica y los procesos deben ser acelerados, no para enseñarle a dar un paso detrás de otro sino para enseñarle a correr.

Pregunta No. 4

¿Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje?

Sí aportará positivamente, ese es el propósito, hay que seguir un procedimiento, hay que ponerse en contacto con los responsables del área de Ciencia y Tecnología, para ver cómo se diseña, puede ser a nivel de la Universidad, de un Campus, o de una Carrera o materia, hay el centro de virtual con apoyo de la plataforma SOL, que impulsa este tipo de experiencias, luego hay que hacer un proyecto para comunicar y dar a conocer lo que se está realizando.

Se puede hacer de dos formas, la una como manual y la otra en el área de investigación. A cualquiera de las dos formas se debe coordinar con el jefe del área de Ciencias Exactas, para su análisis y luego irá al consejo de publicaciones.

Pregunta No. 5

¿La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

Sí, la Universidad siempre está dispuesta a brindar apoyo a los docentes investigadores, que realicen este tipo de propuestas que van en mejora de lo que la Universidad se ha trazado como meta, la de ir hacia un modelo de educación, basado en el aprendizaje con el apoyo de las nuevas tecnologías y en este caso específico de la Plataforma Virtual SOL, a través de un Entorno Virtual de Aprendizaje.

Entrevistado No.2: Dr. Edgar Loyola

Cargo: Vicerrector Nacional de la Universidad Politécnica Salesiana

Investigador: Santiago Cañizares J.

Lugar y fecha: Quito, 08 diciembre del 2009

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta No. 1

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? ¿Por qué?

Si. Porque hoy en día la tecnología de la información y comunicación, presenta muchas facilidades en varios campos del conocimiento humano, y desde luego en la educación. Constituye una alternativa metodológica que amplía las opciones para el desarrollo de las diferentes capacidades e inteligencias del estudiante.

Pregunta No. 2

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?

Si. Porque brinda y facilita la sinergia entre los diferentes actores que intervienen en el proceso de aprendizaje y enseñanza, además la información está disponible y socializada para todos quienes participan en la organización y planificación de las tutorías.

Pregunta No. 3

¿El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?

Desde luego. Las inteligencias múltiples descritas por Gardner evidencian y explican las diferentes capacidades cognoscitivas y de procesamiento de la información a través precisamente de tener presente que cada uno somos diferentes y que contamos con variados procesos intelectuales y de asimilación y razonamiento.

Pregunta No. 4

¿Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje?

Los estudiantes actuales son “nativos digitales” es decir nacieron, crecen, estudian, escuchan música, juegan, se divierten, conversan, por citar algunas actividades cotidianas de un estudiante, usando en su gran mayoría medios tecnológicos que canalizan todo tipo de información, creo que el ambiente educativo no puede ni debe abstraerse de ésta realidad. Consecuentemente un libro digital es un medio normal y natural, ya que pasa a ser parte de un todo que hace la vida estudiantil hoy en día.

Pregunta No. 5

¿La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

Si. Por todas las razones expuestas en los numerales anteriores, además porque constituye una obligación ética y moral de gestionar diferentes aspectos como éste, con la finalidad de garantizar de manera continua y sostenida en el tiempo, la excelencia universitaria a todas las personas que confían en nuestra institución su formación superior.

Entrevistado No. 3: Ing. Jack Bravo

Cargo: Jefe del Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

Investigador: Santiago Cañizares J.

Lugar y fecha: Quito, 02 diciembre del 2009

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta No. 1

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? ¿Por qué?

Sí, en realidad es muy importante el uso de tecnologías virtuales, más aún cuando nos encontramos en una sociedad globalizada en el conocimiento, que nos impulsa a nosotros como docentes a estar en los medios que los estudiantes se están desarrollando actualmente, por lo que el uso de estas herramientas nos permiten acercarnos a los estudiantes en el mundo virtual que ellos están trabajando.

Pregunta No. 2

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?

Sí, el Entorno Virtual de Aprendizaje es muy útil y tanto los docentes como los estudiantes, deben estar preparados para utilizar y trabajar con esta herramienta en forma sincronizada.

Hay que tomar en cuenta la planificación y el diseño didáctico que se le dé a este Entorno Virtual de Aprendizaje es muy importante.

Pregunta No. 3

¿El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?

El Aprendizaje Significativo no solamente está ligado con la práctica, sino también hay que tener en cuenta los conocimientos previos y la sustentación científica sobre el tema a tratarse.

Como herramienta es muy importante, pero es necesario que el docente diseñe y estructure bien el entorno, el mismo que debe relacionar el conocimiento científico con la práctica, debe relacionar el conocimiento actual con los anteriormente adquiridos, mejorar la relación entre docente y estudiante, si es una herramienta que tiene solamente contenidos sin actividades, no va a tener un impacto positivo, el punto clave es la forma de cómo se diseña y planifica didácticamente el Entorno Virtual de Aprendizaje.

Pregunta No. 4

¿Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje?

Sí, siempre y cuando el texto digital baya acompañado en un diseño con actividades de investigación, prácticas, modelos de simulación, aplicaciones a la vida cotidiana, de tal manera que el estudiante se sienta motivado en un excelente ambiente de aprendizaje; de esta forma el texto digital que usted propone, aportará positivamente en el proceso de Aprendizaje Significativo.

Pregunta No. 5

¿La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

El proyecto es muy viable, la Universidad Politécnica Salesiana, está empeñada en mejorar el Aprendizaje Significativo, en este contexto el área de Ciencias Exactas y Naturales, está actualizando un grupo de docentes para capacitarse en el manejo, estructura y diseño de las herramientas virtuales. Hay que puntualizar que esta capacitación no es para dar toda la materia en forma virtual, sino más bien como una herramienta de apoyo para el Aprendizaje Significativo de los estudiantes.

La evaluación debe ser más auténtica e integral, es decir no solamente se debe evaluar los contenidos, también se deben tomar en cuenta otros aspectos como destrezas y habilidades, prácticas, aplicaciones, realizar portafolios, elaborar proyectos y más actividades que nos permitan tener una manera de ver que los estudiantes comprendan la materia esto quiere decir que si hay un aprendizaje significativo de la materia, por ello es muy importante y clave que el docente diseñe muy bien el Entorno Virtual de Aprendizaje.

Entrevistado No.4: M.Sc. Armando Romero

**Cargo: Vicerrector Universidad Politécnica Salesiana Campus El Girón
Quito**

Investigador: Santiago Cañizares J.

Lugar y fecha: Quito, 01 diciembre del 2009

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta No. 1

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? ¿Por qué?

Sí, considero importante, ya que debemos ir al ritmo de los acontecimientos y de la historia; los tiempos actuales están caracterizados por la presencia de las nuevas tecnologías, la tarea de los educadores actuales es la de valerse de éstas tecnologías para mejorar los procesos de aprendizaje y tutorías a través del uso de los Entornos Virtuales de Aprendizaje.

Pregunta No. 2

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?

Primero se debe clarificar bien qué es lo que se pretende con las tutorías, si se las toma como un auxiliar o como una herramienta de apoyo, es muy válido la utilización de los Entornos Virtuales de Aprendizaje.

Pregunta No. 3

¿El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?

Siendo una herramienta, considero que no trae ni buenas ni malas consecuencias, depende del uso que le demos, si hay un personal debidamente capacitado en el uso y aplicación de estas herramientas, el resultados será favorable, caso contrario habría problemas y se convertiría en un obstáculo para el cumplimiento de los objetivos que el tutor se haya planteado.

Pregunta No. 4

¿Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje?

Sí aportará positivamente, siempre y cuando esté bien conceptuado, fundamentada y dirigida, debe tener una lógica adecuada, la misma que facilitaría el proceso de aprendizaje, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje.

Pregunta No. 5

¿La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

La Universidad ha realizado grandes inversiones para mejorar el aprendizaje, hay el Centro de Formación Virtual, el mismo que constituye un apoyo con la Plataforma Virtual SOL; se han ofertado varios cursos con esta herramienta y cualquier propuesta que vaya en este sentido a fortalecer este proceso, será viable y factible por parte de la Universidad Politécnica Salesiana.

Entrevistado No.5: M.Sc. Holger Díaz

Cargo: Coordinador de Postgrado Maestría en Educación Universidad Politécnica Salesiana.

Investigador: Santiago Cañizares J.

Lugar y fecha: Quito, 09 diciembre del 2009

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta No. 1

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? ¿Por qué?

Causa 1: Hemos entrado a la era de la información y la comunicación y como tal ninguna sociedad puede ni debe quedar excluida a pesar de la gran brecha digital que esta significa. De hecho, las sociedades actuales se definen y definirán por la inclusión o exclusión en la era del conocimiento y la información. Por esto es un gran reto y desafío para los países.

Causa 2: Una nueva manera de aprender las personas y los grupos humanos es a través del uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación, TIC. Estas tienen distintas formas de organización y funcionamiento, una de aquellas es la estructuración del Entorno Virtual de Aprendizaje, EVA. El EVA nos permite nuevas maneras de aprender interactiva y cooperativamente, en donde las relaciones son mucho más horizontales que verticales. El EVA de hecho permite cualquier o todo tipo de aprendizaje-enseñanza, interaprendizaje y autoaprendizaje. Claro está que quien aprende debe haberse alfabetizado por lo menos inicialmente al uso de las TIC.

Causa 3: El aprendizaje-enseñanza de la integral definida puede y debe ser realizada a través del EVA, porque efectiviza el aprendizaje, el material educativo está todo el tiempo disponible y hay un educador que realiza el asesoramiento, acompañamiento y seguimiento del aprendizaje. Además, permite efectivizar el tiempo y el alumno adaptarse a su propio horario de estudio, lo que conlleva la capacidad de administrar bien el tiempo para el estudio.

Causa 4: la estructuración, funcionamiento y seguimiento del EVA requiere de la composición de un equipo multidisciplinario-interdisciplinario y técnico para que todo se efectúe bien o se haga bien el trabajo; sin un buen equipo de trabajo no hay EVA.

Pregunta No. 2

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?

Sí.

Causa 1: El tutor o más bien el docente virtual es indispensable en procesos de aprendizaje-enseñanza a través del EVA. Entiendo por docente virtual el educador en su calidad humana, académica y profesional que acompaña, sigue y asesora el aprendizaje del alumno. Un buen aprendizaje requiere de una buena planificación del contenido de aprendizaje. En el caso de la Universidad Politécnica Salesiana que desarrolla programas de posgrados a distancia por la vía Online pedimos al docente virtual que planifique el aprendizaje de la disciplina en cuestión; el documento que planifica el docente se denomina Plan de Unidad de Estudio, PUE. Así como el programa analítico es para los programas microcurriculares del pre-grado, así el PUE es para los programas de posgrados en la modalidad En línea.

El PUE es un instrumento idóneo que permite la planificación y el aprendizaje, interaprendizaje y autoaprendizaje de los alumnos. En realidad el EVA se gestiona a través del PUE con el acompañamiento del equipo indicado supra.

Causa 2: El texto digital se enmarca dentro del concepto de hipertexto. Este debe ser tratado pedagógica y didácticamente. Me explico. El texto en sí es el maestro, de tal manera debe ser pensado, elaborado y diseñado para que alguien aprenda sin dificultades y significativamente. No es cualquier texto. El hipertexto es flexible y adaptable a las condiciones de aprendizaje, por eso no es un texto seco, sino dinámico y pintoresco; logra que el cerebro humano trabaje de forma integral y compleja y sin restricciones.

De tal modo, el texto digital o mejor dicho hipertextual debe ser adaptado a las circunstancias y condiciones de aprendizaje, interaprendizaje y autoaprendizaje del estudiante.

Pregunta No. 3

¿El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?

Sí.

Causa 1: Entiendo por aprendizaje significativo al estilo ausubeliano, esto es, como un proceso de desarrollo de estructuras significativas que implica la comprensión de significados. Hay aprendizaje significativo solo si el estudiante incorpora información sustantiva y no arbitraria a su patrimonio mental, procesual y accional de vida. Es relevante el aprendizaje del alumno la forma pedagógica en que adquiere para sí la información.

Causa 2: El aprendizaje de la integral definida debe usar técnicas pedagógicas o didácticas claramente definidas en el marco del EVA; esto conlleva como punto de partida otra visión del aprendizaje, alejado de lo tradicional, definido por la enseñanza-aprendizaje presencial. Si el docente no ha salido de su mentalidad tradicional (modalidad presencial), estoy seguro que el aprendizaje-enseñanza será un fracaso.

Pregunta No. 4

¿Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje?

Sí.

Causa 1: Es una nueva forma de pensar y estar siendo.

Causa 2. Es otra modalidad de aprender a aprender.

Causa 3: Se puede y debe aprender haciendo (creando).

Causa 4: El texto de digital o mejor dicho hipertexto debe permitir al estudiante partir de la realidad en la que vivimos, por eso debe ser contextual y no universal.

Pregunta No. 5

¿La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

Si hay un buen proyecto de tesis y responde a las necesidades de aprendizaje-enseñanza de la Universidad, es viable y factible.

Siendo así, debes negociar la investigación en términos de necesidad para la Universidad. Pienso que las autoridades de la Universidad pueden y deben apoyar un buen proyecto. Debes negociar positivamente.

Entrevistado No.6: Dr. Pablo Farfán

Cargo: Coordinador de la Unidad Académica de Educación con apoyo de la Tecnologías de la Universidad Politécnica Salesiana.

Investigador: Santiago Cañizares J.

Lugar y fecha: Quito, 02 diciembre del 2009

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, en el Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

Pregunta No. 1

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? ¿Por qué?

En la actualidad es la nueva era del aprendizaje, es imprescindible el uso de las nuevas tecnologías de información y comunicación, pretender seguir manteniendo una estructura educativa tradicional en la que se basa solamente en la enseñanza, ya no es compatible con el tiempo, nuestros jóvenes actualmente utilizan mucho la tecnología, porque su forma de aprender es a través de estos medios, es decir si hoy le damos una clase teórica solamente con el pizarrón, la tiza y el profesor, estamos fuera del tiempo, entonces el uso de las plataformas educativas sobre todo el Moodle, diseñándolo con un concepto pedagógico, es muy positivo para el aprendizaje en cualquier ámbito, sea en lo técnico o en lo humanístico, el uso de la tecnología debe de manera obligatoria estar presente en todo momento en el proceso educativo y en especial para generar el aprendizaje.

Pregunta No. 2

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?

Si hacemos una comparación en los años 70, una de las competencias de los docentes era el manejo del lenguaje académico, en la actualidad si el docente no tiene la competencia del uso de la tecnología no estaría haciendo bien su rol de educador, es decir el docente debe venir con este tipo de habilidad no es una opción, hoy por hoy es una condición que debe estar presente en las competencias de los docentes y sobre todo universitarios, son procesos que deben estar presentes, es obligación nuestra como docentes actualizarnos y formarnos continuamente para tratar de superar esta brecha de la informática y lo virtual, uno debe buscar la forma y no esperar que la universidad se preocupe por este tema, yo sí considero que es algo prioritario.

Pregunta No. 3

¿El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?

Yo quisiera poner una separación que se ha dado en el país, lo más común era utilizar el pizarrón, la tiza y la lengua, en esa época se pensaba que el retroproyector mejoraría el aprendizaje y no cambió la educación, luego apareció otro tipo de pizarra digital, se aprendió también a elaborar presentaciones en formato Power Point pensando que es una solución pedagógica, el elaborar un contenido digital no es lo que va a mejorar el aprendizaje, sino el diseño, el concepto pedagógico y metodológico, que hay detrás de esta estructura, es un cambio paradigmático, en el sentido de cambiar el conductismo que hace referencia solamente hace referencia al docente como dueño de la verdad, por el constructivismo, en el que el

estudiante se convierte en el centro de aprendizaje más no como antes el docente era el centro, todo depende del pensamiento y concepto con que se utilice. Si este elemento digital es utilizado por una persona que no tiene un concepto claro de lo que se trata el modelo de enseñanza centrado en el aprendizaje, es como si cambiamos solamente la pizarra de piedra con el pizarrón de tiza líquida, es necesario que haya un cambio paradigmático en el docente y también en los estudiantes.

Pregunta No. 4

¿Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje?

Sí, pero hay que tomar en cuenta que en sí solamente el texto digital como tal no aportará a mejorar el aprendizaje, hoy es necesario dar un cambio de paradigma tanto a docentes como a estudiantes, solamente así se logrará los objetivos planteados por la Universidad, y alcanzaremos una enseñanza centrada en el aprendizaje.

Pregunta No. 5

¿La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

Toda propuesta que esté encaminada a mejorar el aprendizaje utilizando las nuevas tecnologías es bienvenida a nuestro departamento, es importante señalar el interés que usted ha puesto en este tipo de enseñanza - aprendizaje, sobre las Matemáticas, poniendo énfasis en lo crítico y no en lo memorístico, en la aplicación práctica de los conocimientos adquiridos en el aula, lo que no hay que perder de vista es que el texto digital debe estar acompañado de otras actividades que sean complementarias para poder alcanzar el aprendizaje significativo, caso contrario no tiene sentido el tener un texto digital puesto en la computadora para que lo lean.

4.3.1. Análisis de la información obtenida a través de las entrevistas aplicadas a los directivos de la Universidad Politécnica Salesiana.

Tomando en cuenta las expresiones vertidas por cada uno de los entrevistados, podemos concluir lo siguiente:

Pregunta No.1:

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? ¿Por qué?

- ❖ La utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje a través de la Plataforma Sol es muy importante, ya que la Universidad se encuentra en el proceso de implementación de esta nueva herramienta informática, es un nuevo método que nos permite llegar a una enseñanza centrada en el aprendizaje y éste debe ser significativo.
- ❖ El Entorno Virtual de Aprendizaje, constituye una alternativa metodológica que amplía las opciones de desarrollo de los estudiantes en diferentes ámbitos.
- ❖ El uso del Entorno Virtual de Aprendizaje, nos permite acercarnos a los estudiantes en el mundo virtual que ellos trabajan y a la vez nos permite estar actualizados como docentes.
- ❖ El Entorno Virtual de Aprendizaje, nos permite tener nuevas maneras de aprender interactiva y cooperativamente, en donde las relaciones son mucho más horizontales que verticales.
- ❖ La enseñanza aprendizaje de la Integral Definida, puede y debe ser realizada a través del EVA porque efectiviza el aprendizaje, está todo el tiempo disponible.
- ❖ El uso del EVA en cualquier ámbito es muy positivo para el aprendizaje sea en lo técnico o en lo humanístico, debe estar presente en todo momento en el proceso educativo y en especial para generar aprendizaje significativo.

Pregunta No.2:

¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?

- ❖ Es importante la utilización del EVA, pero no se puede pensar que es una herramienta que se puede utilizar con los mismos criterios pedagógicos clásicos o tradicionales.
- ❖ Facilita la sinergia entre los diferentes actores que intervienen en el proceso de aprendizaje, además de socializar la información a todos quienes participan en la organización y planificación de las tutorías.
- ❖ Para la utilización del EVA, en la planificación de las tutorías, el docente debe ser previamente preparado.
- ❖ El docente virtual es indispensable en procesos de aprendizaje-enseñanza a través del EVA, considerado como el educador en su calidad humana, académica y profesional que acompaña, sigue y asesora el aprendizaje del alumno. Un buen aprendizaje requiere de una buena planificación.

Pregunta No.3:

¿El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?

- ❖ En matemáticas es muy importante darle al estudiante todas las herramientas necesarias para que mejore su proceso de lógica y de reflexión, dejando de ser un proceso mecánico y acumulativo, en tal sentido el EVA tiene como objetivo principal el de desarrollar la lógica y el razonamiento.
- ❖ Las inteligencias múltiples descritas por Gardner evidencian y explican las diferentes capacidades cognoscitivas y de procesamiento de la información.

- ❖ El aprendizaje significativo no solamente está ligado a la práctica, sino también hay que tener en cuenta los conocimientos previos y el sustento científico sobre el tema a tratarse.
- ❖ Como herramienta es muy importante, pero es necesario que el docente diseñe y estructure bien el EVA, para ello el docente debe estar bien preparado.
- ❖ Hay aprendizaje significativo solo si el estudiante incorpora información sustantiva y no arbitraria a su patrimonio mental, procesual y accional de la vida.

Pregunta No.4:

¿Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje?

- ❖ Hay que tomar en cuenta el diseño del texto digital, para ello es necesario pedir el apoyo de personas o centros especializados en lo virtual.
- ❖ En la actualidad los estudiantes utilizan medios tecnológicos que canalizan todo tipo de información, el ambiente educativo no puede no debe abstraerse de ésta realidad. Consecuentemente el texto digital es un medio normal y natural que pasa a ser parte de un todo en la vida estudiantil de la persona.
- ❖ Es importante la elaboración de un texto digital, siempre y cuando esté bien diseñado, conceptualizado y tenga una lógica adecuada, además debe estar acompañado de actividades adicionales como investigación, práctica, modelos de simulación, aplicaciones a la vida cotidiana.
- ❖ Es una modalidad de aprender a aprender. Se puede y se debe aprender haciendo.
- ❖ El texto digital permite al estudiante partir de una realidad en la que vivimos por eso debe ser contextual y no universal.

Pregunta No.5:

¿La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

- ❖ La universidad Politécnica Salesiana siempre está dispuesta a brindar apoyo a los docentes investigadores, que realicen este tipo de propuestas que van en mejora de lo que la Universidad se ha trazado como meta, de ir hacia un modelo de educación basado en el aprendizaje.
- ❖ La Universidad está empeñada en mejorar el aprendizaje significativo, en este contexto el área de ciencias exactas y naturales está actualizando a docentes en el manejo, estructura y diseño de herramientas virtuales, además debemos tomar en cuenta que es una herramienta de apoyo para el aprendizaje significativo.
- ❖ Es un proyecto que responde a las necesidades de aprendizaje-enseñanza de la Universidad, por lo tanto es factible y viable.

4.4. Verificación de la Hipótesis

4.4.1. Modelo Lógico:

“La utilización del texto digital como herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje mejorará los Aprendizajes Significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería”.

a) HIPÓTESIS NULA (H_0): “La utilización del texto digital como herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje NO mejorará los Aprendizajes Significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería”.

b) HIPÓTESIS ALTERNATIVA (H_1): “La utilización del texto digital como herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje SI mejorará los Aprendizajes Significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería”.

4.4.2. Modelo Matemático:

$$H_0: \mu = \mu_0$$

$$H_1: \mu \neq \mu_0$$

μ = valor numérico específico que se considera en las hipótesis nula y alternativa

4.4.3. Modelo Estadístico:

$$\chi^2 = \sum \frac{(fo-fe)^2}{fe}$$

χ^2 = ji cuadrado

fo = frecuencias observadas

fe = frecuencias esperadas

4.4.4. Nivel de significación

Se selecciona un nivel de significación del 5% (0,05), para la comprobación de la hipótesis.

4.4.5. Prueba de Hipótesis:

La encuesta aplicada a los estudiantes y por existir cuatro alternativas; se elabora una tabla de contingencia, seleccionando el Ji-Cuadrado, para la comprobación de la hipótesis

4.4.6. Región de aceptación y rechazo

Para determinar la región de aceptación y rechazo, se calcula los grados de libertad, y se determina el valor del Chi-Cuadrado en la tabla estadística.

$$gl = (F - 1) * (C - 1) \quad F = \text{filas} \quad Y \quad C = \text{columnas}$$

$$gl = (10 - 1) * (4 - 1)$$

$$gl = 27$$

Se acepta la hipótesis nula H_0 si: $\chi^2_{calculado} < \chi^2_{tabulado}$, caso contrario se rechaza.

4.4.7. Confiabilidad:

Se determinará mediante el método de consistencia interna Alfa de Cronbach.

$$\alpha = \frac{n}{n-1} * \frac{S_t^2 - \sum S_i^2}{S_t^2} \quad n = \text{número total de ítemes del instrumento}$$

$$S_t^2 = \text{varianza de puntajes totales}$$

$$\sum S_i^2 = \text{sumatoria varianza individual de los ítemes}$$

$$\alpha = \frac{40}{40 - 1} * \frac{3788670,65 - 438991,199}{3788670,65}$$

$\alpha = 0,906$ Equivalente a muy alta confiabilidad

4.4.8. Cálculo Estadístico:

FRECUENCIAS OBSERVADAS

| PREGUNTAS | SIEMPRE | FRECUENTEMENTE | POCAS VECES | NUNCA | TOTAL |
|--------------|------------|----------------|-------------|------------|-------------|
| 1 | 64 | 72 | 25 | 7 | 168 |
| 2 | 50 | 79 | 31 | 8 | 168 |
| 3 | 89 | 48 | 24 | 7 | 168 |
| 4 | 62 | 67 | 31 | 8 | 168 |
| 5 | 69 | 64 | 27 | 8 | 168 |
| 6 | 19 | 41 | 72 | 36 | 168 |
| 7 | 59 | 82 | 14 | 13 | 168 |
| 8 | 46 | 76 | 37 | 9 | 168 |
| 9 | 57 | 62 | 44 | 5 | 168 |
| 10 | 62 | 64 | 37 | 5 | 168 |
| TOTAL | 577 | 655 | 342 | 106 | 1680 |

FRECUENCIAS ESPERADAS

| PREGUNTAS | SIEMPRE | FRECUENTEMENTE | POCAS VECES | NUNCA | TOTAL |
|--------------|------------|----------------|-------------|------------|-------------|
| 1 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 2 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 3 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 4 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 5 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 6 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 7 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 8 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 9 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| 10 | 57,7 | 65,5 | 34,2 | 10,6 | 168 |
| TOTAL | 577 | 655 | 342 | 106 | 1680 |

CÁLCULO DEL JI CUADRADO

| Datos | f_o | f_e | $f_o - f_e$ | $(f_o - f_e)^2$ | $\frac{(f_o - f_e)^2}{f_e}$ |
|-------|-------|-------|-------------|-----------------|-----------------------------|
| 1 | 64 | 57,7 | 6,3 | 39,69 | 0,69 |
| 2 | 72 | 65,5 | 6,5 | 42,25 | 0,65 |
| 3 | 25 | 34,2 | -9,2 | 84,64 | 2,47 |
| 4 | 7 | 10,6 | -3,6 | 12,96 | 1,22 |
| 5 | 50 | 57,7 | -7,7 | 59,29 | 1,03 |
| 6 | 79 | 65,5 | 13,5 | 182,25 | 2,78 |
| 7 | 31 | 34,2 | -3,2 | 10,24 | 0,30 |
| 8 | 8 | 10,6 | -2,6 | 6,76 | 0,64 |
| 9 | 89 | 57,7 | 31,3 | 979,69 | 16,98 |
| 10 | 48 | 65,5 | -17,5 | 306,25 | 4,68 |
| 11 | 24 | 34,2 | -10,2 | 104,04 | 3,04 |
| 12 | 7 | 10,6 | -3,6 | 12,96 | 1,22 |
| 13 | 62 | 57,7 | 4,3 | 18,49 | 0,32 |
| 14 | 67 | 65,5 | 1,5 | 2,25 | 0,03 |
| 15 | 31 | 34,2 | -3,2 | 10,24 | 0,30 |
| 16 | 8 | 10,6 | -2,6 | 6,76 | 0,64 |
| 17 | 69 | 57,7 | 11,3 | 127,69 | 2,21 |
| 18 | 64 | 65,5 | -1,5 | 2,25 | 0,03 |
| 19 | 27 | 34,2 | -7,2 | 51,84 | 1,52 |
| 20 | 8 | 10,6 | -2,6 | 6,76 | 0,64 |
| 21 | 19 | 57,7 | -38,7 | 1497,69 | 25,96 |
| 22 | 41 | 65,5 | -24,5 | 600,25 | 9,16 |
| 23 | 72 | 34,2 | 37,8 | 1428,84 | 41,78 |
| 24 | 36 | 10,6 | 25,4 | 645,16 | 60,86 |
| 25 | 59 | 57,7 | 1,3 | 1,69 | 0,03 |
| 26 | 82 | 65,5 | 16,5 | 272,25 | 4,16 |
| 27 | 14 | 34,2 | -20,2 | 408,04 | 11,93 |
| 28 | 13 | 10,6 | 2,4 | 5,76 | 0,54 |
| 29 | 46 | 57,7 | -11,7 | 136,89 | 2,37 |
| 30 | 76 | 65,5 | 10,5 | 110,25 | 1,68 |
| 31 | 37 | 34,2 | 2,8 | 7,84 | 0,23 |
| 32 | 9 | 10,6 | -1,6 | 2,56 | 0,24 |
| 33 | 57 | 57,7 | -0,7 | 0,49 | 0,01 |
| 34 | 62 | 65,5 | -3,5 | 12,25 | 0,19 |
| 35 | 44 | 34,2 | 9,8 | 96,04 | 2,81 |
| 36 | 5 | 10,6 | -5,6 | 31,36 | 2,96 |
| 37 | 62 | 57,7 | 4,3 | 18,49 | 0,32 |
| 38 | 64 | 65,5 | -1,5 | 2,25 | 0,03 |
| 39 | 37 | 34,2 | 2,8 | 7,84 | 0,23 |
| 40 | 5 | 10,6 | -5,6 | 31,36 | 2,96 |
| | | | | TOTAL | 209,84 |

4.4.9. Decisión:

Para un contraste bilateral, con 27 grados de libertad, tenemos que:

$$\chi^2_{calculado} = 209,84 > \chi^2_{tabulado} = 40,113$$

De conformidad con lo establecido en la regla de decisión, se rechaza la hipótesis nula H_0 y se acepta la hipótesis alternativa H_1 , determinando que:

“La utilización del texto digital como herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje SI mejorará los Aprendizajes Significativos de la Integral Definida en los estudiantes de las Carreras de Ingeniería”.

4.4.10. Gráfico:

Campana de Gauss

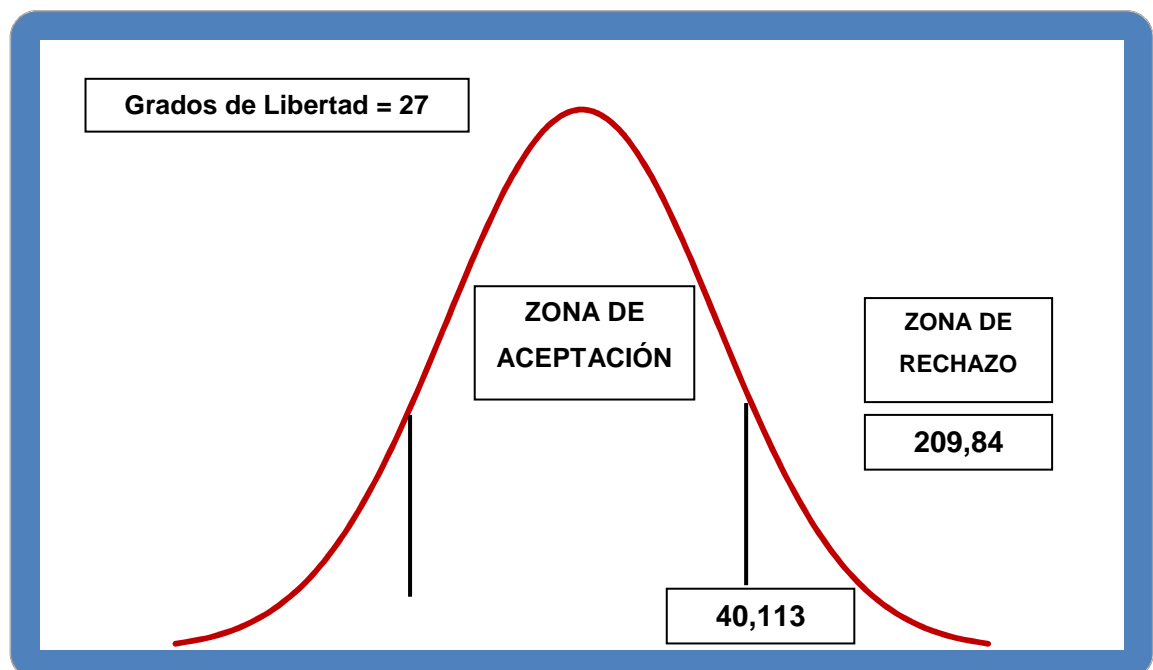


Gráfico 23

Fuente: Calculo Estadístico.
Elaborado por: Santiago Cañizares J.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1. Conclusiones

En base a la interpretación y análisis de los resultados, tanto de los cuadros con datos, como los gráficos de barras, en base a la teoría desarrollada en este trabajo de investigación y respondiendo a los objetivos: general, específicos, y a la hipótesis de la investigación, se establecen las siguientes conclusiones:

- ❖ El Entorno Virtual de Aprendizaje, con respaldo en la Plataforma “sol.edu” tiene un uso limitado por parte de los docentes de la Universidad Politécnica Salesiana, en lo que se refiere a la enseñanza-aprendizaje de la Integral Definida, lo que genera que no se logren aprendizajes significativos sobre este tema en particular.
- ❖ Tanto docentes como estudiantes tienen la necesidad de incursionar en el uso y aplicaciones de los Entornos Virtuales de Aprendizaje, con la finalidad de que la óptima utilización de esta herramienta sí genere aprendizajes significativos, en lo que se refiere al tema de la Integral Definida.

- ❖ Con la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, se logrará alcanzar aprendizajes significativos, para ello existe el apoyo de los estudiantes, docentes y autoridades de la Universidad Politécnica Salesiana, dicha herramienta digital será parte del Entorno Virtual de Aprendizaje de la Plataforma “sol.edu” de la Universidad y estará acompañada con actividades propias de los Entornos Virtuales de Aprendizaje.
- ❖ El texto digital tendrá un impacto positivo, lo que permitirá que el estudiante pueda ir generando su propio aprendizaje y que éste sea significativo.

5.2. Recomendaciones

En base a las conclusiones señaladas, se establecen las siguientes recomendaciones:

- ❖ Es imprescindible cambiar de modelo educativo, pasar de una enseñanza centrada en enseñar a una enseñanza centrada en el aprendizaje, lo cual es posible lograr con la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, el mismo que será una herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje.
- ❖ Tanto los docentes y como los estudiantes deben capacitarse en el conocimiento, uso y aplicaciones de los Entornos Virtuales de Aprendizaje, a través de la Plataforma “sol.edu” de la Universidad Politécnica Salesiana.

- ❖ Es necesario la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida como herramienta del Entorno Virtual de Aprendizaje, el mismo que debe ser acompañado de varias actividades complementarias que se encuentran en dicho entorno.
- ❖ El texto digital insertado en el Entorno Virtual e Aprendizaje, requiere ser monitoreado y evaluado permanentemente, durante todo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la Integral Definida, para verificar si se están logrando aprendizajes significativos, esta evaluación la realizarán los estudiantes, docentes de Cálculo Integral, y autoridades de la Universidad, a través de encuestas aplicadas en la misma Plataforma Virtual “sol.edu”. Además se activará un ícono para que los estudiantes, docentes y autoridades realicen sugerencias y aportes que tiendan a mejorar el material presentado.
- ❖ El texto digital, debe estar disponible en la Plataforma “sol.edu”, a través de la Página Web de la Universidad www.ups.edu.ec, podrán acceder a este material los estudiantes de las Carreras de Ingeniería y los docentes que imparten la tutoría de Cálculo Integral de la Universidad Politécnica Salesiana, a nivel nacional.
- ❖ Finalmente es importante señalar que tanto docentes como estudiantes debemos dar un giro al modelo de educación que tenemos en la Universidad, y generar nuevas formas de aprender, basados en la investigación, en problemas que parten de la realidad de cada uno de nosotros o de la vida cotidiana y ser críticos y propositivos a la hora de exponer los conocimientos adquiridos.

CAPÍTULO VI

6. LA PROPUESTA

6.1. Título

“Elaboración del texto digital sobre Cálculo Numérico de Áreas, Volúmenes y Longitud de Curvas en la Enseñanza de Nivel Medio y Superior.”

6.2. Datos Informativos

Nombre De La Institución : Universidad Politécnica Salesiana
Provincia : Pichincha
Cantón : Cayambe
Dirección : Av. Natalia Jarrín
Teléfono : 023962929
Beneficiarios : Estudiantes de las Carreras de Ingeniería de la
Universidad Politécnica Salesiana.
Tiempo Estimado : Durante 1 Semestre
Unidad Ejecutora : Área de Ciencias Exactas

6.3. Antecedentes de la Propuesta

Las Matemáticas constituyen el pilar fundamental del desarrollo científico y tecnológico de los pueblos, y es una base fundamental para la formación profesional de las y los estudiantes universitarios. Por esta razón es importante comprender que las Matemáticas nos brindan las llaves que abren las puertas al desarrollo y a los misterios del universo.

El problema fundamental del aprendizaje de la matemática, se encuentra en la forma de cómo se abordan los temas y en particular, el de la Integral Definida. Los estudiantes universitarios aprenden básicamente la parte técnica y mecánica de los temas que se imparten en la tutorías y no aprenden su verdadero significado, tampoco desarrollan competencias para afrontar los problemas que se presentan en la vida cotidiana, muchas de las ocasiones no porque no quieren aprender, sino porque no existen los recursos didácticos adecuados, entre ellos un texto digital, o porque el docente que prepara y elabora su tutoría no los utiliza adecuadamente, un texto digital tiene una crucial importancia en el proceso enseñanza-aprendizaje. Un buen texto digital influye determinante y positivamente en la calidad educativa, un mal texto digital profundiza la crisis y la mediocridad.

La presente propuesta nace luego de haber concluido en la investigación:

Que el Entorno Virtual de Aprendizaje, con respaldo en la Plataforma “sol.edu” tiene un uso limitado por parte de los docentes de la Universidad Politécnica Salesiana, en lo que se refiere a la enseñanza-aprendizaje de la Integral Definida, lo que genera que no se logren aprendizajes significativos sobre este tema en particular.

Que tanto docentes como estudiantes tienen la necesidad de incursionar en el uso y aplicaciones de los Entornos Virtuales de Aprendizaje, con la finalidad de que la óptima utilización de esta herramienta sí genere aprendizajes significativos, en lo que se refiere al tema de la Integral Definida.

Que la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, con apoyo de la Plataforma Virtual “sol.edu” acompañada con actividades propias de los Entornos Virtuales de Aprendizaje, logrará alcanzar aprendizajes significativos.

En este contexto y con el propósito de contar con un recurso digital adecuado y que es parte de un Entorno Virtual de Aprendizaje, tomando en cuenta la estructura didáctica de corrientes pedagógicas actuales, que reúna las características principales para lograr aprendizajes significativos y acogiendo la recomendación respectiva de la investigación, se propone la creación de un texto digital sobre la Integral Definida.

El contenido del presente texto digital trata sobre aplicación de la Integración Numérica al cálculo de áreas, volúmenes, y de la Rectificación al cálculo de longitud de curvas. Estos temas se han desarrollado utilizando una metodología que toma en cuenta problemas y situaciones de la vida real, presentados a través de historias o cuentos; de ésta manera se explica cada unidad o tema de estudio.

Esta nueva e innovadora metodología nos garantiza el poder alcanzar un verdadero aprendizaje significativo del Cálculo Numérico, se da importancia a los modelos matemáticos y se motiva al estudiante para que incursione en el campo de la investigación.

6.4. Justificación

La presente propuesta es importante porque el texto digital, se constituye en una herramienta digital, que es parte de un Entorno Virtual de Aprendizaje, brindando al estudiante, la oportunidad de vivir experiencias, significativas, incursionar en el campo de la investigación, generar aprendizajes significativos y poder aplicarlos en problemas de la vida cotidiana, a través de una variedad de actividades que se presentan para el desarrollo del mismo.

La propuesta de elaborar un texto digital sobre La Integral Definida tiene mucha utilidad, porque se sustenta en un modelo pedagógico que parte de una situación real en la que se requiere de una participación activa y permanente del estudiante en la construcción del conocimiento, aplicando los conocimientos anteriores, es decir se basa en la teoría constructivista.

Los beneficiarios directos serán los y las estudiantes de las diferentes Carreras de Ingeniería que se encuentran ofertadas en la Universidad Politécnica Salesiana a nivel nacional, también los y las docentes que dictan las cátedras de Análisis Matemático y Cálculo Diferencial e Integral. A futuro se tiene la proyección de ampliar ésta propuesta a otros centros educativos de Nivel Medio y Superior.

La propuesta tiene un impacto positivo, porque el texto digital constituye un recurso didáctico en el proceso educativo que contribuirá a desarrollar procesos cognitivos, metacognitivos y procedimentales, en los y las estudiantes, permitiendo vincular la parte teórica con la práctica, más aún con la metodología con la cual se propone, busca alcanzar verdaderos aprendizajes significativos de la Integral Definida, además se está integrando la parte vinculada con el uso de las TIC's, al ser una herramienta de un Entorno Virtual de Aprendizaje.

Es texto digital tiene un enfoque y propuesta diferentes a las tradicionales. Estamos seguros que este trabajo contribuirá a un cambio en la enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas, generando así aprendizajes significativos a través del uso y aplicación de un Entorno Virtual de Aprendizaje sostenido por una plataforma virtual “sol.edu”; esperamos también que esta propuesta, constituya una motivación para que mis compañeros y compañeras docentes se apropien de la misma, y caminemos juntos hacia esta nueva metodología que logrará mostrar a nuestros estudiantes el profundo sentido de las Matemáticas.

6.5. Objetivos

6.5.1. Objetivo General

- ❖ Elaborar un texto digital sobre la Integral Definida que permita lograr aprendizajes significativos, a través de un Entorno Virtual de Aprendizaje,

6.5.2. Objetivos Específicos

- ❖ Aplicar el método de la regla de los trapecios y de rectificación, para realizar el cálculo numérico de áreas, volúmenes y longitud de curvas.
- ❖ Desarrollar los temas del texto digital a base de problemas relatados como leyendas, fábulas o historietas.
- ❖ Socializar el texto digital a nivel de estudiantes, autoridades y docentes del área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.
- ❖ Insertar el texto digital en el Entorno Virtual de Aprendizaje de la plataforma “sol.edu”, como una herramienta digital.
- ❖ Evaluar la propuesta durante todo el transcurso de su aplicación.

6.6. Análisis de Factibilidad

Analizar la factibilidad de una propuesta implica describir los factores técnicos, financieros, legales, de talento humano y políticos que determinan la posibilidad real de llevarla a cabo.

6.6.1. Factibilidad del Talento Humano

El desarrollo, ejecución y evaluación de esta propuesta cuenta con el aporte, la experiencia, los conocimientos y el interés de las autoridades y docentes, de la Universidad Politécnica Salesiana, quienes en la entrevista y las encuestas aplicadas así lo manifiestan. De igual manera existe el interés y apoyo por parte de los estudiantes quienes esperan contar con un material digital que sea novedoso y actualizado que motive la adquisición de aprendizajes significativos.

6.6.2. Factibilidad Técnica

La Universidad Politécnica Salesiana se ha caracterizado por estar a la vanguardia en la formación científica-tecnológica y humano-cristiano tanto de sus docentes como de sus estudiantes, para ello se ha organizado el curso de EDULIFE, que trata sobre el conocimiento y aplicación de las TIC's, en particular sobre el diseño, uso y aplicaciones de un Entorno Virtual de Aprendizaje al proceso de enseñanza-aprendizaje de los estudiantes, el mismo que generará aprendizajes significativos; de tal manera que el proponente, posee los conocimientos técnicos y metodológicos necesarios para desarrollar, ejecutar y evaluar el texto digital sobre la Integral Definida, que es el tema de la propuesta.

6.6.3. Factibilidad Financiera

La propuesta inicialmente se financiará con recursos del autor. Posteriormente aprovechando que la Universidad Politécnica Salesiana cuenta con el servicio de la Plataforma “sol.edu”, se solicitará el apoyo a través del área de Ciencias Exactas y el Departamento de Informática, para poder colgarlo en la Plataforma, en este campo también existe la apertura suficiente por parte de las autoridades de la Universidad Politécnica Salesiana.

6.7. Fundamentación

La creación de un texto digital sobre la Integral Definida con una metodología activa, se fundamente en los conocimientos anteriormente adquiridos, basados en el constructivismo, a base de resolución de problemas planteados a través de historias y narraciones con el fin de aportar en la consecución de aprendizajes significativos puede ser considerada como una propuesta de innovación curricular, por tanto requiere el debido sustento en ciertos principios de carácter general del pensamiento humano y social; es decir, requiere una fundamentación.

Toda propuesta debe tener su respaldo científico, el mismo que se ha elaborado tomando en cuenta la bibliografía escrita, digital y a través de la Internet.

6.7.1. La Integral Definida

Se inicia en este tema el estudio de la integral, concepto fundamental de lo que se conoce como cálculo infinitesimal, que alcanzó su auge y desarrollo durante el siglo XVII.

Aunque la utilidad del cálculo integral es alta y variada, ésta no se presentará con toda su fuerza hasta tomar contacto con la integral definida. El objetivo de este tema y del siguiente es mostrar las técnicas más comunes para el cálculo de integrales más o menos sencillas; una vez conocidas estas técnicas, llegará el momento de explotar su uso en el cálculo de áreas y volúmenes.

Hay, primordialmente, dos matemáticos coetáneos íntimamente ligados a los inicios del cálculo infinitesimal, el inglés Newton (1642-1727) y el alemán Leibniz (1646-1716), si bien, hubo otros matemáticos que de una u otra forma trabajaron en ello, como Kepler, Fermat (1601-1665), Cavalieri (1598-1647), incluso Arquímedes (Ap. 288 a.C.- Ap. 213 a.C.), que utilizó un método para el cálculo de áreas que se aproxima rudimentariamente al cálculo integral.

Newton y Leibniz (Newton unos años antes) sientan las bases del análisis infinitesimal aunque por vías distintas, quedando fuera de toda sospecha que alguno se aprovechase de los hallazgos del otro. Aunque en los inicios se comunicaban los progresos que hacía cada uno, llegaron a surgir comentarios de matemáticos ajenos a todo ello que, en ocasiones, calificaban la obra de Newton como plagio de la de Leibniz; en otras ocasiones era a la inversa, y esto provocó la enemistad de ambos.

Todo esto hizo que Newton, poco antes de morir y habiendo fallecido Leibniz unos años antes, ordenara suprimir un comentario de su obra «Principia» en el que se citaba a su otrora amigo como autor de un procedimiento de cálculo similar al suyo.

Leibniz es, además, el responsable de la actual simbología del cálculo infinitesimal, y no sólo eso; fue el primer matemático que utilizó el “ • ” para expresar una multiplicación y “ : ” para denotar un cociente, entre otras muchas más aportaciones.

En los dos temas anteriores se ha hecho el estudio de las primitivas de una función, descubriendo distintos procedimientos para el cálculo de primitivas, es decir, se han encontrado las integrales indefinidas de funciones sencillas. Sin embargo no quedan claros ni su significado ni su utilidad. Éstos son los objetivos de este tema, para lo cual se dará la interpretación que Riemann, matemático alemán, dio a conocer en el siglo XIX.

El cálculo de áreas de figuras como el cuadrado, el rectángulo, el rombo, etc., además de sencillo tiene un claro significado: el área de una figura es un número que coincide con el de cuadrados de lado unidad que recubren exactamente la figura. Se puede cuestionar entonces si cualquier figura tiene área y cómo se calcula.

Para responder a esta cuestión se puede empezar por tomar una función muy sencilla, por ejemplo $f(x) = x$, dibujarla en un sistema de ejes cartesianos y tratar de calcular el área de la superficie limitada por la función, el eje de abscisas y la ordenada correspondiente a la abscisa $x = 1$.

Evidentemente, la superficie es un triángulo rectángulo de base 1 y altura también la unidad, por tanto su área es $1/2$.

Es claro que este problema carece de toda dificultad. No obstante, se puede aprovechar su simplicidad para intentar obtener algo útil en otros casos menos sencillos.

Si se divide el intervalo $[0, 1]$ en, por ejemplo, cuatro intervalos de igual longitud: $[0, 1/4]$, $[1/4, 2/4]$, $[2/4, 3/4]$, $[3/4, 4/4]$, y se trazan rectángulos como se observa en la figura, la suma de las áreas de los rectángulos rayados es menor que el área del triángulo; mientras que la suma de las áreas de los rectángulos punteados, exceden al área del triángulo. LARA, A. (2007).

6.7.2. Integral de Riemann

LARA, A. (2007). Ahora se va a definir la integral de una función cualquiera definida en un intervalo $[a, b]$ con la única condición de que esté acotada, es decir, que exista un número $M > 0$, de forma que la función, en el intervalo $[a, b]$, siempre tome valores entre $-M$ y M .

Volviendo al ejemplo introductorio del tema, $f(x) = x$, es necesario recordar que para el cálculo del área de un triángulo se tomaron funciones escalonadas $g(x)$ cumpliendo $g(x) \leq f(x)$ para cualquier $x \in [a, b]$ y otras funciones escalonadas $h(x)$ tales que $f(x) \leq h(x)$ si $x \in [a, b]$. De todo ello resultaba que:

$$\int_a^b g(x) \leq S \leq \int_a^b h(x), \text{ siendo } S \text{ el área del triángulo.}$$

En general, para una función $f(x)$ acotada, se toman todas las funciones escalonadas $g(x)$ por defecto, y todas las funciones escalonadas por exceso, es decir, $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ cuando $x \in [a, b]$. En estas condiciones, si existe un único número que cumpla:

$$\int_a^b g(x) \leq I \leq \int_a^b h(x)$$

para cualesquiera $g(x)$ y $h(x)$ escalonadas, que cumplan $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ si: $x \in [a, b]$, al número I se le llama *integral de $f(x)$ entre a y b* .

$$\text{Se simboliza por } I = \int_a^b f(x) dx$$

y se lee «integral, desde a hasta b , o entre a y b , de $f(x)$, diferencial de x . LARA, A. (2007).

6.7.3. Significado de la Integral Definida de una Función

LARA, A. (2007). Si una función positiva $f(x)$, definida en un intervalo $[a,b]$, es *integrable* (existe su integral en $[a,b]$), la integral $\int_a^b f(x) dx$ representa el área de la superficie determinada por la gráfica de la función, el eje de abscisas y las rectas $x = a$ y $x = b$.

Si la función $y = f(x)$ fuese negativa en el intervalo $[a, b]$, la gráfica de la función quedaría por debajo del eje de abscisas.

En este caso, al tomar funciones escalonadas por exceso y por defecto, sus integrales correspondientes serían negativas, y puesto que

$$\int_a^b g(x) dx \leq \int_a^b f(x) dx \leq \int_a^b h(x) dx,$$

$\int_a^b f(x) dx$ debería ser negativa. Puesto que el área siempre es un número positivo, el área de la región que determina una función negativa es:

$$S = - \int_a^b f(x) dx$$

Este hecho no debería llamar la atención si se tiene presente cómo está definida la integral de una función escalonada: la suma de las áreas de los rectángulos que determina con el eje de abscisas, si la función escalonada es positiva y la suma de las áreas de los rectángulos que determina con el eje de abscisas con signo menos, si la función escalonada es negativa.

Finalmente, si la gráfica de una función queda parte por encima, y parte por debajo del eje de abscisas, la integral se descompondrá en varios sumandos cuando se quiera calcular el área de la región que delimita con el eje de abscisas en el intervalo $[a, b]$. se ve claramente que:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

Ahora bien, el área de la región A es $S_A = -\int_a^b f(x) dx$ y el área de la región B es $S_B = -\int_a^b f(x) dx$. De todo esto se desprende que el área de la región rayada es

$$S = S_A + S_B = -\int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx$$

La definición de integral de Riemann poco ayuda a su cálculo, pues es imposible encontrar todas las funciones escalonadas por defecto y por exceso de otra función dada. Hay, no obstante, criterios que son mucho más útiles de cara a decidir si una función acotada es integrable o no.

6.7.4. Teorema

LARA, A. (2007). Toda función continua en un intervalo es integrable en dicho intervalo.

Si $y = f(x)$ es una función continua definida en un intervalo $[a, b]$, entonces $f(x)$ es integrable, es decir, existe $\int_a^b f(x)dx$.

Con este teorema resulta evidente la integrabilidad de funciones como $\operatorname{sen} x$, $\operatorname{cos} x$, de cualquier función polinómica y, en general, de cualquier función continua.

Aún así, todavía no hay nada que permita calcular de una manera rápida la integral de una función $f(x)$ definida en un intervalo $[a, b]$.

6.7.5. Teorema Fundamental del Cálculo

LARA, A. (2007). Sea una función $y = f(x)$ integrable en el intervalo siguiente $[a, b]$, por tanto, tiene sentido y existe $\int_a^b f(x)dx$

A partir de $f(x)$ se define una nueva función G de la siguiente forma:

$$G: [a, b] \longrightarrow \mathbf{R}$$
$$t \longrightarrow G(t) = \int_a^t f(x)dx$$

Obsérvese que se ha llamado t a la variable de la función G para no confundirla con la variable x de la función f .

En estas condiciones, si $t_0 \in [a, b]$ es un punto en el que la función f es continua, la función G es derivable en t_0 y el valor de la derivada en t_0 es $G'(t_0) = f(t_0)$. Es decir, la derivada de la función G en un punto coincide con el valor de f en ese mismo punto, o lo que es lo mismo, si la función f es continua, la función G es una primitiva de la función f .

El teorema fundamental del cálculo pone todo a punto para encontrar un método que permita resolver las integrales definidas de un modo sencillo. Basta, para ello, con utilizar la importante consecuencia que de él se deriva y que se conoce como Regla de Barrow.

6.7.6. Regla de Barrow

LARA, A. (2007). Si $y = f(x)$ es una función continua en el intervalo $[a, b]$, y $F(x)$ una función definida en $[a, b]$, derivable y primitiva de $f(x)$, es decir, $F'(x) = f(x)$ para cualquier $x \in (a, b)$, entonces

$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

Este resultado es conocido, frecuentemente, por «segunda parte del teorema fundamental del cálculo». Es obligado hacer notar que, para resolver una integral definida de una función continua, basta con encontrar una primitiva de la función, sustituir en ella los límites de integración superior e inferior respectivamente y restar ambos valores.

Claro es que, aunque la regla de Barrow dé un método para el cálculo de integrales definidas, no siempre es fácil encontrar las primitivas de una función.

Conviene observar también que como $F(b) - F(a)$ es un número, es decir, no depende de la variable x , y que si $F(x)$ es una primitiva de $f(x)$, $F(t)$ es una primitiva de $f(t)$, $f(u)$ es una primitiva de $f(u)$, etc., todas las expresiones siguientes tienen el mismo significado:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(t) dt = \int_a^b f(u) du = \int_a^b f(z) dz$$

6.7.7. Integración Numérica

En los cursos de Cálculo Integral, nos enseñan como calcular una integral definida de una función continua mediante una aplicación del Teorema Fundamental del Cálculo:

6.7.8. Teorema Fundamental del Cálculo

En este capítulo estudiaremos diversos métodos numéricos que nos permitirán obtener aproximaciones bastante exactas a integrales como la mencionada anteriormente. Esencialmente, veremos dos tipos de integración numérica: las fórmulas de Newton-Cotes y el algoritmo de Romberg.

Las fórmulas de Newton-Cotes están conformadas por las bien conocidas reglas del trapecio y de Simpson (regla de un tercio y de tres octavos). El algoritmo de Romberg forma parte de un método conocido como método de extrapolación de Richardson.

Sea $f(x)$ una función continua en el intervalo $[a, b]$ y sea $F(x)$ una antiderivada de $f(x)$. Entonces:
$$\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

El problema en la práctica, se presenta cuando nos vemos imposibilitados de encontrar la antiderivada requerida, aún para integrales aparentemente sencillas como:
$$\int_0^1 e^{x^2} dx.$$

6.7.9. Fórmulas de Integración de Newton-Cotes

Estas fórmulas se basan en la idea de integrar una función polinomial en vez de $f(x)$:
$$\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b f_n(x) dx$$
 donde $f_n(x) = a_0 + a_1x + \dots + a_nx^n$ es un polinomio de interpolación de grado n para ciertos datos de $f(x)$ que se escogen apropiadamente.

Es importante observar que estas fórmulas se pueden aplicar inclusive a una tabla de datos, ya que lo que se usa es un polinomio de interpolación, el cual puede ser calculado con la tabla.

Dentro de las fórmulas de Newton-Cotes, existen las formas *cerradas* y *abiertas*. En las formas cerradas se conocen los valores de $f(a)$ y $f(b)$ en caso contrario, se llaman formas abiertas. Nosotros nos remitiremos a estudiar únicamente las formas cerradas, y por lo tanto, siempre suponemos que conocemos los valores $f(a)$ y $f(b)$.

6.7.10. Regla del Trapecio

Corresponde al caso donde $n = 1$, es decir: $\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b f_1(x) dx$

donde $f_1(x)$ es un polinomio de interpolación (obviamente de grado 1) para los datos:

| | | |
|-----|--------|--------|
| x | a | b |
| y | $f(a)$ | $f(b)$ |

Del capítulo anterior, sabemos que este polinomio de interpolación es:

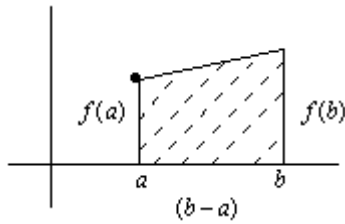
$$f_1(x) = f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a}(x - a)$$

Integrando este polinomio, tenemos que:

$$\begin{aligned} \int_a^b f_1(x) dx &= f(a)x + \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \left[\frac{(x - a)^2}{2} \right] \Bigg|_a^b \\ &= f(a)(b - a) + \frac{f(b) - f(a)}{b - a} \left[\frac{(b - a)^2}{2} \right] \\ &= f(a)(b - a) + (f(b) - f(a)) \left(\frac{b - a}{2} \right) \\ &= (b - a) \left[f(a) + \frac{f(b) - f(a)}{2} \right] \\ &= (b - a) \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} \right] \end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos que: $\int_a^b f(x) dx \approx (b - a) \left[\frac{f(a) + f(b)}{2} \right]$

Que es la conocida *Regla del Trapecio*. Este nombre se debe a la interpretación geométrica que le podemos dar a la fórmula. El polinomio de interpolación para una tabla que contiene dos datos, es una línea recta. La integral, corresponde al área bajo la línea recta en el intervalo $[a, b]$, que es precisamente el área del trapecio que se forma.



Ejemplo No. 1 Utilizar la regla del trapecio para aproximar la integral:

$$\int_0^1 e^{x^2} dx$$

Solución:

Usamos la fórmula directamente con los siguientes datos:

$$\begin{aligned} a &= 0 \\ b &= 1 \\ f(x) &= e^{x^2} \end{aligned}$$

$$\text{Por lo tanto tenemos que: } \int_0^1 e^{x^2} dx \approx (1-0) \left[\frac{f(0)+f(1)}{2} \right] = \frac{1+e}{2} = 1.85914$$

Ejemplo No2. Usar la regla del trapecio para aproximar la integral: $\int_2^4 \frac{e^x}{x} dx$

Solución:

Igual que en el ejemplo anterior, sustituimos los datos de manera directa en la fórmula del trapecio. En este caso, tenemos los datos:

$$\begin{aligned} a &= 2 \\ b &= 4 \\ f(x) &= \frac{e^x}{x} \end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos que:

$$\int_2^4 \frac{e^x}{x} dx \approx (4-2) \left[\frac{f(2)+f(4)}{2} \right] = \frac{e^2}{2} + \frac{e^4}{4} = 17.3441$$

La regla del trapecio se puede ampliar si subdividimos el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos, todos de la misma longitud $h = \frac{b-a}{n}$.

Sea $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ la partición que se forma al hacer dicha subdivisión. Usando propiedades de la integral tenemos que:

$$\int_a^b f(x) dx = \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx$$

Aplicando la regla del trapecio en cada una de las integrales, obtenemos:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (x_1 - x_0) \left[\frac{f(x_0) + f(x_1)}{2} \right] + \dots + (x_n - x_{n-1}) \left[\frac{f(x_{n-1}) + f(x_n)}{2} \right]$$

Ahora bien, ya que todos los subintervalos tienen la misma longitud h , tenemos que:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{h}{2} [f(x_0) + 2f(x_1) + 2f(x_2) + \dots + 2f(x_{n-1}) + f(x_n)]$$

Sustituyendo el valor de h y usando la notación sigma, tenemos finalmente:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \left[\frac{f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{2n} \right]$$

Esta es la regla del trapecio para n subintervalos. Obviamente, esperamos que entre más subintervalos usemos, mejor sea la aproximación a la integral.

Ejemplo No. 3 Aplicar la regla del trapecio para aproximar la integral

$\int_0^1 e^{x^2} dx$ si subdividimos en 5 intervalos.

Solución:

En este caso, identificamos $n = 5$, y la partición generada es:

$$P = \{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$$

Así, aplicando la fórmula tenemos que:

$$\begin{aligned} \int_0^1 e^{x^2} dx &\approx (1-0) \left[\frac{f(0) + 2(f(0.2) + f(0.4) + f(0.6) + f(0.8)) + f(1)}{2(5)} \right] \\ &= 1 \left[\frac{1 + 2(e^{(0.2)^2} + e^{(0.4)^2} + e^{(0.6)^2} + e^{(0.8)^2}) + e}{10} \right] \\ &= 1.48065 \end{aligned}$$

Cabe mencionar que el valor verdadero de esta integral es de 1.4626...

Así, vemos que con 5 intervalos, la aproximación no es tan mala. Para hacer cálculos con más subintervalos, es conveniente elaborar un programa que aplique la fórmula con el número de subintervalos que uno desee. El lector debería hacer su propio programa y checar con 50, 500, 1000, 10000 y 20000 subintervalos, para observar el comportamiento de la aproximación.

6.7.11. Regla de Simpson de un Tercio

| | | |
|--------|----------|--------|
| a | x_m | b |
| $f(a)$ | $f(x_m)$ | $f(b)$ |

Suponemos que tenemos los datos: donde x_m es el punto medio entre a y b .

En este caso se tiene que: $\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b f_2(x) dx$ donde $f_2(x)$ es el polinomio de interpolación para los datos en la tabla anterior. Usaremos el polinomio de Lagrange.

Así, tenemos que:

$$f_2(x) = f(a) \frac{(x-x_m)(x-b)}{(a-x_m)(a-b)} + f(x_m) \frac{(x-a)(x-b)}{(x_m-a)(x_m-b)} + f(b) \frac{(x-a)(x-x_m)}{(b-a)(b-x_m)}$$

Si denotamos $h = \frac{b-a}{2} = x_m - a = b - x_m$, entonces:

$$f_2(x) = f(a) \frac{(x-x_m)(x-b)}{(-h)(-2h)} + f(x_m) \frac{(x-a)(x-b)}{(h)(-h)} + f(b) \frac{(x-a)(x-x_m)}{(2h)(h)}$$

Simplificando términos:

$$f_2(x) = \frac{f(a)}{2h^2} (x-x_m)(x-b) - \frac{f(x_m)}{h^2} (x-a)(x-b) + \frac{f(b)}{2h^2} (x-a)(x-x_m)$$

Vemos que cada uno de los términos anteriores, es esencialmente de la misma forma, es decir, una constante por $(x-\alpha)(x-\beta)$

Así, calculamos la siguiente integral por partes: $\int (x-\alpha)(x-\beta) dx$

Sea:

$$\begin{aligned} u &= x - \alpha & du &= dx \\ dv &= (x - \beta) dx & v &= \int (x - \beta) dx = \frac{(x - \beta)^2}{2} \end{aligned}$$

por lo tanto,

$$\int (x-\alpha)(x-\beta)dx = (x-\alpha)\frac{(x-\beta)^2}{2} - \int \frac{(x-\beta)^2}{2}dx$$

$$= (x-\alpha)\frac{(x-\beta)^2}{2} - \frac{(x-\beta)^3}{6}$$

Usamos esta fórmula para calcular la integral de cada uno de los tres términos de $f_2(x)$.

$$\int_a^b f_2(x)dx = \frac{f(a)}{2h^2} \int_a^b (x-x_m)(x-b)dx - \frac{f(x_m)}{h^2} \int_a^b (x-a)(x-b)dx + \frac{f(b)}{2h^2} \int_a^b (x-a)(x-x_m)dx$$

$$I_1 = \int_a^b (x-x_m)(x-b)dx = (x-x_m)\left[\frac{(x-b)^2}{2} - \frac{(x-b)^3}{6}\right]_a^b$$

$$= -(a-x_m)\frac{(a-b)^2}{2} + \frac{(a-b)^3}{6} = -(-h)\frac{(-2h)^2}{2} + \frac{(-2h)^3}{6}$$

$$= 2h^3 - \frac{4}{3}h^3$$

$$= \frac{2}{3}h^3$$

$$I_2 = \int_a^b (x-a)(x-b)dx = (x-a)\left[\frac{(x-b)^2}{2} - \frac{(x-b)^3}{6}\right]_a^b = \frac{(a-b)^3}{6} = \frac{(-2h)^3}{6} = -\frac{4}{3}h^3$$

$$I_3 = \int_a^b (x-a)(x-x_m)dx = (x-a)\left[\frac{(x-x_m)^2}{2} - \frac{(x-x_m)^3}{6}\right]_a^b$$

$$= (b-a)\frac{(b-x_m)^2}{2} - \frac{(b-x_m)^3}{6} + \frac{(a-x_m)^3}{6}$$

$$= (2h)\frac{h^2}{2} - \frac{h^3}{6} + \frac{(-h)^3}{6} = h^3 - \frac{h^3}{3} = \frac{2h^3}{3}$$

$$\therefore \int_a^b f_2(x)dx = \frac{f(a)}{2h^2}\left(\frac{2}{3}h^3\right) - \frac{f(x_m)}{h^2}\left(-\frac{4}{3}h^3\right) + \frac{f(b)}{2h^2}\left(\frac{2}{3}h^3\right)$$

$$\begin{aligned}
&= f(a)\frac{h}{3} + f(x_m)\frac{4}{3}h + f(b)\frac{h}{3} \\
&= \frac{h}{3}[f(a) + 4f(x_m) + f(b)]
\end{aligned}$$

Debido al factor $\frac{1}{3}h$ se le conoce como la *regla de Simpson de un tercio*.

En la práctica, sustituimos el valor de $h = \frac{b-a}{2}$ para obtener nuestra fórmula final:

$$\int_a^b f(x)dx \approx (b-a) \left[\frac{f(a) + 4f(x_m) + f(b)}{6} \right]$$

Ejemplo No. 4 Usar la regla de Simpson de 1/3 para aproximar la siguiente

integral: $\int_0^1 e^{x^2} dx$

Solución:

Aplicamos la fórmula directamente, con los siguientes datos:

$$\begin{aligned}
a &= 0 \\
b &= 1 \\
x_m &= 0.5 \\
f(x) &= e^{x^2}
\end{aligned}$$

Por lo tanto, tenemos que:

$$\int_0^1 e^{x^2} dx \approx (1-0) \left[\frac{f(0) + 4f(0.5) + f(1)}{6} \right] = \frac{1 + 4e^{(0.5)^2} + e}{6} = 1.4757$$

Ejemplo No. 5 Usar la regla de Simpson de 1/3, para aproximar la siguiente

integral: $\int_2^4 \frac{e^x}{x} dx$

Solución:

Igual que en el ejercicio anterior, sustituimos datos adecuadamente:

$$\int_2^4 \frac{e^x}{x} dx \approx (4-2) \left[\frac{f(2) + 4f(3) + f(4)}{6} \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{e^2}{2} + 4 \frac{e^3}{3} + \frac{e^4}{4} \right] = 14.7082$$

Al igual que con la regla del trapecio, podemos extender la regla de Simpson de 1/3, si subdividimos el intervalo $[a, b]$ en n subintervalos de la misma longitud $h = \frac{b-a}{n}$.

Sea $P = \{x_0, x_1, \dots, x_n\}$ la partición que se forma al hacer la subdivisión, y denotemos por $x_{M_i} \in [x_{i-1}, x_i]$ el punto medio en cada subintervalo.

Aplicamos primero propiedades básicas de la integral definida:

$$\therefore \int_a^b f(x) dx = \int_a^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx$$

Ahora, aplicamos la regla de Simpson de 1/3, en cada una de las integrales de arriba:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (x_1 - x_0) \left[\frac{f(x_0) + 4f(x_{M_1}) + f(x_1)}{6} \right] + \dots + (x_n - x_{n-1}) \left[\frac{f(x_{n-1}) + 4f(x_{M_n}) + f(x_n)}{6} \right]$$

Sustituimos $h = \frac{b-a}{n}$ y usamos la notación sigma:

$$\therefore \int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \left[\frac{f(x_0) + 4 \sum_{i=1}^n f(x_{M_i}) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n)}{6n} \right]$$

Ejemplo No. 6 Aproximar la siguiente integral, aplicando la regla de Simpson de $\frac{1}{3}$ y subdividiendo en 5 intervalos. $\int_0^1 e^{x^2} dx$

Solución:

En este caso, tenemos que $n = 5$, y la partición que se genera es:
 $P = \{0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1\}$

Además, los puntos medios de cada subintervalo son:

$$P_M = \{0.1, 0.3, 0.5, 0.7, 0.9\}$$

Por lo tanto, sustituimos los datos en la fórmula para obtener:

$$\int_0^1 e^{x^2} dx \approx (1-0) \left[\frac{f(0) + 4[f(0.1) + f(0.3) + \dots + f(0.9)] + 2[f(0.2) + f(0.4) + \dots + f(0.8)] + f(1)}{6(5)} \right]$$

$$= \frac{1}{30} \left[1 + 4[e^{(0.1)^2} + e^{(0.3)^2} + \dots + e^{(0.9)^2}] + 2[e^{(0.2)^2} + e^{(0.4)^2} + e^{(0.6)^2} + e^{(0.8)^2}] + e \right] = 1.4626$$

Nótese que esta aproximación ya es exacta hasta el cuarto decimal!

Ejemplo No. 7 Aproximar la siguiente integral, utilizando la regla de

Simpson de $\frac{1}{3}$ y subdividiendo en 4 intervalos. $\int_2^4 \frac{e^x}{x} dx$

Solución:

En este caso, tenemos que $n = 4$, y la partición que se genera es:

$$P = \{2, 2.5, 3, 3.5, 4\}$$

Además, los puntos medios de cada subintervalo son:

$$P_M = \{2.25, 2.75, 3.25, 3.75\}$$

Sustituyendo todos estos datos en la fórmula obtenemos la siguiente aproximación:

$$\int_2^4 \frac{e^x}{x} dx \approx (4-2) \left[\frac{f(2) + 4[f(2.25) + f(2.75) + f(3.25) + f(3.75)] + 2[f(2.5) + f(3) + f(3.5)] + f(4)}{6(4)} \right]$$

$$= \frac{1}{12} \left[\frac{e^2}{2} + 4 \left[\frac{e^{2.25}}{2.25} + \frac{e^{2.75}}{2.75} + \frac{e^{3.25}}{3.25} + \frac{e^{3.75}}{3.75} \right] + 2 \left[\frac{e^{2.5}}{2.5} + \frac{e^3}{3} + \frac{e^{3.5}}{3.5} \right] + \frac{e^4}{4} \right] = 14.6767$$

6.7.12. Regla de Simpson de Tres Octavos

Este caso corresponde a $n = 3$, es decir, $\int_a^b f(x) dx \approx \int_a^b f_3(x) dx$

donde $f_3(x)$ es un polinomio de interpolación para los siguientes

datos:

| | | | |
|----------|----------|----------|----------|
| x_0 | x_1 | x_2 | x_3 |
| $f(x_0)$ | $f(x_1)$ | $f(x_2)$ | $f(x_3)$ |

Y donde $a = x_0$, $b = x_3$ y x_1, x_2 son los puntos que dividen en tres partes iguales al intervalo $[a, b]$.

Igual que en el caso anterior, se usa el polinomio de interpolación de Lagrange, y usando el método de integración por partes se llega a la siguiente fórmula:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{3}{8} h [f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)]$$

dónde $h = \frac{(b-a)}{3}$. Debido al factor $\frac{3}{8}h$ es que se le dio el nombre de *Regla de Simpson de 3/8*. En la práctica, se sustituye el valor de h para obtener:

$$\int_a^b f(x) dx \approx (b-a) \left[\frac{f(x_0) + 3f(x_1) + 3f(x_2) + f(x_3)}{8} \right]$$

Ejemplo No. 8 Aproximar la siguiente integral, usando la regla de Simpson

de $\frac{3}{8}$: $\int_1^4 e^x \ln x dx$

Solución:

En este caso, tenemos los siguientes datos:

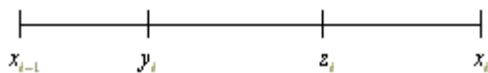
$$\begin{aligned}
x_0 &= 1 \\
x_1 &= 2 \\
x_2 &= 3 \\
x_3 &= 4 \\
f(x) &= e^x \ln x
\end{aligned}$$

Los cuales sustituimos en la fórmula, para obtener:

$$\begin{aligned}
\int_1^4 e^x \ln x dx &\approx (4-1) \left[\frac{f(1) + 3f(2) + 3f(3) + f(4)}{8} \right] \\
&= \frac{3}{8} [e \ln 1 + 3e^2 \ln 2 + 3e^3 \ln 3 + e^4 \ln 4] = 58.9698
\end{aligned}$$

Al igual que en los dos casos anteriores, la regla de Simpson de 3/8, se puede extender si subdividimos el intervalo $[a, b]$ en n intervalos de la misma longitud $h = \frac{b-a}{n}$.

Sea x_0, x_1, \dots, x_n la partición determinada de esta forma. Cada subintervalo $[x_{i-1}, x_i]$ lo dividimos en tres partes iguales, y sean y_i y z_i los puntos determinados así:



Aplicando la regla de $\frac{3}{8}$ en cada uno de los intervalos tenemos:

$$\begin{aligned}
\int_a^b f(x) dx &= \int_{x_0}^{x_1} f(x) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x) dx + \dots + \int_{x_{n-1}}^{x_n} f(x) dx \\
&\approx h \left[\frac{f(x_0) + 3f(y_1) + 3f(z_1) + f(x_1)}{8} \right] + h \left[\frac{f(x_1) + 3f(y_2) + 3f(z_2) + f(x_2)}{8} \right] + \dots \\
&\quad \dots + h \left[\frac{f(x_{n-1}) + 3f(y_n) + 3f(z_n) + f(x_n)}{8} \right]
\end{aligned}$$

$$= \frac{h}{8} \left[f(x_0) + 3 \left(\sum_{i=1}^n [f(y_i) + f(z_i)] \right) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

$$= \frac{b-a}{8n} \left[f(x_0) + 3 \left(\sum_{i=1}^n [f(y_i) + f(z_i)] \right) + 2 \sum_{i=1}^{n-1} f(x_i) + f(x_n) \right]$$

Esta última, es la regla de Simpson de 3/8 para n subintervalos todos de la misma longitud.

Ejemplo No. 9 Aproximar la siguiente integral: $\int_1^4 e^x \ln x dx$ aplicando la regla de Simpson de 3/8, y subdividiendo en 3 intervalos.

Solución:

Identificamos $n = 3$ y la partición correspondiente: $P = \{1, 2, 3, 4\}$

Al considerar los puntos que dividen en tres partes iguales a cada subintervalo, tenemos los siguientes datos:

$$1 < \frac{4}{3} < \frac{5}{3} < 2 < \frac{7}{3} < \frac{8}{3} < 3 < \frac{10}{3} < \frac{11}{3} < 4$$

Sustituyendo todos los datos en la fórmula, obtenemos:

$$\int_1^4 e^x \ln x dx \approx \frac{4-1}{8(3)} [f(1) + 3[f(\frac{4}{3}) + f(\frac{5}{3}) + f(\frac{7}{3}) + f(\frac{8}{3}) + f(\frac{10}{3}) + f(\frac{11}{3})] + 2[f(2) + f(3)] + f(4)]$$

$$= 57.96878$$

De acuerdo a los ejemplos vistos, resulta evidente que la regla de Simpson de 3/8, es más exacta que la de 1/3 y a su vez, ésta es más exacta que la regla del trapecio. En realidad, pueden establecerse cotas para los errores que se cometen en cada uno de estos métodos.

Puesto que no es nuestra intención justificar formalmente cada uno de los teoremas, los siguientes resultados se mencionan para completar la información, pero omitimos las demostraciones correspondientes.

| REGLA | FORMULA | ERROR | DONDE.. |
|--------------------------|--|---------------------------------|---|
| Trapecio | $(b-a) \left[\frac{f(a)+f(b)}{2} \right]$ | $-\frac{1}{12}h^3 f''(\xi)$ | $h = b-a$ $\xi \in [a,b]$ |
| Simpson $\frac{1}{3}$ | $(b-a) \left[\frac{f(x_0)+4f(x_1)+f(x_2)}{6} \right]$ | $-\frac{1}{90}h^5 f^{(4)}(\xi)$ | $h = \frac{b-a}{2}$ $\xi \in [x_0, x_2]$ |
| Simpson $\frac{3}{8}$ | $(b-a) \left[\frac{f(x_0)+3f(x_1)+3f(x_2)+f(x_3)}{8} \right]$ | $-\frac{3}{80}h^5 f^{(4)}(\xi)$ | $h = \frac{b-a}{3}$ $\xi \in [x_0, x_3]$ |

6.8. Metodología:

Se preparó el siguiente texto digital, utilizando la siguiente metodología en todas las unidades:

*El que no conoce la matemática, muere
sin conocer la verdad científica.
Schelbach*

UNIDAD 1

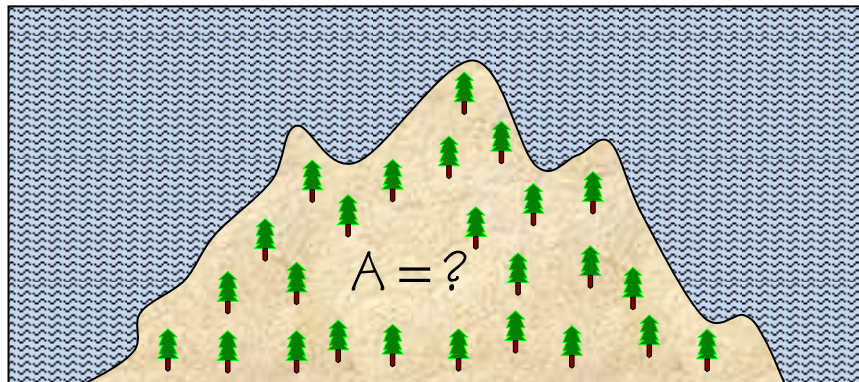
La parcela de árboles frutales

Un día un granjero de la zona preguntó a Isaac Newton¹:

—¿Cómo puedo conocer la extensión de una parcela de árboles frutales que deseo regalar a mi novia?

—¿Qué forma tiene la parcela? —preguntó, en su lugar, Newton.

—Tiene una forma irregular, pues se sitúa entre una valla recta y un río.



Necesito que midan el ancho del terreno cada 20 yardas², —dijo Newton.

Los sirvientes del granjero lo hicieron, obteniendo los siguientes resultados:

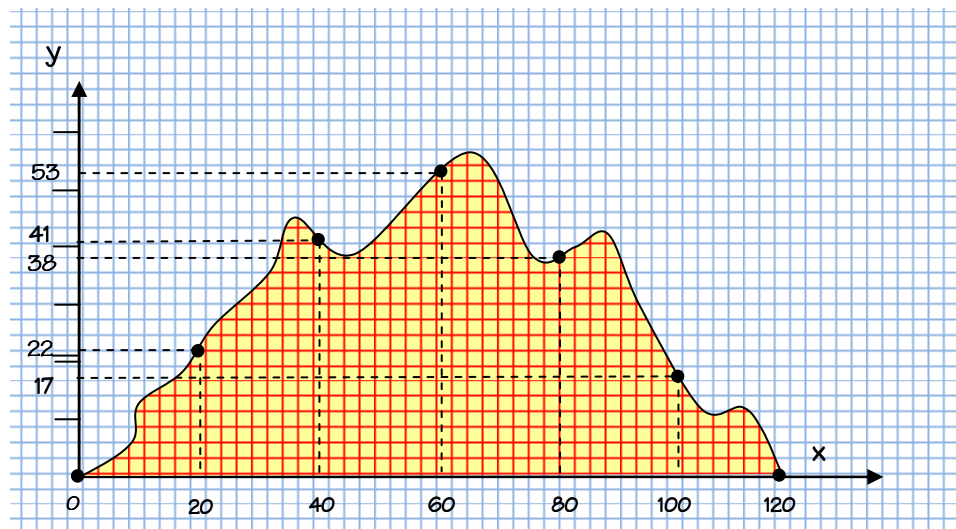
| | | | | | | | |
|---|---|----|----|----|----|-----|-----|
| Distancia del extremo izquierdo en yardas | 0 | 20 | 40 | 60 | 80 | 100 | 120 |
| Ancho de la parcela en yardas | 0 | 22 | 41 | 53 | 38 | 17 | 0 |

—La parcela abarca 3420 yardas cuadradas de superficie, —comunicó Newton al granjero.— Me lo acaban de revelar los trapecios. ¿Comprendes de qué modo Newton realizó el cálculo?

Para calcular el área de la parcela, Newton la ubica en un sistema de referencia cartesiano. Representa las mediciones obtenidas por los sirvientes del granjero de la siguiente manera:

¹ Físico y astrónomo Inglés, nacido en Woolsthorpe (Gran Bretaña) en 1642, y muerto en Londres en 1727.

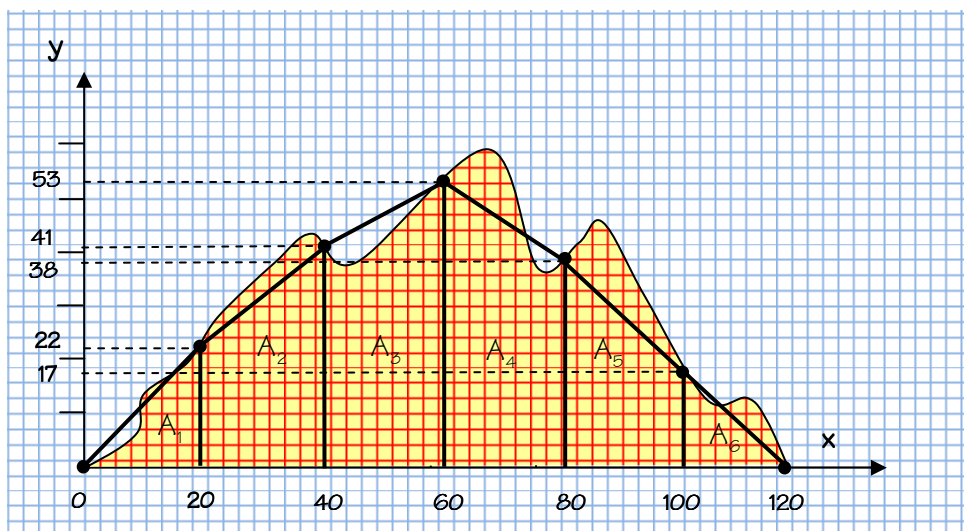
² Una *yarda* mide 3 pies y equivale a 91,44 cm.



¡El problema se ha simplificado! En lugar de medir el área de la parcela grande, Newton ahora debe medir el área de seis parcelas pequeñas. ¿Cómo lo harías tú?

A Newton se le ocurre formar trapecios, uniendo cada pareja de puntos fronterizos consecutivos entre sí.

Como puedes observar, en los intervalos comprendidos entre 0 y 20 yardas, y entre 100 y 120 yardas, se obtuvieron triángulos rectángulos; en los demás intervalos se produjeron trapecios.



La misión ahora consiste en calcular el área de los dos triángulos A_1 y A_6 y los cuatro trapecios A_2 , A_3 , A_4 y A_5 .

Newton procede a calcular cada una de estas áreas. Para ello utiliza las expresiones matemáticas que calculan el área de un triángulo:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{\text{base} \times \text{altura}}{2},$$

y el área de un trapecio:

$$A_{\text{trapecio}} = \left(\frac{\text{base mayor} + \text{base menor}}{2} \right) \times \text{altura}.$$

Para el intervalo de 0 a 20 yardas obtiene:

$$A_1 = \frac{20 \cdot 22}{2} = 220 \text{ yrd}^2.$$

Enseguida calcula el área del trapecio, comprendido en el intervalo de 20 a 40 yardas:

$$A_2 = \frac{(22 + 41)}{2} \cdot 20 = 630 \text{ yrd}^2.$$

Procede de igual manera con las siguientes áreas, obteniendo estos valores:

$$A_3 = \frac{(41 + 53)}{2} \cdot 20 = 940 \text{ yrd}^2,$$

$$A_4 = \frac{(53 + 38)}{2} \cdot 20 = 910 \text{ yrd}^2,$$

$$A_5 = \frac{(38 + 17)}{2} \cdot 20 = 550 \text{ yrd}^2,$$

$$A_6 = \frac{(17 + 0)}{2} \cdot 20 = 170 \text{ yrd}^2.$$

Para obtener un valor aproximado del área total, Newton suma todas las áreas parciales:

$$A_{\text{parcela}} \cong A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6.$$

Ejecutando la suma, el matemático inglés obtiene:

$$A_{\text{parcela}} \cong 220 + 630 + 940 + 910 + 550 + 170 \cong 3420 \text{ yrd}^2.$$

¡Anota su respuesta!

El área de la parcela mide aproximadamente 3420 yardas cuadradas.

¡Felicitaciones! ¡Has ayudado a Newton a calcular el valor aproximado del área de la parcela de su amigo!

Y fue así como Isaac Newton descubrió la regla de los trapecios. En las siguientes unidades tendrás muchas ocasiones de aplicarla en diferentes situaciones.

GUIA METODOLÓGICA 1

TEMA: La parcela de árboles frutales.

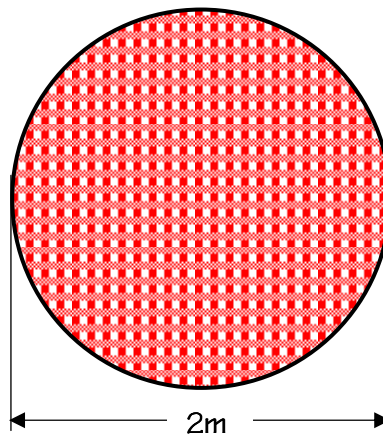
OBJETIVO: Conocer y aplicar la regla de los trapecios, para calcular el área de un terreno.

| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> Prerrequisitos Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> Análisis crítico Modelización matemática Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

UNIDAD 2

El secreto de la alfombra

En una alfombra hay la siguiente inscripción: “Soy una alfombra redonda, de 2 metros de diámetro. ¿Quién puede decir qué superficie abarca mi tejido?”



¿Podrías hacerlo tú?

Para calcular el área de la alfombra, debes ubicarla en un sistema de referencia cartesiano, haciendo coincidir el centro de la alfombra con el origen de coordenadas. No te olvides que la ecuación de una circunferencia, con centro en el origen y radio r , tiene la siguiente expresión matemática:

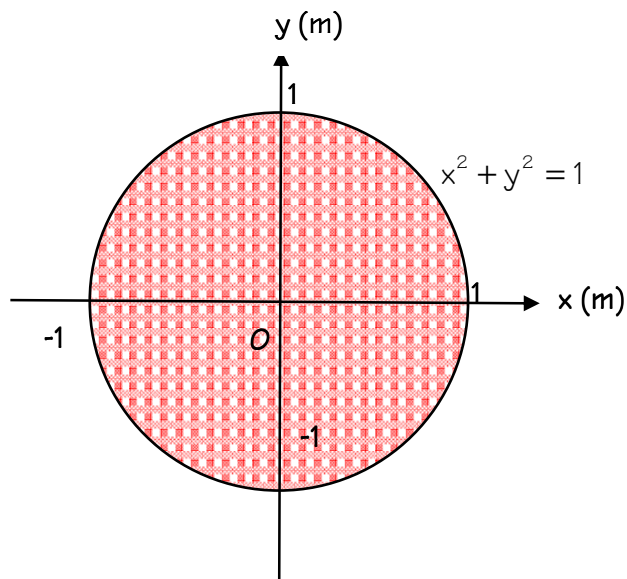
$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Para el caso de la alfombra $r = 1$, y, por lo tanto, su ecuación es la siguiente:

$$x^2 + y^2 = 1^2.$$

Esto equivale a expresarla como

$$x^2 + y^2 = 1.$$



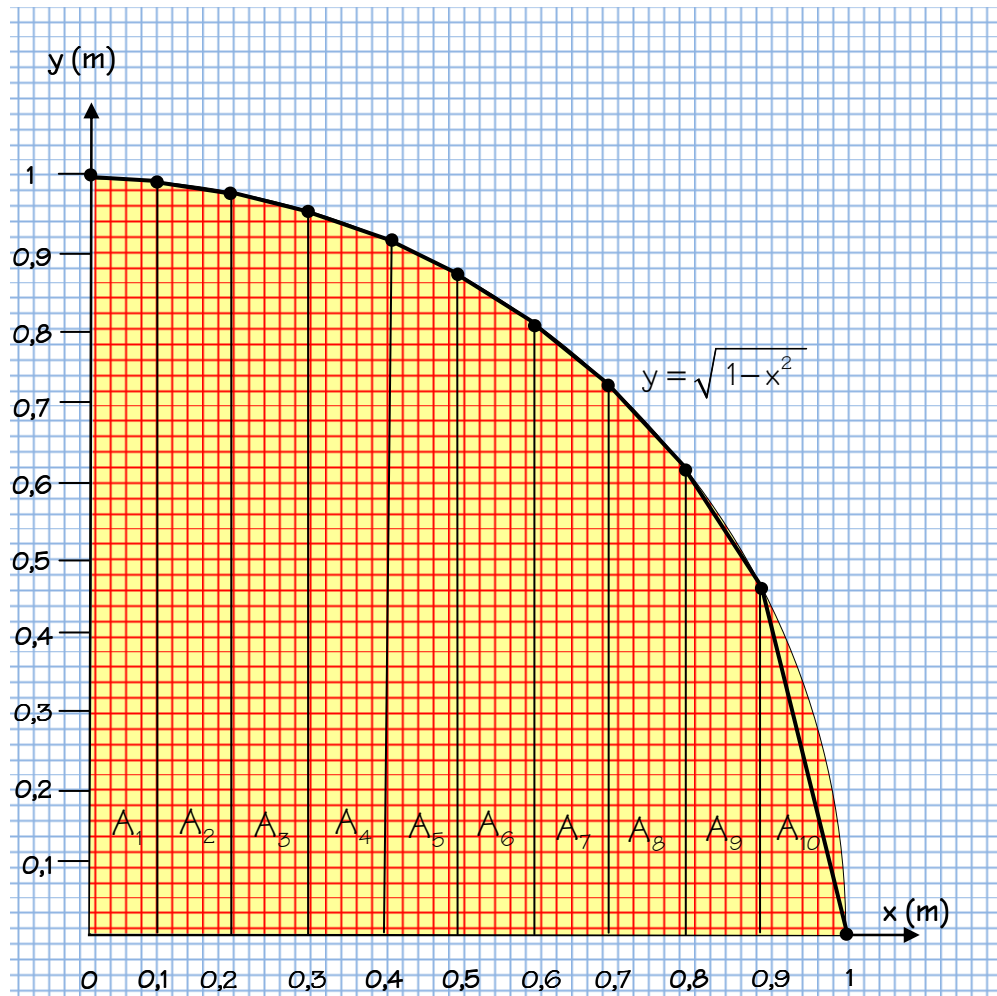
Como puedes ver, la alfombra consta de cuatro partes idénticas, así que basta que calcules el área de una de ellas. ¿Cómo lo harías? Por supuesto: ¡utilizando la regla de los trapecios que descubriste con Isaac Newton!

Para calcular el valor aproximado del área de la alfombra, divide el segmento, comprendido entre 0 y 1 metros, en 10 partes iguales, y forma los trapecios.

Si de la ecuación de la circunferencia despejas la variable y , obtendrás la función que describe a la curva, comprendida en el primer cuadrante:

$$y = \sqrt{1-x^2}.$$

Si haces un acercamiento, verás el resultado así:



¡Tan solo tienes que calcular cada una de estas diez áreas!

¿Conoces la altura de cada uno de los diez trapecios? Sí, y es igual a 0,1 metros. Lo que no conoces son los valores de sus bases mayor y menor. En el caso de la parcela frutal Newton tuvo que mandar a realizar las mediciones correspondientes; en el caso de la alfombra tienes la ventaja de conocer la función. Ésta te permitirá conocer tanto la base mayor como la base menor de cada uno de los trapecios. Si realizas los cálculos, obtendrás los siguientes resultados:

| x | y | Valor aproximado de y |
|-----|----------------------|-----------------------|
| 0 | $y = \sqrt{1-0^2}$ | 1 |
| 0,1 | $y = \sqrt{1-0,1^2}$ | 0,9950 |
| 0,2 | $y = \sqrt{1-0,2^2}$ | 0,9798 |
| 0,3 | $y = \sqrt{1-0,3^2}$ | 0,9539 |
| 0,4 | $y = \sqrt{1-0,4^2}$ | 0,9165 |
| 0,5 | $y = \sqrt{1-0,5^2}$ | 0,8660 |
| 0,6 | $y = \sqrt{1-0,6^2}$ | 0,8000 |
| 0,7 | $y = \sqrt{1-0,7^2}$ | 0,7141 |
| 0,8 | $y = \sqrt{1-0,8^2}$ | 0,6000 |
| 0,9 | $y = \sqrt{1-0,9^2}$ | 0,4359 |
| 1 | $y = \sqrt{1-1^2}$ | 0 |

¡Aplica ahora las fórmulas que te permiten calcular el área del trapecio y del triángulo!

Obtendrás los siguientes resultados:

$$A_1 = \frac{1 + \sqrt{1-0,1^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,09975 \text{ m}^2,$$

$$A_2 = \frac{\sqrt{1-0,1^2} + \sqrt{1-0,2^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,09874 \text{ m}^2,$$

$$A_3 = \frac{\sqrt{1-0,2^2} + \sqrt{1-0,3^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,09669 \text{ m}^2,$$

$$A_4 = \frac{\sqrt{1-0,3^2} + \sqrt{1-0,4^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,09352 \text{ m}^2,$$

$$A_5 = \frac{\sqrt{1-0,4^2} + \sqrt{1-0,5^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,08913 \text{ m}^2,$$

$$A_6 = \frac{\sqrt{1-0,5^2} + \sqrt{1-0,6^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,08330 \text{ m}^2,$$

$$A_7 = \frac{\sqrt{1-0,6^2} + \sqrt{1-0,7^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,07571 \text{ m}^2,$$

$$A_8 = \frac{\sqrt{1-0,7^2} + \sqrt{1-0,8^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,06571 \text{ m}^2,$$

$$A_9 = \frac{\sqrt{1-0,8^2} + \sqrt{1-0,9^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,05179 \text{ m}^2,$$

$$A_{10} = \frac{\sqrt{1-0,9^2}}{2} \cdot 0,1 = 0,02179 \text{ m}^2.$$

Si realizas la suma de las áreas parciales, y la multiplicas por 4, obtendrás el siguiente valor:

$$A_{\text{alfombra}} = 4[0,09975 + 0,09874 + 0,09669 + 0,09352 + \\ + 0,08913 + 0,08330 + 0,07571 + 0,06571 + \\ + 0,05179 + 0,02179].$$

Es decir,

$$A_{\text{alfombra}} = 3,10452 \text{ m}^2.$$

Como los diez cálculos son aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

el área aproximada de la alfombra redonda es de 3,1045 metros cuadrados de superficie.

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes asegurar la exactitud de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás determinar con precisión las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer!
Puedes representar a la suma

$$A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6 + A_7 + A_8 + A_9 + A_{10}$$

utilizando la letra griega sigma Σ . Así:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = A_1 + A_2 + A_3 + \dots + A_{10}.$$

El cálculo era este:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 4.0,1 \left[\frac{1 + \sqrt{1-0,1^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-0,1^2} + \sqrt{1-0,2^2}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1-0,2^2} + \sqrt{1-0,3^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-0,3^2} + \sqrt{1-0,4^2}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1-0,4^2} + \sqrt{1-0,5^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-0,5^2} + \sqrt{1-0,6^2}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1-0,6^2} + \sqrt{1-0,7^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-0,7^2} + \sqrt{1-0,8^2}}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\sqrt{1-0,8^2} + \sqrt{1-0,9^2}}{2} + \frac{\sqrt{1-0,9^2}}{2} \right].$$

Simplifica, extrae el factor común $\frac{1}{2}$, y realiza las operaciones. Tu expresión quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,2 \left[1 + 2\sqrt{1-0,1^2} + 2\sqrt{1-0,2^2} + \right. \\ \left. + 2\sqrt{1-0,3^2} + 2\sqrt{1-0,4^2} + 2\sqrt{1-0,5^2} + \right. \\ \left. + 2\sqrt{1-0,6^2} + 2\sqrt{1-0,7^2} + 2\sqrt{1-0,8^2} + \right. \\ \left. + 2\sqrt{1-0,9^2} \right].$$

También puedes escribirla como:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,2(1 + 2 \cdot \sum_{n=1}^9 \sqrt{1-(0,1n)^2}).$$

Si aplicas la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, se producirá:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,2 + 0,4 \cdot \sum_{n=1}^9 \sqrt{1-(0,1n)^2}.$$

¡Esta expresión te sugiere la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa para el área de la alfombra? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,1]$, obtendrás un mayor número de trapecios, y, por lo tanto, te acercará más a la meta. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de trapecios con una altura de $0,01$ metros cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{100} A_n = 0,02 + 0,04 \cdot \sum_{n=1}^{99} \sqrt{1-(0,01n)^2}.$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores:

| n | Término |
|--------------|----------|
| 1 | 0,99995 |
| 2 | 0,99980 |
| 3 | 0,99955 |
| 4 | 0,99920 |
| 5 | 0,99875 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 0,31225 |
| 96 | 0,28000 |
| 97 | 0,24310 |
| 98 | 0,19900 |
| 99 | 0,14107 |
| Sumatoria | 78,01043 |
| $\cdot 0,04$ | 3,12042 |
| $+ 0,02$ | 3,14042 |
| Área | 3,14042 |

Anota el resultado:

el área aproximada de la alfombra redonda es de 3,1404 metros cuadrados de superficie.

Compara esta respuesta con la anterior: $3,1045 \text{ m}^2$. Como puedes ver, coincide la parte entera 3 y la cifra decimal 1. Puedes estar seguro: ¡la verdadera área de la alfombra es $3,1\dots \text{ m}^2$! ¡Te has aproximado más a tu objetivo! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 trapecios de altura 0,001 metros. ¡Aplica la regla!

$$\sum_{n=1}^{1000} A_n = 0,002 + 0,004 \cdot \sum_{n=1}^{999} \sqrt{1 - (0,001n)^2} .$$

Realizando los cálculos, se producirán los siguientes valores:

| n | Término |
|-----------|-----------|
| 1 | 1,00000 |
| 2 | 1,00000 |
| 3 | 1,00000 |
| 4 | 0,99999 |
| 5 | 0,99999 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 0,09987 |
| 996 | 0,08935 |
| 997 | 0,07740 |
| 998 | 0,06321 |
| 999 | 0,04471 |
| Sumatoria | 784,88887 |
| · 0,004 | 3,13956 |
| + 0,002 | 3,14156 |
| Área | 3,14156 |

Anota tu respuesta:

el área aproximada de la alfombra redonda es de 3,1415 metros cuadrados de superficie.

Ya lo sabes: ¡el área de la alfombra es 3,14... m²! ¡Felicitaciones! Has encontrado una buena aproximación de la superficie del tejido.

Históricamente el área de un círculo de 1 m de radio, se llamó π (pi). La notación con la letra griega π fue utilizada por primera vez en el año 1706 por el matemático galés William Jones, y popularizada por el matemático suizo Leonhard Euler en su obra “Introducción al Cálculo Infinitesimal” en el año 1748. Su valor aproximado con diez cifras decimales es de

$$\pi = 3,1415926535\dots$$

La alfombra te ayudó a acertar las cuatro primeras cifras decimales del número π .
¡Felicitaciones por tu éxito!

GUIA METODOLÓGICA 2

TEMA: El secreto de la alfombra.

OBJETIVO: Calcular el área de un círculo, aplicando el método de los trapezios.

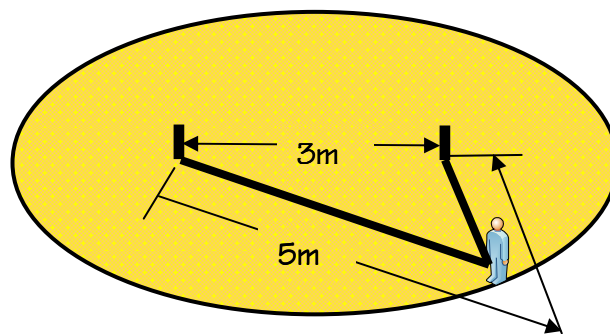
| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

*La matemática es el más maravilloso instrumento
creado por el genio del hombre para el
descubrimiento de la verdad.
Lasant*

UNIDAD 3

El parterre de margaritas

Un jardinero clavó dos estacas a 3 metros de distancia, ató a ellas una cuerda de 5 metros, y trazó una elipse:



—Sembraré dentro de esta elipse un hermoso parterre de margaritas, — dijo en voz alta.

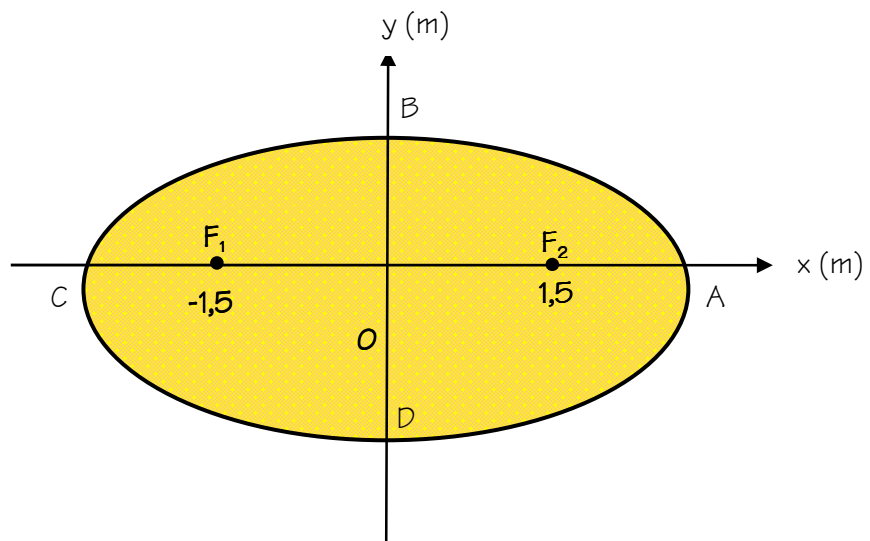
Un mirlo lo escuchó.

— ¿Tendremos 15 metros cuadrados de margaritas, ó, quizás, 16 metros cuadrados? —preguntó.

El jardinero tuvo que ponerse a pensar. ¡Ayúdale, por favor!

Para calcular el área del parterre elíptico, recuerda que se trata de la región limitada por una elipse. Intenta descubrir su ecuación! Para ello traza un sistema de coordenadas cartesianas. Ubica el origen de coordenadas O en el punto medio de las estacas.

El eje x será la recta horizontal que une las estacas, y el eje y será la perpendicular a este eje que pasa por el punto O . Las estacas son los puntos desde los cuales el jardinero traza la elipse. Estos puntos se llaman *los focos de la elipse*; nótalos como F_1 y F_2 . Llama a los cortes de la elipse con los ejes coordenados A , B , C , y D . El segmento AC se llama *eje mayor* de la elipse, y el segmento BD se llama *eje menor*.



Ahora toma en el parterre un punto P cualquiera. Sus coordenadas son (x,y) . ¡Proyéctalo al eje x ! Obtendrás el punto Q de coordenadas $(x,0)$. Si observas, se formaron dos triángulos rectángulos: F_1QP y F_2QP . Sabes que la longitud de la cuerda del jardinero mide 5 metros. Esto significa que

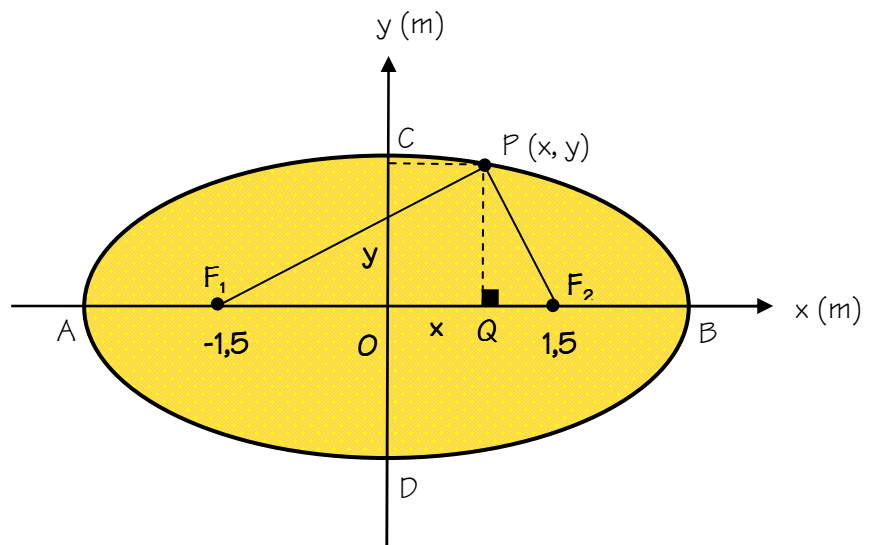
$$F_1P + PF_2 = 5.$$

Si aplicas el teorema de Pitágoras, podrás escribir:

$$\begin{aligned} F_1P + PF_2 &= \sqrt{y^2 + F_1Q^2} + \sqrt{y^2 + QF_2^2} = \\ &= \sqrt{y^2 + (1,5+x)^2} + \sqrt{y^2 + (1,5-x)^2}. \end{aligned}$$

En otras palabras,

$$\sqrt{y^2 + (1,5+x)^2} + \sqrt{y^2 + (1,5-x)^2} = 5.$$



Esta es la ecuación de la elipse del jardinero. Si deseas, puedes presentarla de una manera más simple. ¿Te animas?

Pasando la segunda raíz al lado derecho de la igualdad, obtendrás una ecuación equivalente:

$$\sqrt{y^2 + (1,5 + x)^2} = 5 - \sqrt{y^2 + (1,5 - x)^2}.$$

Si elevas al cuadrado los dos lados y desarrollas el cuadrado de los binomios, te resultará:

$$y^2 + 2,25 + 3x + x^2 = 25 - 10\sqrt{y^2 + (1,5 - x)^2} + y^2 + 2,25 - 3x + x^2.$$

Simplificando los términos semejantes, tendrás la siguiente igualdad:

$$3x = 25 - 10\sqrt{y^2 + (1,5 - x)^2} - 3x.$$

Coloca la raíz cuadrada en el lado izquierdo, y los demás términos en el lado derecho:

$$10\sqrt{y^2 + (1,5 - x)^2} = 25 - 6x.$$

Si elevas al cuadrado los dos lados de la igualdad, obtendrás:

$$100(y^2 + 2,25 - 3x + x^2) = 625 - 300x + 36x^2.$$

En forma equivalente lo puedes escribir como

$$100y^2 + 225 - 300x + 100x^2 = 625 - 300x + 36x^2.$$

Simplificando y reagrupando los términos, sabrás que

$$64x^2 + 100y^2 = 400.$$

Al dividir para 400, podrás escribir esta igualdad de la siguiente manera:

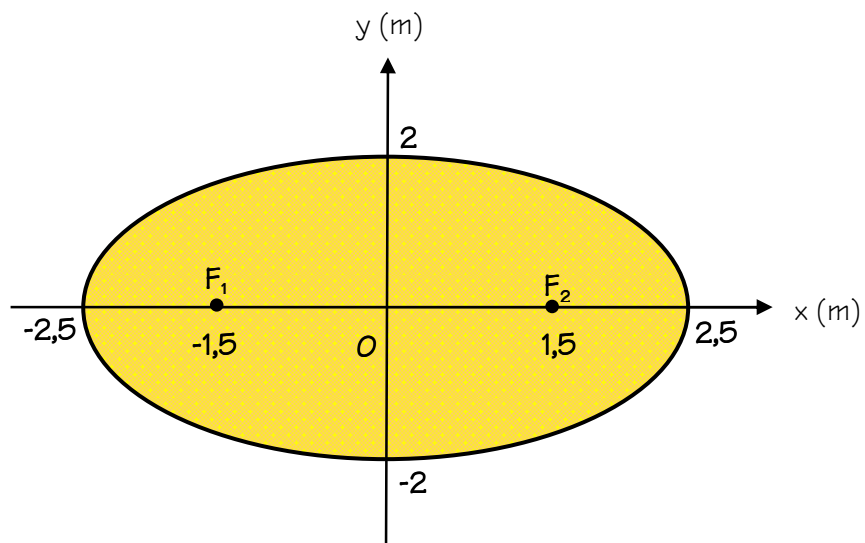
$$\frac{x^2}{\left(\frac{25}{4}\right)} + \frac{y^2}{4} = 1.$$

Y también lo puedes representar así:

$$\frac{x^2}{\left(\frac{5}{2}\right)^2} + \frac{y^2}{2^2} = 1.$$

(*)

El valor $\left(\frac{5}{2}\right)$ se llama *semieje horizontal* de la elipse, y el valor 2 se llama *semieje vertical*. ¡Felicitaciones! ¡Has encontrado la ecuación de la elipse que delimita el parterre de margaritas! Esta ecuación se llama *ecuación canónica de la elipse*. Puedes observar su gráfica:



¿Crees que la fórmula que obtuviste es una casualidad de este parterre, o es una propiedad general de todas las elipses? Se puede demostrar lo siguiente:

La ecuación de una elipse, cuyo semieje horizontal mide a unidades y cuyo semieje vertical mide b unidades, se escribe de la siguiente manera:

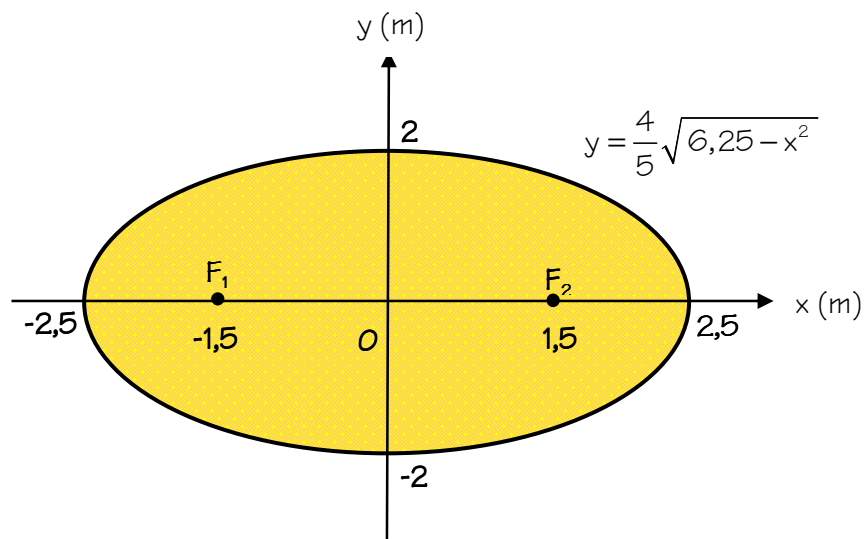
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

¡Intenta hacerlo por ti mismo!

Estás listo para responder a la pregunta del mirlo. Deseas encontrar el área dentro de la elipse que describiste en la ecuación (*). ¡Despeja la variable y ! Obtendrás la siguiente función:

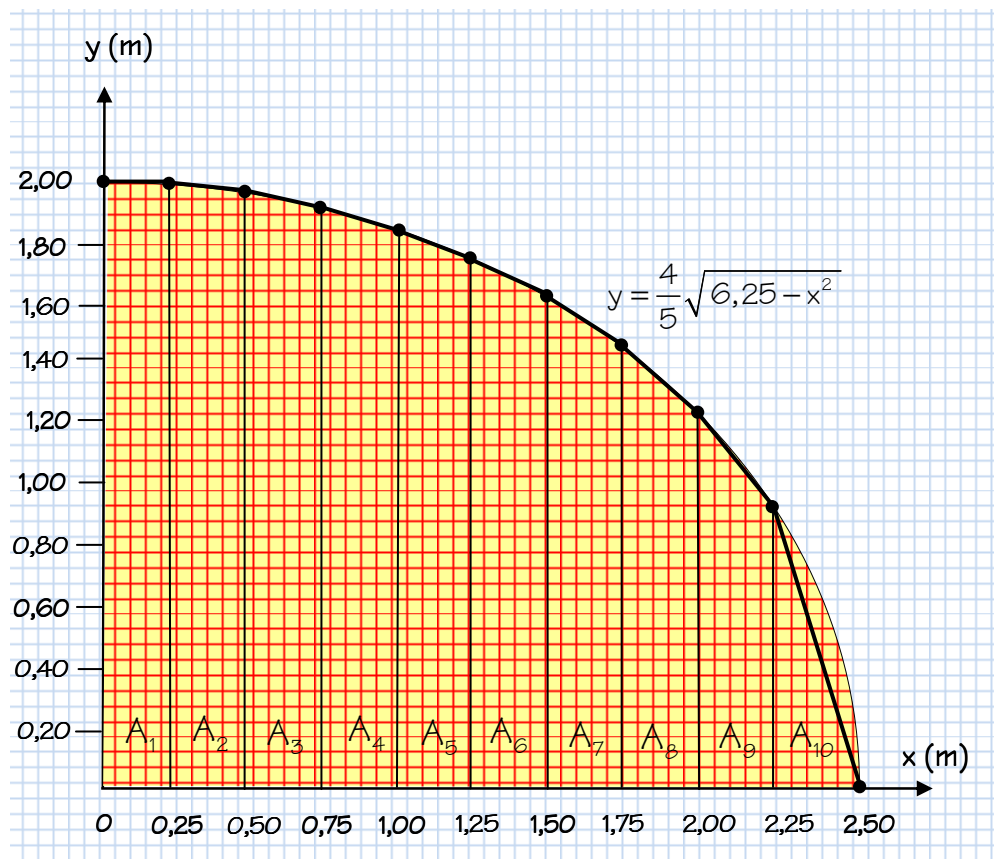
$$y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - x^2}.$$

Ella te ayudará a aplicar la regla de los trapecios.



¡Aplicala!

Escoge solamente la cuarta parte de la elipse, y divide en 10 partes iguales el segmento comprendido entre 0 y 2,5 metros. No debes olvidar que la altura de los trapecios es de 0,25 metros. Si haces un acercamiento, verás lo siguiente:



¡Calcula ahora el valor de sus bases mayor y menor! Recoge tus resultados en una tabla:

| x | y | Valor aproximado de y |
|------|--|-----------------------|
| 0 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0^2}$ | 2,0000 |
| 0,25 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,25^2}$ | 1,9900 |
| 0,50 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,50^2}$ | 1,9596 |
| 0,75 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,75^2}$ | 1,9079 |
| 1,00 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1^2}$ | 1,8330 |
| 1,25 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,25^2}$ | 1,7321 |

| | | |
|------|--|--------|
| 1,50 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,50^2}$ | 1,6000 |
| 1,75 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,75^2}$ | 1,4283 |
| 2,00 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 2^2}$ | 1,2000 |
| 2,25 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 2,25^2}$ | 0,8718 |
| 2,50 | $y = \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 2,5^2}$ | 0,0000 |

¡Aplica las fórmulas que te permiten calcular el área del trapecio y del triángulo!

Obtendrás los siguientes resultados:

$$A_1 = \frac{2 + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,25^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,49875 \text{ m}^2,$$

$$A_2 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,25^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,50^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,49370 \text{ m}^2,$$

$$A_3 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,50^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,75^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,48343 \text{ m}^2,$$

$$A_4 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,75^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,46761 \text{ m}^2,$$

$$A_5 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - (1,25)^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,44564 \text{ m}^2,$$

$$A_6 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,25^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,41651 \text{ m}^2,$$

$$A_7 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,25^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,50^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,37854 \text{ m}^2,$$

$$A_8 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,50^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,75^2}}{2} \cdot 0,25 \cong 0,32854 \text{ m}^2,$$

$$A_9 = \frac{\frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,75^2} + \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 2^2}}{2} \cdot 0,25 = 0,25897 \text{ m}^2,$$

$$A_{10} = \frac{\frac{4}{5}\sqrt{6,25-2^2} + \frac{4}{5}\sqrt{6,25-2,25^2}}{2} \cong 0,10897 \text{ m}^2.$$

Si realizas la suma de las áreas parciales y la multiplicas por 4, obtendrás el siguiente valor:

$$A_{\text{parterre}} = 4[0,49875 + 0,49370 + 0,48343 + 0,46761 + \\ + 0,44564 + 0,41651 + 0,37854 + 0,32854 + \\ + 0,25897 + 0,10897].$$

Es decir,

$$A_{\text{parterre}} = 15,52259 \text{ m}^2.$$

Como los diez cálculos son aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

el área aproximada del parterre elíptico es de 15,5225 metros cuadrados de superficie.

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes estar seguro de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás asegurar las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 4 \cdot 0,25 \cdot \left[\frac{2 + \frac{4}{5}\sqrt{6,25-0,25^2}}{2} + \dots + \frac{\frac{4}{5}\sqrt{6,25-2^2}}{2} \right].$$

Simplifica, extrae el factor común $\frac{1}{2}$, y realiza las operaciones. Tu expresión quedará de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} A_n = 0,5 & \left[2 + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,25^2} + \right. \\ & + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,50^2} + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 0,75^2} + \\ & + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1^2} + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,25^2} + \\ & + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,50^2} + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 1,75^2} + \\ & \left. + 2 \cdot \frac{4}{5} \sqrt{6,25 - 2^2} \right]. \end{aligned}$$

También puedes escribirla como

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,5 \left(2 + \frac{8}{5} \cdot \sum_{n=1}^9 \sqrt{6,25 - (0,25 n)^2} \right).$$

Si aplicas la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, se producirá:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 1 + 0,8 \cdot \sum_{n=1}^9 \sqrt{6,25 - (0,25 n)^2}.$$

¡Ésta es casi la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0, 2,5]$, obtendrás un mayor número de trapecios, y, por lo tanto, te acercará más al área del parterre. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de trapecios con una altura de $0,025$ metros cada uno.

¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{100} A_n = 0,1 + 0,08 \cdot \sum_{n=1}^{99} \sqrt{6,25 - (0,025 n)^2} .$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores:

| n | Término |
|-----------|-----------|
| 1 | 2,49987 |
| 2 | 2,49950 |
| 3 | 2,49887 |
| 4 | 2,49800 |
| 5 | 2,49687 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 0,78062 |
| 96 | 0,70000 |
| 97 | 0,60776 |
| 98 | 0,49749 |
| 99 | 0,35267 |
| Sumatoria | 195,02606 |
| · 0,08 | 15,60209 |
| + 0,1 | 15,70209 |
| Área | 15,70209 |

Anota el resultado:

el área aproximada del parterre elíptico es de 15,7020 metros cuadrados de superficie.

Compara esta respuesta con la anterior: $15,5225 \text{ m}^2$. Como puedes ver, coincide la parte entera, 15. Puedes estar seguro: ¡la verdadera área del parterre es $15, \dots \text{ m}^2$! ¡Te has aproximado más a la meta! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 trapecios de altura $0,0025$ metros. ¡Aplica la regla!

$$\sum_{n=1}^{1000} A_n \cong 0,01 + 0,008 \cdot \sum_{n=1}^{999} \sqrt{6,25 - (0,0025 n)^2}.$$

Realizando los cálculos, se producen los siguientes valores:

| n | Término |
|---------------|------------|
| 1 | 2,50000 |
| 2 | 2,49999 |
| 3 | 2,49999 |
| 4 | 2,49998 |
| 5 | 2,49997 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 0,00200 |
| 996 | 0,00179 |
| 997 | 0,00155 |
| 998 | 0,00126 |
| 999 | 0,00089 |
| Sumatoria | 1962,22217 |
| $\cdot 0,008$ | 15,69778 |
| $+ 0,01$ | 15,70778 |
| Área | 15,70778 |

Anota tu respuesta:

*el área aproximada del parterre elíptico es de 15,7077
metros cuadrados de superficie.*

Puedes estar seguro: ¡el área del parterre es 15,70... m²! ¡Felicitaciones! Has respondido la pregunta del mirlo y has encontrado una buena aproximación del área del parterre elíptico de margaritas.

La regla de los trapecios funcionó brillantemente, ¿verdad?.

GUIA METODOLÓGICA 3

TEMA: El parterre de margaritas.

OBJETIVO: Calcular el área de una elipse, aplicando la regla de los trapecios.

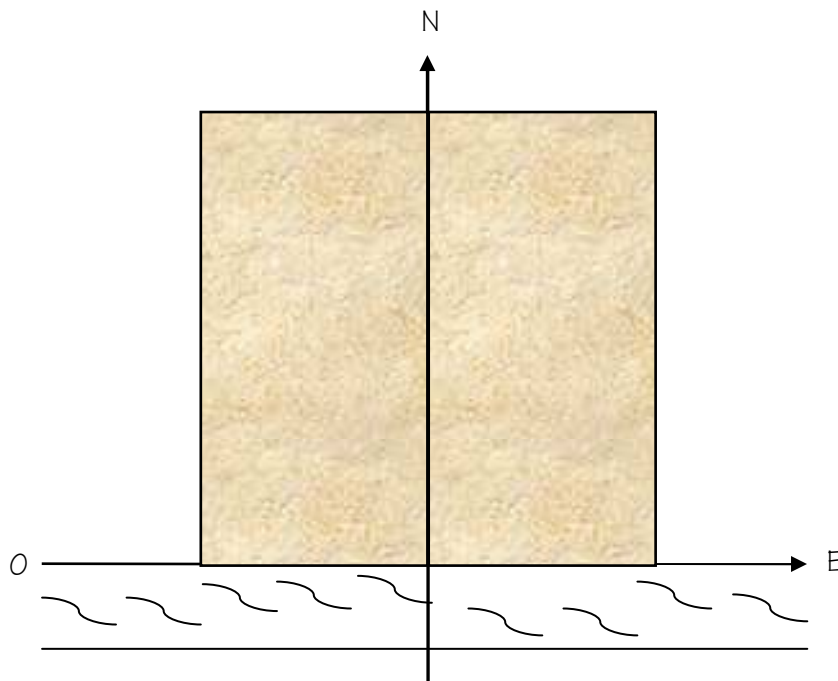
| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

*La ciencia solo tiene dos ojos:
la lógica y la matemática.
De Morgan*

UNIDAD 4

El algodón y las sandías

Un granjero tenía una parcela cuadrada de 4 cuadras³ por 4 cuadras. Por su lado este - oeste pasaba una acequia.

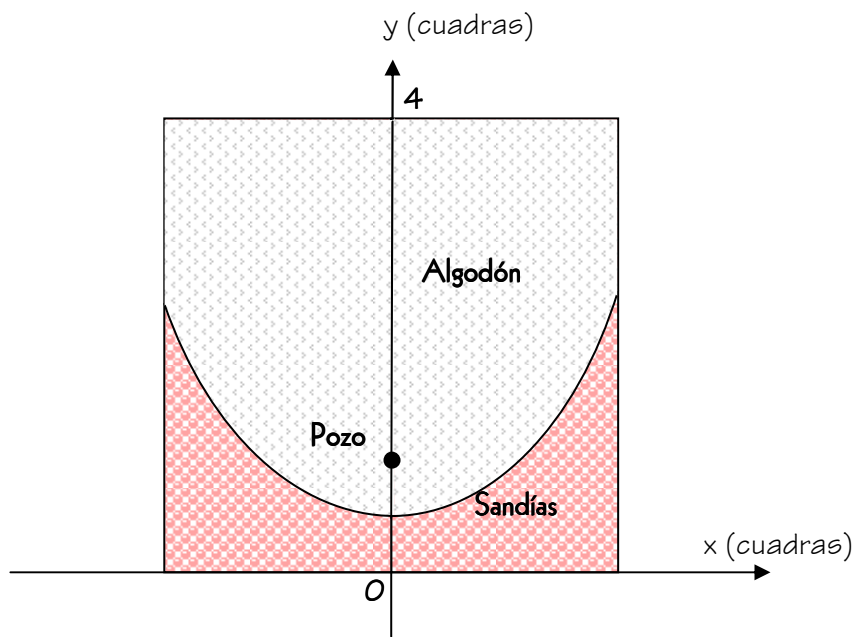


A la distancia de una cuadra de la acequia se situaba un pozo. El granjero sembró de sandías aquella parte de la granja que quedaba más cerca de la acequia, y de algodón aquella parte que se hallaba más cerca del pozo. Una golondrina miró desde el aire los cultivos y exclamó: “¡Hay el doble de algodón que de sandías!”

¿Estás de acuerdo con esta apreciación?

Para realizar el cálculo de las áreas, debes primero descubrir la ecuación de la curva que separa el algodón de las sandías. Para ello traza un sistema de coordenadas cartesianas, ubicando la parcela cuadrada de manera que la acequia coincida con el eje horizontal, y el eje vertical pase por la mitad de la parcela. Así:

³ Una cuadra mide 100 varas y equivale a 83,6 m.

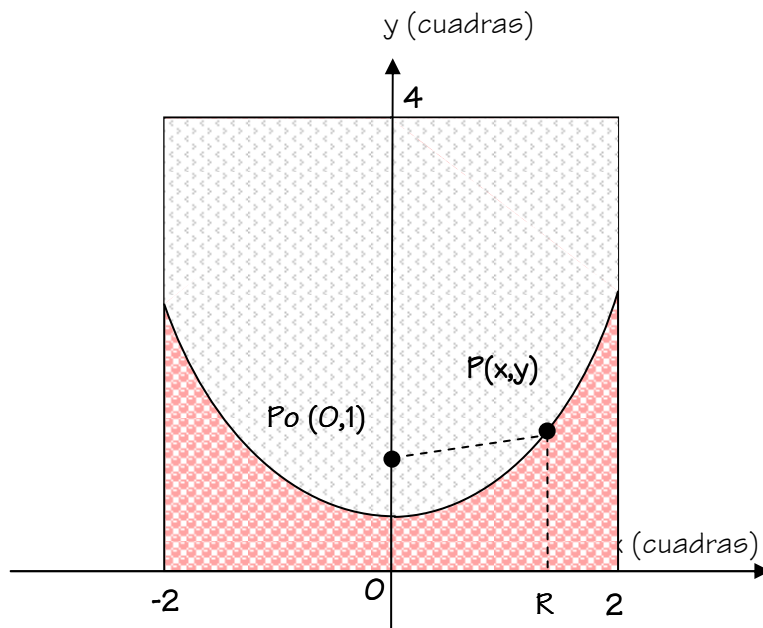


Toma cualquier punto P de la curva. Sus coordenadas son (x,y) . Si llamas P_0 al pozo, la longitud del segmento P_0P debe ser igual a la longitud del segmento PR :

$$P_0Q = PR.$$

¿Cómo calculas la distancia del segmento P_0P ? ¡Aplica la fórmula de la distancia entre dos puntos! Como la longitud del segmento PR es igual a y , y la longitud del segmento OR es igual a x , podrás escribir:

$$\sqrt{(x-0)^2 + (y-1)^2} = y.$$



¡Eleva al cuadrado los dos miembros de la igualdad! Obtendrás una ecuación equivalente:

$$(x-0)^2 + (y-1)^2 = y^2.$$

Si desarrollas el cuadrado de los binomios, te resultará:

$$x^2 + y^2 - 2y + 1^2 = y^2.$$

Simplificando los términos semejantes, tendrás la siguiente igualdad:

$$x^2 = 2y - 1.$$

Despejando la variable y , se producirá:

$$y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}. \quad (*)$$

¡Felicitaciones! ¡Has encontrado la ecuación de la curva! Esta ecuación se llama *ecuación canónica de la parábola*. El pozo se llama *foco de la parábola* (nótalo como F); el eje x se llama *directriz de la parábola*. El eje y se llama *eje focal* de la parábola, ya que a este eje pertenece el foco.

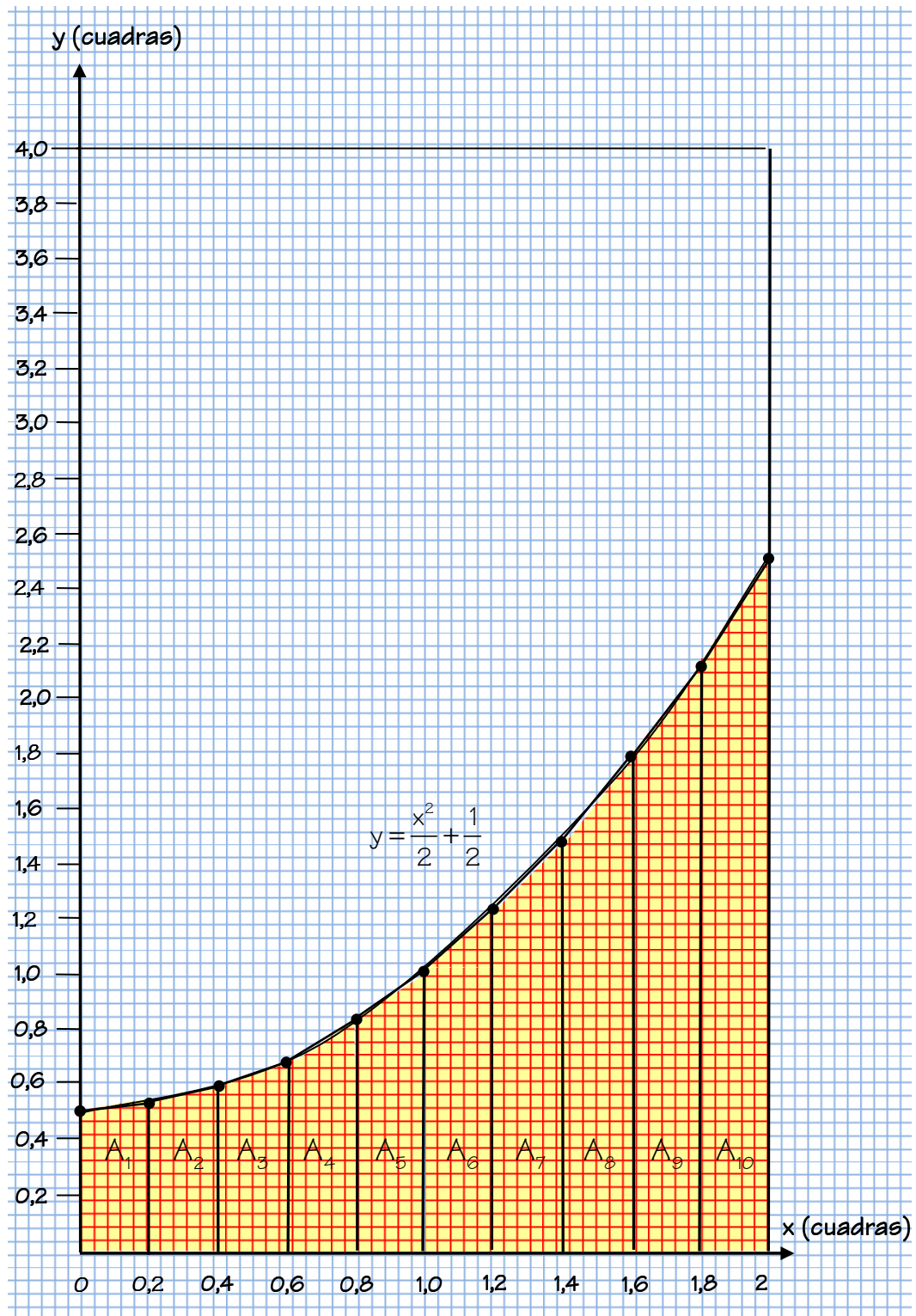
¡Estás listo para comprobar si es cierta la apreciación de la golondrina! Deseas encontrar el área debajo de la parábola que describiste en la ecuación

$$y = \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2}.$$

¡Aplica la regla de los trapecios! Escoge solamente la mitad de la parábola, y divide en 10 partes iguales el segmento comprendido entre 0 y 2 cuerdas. ¡No debes olvidar que la altura de los trapecios es de 0,2 cuerdas! ¡Calcula ahora el valor de sus bases mayor y menor! Recoge tus resultados en una tabla:

| x | y | Valor aproximado de y |
|------|--------------------------------------|-----------------------|
| 0 | $y = \frac{0^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 0,50 |
| 0,20 | $y = \frac{0,20^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 0,52 |
| 0,40 | $y = \frac{0,40^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 0,58 |
| 0,60 | $y = \frac{0,60^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 0,68 |
| 0,80 | $y = \frac{0,80^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 0,82 |
| 1,00 | $y = \frac{1,00^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 1,00 |
| 1,20 | $y = \frac{1,20^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 1,22 |
| 1,40 | $y = \frac{1,40^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 1,48 |
| 1,60 | $y = \frac{1,60^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 1,78 |
| 1,80 | $y = \frac{1,80^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 2,12 |
| 2,00 | $y = \frac{2,00^2}{2} + \frac{1}{2}$ | 2,50 |

Si haces un acercamiento, verás el resultado así:



¡Aplica ahora las fórmulas que te permiten calcular el área del trapecio! Obtendrás los siguientes resultados:

$$A_1 = \frac{\left(\frac{0^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{0,20^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,10200 \text{ cd}^2,$$

$$A_2 = \frac{\left(\frac{0,20^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{0,40^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,11000 \text{ cd}^2,$$

$$A_3 = \frac{\left(\frac{0,40^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{0,60^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,12600 \text{ cd}^2,$$

$$A_4 = \frac{\left(\frac{0,60^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{0,80^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,15000 \text{ cd}^2,$$

$$A_5 = \frac{\left(\frac{0,80^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1,00^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,18200 \text{ cd}^2,$$

$$A_6 = \frac{\left(\frac{1,00^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1,20^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,22200 \text{ cd}^2,$$

$$A_7 = \frac{\left(\frac{1,20^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1,40^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,27000 \text{ cd}^2,$$

$$A_8 = \frac{\left(\frac{1,40^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1,60^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,32600 \text{ cd}^2,$$

$$A_9 = \frac{\left(\frac{1,60^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1,80^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,39000 \text{ cd}^2,$$

$$A_{10} = \frac{\left(\frac{1,80^2}{2} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{2,00^2}{2} + \frac{1}{2}\right)}{2} \cdot 0,2 = 0,46200 \text{ cd}^2.$$

Si realizas la suma de las áreas parciales y la multiplicas por 2, obtendrás el siguiente valor:

$$A_{\text{bajo la parábola}} = 2[0,10200 + 0,11000 + 0,12600 + \\ + 0,15000 + 0,18200 + 0,22200 + \\ + 0,27000 + 0,32600 + 0,39000 + \\ + 0,46200].$$

Es decir,

$$A_{\text{bajo la parábola}} = 4,68000 \text{ cd}^2.$$

Como los diez cálculos son aproximados, en tu respuesta puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

*el área aproximada debajo de la parábola es de 4,6800
cuadras cuadradas de superficie.*

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes estar seguro de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás asegurar las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 2 \cdot 0,2 \left[\frac{0^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,20^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,20^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,40^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,40^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,60^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,60^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,80^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{0,80^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,00^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,00^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,20^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,20^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,40^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,40^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,60^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,60^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,80^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1,80^2}{2} + \frac{1}{2} + \frac{2,00^2}{2} + \frac{1}{2} \right]$$

Simplifica, extrae el factor común $\frac{1}{2}$, y realiza las operaciones. Tu expresión quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,2 \left[\frac{1}{2} + 2 \left(\frac{0,20^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{0,40^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{0,60^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{0,80^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{1,00^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{1,20^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{1,40^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{1,60^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + 2 \left(\frac{1,80^2}{2} + \frac{1}{2} \right) + \left(\frac{2,00^2}{2} + \frac{1}{2} \right) \right]$$

También puedes escribirla como

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,2 \left[3 + 2 \cdot \sum_{n=1}^9 \left(\frac{(0,2n)^2}{2} + \frac{1}{2} \right) \right]$$

¡Esta es casi la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,2]$, obtendrás un mayor número de trapecios, y, por lo tanto, te acercarás más al área de la parábola. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de trapecios con una altura de $0,02$ cuadradas cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{100} A_n = 0,06 + 0,04 \cdot \sum_{n=1}^{99} \left[\frac{(0,02n)^2}{2} + \frac{1}{2} \right].$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores:

| n | Término |
|--------------|-----------|
| 1 | 0,50020 |
| 2 | 0,50080 |
| 3 | 0,50180 |
| 4 | 0,50320 |
| 5 | 0,50500 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 2,30500 |
| 96 | 2,34320 |
| 97 | 2,38180 |
| 98 | 2,42080 |
| 99 | 2,46020 |
| Sumatoria | 115,17000 |
| $\cdot 0,04$ | 4,60680 |
| $+ 0,06$ | 4,66680 |
| Área | 4,66680 |

Anota el resultado:

el área aproximada debajo de la parábola es de 4,6668
cuadras cuadradas de superficie.

Compara esta respuesta con la anterior: 4,6800 cd². Como puedes ver, coincide la parte entera, 4, y la primera cifra decimal es 6. Puedes estar seguro: ¡la verdadera área de la parábola es 4,6... cd²! ¡Te has aproximado más a la meta! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 trapecios de altura 0,002 metros. ¡Aplica la regla!

$$\sum_{n=1}^{1000} A_n = 0,006 + 0,004 \cdot \sum_{n=1}^{999} \left[\frac{(0,002n)^2}{2} + \frac{1}{2} \right].$$

Realizando los cálculos, se producen los siguientes valores:

| n | Término |
|-----|---------|
| 1 | 0,50000 |
| 2 | 0,50001 |
| 3 | 0,50002 |
| 4 | 0,50003 |
| 5 | 0,50005 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 2,48005 |
| 996 | 2,48403 |
| 997 | 2,48802 |

| | |
|---------------|------------|
| 998 | 2,49201 |
| 999 | 2,49600 |
| Sumatoria | 1165,16700 |
| $\cdot 0,004$ | 4,66067 |
| $+ 0,006$ | 4,66667 |
| Área | 4,66667 |

Anota tu respuesta:

el área aproximada del sembrado de sandías es de 4,6666
cuadras cuadradas de superficie.

Puedes estar seguro: ¡el área de la parábola es 4,666 cd^2 ! ¡Felicitaciones! Has logrado encontrar una buena aproximación del área del sembrado de sandías. Para calcular el área del sembrado de algodón, debes restar el área del cuadrado del área de la parábola:

$$A_{\text{algodón}} = A_{\text{granja}} - A_{\text{sandías}}$$

El área de la granja es:

$$A_{\text{granja}} = 4^2 = 16 \text{ cd}^2.$$

Entonces, tendrás:

$$A_{\text{algodón}} = (16 - 4,666) \text{ cd}^2.$$

Tu resultado será, entonces, el siguiente:

$$A_{\text{algodón}} = 11,334 \text{ cd}^2.$$

¡Compara las áreas del sembrado de algodón y de sandías! Tendrás:

$$\frac{A_{\text{algodón}}}{A_{\text{sandías}}} = \frac{11,334}{4,666} \cong 2,4.$$

¡La golondrina no estaba muy equivocada! Hay un poco más del doble de algodón que de sandías.

La regla de los trapecios te ayudó a resolver el problema brillantemente, ¿verdad?.

GUIA METODOLÓGICA 4

TEMA: El algodón y las sandias.

OBJETIVO: Calcular el área de una parábola, utilizando la regla de los trapecios.

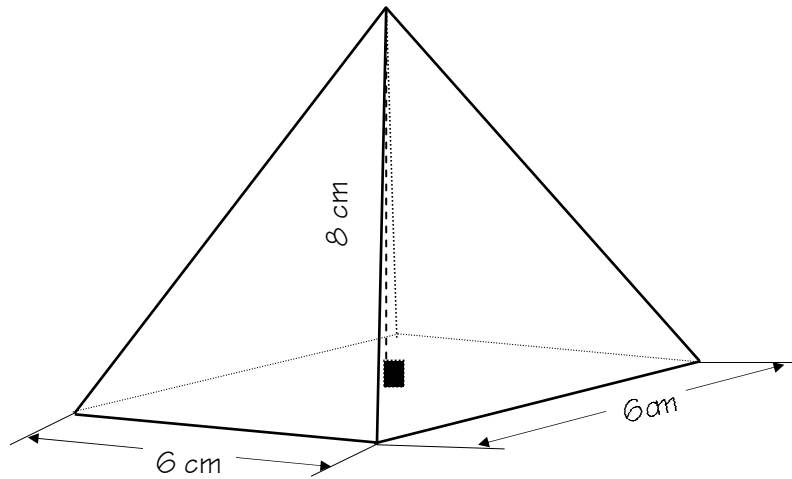
| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

La esperanza es el único bien común a todos los hombres, los que todo lo han perdido la poseen aún.
Tales

UNIDAD 5

Un pisapapeles de cristal

Un pisapapeles de cristal tiene una forma de una pirámide recta de base cuadrada de 6 cm x 6 cm, y una altura de 8 cm. ¿Puedes decir cuántos centímetros cúbicos de cristal contiene el pisapapeles?



Para calcular el volumen del pisapapeles, dibuja varios paralelepípedos con altura Δh , paralelos a la base de la pirámide. Puedes calcular el volumen de cada uno de ellos con la siguiente expresión:

$$\text{Volumen} = \text{área de la base} \times \text{altura.}$$

Esto es:

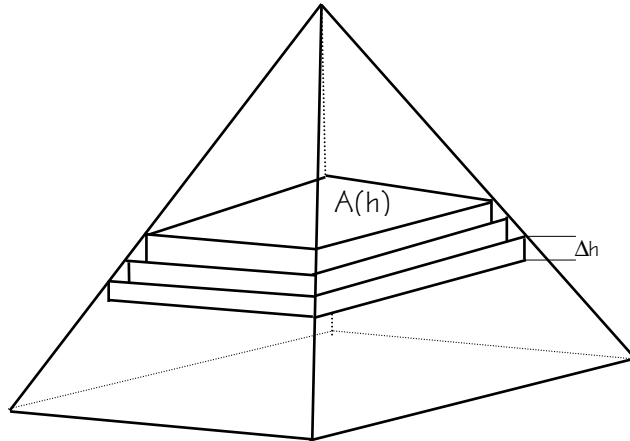
$$V = A(h) \cdot \Delta h.$$

Si llamas k el número de tales paralelepípedos, el volumen total del pisapapeles será igual a la suma de todos ellos:

$$V_{\text{pisapapeles}} \cong \sum_{n=1}^k V_n.$$

Es decir,

$$V_{\text{pisapapeles}} \cong \sum_{n=1}^k A(h) \cdot \Delta h. \quad (*)$$



Si en un plano cartesiano representas en el eje horizontal la altura h del corte de la pirámide, y en el eje vertical el área $A(h)$ de la sección, realizada a la altura h , obtendrás una función. Entonces, por la fórmula (*), el volumen del pisapapeles será el área bajo esa función. ¡La tarea que se te impone es la de descubrir esa función! Deseas encontrar la relación que existe entre el área de la sección $A(h)$ y su altura h .

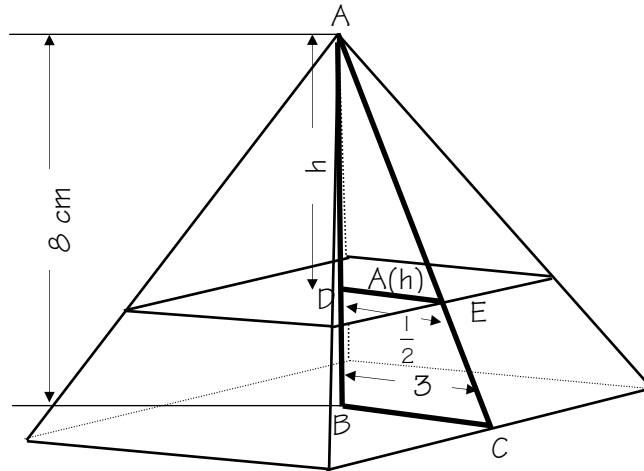
Llama l el lado de la sección, A la cúspide de la pirámide, B la base de la altura, y C es la mitad del lado de la base. De este modo obtendrás un triángulo rectángulo ABC . Llama D a la base de la intersección de la altura con la sección $A(h)$, y E a la intersección del segmento AC con la sección $A(h)$. Aplica el teorema de Tales⁴ a los triángulos ADE y ABC . Obtendrás lo siguiente:

$$\frac{h}{l} = \frac{2}{3}.$$

¡Despeja el valor de l !

$$l = \frac{3}{4}h.$$

⁴ Tales de Mileto, filósofo y matemático griego. Vivió entre 640a.C. y 546a.C.



¡Ya puedes expresar el área $A(h)$ en términos de h ! Obtendrás que

$$A(h) = l^2 = \left(\frac{3}{4}h\right)^2.$$

En otras palabras,

$$A(h) = \frac{9}{16}h^2.$$

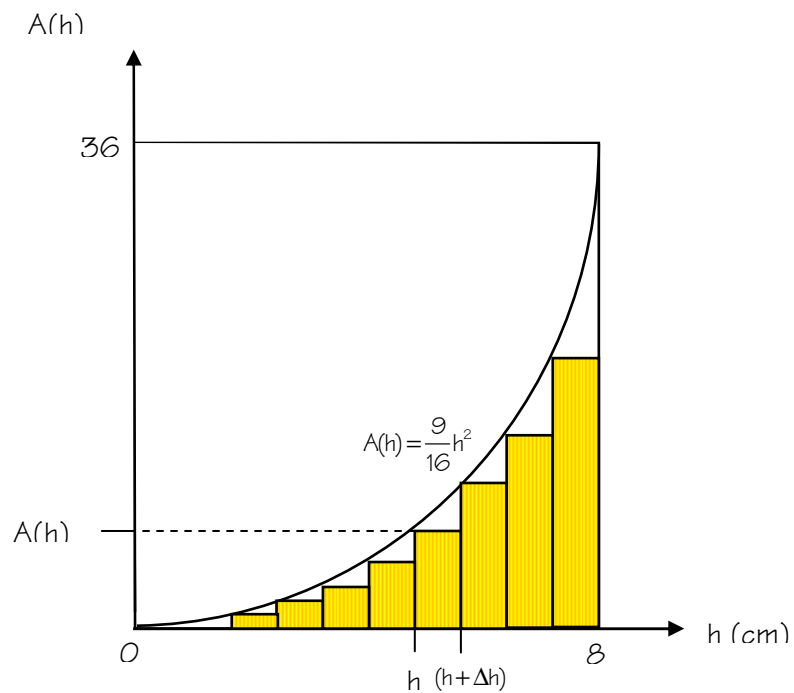
¡Esta igualdad expresa el área de la sección $A(h)$ en función de su altura h !

Como puedes ver, se trata de una parábola. Para calcular el volumen del pisapapeles, recuerda la fórmula que lo expresa:

$$V_{\text{pisapapeles}} \cong \sum_{n=1}^k A(h) \cdot \Delta h.$$

Si miras el dibujo, verás que $\sum_{i=1}^k A(h) \cdot \Delta h$ representa el valor aproximado del área que existe debajo de la curva $A(h)$.

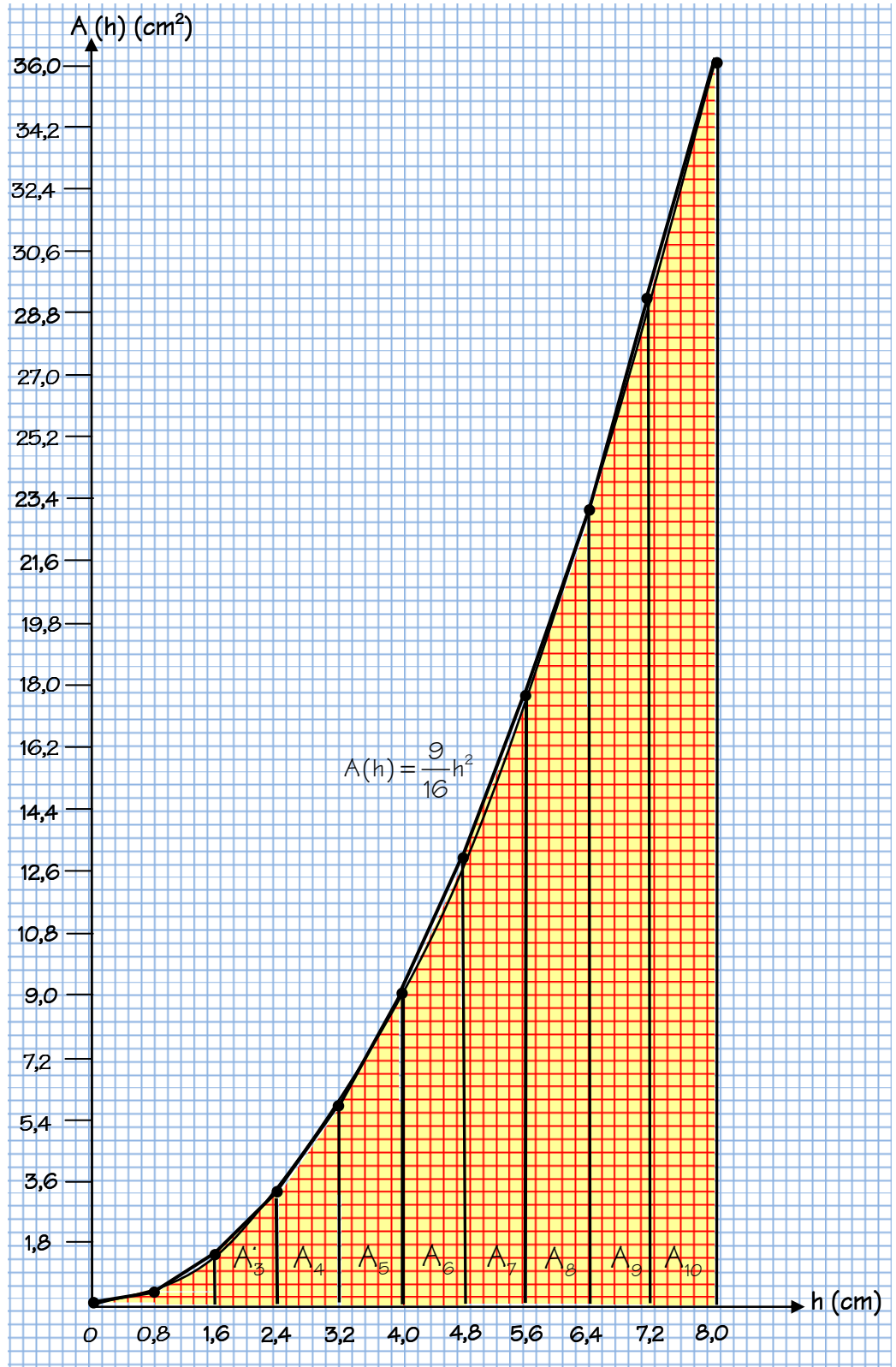
Entonces, para conocer el volumen del pisapapeles, solo tienes que calcular el área debajo de la parábola $A(h) = \frac{9}{16}h^2$. ¡Adelante!



Representa, en un plano cartesiano, en el eje horizontal a la altura h de la pirámide, y en el eje vertical al área $A(h)$. Calcula los valores de la función $A(h)$, y anota los resultados en una tabla:

| h | A (h) | Valor aproximado de A (h) |
|-----|-------------------------------------|---------------------------|
| 0 | $A(0) = \frac{9}{16} \cdot 0^2$ | 0 |
| 0,8 | $A(0,8) = \frac{9}{16} \cdot 0,8^2$ | 0,36 |
| 1,6 | $A(1,6) = \frac{9}{16} \cdot 1,6^2$ | 1,44 |
| 2,4 | $A(2,4) = \frac{9}{16} \cdot 2,4^2$ | 3,24 |
| 3,2 | $A(3,2) = \frac{9}{16} \cdot 3,2^2$ | 5,76 |
| 4,0 | $A(4,0) = \frac{9}{16} \cdot 4,0^2$ | 9,00 |
| 4,8 | $A(4,8) = \frac{9}{16} \cdot 4,8^2$ | 12,96 |
| 5,6 | $A(5,6) = \frac{9}{16} \cdot 5,6^2$ | 17,64 |
| 6,4 | $A(6,4) = \frac{9}{16} \cdot 6,4^2$ | 23,04 |
| 7,2 | $A(7,2) = \frac{9}{16} \cdot 7,2^2$ | 29,16 |
| 8,0 | $A(8,0) = \frac{9}{16} \cdot 8,0^2$ | 36,00 |

Si haces un acercamiento, verás lo siguiente:



Para calcular el área debajo de la parábola, divide el segmento comprendido entre 0 y 8 cm en 10 partes iguales. Entonces, la altura de cada trapecio será de 0,8 cm. ¡Aplica ahora las fórmulas que te permiten calcular el área de los trapecios! Obtendrás los siguientes resultados:

$$A_1 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 0^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 0,8^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 0,1440 \text{ cm}^3,$$

$$A_2 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 0,8^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 1,6^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 0,7200 \text{ cm}^3,$$

$$A_3 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 1,6^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 2,4^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 1,8720 \text{ cm}^3,$$

$$A_4 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 2,4^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 3,2^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 3,6000 \text{ cm}^3,$$

$$A_5 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 3,2^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 4,0^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 5,9040 \text{ cm}^3,$$

$$A_6 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 4,0^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 4,8^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 8,7840 \text{ cm}^3,$$

$$A_7 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 4,8^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 5,6^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 12,2400 \text{ cm}^3,$$

$$A_8 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 5,6^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 6,4^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 16,2720 \text{ cm}^3,$$

$$A_9 = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 6,4^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 7,2^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 20,8800 \text{ cm}^3,$$

$$A_{10} = \frac{\left(\frac{9}{16} \cdot 7,2^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 8,0^2\right)}{2} \cdot 0,8 = 26,0640 \text{ cm}^3.$$

Si realizas la suma de estas áreas, obtendrás el siguiente valor:

$$A_{\text{debajo de la parábola}} = [0,1440 + 0,7200 + 1,8720 + \\ + 3,6000 + 5,9040 + 8,7840 + \\ + 12,2400 + 16,2720 + 20,8800 + \\ + 26,0640].$$

Es decir,

$$A_{\text{debajo de la parábola}} = 96,4800 \text{ cm}^3.$$

¡Recuerda que el área debajo de esta parábola es el volumen del pisapapeles!

Entonces, puedes afirmar que

$$V_{\text{pisapapeles}} = 96,4800 \text{ cm}^3.$$

Como los diez cálculos que has realizado son aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

el pisapapeles contiene aproximadamente 96,480 centímetros cúbicos de cristal.

Al realizar la división en diez intervalos, no puedes estar seguro de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás asegurar las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n \cong 0,8 \left[\begin{aligned} &0 + \left(\frac{9}{16} \cdot 0,8^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 0,8^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 1,6^2\right) + \\ &\frac{\quad}{2} + \frac{\quad}{2} + \\ &\left(\frac{9}{16} \cdot 1,6^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 2,4^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 2,4^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 3,2^2\right) + \\ &\frac{\quad}{2} + \frac{\quad}{2} + \\ &\left(\frac{9}{16} \cdot 3,2^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 4,0^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 4,0^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 4,8^2\right) + \\ &\frac{\quad}{2} + \frac{\quad}{2} + \\ &\left(\frac{9}{16} \cdot 4,8^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 5,6^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 5,6^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 6,4^2\right) + \\ &\frac{\quad}{2} + \frac{\quad}{2} + \\ &\left(\frac{9}{16} \cdot 6,4^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 7,2^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 7,2^2\right) + \left(\frac{9}{16} \cdot 8,0^2\right) \end{aligned} \right].$$

Simplifica, extrae el factor común $\frac{1}{2}$, y realiza las operaciones. Tu expresión quedará

de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,4 \left[\begin{aligned} &2\left(\frac{9}{16} \cdot 0,8^2\right) + 2\left(\frac{9}{16} \cdot 1,6^2\right) + 2\left(\frac{9}{16} \cdot 2,4^2\right) + \\ &+ 2\left(\frac{9}{16} \cdot 3,2^2\right) + 2\left(\frac{9}{16} \cdot 4,0^2\right) + 2\left(\frac{9}{16} \cdot 4,8^2\right) + \\ &+ 2\left(\frac{9}{16} \cdot 5,6^2\right) + 2\left(\frac{9}{16} \cdot 6,4^2\right) + 2\left(\frac{9}{16} \cdot 7,2^2\right) + \\ &\quad + \left(\frac{9}{16} \cdot 8,0^2\right) \end{aligned} \right].$$

También puedes escribirla como

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,4 \left[36 + 2 \cdot \sum_{n=1}^9 \frac{9}{16} \cdot (0,8n)^2 \right].$$

Si aplicas la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, se producirá:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 14,4 + 0,8 \cdot \sum_{n=1}^9 \left[\frac{9}{16} \cdot (0,8n)^2 \right].$$

¡Esta es casi la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,8]$, obtendrás un mayor número de trapecios, y, por lo tanto, te acercará más al área del pisapapeles. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de trapecios con una altura de $0,08$ cm cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{100} A_n = 1,44 + 0,08 \cdot \sum_{n=1}^{99} \left[\frac{9}{16} \cdot (0,08n)^2 \right].$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores:

| n | Término |
|-----|----------|
| 1 | 0,00360 |
| 2 | 0,01440 |
| 3 | 0,03240 |
| 4 | 0,05760 |
| 5 | 0,09000 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 32,49000 |
| 96 | 33,17760 |

| | |
|-----------|------------|
| 97 | 33,87240 |
| 98 | 34,57440 |
| 99 | 35,28360 |
| Sumatoria | 1182,06000 |
| · 0,08 | 94,56480 |
| + 1,44 | 96,00480 |
| Área | 96,00480 |

Anota el resultado:

el pisapapeles contiene aproximadamente 96,0048 centímetros cúbicos de cristal.

Compara esta respuesta con la anterior: 96,480 cm³. Como puedes ver, coincide la parte entera, 96. Puedes estar seguro: ¡el verdadero volumen del pisapapeles es de 96,... cm³! ¡Te has aproximado a la meta! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 trapecios de altura 0,008 metros. ¡Aplica la regla!

$$\sum_{n=1}^{1000} A_n \cong 0,144 + 0,008 \cdot \sum_{n=1}^{999} \left[\frac{9}{16} \cdot (0,008n)^2 \right].$$

Realizando los cálculos, se producen los siguientes valores:

| n | Término |
|---|---------|
| 1 | 0,00004 |
| 2 | 0,00014 |
| 3 | 0,00032 |
| 4 | 0,00058 |
| 5 | 0,00090 |

| | |
|-----------|-------------|
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 35,64090 |
| 996 | 35,71258 |
| 997 | 35,78432 |
| 998 | 35,85614 |
| 999 | 35,92804 |
| Sumatoria | 11982,00600 |
| -0,008 | 95,85605 |
| +0,144 | 96,00005 |
| Área | 96,00005 |

Anota tu respuesta:

el volumen aproximado del pisapapeles es de 96,000 centímetros cúbicos de cristal.

Compara esta respuesta con la anterior: $96,0048 \text{ cm}^3$. Como puedes ver, coincide la parte entera, 96, y las dos primeras cifras decimales, 00. Puedes estar seguro: el volumen del pisapapeles es $96,00\dots\text{cm}^3$! ¡Felicitaciones! Has logrado encontrar una buena aproximación del volumen del pisapapeles de cristal, a la vez que has descubierto un método para calcular el volumen de cualquier pirámide.

¡La regla de los trapecios funcionó brillantemente al calcular el volumen del pisapapeles de cristal!, ¿verdad?.

GUIA METODOLÓGICA 5

TEMA: El pisapapeles de cristal.

OBJETIVO: Calcular el volumen de una pirámide, aplicando la regla de los trapecios.

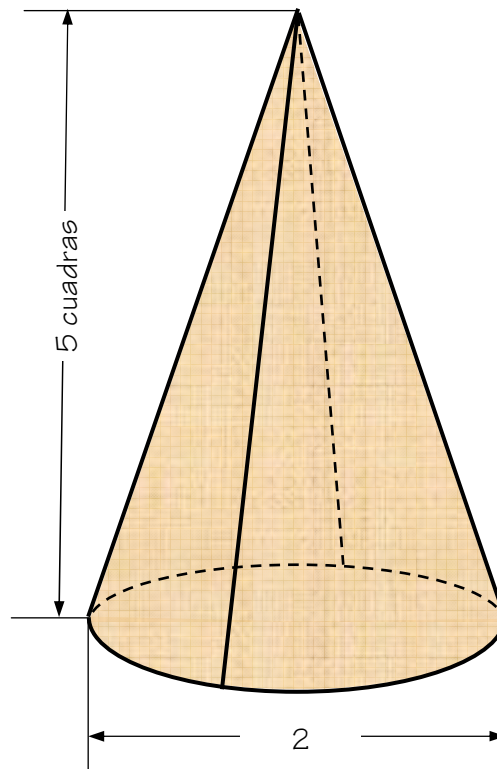
| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> Prerrequisitos Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> Análisis crítico Modelización matemática Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

*Educar no es dar carrera para vivir, sino templar
el alma para las dificultades de la vida.
Pitágoras*

UNIDAD 6

La montaña cónica

Un sultán amaba los acertijos y los ofrecía a menudo a sus súbditos. Un día les mostró una montaña cónica de 2 cuadras⁵ de diámetro y 5 cuadras de altura, y les preguntó: “¿Cuánta tierra tiene esta montaña?” ¿Qué responderías tú a esta pregunta?



Para calcular el volumen de la montaña, primero dibuja varios discos de altura Δh , paralelos a la base del cono. Calcula el volumen de cada uno de los discos por la expresión

$$\text{Volumen} = \text{área de la base} \times \text{altura.}$$

⁵ Una cuadra mide 83,6 m.

Esto es:

$$V = A(h) \cdot \Delta h.$$

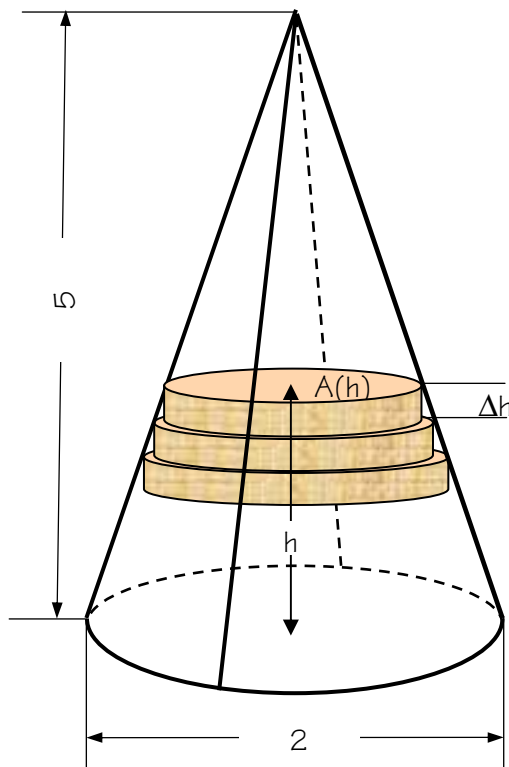
Si llamas k el número de tales discos, el volumen total de la montaña será, aproximadamente, igual a la suma de todos ellos:

$$V_{\text{montaña}} \cong \sum_{n=1}^k V_n.$$

Es decir,

$$V_{\text{montaña}} \cong \sum_{n=1}^k A(h) \cdot \Delta h.$$

Si escoges en un plano cartesiano el eje horizontal representando a la altura h del corte del cono, y el eje vertical representando el área $A(h)$ del disco, que se encuentra a la altura h , obtendrás como resultado una función. ¿Cómo hallarías el volumen de la montaña cónica? ¡Calculando el área bajo la función! ¿Te animas? ¡La tarea que se impone es la de descubrir esa función! Deseas encontrar la relación que existe entre el área de los discos $A(h)$ y la altura h .

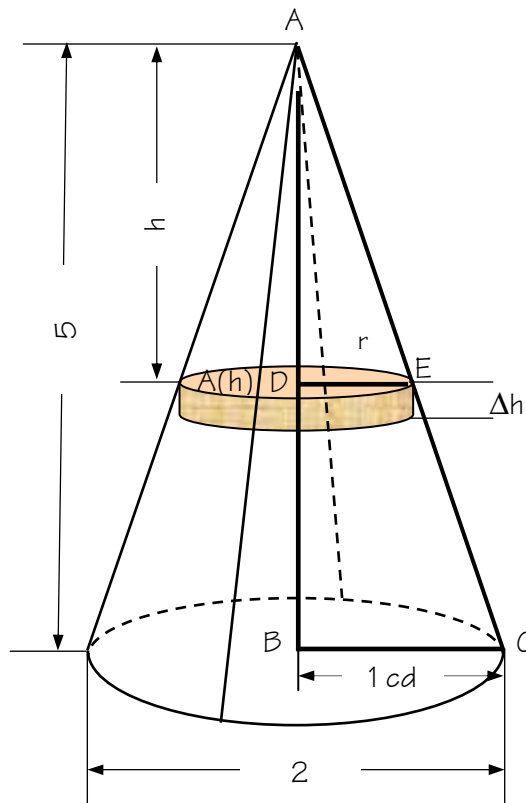


Llama el radio del disco r , y aplica el teorema de Tales a los triángulos ABC y ADE . Tendrás lo siguiente:

$$\frac{h}{500} = \frac{r}{100}.$$

Expresa r en función de h :

$$r = \frac{1}{5}h.$$



¡Ya puedes expresar el área $A(h)$ en términos de h ! Obtendrás que

$$A(h) = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot \left(\frac{1}{5}h\right)^2.$$

En otras palabras,

$$A(h) = \pi \cdot \frac{1}{25} h^2.$$

¡Esta igualdad expresa el área de la sección $A(h)$ en función de su altura h !

Como puedes ver, se trata de una parábola. Escoge en un plano cartesiano el eje horizontal como la altura h , y el eje vertical como el área $A(h)$ de la sección. Calcula los valores de la función $A(h)$, y anota los resultados en una tabla:

| h (m) | $A(h)$ | Valor aproximado de $A(h)$ |
|---------|---|----------------------------|
| 0 | $A(0) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0^2$ | 0,00000 |
| 0,5 | $A(0,5) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,5^2$ | 0,03142 |
| 1,0 | $A(1,0) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,0^2$ | 0,12566 |
| 1,5 | $A(1,5) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,5^2$ | 0,28274 |
| 2,0 | $A(2,0) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,0^2$ | 0,50265 |
| 2,5 | $A(2,5) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,5^2$ | 0,78540 |
| 3,0 | $A(3,0) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,0^2$ | 1,13097 |
| 3,5 | $A(3,5) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,5^2$ | 1,53938 |
| 4,0 | $A(4,0) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,0^2$ | 2,01062 |
| 4,5 | $A(4,5) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,5^2$ | 2,54469 |
| 5,0 | $A(5,0) = \pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 5,0^2$ | 3,14159 |

Para calcular el volumen del cono, recuerda la fórmula que lo expresa:

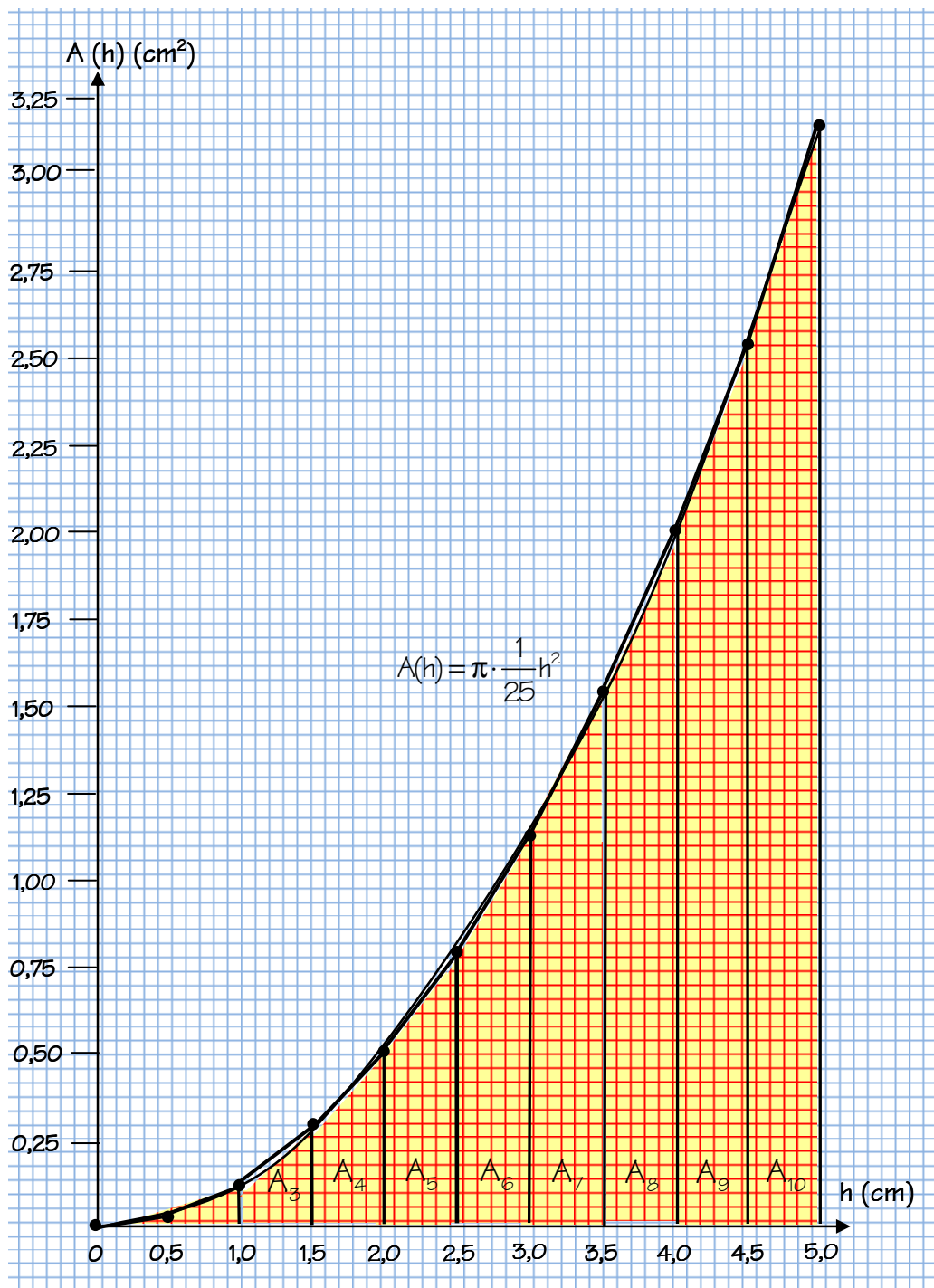
$$V_{\text{cono}} \cong \sum_{n=1}^k A(h) \cdot \Delta h.$$

Como la suma de la derecha representa el valor aproximado del área debajo de la curva $A(h)$, solo tiene que calcular el área debajo de la parábola

$$A(h) = \pi \cdot \frac{1}{25} h^2.$$

¡Adelante!

Si haces un acercamiento, verás lo siguiente:



Para calcular el área debajo de la parábola, divide el segmento comprendido entre 0 y 5 cuadradas en 10 partes iguales. Entonces, la altura de cada trapecio será de 0,5 cuadradas. ¡Aplica las fórmulas que te permiten calcular el área de los trapecios! Obtendrás los siguientes resultados:

$$A_1 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,5^2\right)}{2} \cdot 0,5 = 7853,98163 \text{ cd}^3,$$

$$A_2 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,5^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,0^2\right)}{2} \cdot 0,50 = 39269,90817 \text{ cd}^3,$$

$$A_3 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,0^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,5^2\right)}{2} \cdot 0,50 = 102101,76124 \text{ cd}^3,$$

$$A_4 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,5^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,0^2\right)}{2} \cdot 0,5 = 196349,54085 \text{ cd}^3,$$

$$A_5 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,0^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,5^2\right)}{2} \cdot 0,50 = 322013,24699 \text{ cd}^3,$$

$$A_6 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,5^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,0^2\right)}{2} \cdot 0,50 = 479092,87967 \text{ cd}^3,$$

$$A_7 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,0^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,5^2\right)}{2} \cdot 0,50 = 667588,43889 \text{ cd}^3,$$

$$A_8 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,5^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,0^2\right)}{2} \cdot 0,5 = 887499,92464 \text{ cd}^3,$$

$$A_9 = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,0^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,5^2\right)}{2} \cdot 0,5 = 1138827,33693 \text{ cd}^3,$$

$$A_{10} = \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,5^2\right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 5,0^2\right)}{2} \cdot 0,5 = 1421570,67575 \text{ cd}^3.$$

Si realizas la suma de estas áreas, obtendrás el siguiente valor:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{debajo de la parábola}} = & [7853,98163 + 39269,90817 + \\
 & + 102101,76124 + 196349,54085 + \\
 & + 322013,24699 + 479092,87967 + \\
 & + 667588,43889 + 887499,92464 + \\
 & + 1138827,33693 + 1421570,67575].
 \end{aligned}$$

Es decir,

$$A_{\text{debajo de la parábola}} = 5,26217 \text{ cd}^3.$$

¡Recuerda que el área debajo de esta parábola es el volumen de la montaña!

Entonces, puedes afirmar que

$$V_{\text{montaña}} \cong 5,26217 \text{ cd}^3.$$

Como los diez cálculos fueron aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

*la montaña cónica contiene aproximadamente 5,2621
cuadras cúbicas de tierra.*

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes estar seguro de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás asegurar las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,5 \left[\frac{0 + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,5^2 \right)}{2} + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,5^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,0^2 \right)}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,0^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,5^2 \right)}{2} + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,5^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,0^2 \right)}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,0^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,5^2 \right)}{2} + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,5^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,0^2 \right)}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,0^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,5^2 \right)}{2} + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,5^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,0^2 \right)}{2} + \right. \\ \left. + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,0^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,5^2 \right)}{2} + \frac{\left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,5^2 \right) + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 5,0^2 \right)}{2} \right].$$

Simplifica, extrae el factor común $\frac{1}{25}$, y realiza las operaciones. Tu expresión quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,25 \left[2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 0,5^2 \right) + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,0^2 \right) + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 1,5^2 \right) + \right. \\ \left. + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,0^2 \right) + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 2,5^2 \right) + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,0^2 \right) + \right. \\ \left. + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 3,5^2 \right) + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,0^2 \right) + 2 \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 4,5^2 \right) + \right. \\ \left. + \left(\pi \cdot \frac{1}{25} \cdot 5,0^2 \right) \right].$$

También puedes escribirla como

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,25 \cdot \pi \left[1 + 2 \cdot \sum_{n=1}^9 \frac{1}{25} \cdot (0,5n)^2 \right].$$

Si aplicas la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, se producirá:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 0,25 \cdot \pi + 0,5 \cdot \pi \cdot \sum_{n=1}^9 \left[\frac{1}{25} \cdot (0,5n)^2 \right].$$

¡Esta es casi la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,5]$, obtendrás un mayor número de trapecios, y, por lo tanto, te acercarás más al área de la montaña. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de trapecios con una altura de $0,05$ cuabras cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{100} A_n = 0,025 \cdot \pi + 0,05 \cdot \pi \cdot \sum_{n=1}^{99} \left[\frac{1}{25} \cdot (0,05n)^2 \right].$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores:

| n | Término |
|-----------|----------|
| 1 | 0,00010 |
| 2 | 0,00040 |
| 3 | 0,00090 |
| 4 | 0,00160 |
| 5 | 0,00250 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 0,90250 |
| 96 | 0,92160 |
| 97 | 0,94090 |
| 98 | 0,96040 |
| 99 | 0,98010 |
| Sumatoria | 32,83500 |

| | |
|------------------------|---------|
| $\cdot 0,05 \cdot \pi$ | 5,15771 |
| $+ 0,025 \cdot \pi$ | 5,23625 |
| Área | 5,23625 |

Anota el resultado:

el volumen aproximado de la montaña es de 5,2362 cuerdas cúbicas de tierra.

Compara esta respuesta con la anterior: 5,2621 cd^3 . Como puedes ver, coincide la parte entera, 5, y la primera cifra decimal, 2. Puedes estar seguro: ¡el verdadero volumen de la montaña es 5,2 cd^3 ! ¡Te has aproximado a la meta! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 trapecios de altura 0,005 cuerdas. ¡Aplica la regla!

$$\sum_{n=1}^{1000} A_n \cong 0,0025 \cdot \pi + 0,005 \cdot \pi \sum_{n=1}^{999} \left[\frac{1}{25} \cdot (0,005n)^2 \right].$$

Realizando los cálculos, se producen los siguientes valores:

| n | Sumatoria |
|-----|-----------|
| 1 | 0,00000 |
| 2 | 0,00000 |
| 3 | 0,00001 |
| 4 | 0,00002 |
| 5 | 0,00003 |
| ... | ... |

| | |
|-------------------------|-----------|
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 0,99003 |
| 996 | 0,99202 |
| 997 | 0,99401 |
| 998 | 0,99600 |
| 999 | 0,99800 |
| Sumatoria | 332,83350 |
| $\cdot 0,005 \cdot \pi$ | 5,22814 |
| $+ 0,0025 \cdot \pi$ | 5,23599 |
| Área | 5,23599 |

Anota tu respuesta:

el volumen aproximado de la montaña es de 5,2359 cuabras cúbicas de tierra.

Compara esta respuesta con la anterior: $5,2362 \text{ cd}^3$. Como puedes ver, coincide la parte entera 5, y las dos primeras cifras de la parte decimal, 23. Puedes estar seguro: ¡el volumen de la montaña es 5,23... cuabras cúbicas! ¡Felicitaciones! Has logrado encontrar una buena aproximación del volumen de la montaña cónica, a la vez que has descubierto una manera para calcular el volumen de un cono cualesquiera.

¡La regla de los trapecios funcionó brillantemente!, ¿verdad?.

GUIA METODOLÓGICA 6

TEMA: La montaña cónica.

OBJETIVO: Calcular el volumen de un con, utilizando la regla de los trapecios.

| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

*La geometría existe en todas partes, pero es preciso
La geometría existe en todas partes, pero es preciso
saber verla, tener inteligencia para comprenderla
y alma para admirarla.
Platón*

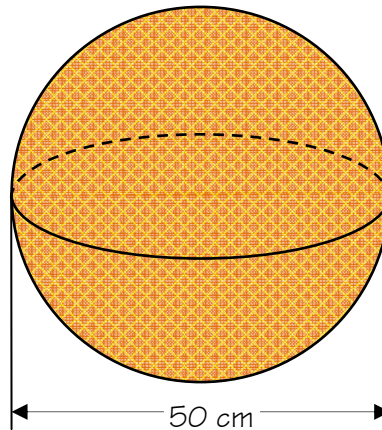
UNIDAD 7

La pelota de caucho

Un padre regaló a su hijo una pelota de caucho de 50 centímetros de diámetro. El niño preguntó:

—¿Cuánto aire hay dentro?

El padre tuvo que ponerse a pensar. ¡Ayúdale, por favor!



Para calcular el volumen de la pelota de caucho, dibuja varios discos de altura Δh . Calcularás el volumen de cada uno de los discos por la expresión

Volumen = área de la base \times altura.

Esto es:

$$V = A(h) \cdot \Delta h.$$

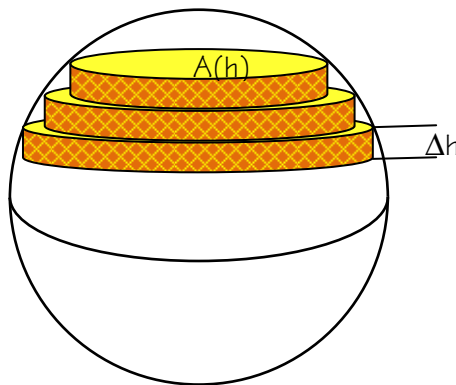
Si llamas k el número de tales discos, el volumen total de la pelota de caucho será, aproximadamente, igual a la suma de todos ellos:

$$V_{\text{pelota de caucho}} \cong \sum_{n=1}^k V_n.$$

Es decir,

$$V_{\text{pelota de caucho}} \cong \sum_{n=1}^k A(h) \cdot \Delta h.$$

Si representas en un plano cartesiano en el eje horizontal a la altura h del corte de la pelota, y en el eje vertical el área $A(h)$ del disco, que se halla a la altura h , obtendrás como resultado una función. ¿Cómo hallarías el volumen de la pelota de caucho? ¡Calculando el área bajo esa función! ¿Te animas? ¡La tarea que se impone es la de descubrir esa función! En otras palabras, deseas encontrar la relación que existe entre el área de los discos $A(h)$ y la altura h .



Llama el radio de la sección r , y aplica el teorema de Pitágoras en el triángulo ACB . Obtendrás lo siguiente:

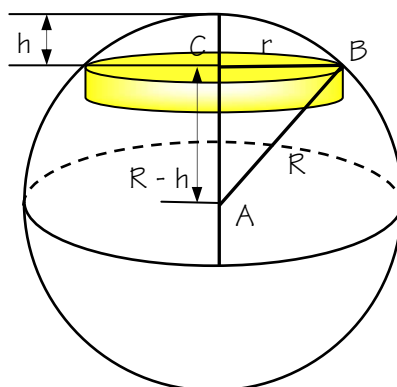
$$r = \sqrt{R^2 - (R-h)^2}.$$

Si desarrollas el cuadrado, obtendrás:

$$r = \sqrt{R^2 - R^2 + 2Rh - h^2}.$$

Simplificando términos semejantes, te quedará:

$$r = \sqrt{2Rh - h^2}.$$



¿Ya puedes expresar el área $A(h)$ en términos de h ? Obtendrás que

$$A(h) = \pi \cdot r^2 = \pi \cdot (2Rh - h^2).$$

Y, como en este caso $R=25$ cm, obtienes:

$$A(h) = 50\pi h - \pi h^2.$$

¡Esta igualdad expresa el área de la sección $A(h)$ en función de su altura h !

Como puedes ver, se trata de una parábola. Que en un plano cartesiano el eje horizontal represente la altura h del corte de la pirámide, y el eje vertical el área $A(h)$. Calcula los valores de la función $A(h)$, y anota los resultados en una tabla:

| h | $A(h)$ | Valor aproximado de $A(h)$ |
|-----|--------------------------------|----------------------------|
| 0 | $A(0) = 50\pi(0) - \pi 0^2$ | 0 |
| 5 | $A(5) = 50\pi(5) - \pi 5^2$ | 706,85835 |
| 10 | $A(10) = 50\pi(10) - \pi 10^2$ | 1256,63706 |
| 15 | $A(15) = 50\pi(15) - \pi 15^2$ | 1649,33614 |
| 20 | $A(20) = 50\pi(20) - \pi 20^2$ | 1884,95559 |

| | | |
|----|--------------------------------|------------|
| 25 | $A(25) = 50\pi(25) - \pi 25^2$ | 1963,49541 |
| 30 | $A(30) = 50\pi(30) - \pi 30^2$ | 1884,95559 |
| 35 | $A(35) = 50\pi(35) - \pi 35^2$ | 1649,33614 |
| 40 | $A(40) = 50\pi(40) - \pi 40^2$ | 1256,63706 |
| 45 | $A(45) = 50\pi(45) - \pi 45^2$ | 706,85835 |
| 50 | $A(50) = 50\pi(50) - \pi 50^2$ | 0 |

Para calcular el volumen de la pelota de caucho, recuerda la fórmula que lo expresa:

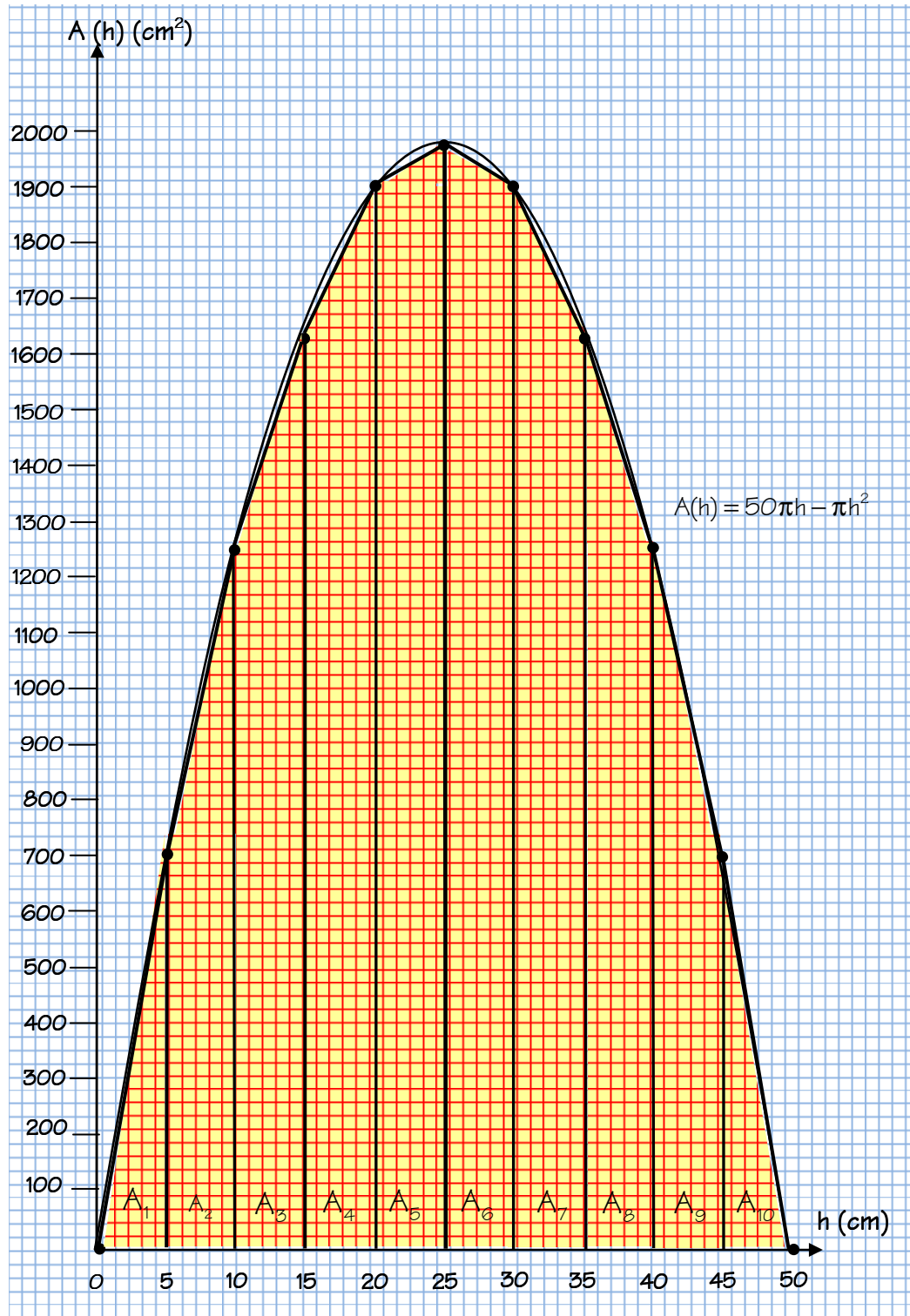
$$V_{\text{pelota de caucho}} \cong \sum_{n=1}^k A(h) \cdot \Delta h.$$

Como la suma de la derecha representa el valor aproximado del área debajo de la curva $A(h)$, solo debes calcular el área debajo de la parábola

$$A(h) = 50\pi h - \pi h^2.$$

¡Adelante!

Si haces un acercamiento, verás lo siguiente:



Para calcular el área debajo de la parábola, divide el segmento comprendido entre 0 y 50 cm en 10 partes iguales. Entonces, la altura de cada trapecio será de 5 cm.

¡Aplica ahora las fórmulas que te permiten calcular el área de los trapecios y de los triángulos! Obtendrás los siguientes resultados:

$$A_1 = \frac{(50\pi(0) - \pi 0^2) + (50\pi(5) - \pi 5^2)}{2} \cdot 5 = 1767,1459 \text{ cm}^3,$$

$$A_2 = \frac{(50\pi(5) - \pi 5^2) + (50\pi(10) - \pi 10^2)}{2} \cdot 5 = 4908,7385 \text{ cm}^3,$$

$$A_3 = \frac{(50\pi(10) - \pi 10^2) + (50\pi(15) - \pi 15^2)}{2} \cdot 5 = 7264,9330 \text{ cm}^3,$$

$$A_4 = \frac{(50\pi(15) - \pi 15^2) + (50\pi(20) - \pi 20^2)}{2} \cdot 5 = 8835,7293 \text{ cm}^3,$$

$$A_5 = \frac{(50\pi(20) - \pi 20^2) + (50\pi(25) - \pi 25^2)}{2} \cdot 5 = 9621,1275 \text{ cm}^3,$$

$$A_6 = \frac{(50\pi(25) - \pi 25^2) + (50\pi(30) - \pi 30^2)}{2} \cdot 5 = 9621,1275 \text{ cm}^3,$$

$$A_7 = \frac{(50\pi(30) - \pi 30^2) + (50\pi(35) - \pi 35^2)}{2} \cdot 5 = 8835,7293 \text{ cm}^3,$$

$$A_8 = \frac{(50\pi(35) - \pi 35^2) + (50\pi(40) - \pi 40^2)}{2} \cdot 5 = 7264,9330 \text{ cm}^3,$$

$$A_9 = \frac{(50\pi(40) - \pi 40^2) + (50\pi(45) - \pi 45^2)}{2} \cdot 5 = 4908,7385 \text{ cm}^3,$$

$$A_{10} = \frac{(50\pi(45) - \pi 45^2) + (50\pi(50) - \pi 50^2)}{2} \cdot 5 = 1767,1459 \text{ cm}^3.$$

Si realizas la suma de estas áreas, obtendrás el siguiente valor:

$$\begin{aligned} A_{\text{debajo de la parábola}} &= [1767,1459 + 4908,7385 + 7264,9330 + \\ &\quad + 8835,7293 + 9621,1275 + 9621,1275 + \\ &\quad + 8835,7293 + 7264,9330 + 4908,7385 + \\ &\quad + 1767,1459]. \end{aligned}$$

Es decir,

$$A_{\text{debajo de la parábola}} = 64795,3485 \text{ cm}^3.$$

¡Recuerda que el área debajo de esta parábola es, con algún grado de exactitud, el volumen de la pelota de caucho! Entonces, puedes afirmar que

$$V_{\text{pelota}} \cong 64795,3485 \text{ cm}^3.$$

Como los diez cálculos que has realizado son aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

la pelota de caucho contiene, aproximadamente, 64795,348 centímetros cúbicos de aire.

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes estar seguro de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás asegurar las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} A_n = 5 & \left[\frac{0 + (50\pi(5) - \pi 5^2)}{2} + \right. \\ & + \frac{(50\pi(5) - \pi 5^2) + (50\pi(10) - \pi 10^2)}{2} + \\ & + \frac{(50\pi(10) - \pi 10^2) + (50\pi(15) - \pi 15^2)}{2} + \\ & + \frac{(50\pi(15) - \pi 15^2) + (50\pi(20) - \pi 20^2)}{2} + \\ & + \frac{(50\pi(20) - \pi 20^2) + (50\pi(25) - \pi 25^2)}{2} + \\ & + \frac{(50\pi(25) - \pi 25^2) + (50\pi(30) - \pi 30^2)}{2} + \\ & + \frac{(50\pi(30) - \pi 30^2) + (50\pi(35) - \pi 35^2)}{2} + \\ & + \frac{(50\pi(35) - \pi 35^2) + (50\pi(40) - \pi 40^2)}{2} + \\ & + \frac{(50\pi(40) - \pi 40^2) + (50\pi(45) - \pi 45^2)}{2} + \\ & \left. + \frac{(50\pi(45) - \pi 45^2) + (50\pi(50) - \pi 50^2)}{2} \right]. \end{aligned}$$

Simplifica, extrae el factor común $\frac{1}{2}$, y realiza las operaciones. Tu expresión quedará de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} A_n = 2,5 & \left[2(50\pi(5) - \pi 5^2) + 2(50\pi(10) - \pi 10^2) + \right. \\ & + 2(50\pi(15) - \pi 15^2) + 2(50\pi(20) - \pi 20^2) + \\ & + 2(50\pi(25) - \pi 25^2) + 2(50\pi(30) - \pi 30^2) + \\ & + 2(50\pi(35) - \pi 35^2) + 2(50\pi(40) - \pi 40^2) + \\ & \left. + 2(50\pi(45) - \pi 45^2) + (50\pi(50) - \pi 50^2) \right]. \end{aligned}$$

También puedes escribirla como

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 2,5 \left[2 \cdot \sum_{n=1}^9 (50\pi \cdot (5n) - \pi(5n)^2) \right].$$

Si aplicas la propiedad distributiva del producto respecto a la suma, se producirá:

$$\sum_{n=1}^{10} A_n = 5 \cdot \sum_{n=1}^9 [50\pi \cdot (5n) - \pi(5n)^2].$$

¡Ésta es la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,50]$, obtendrás un mayor número de trapecios, y, por lo tanto, te acercarás más al área de la pelota de caucho. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de trapecios con una altura de $0,5$ cm cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$\sum_{n=1}^{100} A_n = 0,5 \cdot \sum_{n=1}^{99} [50\pi \cdot (0,5n) - \pi(0,5n)^2].$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores:

| n | Término |
|-----|-----------|
| 1 | 77,75442 |
| 2 | 153,93804 |
| 3 | 228,55087 |
| 4 | 301,59289 |
| 5 | 373,06413 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 373,06413 |
| 96 | 301,59289 |

| | |
|-----------|--------------|
| 97 | 228,55087 |
| 98 | 153,93804 |
| 99 | 77,75442 |
| Sumatoria | 130886,60393 |
| ·0,5 | 65443,30197 |
| Área | 65443,30197 |

Anota el resultado:

la pelota de caucho contiene aproximadamente 65443,3019 centímetros cúbicos de aire.

Compara esta respuesta con la anterior: $64795,348 \text{ cm}^3$. Como puedes ver, coincide una cifra de la parte entera, 6. Puedes estar seguro: ¡el verdadero volumen de la pelota de caucho es de 6.....,.... cm^3 ! ¡Te has aproximado a la meta! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 trapecios de altura 0,05 centímetros. ¡Aplica la regla!

$$\sum_{n=1}^{1000} A_n = 0,05 \sum_{n=1}^{999} [50\pi \cdot (0,05n) - \pi(0,05n)^2].$$

Realizando los cálculos, se producen los siguientes valores:

| n | Término |
|---|----------|
| 1 | 7,84613 |
| 2 | 15,67655 |
| 3 | 23,49126 |
| 4 | 31,29026 |

| | |
|--------------|---------------|
| 5 | 39,07356 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 39,07356 |
| 996 | 31,29026 |
| 997 | 23,49126 |
| 998 | 15,67655 |
| 999 | 7,84613 |
| Sumatoria | 1308995,63000 |
| $\cdot 0,05$ | 65449,78150 |
| Área | 65449,78150 |

Anota tu respuesta:

el volumen aproximado de la pelota de caucho es de 65449,7815 centímetros cúbicos de aire.

Compara esta respuesta con la anterior: $65443,3019 \text{ cm}^3$. Como puedes ver, coinciden las cuatro primeras cifras de la parte entera, 6544. Puedes estar seguro: ¡el volumen de la pelota de caucho es $6544, \dots \text{cm}^3$! (Por ti mismo puedes calcular la última cifra de la parte entera. Si no te equivocas, obtendrás que el volumen de la pelota es de $65449, \dots \text{cm}^3$). ¡Felicitaciones! Has logrado encontrar una buena aproximación del volumen de la pelota de caucho, a la vez que has descubierto un método para calcular el volumen de cualquier esfera.

¡La regla de los trapecios funcionó brillantemente al calcular cuánto aire contiene la pelota de caucho!, ¿verdad?.

GUIA METODOLÓGICA 7

TEMA: La pelota de caucho.

OBJETIVO: Calcular el volumen de una esfera, aplicando la regla de los trapecios.

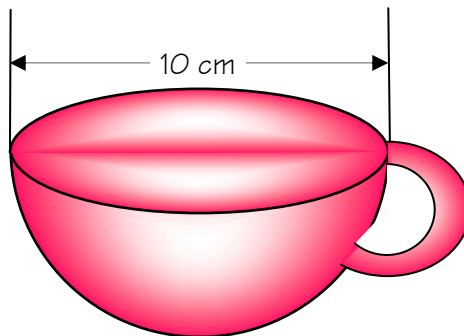
| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> Prerrequisitos Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> Análisis crítico Modelización matemática Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

*Entre todas las curvas más perfectas, el círculo
es el que tiene el trazado más simple.
Pitágoras*

UNIDAD 8

La taza de té

Estás tomando té de una taza de 10 cm de diámetro. ¿Sabes cuánto mide su borde?



Para calcular la longitud del borde de la taza (que es una circunferencia), ubica a este en un sistema de referencia cartesiano. Haz coincidir el centro de la circunferencia con el origen de coordenadas. No te olvides que la ecuación de una circunferencia, con centro en el origen y radio r , tiene la siguiente expresión matemática:

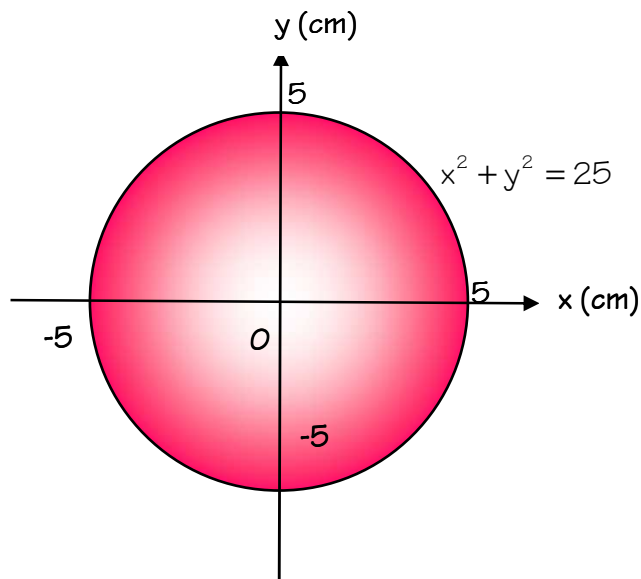
$$x^2 + y^2 = r^2.$$

Para el caso del borde de la taza tienes que $r = 5$, y, por lo tanto, su ecuación es la siguiente:

$$x^2 + y^2 = 5^2.$$

Esto equivale a expresarla como

$$x^2 + y^2 = 25.$$



Como puedes ver, el borde consta de cuatro partes idénticas (cada una ubicada en un cuadrante), así que basta que calcules la longitud de una de ellas. Por ejemplo, puede ser las del primer cuadrante. ¿Cómo lo harías? ¡Vamos a utilizar el método de rectificación!

Para calcular el valor aproximado de la longitud del borde, despeja la variable y de la ecuación de la circunferencia. Obtendrás la función que describe a la curva:

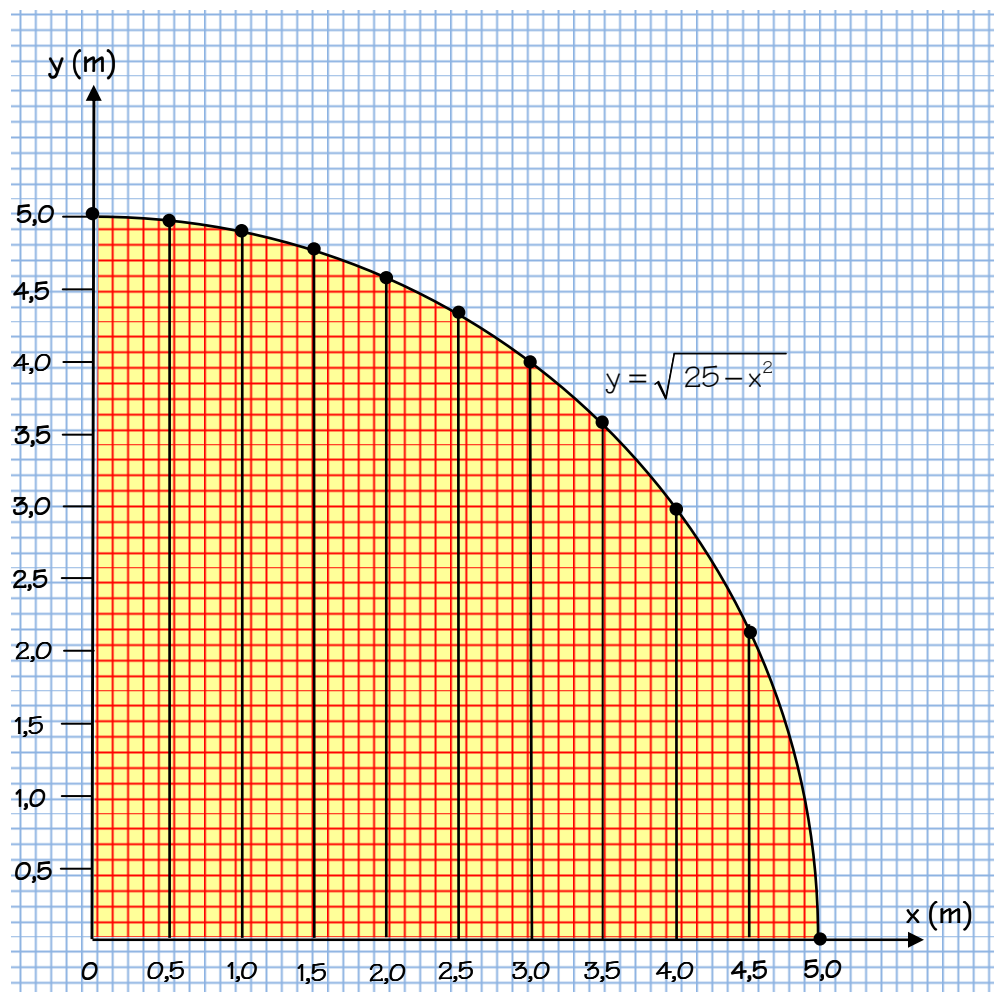
$$y = \sqrt{25 - x^2} . \quad (*)$$

¡Tienes la ventaja de conocer la función! Ésta te permitirá conocer cada uno de los valores de y . Si divides el intervalo $[0,5]$ en 10 partes iguales y realizas los cálculos, obtendrás los siguientes resultados:

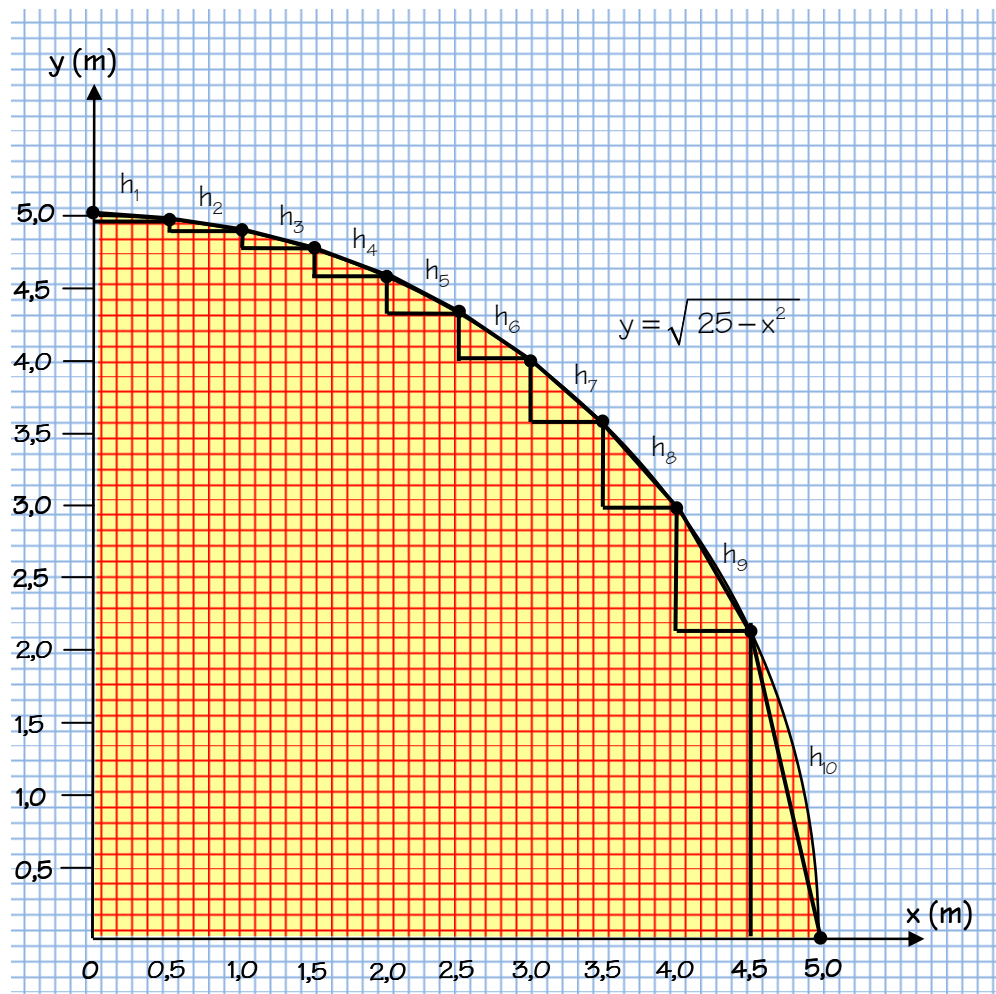
| x | y | Valor aproximado de y |
|-----|-------------------------|-----------------------|
| 0 | $y = \sqrt{25 - 0^2}$ | 5 |
| 0,5 | $y = \sqrt{25 - 0,5^2}$ | 4,9749 |

| | | |
|-----|-------------------------|--------|
| 1,0 | $y = \sqrt{25 - 1^2}$ | 4,8990 |
| 1,5 | $y = \sqrt{25 - 1,5^2}$ | 4,7697 |
| 2,0 | $y = \sqrt{25 - 2^2}$ | 4,5826 |
| 2,5 | $y = \sqrt{25 - 2,5^2}$ | 4,3301 |
| 3,0 | $y = \sqrt{25 - 3^2}$ | 4,0000 |
| 3,5 | $y = \sqrt{25 - 3,5^2}$ | 3,5707 |
| 4,0 | $y = \sqrt{25 - 4^2}$ | 3,0000 |
| 4,5 | $y = \sqrt{25 - 4,5^2}$ | 2,1794 |
| 5 | $y = \sqrt{25 - 5^2}$ | 0 |

Si realizas un acercamiento, verás la función graficada:



Ahora debes formar triángulos rectángulos, trazando segmentos horizontales y verticales. Así:



¡Tan solo tienes que calcular cada una de las diez hipotenusas: $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{10}$!

¿Conoces la longitud de cada uno de los catetos horizontales? Sí, y es igual a 0,5 metros. Lo que no conoces son los valores de los catetos verticales de cada uno de los triángulos rectángulos que formaste. Estas longitudes las encontrarás realizando la diferencia entre los valores verticales de la función y . Si llamas $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{10}$ a los 10 catetos verticales, podrás escribir:

$$l_1 = \sqrt{25 - 0^2} - \sqrt{25 - 0,5^2} \cong 0,02506 \text{ cm,}$$

$$l_2 = \sqrt{25 - 0,5^2} - \sqrt{25 - 1^2} \cong 0,07596 \text{ cm},$$

$$l_3 = \sqrt{25 - 1^2} - \sqrt{25 - 1,5^2} \cong 0,12928 \text{ cm},$$

$$l_4 = \sqrt{25 - 1,5^2} - \sqrt{25 - 2^2} \cong 0,18712 \text{ cm},$$

$$l_5 = \sqrt{25 - 2^2} - \sqrt{25 - 2,5^2} \cong 0,25245 \text{ cm},$$

$$l_6 = \sqrt{25 - 2,5^2} - \sqrt{25 - 3^2} \cong 0,33013 \text{ cm},$$

$$l_7 = \sqrt{25 - 3^2} - \sqrt{25 - 3,5^2} \cong 0,42929 \text{ cm},$$

$$l_8 = \sqrt{25 - 3,5^2} - \sqrt{25 - 4^2} \cong 0,57071 \text{ cm},$$

$$l_9 = \sqrt{25 - 4^2} - \sqrt{25 - 4,5^2} \cong 0,82055 \text{ cm},$$

$$l_{10} = \sqrt{25 - 4,5^2} - \sqrt{25 - 5^2} \cong 0,17945 \text{ cm}.$$

Utilizando estos resultados, ¡calcula la longitud de la hipotenusa de cada triángulo rectángulo, aplicando el teorema de Pitágoras!

$$h_1 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 0^2} - \sqrt{25 - 0,5^2})^2} \cong 0,50063 \text{ cm},$$

$$h_2 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 0,5^2} - \sqrt{25 - 1^2})^2} \cong 0,50574 \text{ cm},$$

$$h_3 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 1^2} - \sqrt{25 - 1,5^2})^2} \cong 0,51644 \text{ cm},$$

$$h_4 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 1,5^2} - \sqrt{25 - 2^2})^2} \cong 0,53387 \text{ cm},$$

$$h_5 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 2^2} - \sqrt{25 - 2,5^2})^2} \cong 0,56012 \text{ cm},$$

$$h_6 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 2,5^2} - \sqrt{25 - 3^2})^2} \cong 0,59915 \text{ cm},$$

$$h_7 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 3^2} - \sqrt{25 - 3,5^2})^2} \cong 0,55900 \text{ cm},$$

$$h_8 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 3,5^2} - \sqrt{25 - 4^2})^2} \cong 0,55876 \text{ cm},$$

$$h_9 = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 4^2} - \sqrt{25 - 4,5^2})^2} \cong 0,96089 \text{ cm},$$

$$h_{10} = \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25 - 4,5^2} - \sqrt{25 - 5^2})^2} \cong 2,23607 \text{ cm}.$$

Si realizas la suma de todas las hipotenusas, y la multiplicas por 4, obtendrás el valor aproximado del borde de la taza:

$$L_{\text{borde de la taza}} \cong 4 \cdot [0,50063 + 0,50574 + 0,51644 + 0,53387 + \\ + 0,56012 + 0,59915 + 0,55900 + 0,55876 + \\ + 0,96089 + 2,23607].$$

Es decir,

$$L_{\text{borde de la taza}} = 31,32265 \text{ cm}.$$

Como los diez cálculos son aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

la longitud del borde de la taza mide aproximadamente
31,3226 centímetros.

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes asegurar la exactitud de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás determinar con precisión las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\sum_{n=1}^{10} h_n = \left[\sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-0^2} - \sqrt{25-0,5^2})^2} + \right. \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-0,5^2} - \sqrt{25-1^2})^2} + \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-1^2} - \sqrt{25-1,5^2})^2} + \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-1,5^2} - \sqrt{25-2^2})^2} + \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-2^2} - \sqrt{25-2,5^2})^2} + \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-2,5^2} - \sqrt{25-3^2})^2} + \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-3^2} - \sqrt{25-3,5^2})^2} + \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-3,5^2} - \sqrt{25-4^2})^2} + \\
+ \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-4^2} - \sqrt{25-4,5^2})^2} + \\
\left. + \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-4,5^2} - \sqrt{25-5^2})^2} \right].$$

Esta suma representa la cuarta parte de la longitud de la circunferencia. ¡Multiplícala por 4! Entonces, obtendrás lo siguiente:

$$L_{\text{borde}} \cong 4 \cdot \sum_{n=0}^9 \sqrt{0,5^2 + (\sqrt{25-(0,5n)^2} - \sqrt{25-(0,5(n+1))^2})^2}.$$

¡Esta es casi la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa para el borde de la taza? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,5]$, obtendrás un mayor número de rectas, y, por lo tanto, te acercará más a la meta. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de triángulos con una altura de 0,05 centímetros cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$L_{\text{borde}} \cong 4 \cdot \sum_{n=0}^{99} \sqrt{0,05^2 + (\sqrt{25 - (0,05n)^2} - \sqrt{25 - (0,05(n+1))^2})^2}.$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores aproximados:

| n | Término |
|-----------|----------|
| 0 | 0,05000 |
| 1 | 0,05001 |
| 2 | 0,05002 |
| 3 | 0,05003 |
| 4 | 0,05005 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 0,16882 |
| 96 | 0,19113 |
| 97 | 0,22613 |
| 98 | 0,29393 |
| 99 | 0,70711 |
| Sumatoria | 7,85325 |
| · 4 | 31,41299 |
| Área | 31,41299 |

Anota el resultado:

la longitud del borde de la taza mide aproximadamente
31,4129 centímetros.

Compara esta respuesta con la anterior: 31,3226 cm. Como puedes ver, coincide la parte entera, 31. Puedes estar seguro: ¡la verdadera longitud del borde de la taza es 31,... cm! ¡Te has aproximado más a tu objetivo! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 triángulos con longitud de los catetos horizontales igual a 0,005 centímetros. ¡Aplica la regla!

$$L_{\text{borde}} \cong 4 \cdot \sum_{n=0}^{999} \sqrt{0,005^2 + (\sqrt{25 - (0,005n)^2} - \sqrt{25 - (0,005(n+1))^2})^2}.$$

Realizando los cálculos, se producirán los siguientes valores aproximados:

| n | Término |
|-----------|----------|
| 0 | 0,00500 |
| 1 | 0,00500 |
| 2 | 0,00500 |
| 3 | 0,00500 |
| 4 | 0,00500 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 0,05285 |
| 996 | 0,05997 |
| 997 | 0,07111 |
| 998 | 0,09265 |
| 999 | 0,22361 |
| Sumatoria | 7,85396 |
| ·4 | 31,41583 |
| Área | 31,41583 |

Anota tu respuesta:

la longitud del borde de la taza mide aproximadamente 31,4158 centímetros.

Compara esta respuesta con la anterior: 31,4129 cm. Como puedes ver, coincide la parte entera 31, y las dos primeras cifras de la parte decimal, 41. Puedes estar seguro: ¡la verdadera longitud del borde de la taza es 31,41... cm! ¡Te has aproximado más a tu objetivo! ¡Felicitaciones! Has encontrado una buena aproximación de la longitud del borde de la taza, y, además, has descubierto un método para calcular la longitud de cualquier circunferencia.

Éste es el método de rectificación, y te ayudó a resolver el problema brillantemente, ¿verdad?

GUIA METODOLÓGICA 8

TEMA: La taza de té.

OBJETIVO: Conocer y calcular la longitud de una circunferencia, aplicando el método de Rectificación.

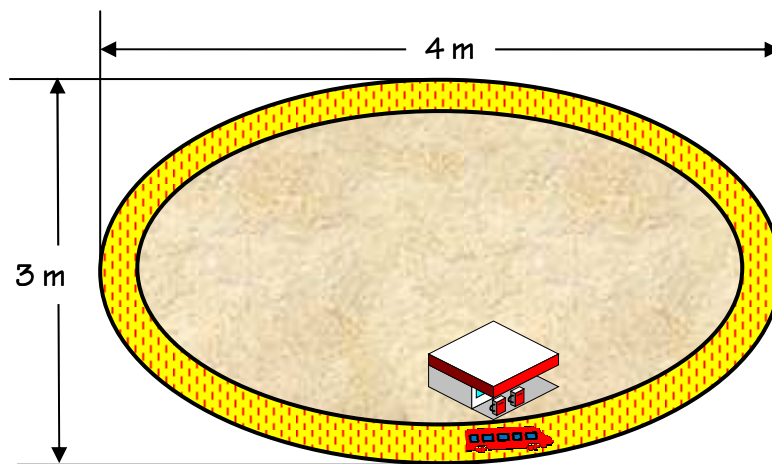
| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

*Toda investigación científica que no se inicia con
la Matemática es imperfecta en su base.
Augusto Comte*

UNIDAD 9

El trencito

Un ferrocarril de juguete tiene la forma de una elipse, cuyos ejes miden 4 m y 3 m. Un trencito sale de la estación. ¿Cuántos metros recorre hasta volver a ella?



Para calcular los metros que recorre el trencito, debes calcular la longitud de la pista de ferrocarril (que es una elipse). ¡Ubica a este en un sistema de referencia cartesiano! Haz coincidir el centro de la elipse con el origen de coordenadas. No te olvides que la ecuación de una elipse con centro en el origen, cuyo semieje horizontal mide a unidades y cuyo semieje vertical mide b unidades, se escribe de la siguiente manera:

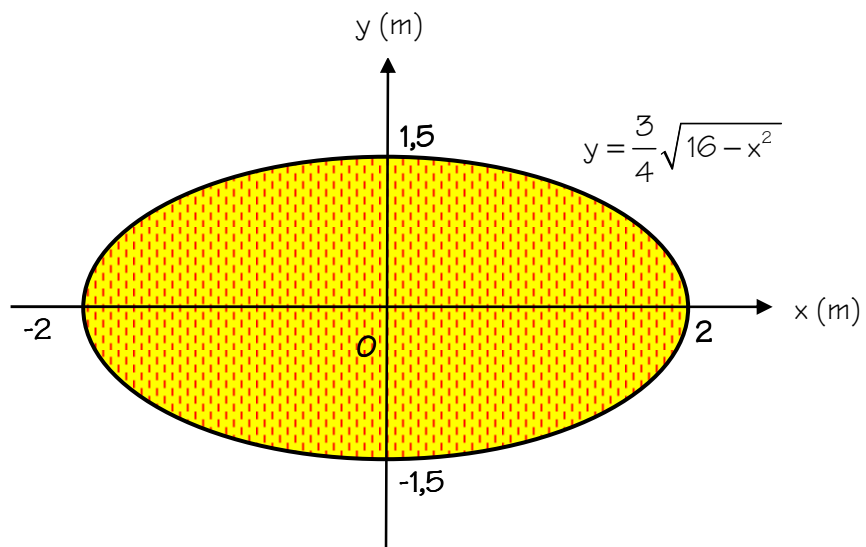
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Para el caso del ferrocarril de juguete sabes que $a = 4$ y $b = 3$. Por lo tanto, su ecuación es la siguiente:

$$\frac{x^2}{4^2} + \frac{y^2}{3^2} = 1.$$

Esto equivale a expresarla como

$$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1.$$



Como puedes ver, la pista consta de cuatro partes idénticas, así que basta que calcules la longitud de una de ellas. Por ejemplo, de la que está en el primer cuadrante. ¿Cómo lo harías? ¡Vamos a utilizar el método de rectificación!

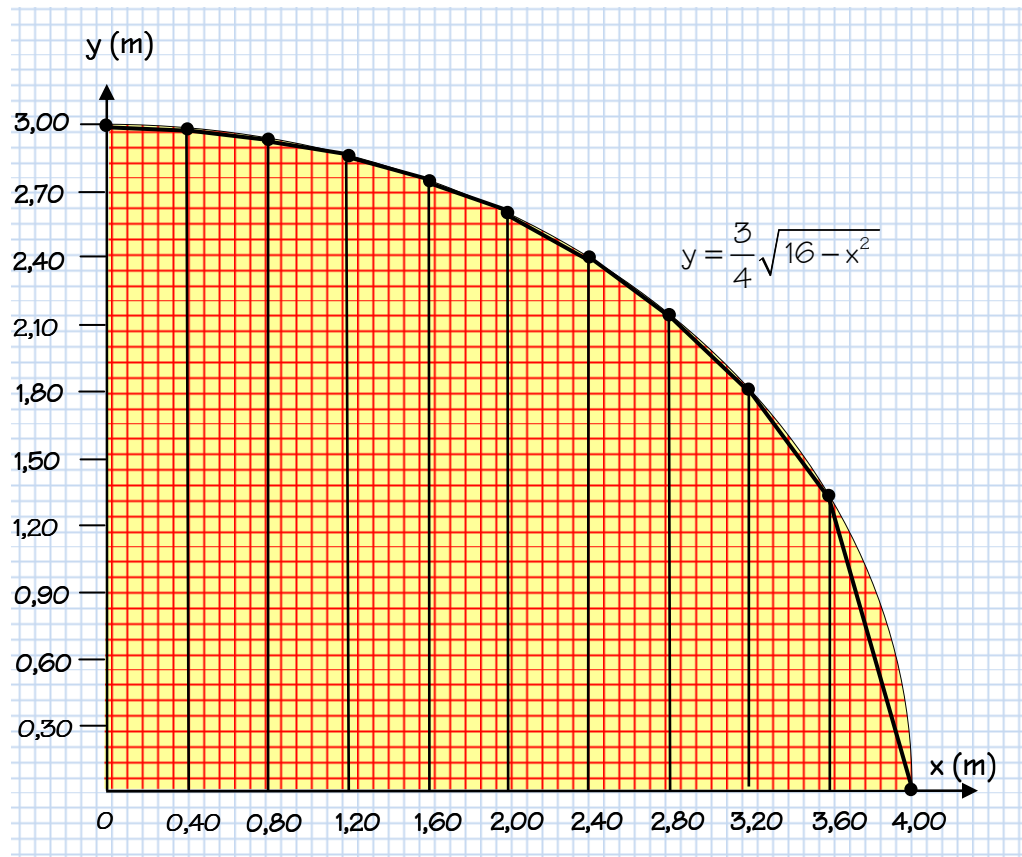
Para calcular el valor aproximado de la longitud del recorrido del trencito, divide el segmento, comprendido entre 0 y 4 metros, en 10 partes iguales. Si de la ecuación de la elipse despejas la variable y , obtendrás la función que describe a la curva, comprendida en el primer cuadrante:

$$y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - x^2}. \quad (*)$$

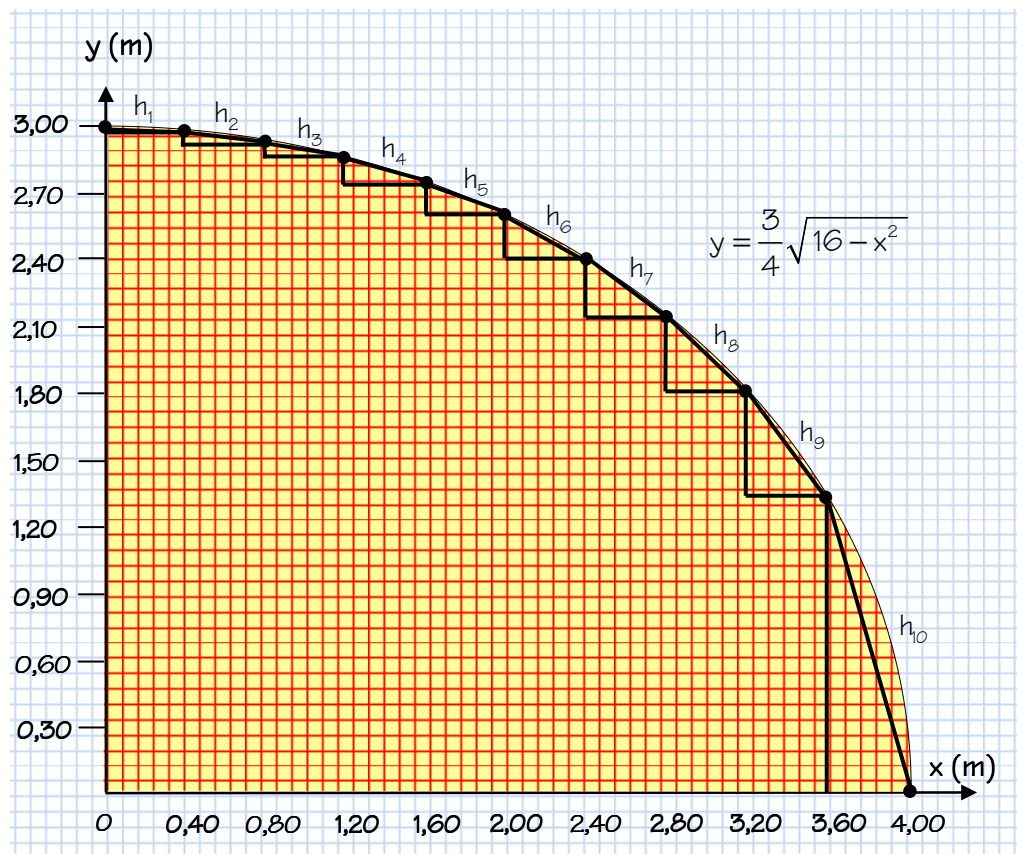
¡Tienes la ventaja de conocer la función! Ésta te permitirá conocer cada uno de los valores de y . Si realizas los cálculos, obtendrás los siguientes resultados:

| x | y | Valor aproximado de y |
|------|--------------------------------------|-----------------------|
| 0 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 0^2}$ | 0,01504 |
| 0,40 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 0,40^2}$ | 0,04557 |
| 0,80 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 0,80^2}$ | 0,07757 |
| 1,20 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 1,20^2}$ | 0,11227 |
| 1,60 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 1,60^2}$ | 0,15147 |
| 2,00 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 2,0^2}$ | 0,19808 |
| 2,40 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 2,40^2}$ | 0,25757 |
| 2,80 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 2,80^2}$ | 0,34243 |
| 3,20 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 3,20^2}$ | 0,49233 |
| 3,60 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 3,60^2}$ | 1,30767 |
| 4,00 | $y = \frac{3}{4} \sqrt{16 - 4,0^2}$ | 0,00000 |

Si realizas un acercamiento, verás la función graficada:



Ahora debes formar triángulos rectángulos, trazando segmentos horizontales y verticales. De este modo:



¡Tan solo tienes que calcular cada una de las diez hipotenusas: $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{10}$!

¿Conoces la longitud de cada uno de los catetos horizontales? Sí, y es igual a 0,4 metros. Lo que no conoces son los valores de los catetos verticales de cada uno de los triángulos rectángulos que formaste. Esta longitud la encontrarás realizando la diferencia entre los valores verticales de la función y . Si llamas $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{10}$ a los 10 catetos verticales, podrás escribir:

$$l_1 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 0^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 0,40^2} \cong 0,01504 \text{ m,}$$

$$l_2 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 0,40^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 0,80^2} \cong 0,04557 \text{ m,}$$

$$l_3 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 0,80^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 1,20^2} \cong 0,07757 \text{ m,}$$

$$l_4 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 1,20^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 1,60^2} \cong 0,11227 \text{ m,}$$

$$l_5 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 1,60^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 2,0^2} \cong 0,15147 \text{ m,}$$

$$l_6 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 2,0^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 2,40^2} \cong 0,19808 \text{ m,}$$

$$l_7 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 2,40^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 2,80^2} \cong 0,25757 \text{ m,}$$

$$l_8 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 2,80^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 3,20^2} \cong 0,34243 \text{ m,}$$

$$l_9 = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 3,20^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 3,60^2} \cong 0,49233 \text{ m,}$$

$$l_{10} = \frac{3}{4}\sqrt{16 - 3,60^2} - \frac{3}{4}\sqrt{16 - 4,0^2} \cong 1,30767 \text{ m.}$$

Utilizando estos resultados, ¡calcula la longitud de la hipotenusa de cada triángulo rectángulo, aplicando el teorema de Pitágoras!

$$h_1 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 0^2} - \sqrt{16 - 0,40^2})^2} \cong 0,40028 \text{ m,}$$

$$h_2 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 0,40^2} - \sqrt{16 - 0,80^2})^2} \cong 0,40259 \text{ m,}$$

$$h_3 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 0,80^2} - \sqrt{16 - 1,20^2})^2} \cong 0,40745 \text{ m,}$$

$$h_4 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 1,20^2} - \sqrt{16 - 1,60^2})^2} \cong 0,41546 \text{ m,}$$

$$h_5 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 1,60^2} - \sqrt{16 - 2,0^2})^2} \cong 0,42772 \text{ m,}$$

$$h_6 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 2,0^2} - \sqrt{16 - 2,40^2})^2} \cong 0,44636 \text{ m,}$$

$$h_7 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 2,40^2} - \sqrt{16 - 2,80^2})^2} \cong 0,47576 \text{ m,}$$

$$h_8 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 2,80^2} - \sqrt{16 - 3,20^2})^2} \cong 0,52655 \text{ m,}$$

$$h_9 = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 3,20^2} - \sqrt{16 - 3,60^2})^2} \cong 0,63434 \text{ m,}$$

$$h_{10} = \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16 - 3,60^2} - \sqrt{16 - 4,0^2})^2} \cong 1,36748 \text{ m.}$$

Si realizas la suma de todas las hipotenusas, y la multiplicas por 4, obtendrás el valor aproximado de la longitud de la pista:

$$L_{\text{pista}} \cong 4 \cdot [0,40028 + 0,40259 + 0,40745 + 0,41546 + \\ + 0,42772 + 0,44636 + 0,47576 + 0,52655 + \\ + 0,63434 + 1,36748].$$

Es decir,

$$L_{\text{pista}} = 22,01593 \text{ m.}$$

Como los diez cálculos son aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra.

Anota tu respuesta:

la longitud que recorre el trencito mide, aproximadamente,
22,0159 metros.

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes asegurar la exactitud de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás determinar con precisión las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\sum_{n=1}^{10} h_n = \left[\sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-0^2} - \sqrt{16-0,40^2})^2} + \right. \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-0,40^2} - \sqrt{16-0,80^2})^2} + \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-0,80^2} - \sqrt{16-1,20^2})^2} + \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-1,20^2} - \sqrt{16-1,60^2})^2} + \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-1,60^2} - \sqrt{16-2,0^2})^2} + \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-2,0^2} - \sqrt{16-2,40^2})^2} + \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-2,40^2} - \sqrt{16-2,80^2})^2} + \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-2,80^2} - \sqrt{16-3,20^2})^2} + \\ + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-3,20^2} - \sqrt{16-3,60^2})^2} + \\ \left. + \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right)(\sqrt{16-3,60^2} - \sqrt{16-4,0^2})^2} \right].$$

Esta suma representa la cuarta parte de la longitud de la elipse. ¡Multiplícala por 4!
Entonces, obtendrás lo siguiente:

$$L_{\text{pieta}} \cong 4 \cdot \sum_{n=0}^9 \sqrt{0,4^2 + \left(\frac{9}{16}\right) \left(\sqrt{16 - (0,4n)^2} - \sqrt{16 - (0,4(n+1))^2} \right)^2}.$$

¡Ésta es la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa para calcular la longitud de la elipse? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,4]$, obtendrás un mayor número de rectas, y, por lo tanto, te acercarán más a la meta. ¡Ánimate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de triángulos con una altura de 0,04 centímetros cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$L_{\text{pieta}} \cong 4 \cdot \sum_{n=0}^{99} \sqrt{0,04^2 + \left(\sqrt{16 - (0,04n)^2} - \sqrt{16 - (0,04(n+1))^2} \right)^2}.$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores aproximados:

| n | Término |
|-----|---------|
| 0 | 0,04000 |
| 1 | 0,04000 |
| 2 | 0,04001 |
| 3 | 0,04001 |
| 4 | 0,04002 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 0,10469 |
| 96 | 0,11769 |
| 97 | 0,13824 |

| | |
|-----------|----------|
| 98 | 0,17833 |
| 99 | 0,42509 |
| Sumatoria | 5,52512 |
| ·4 | 22,10047 |
| Área | 22,10047 |

Anota el resultado:

la longitud que recorre el trencito, mide aproximadamente 22,1004 metros.

Compara esta respuesta con la anterior: 22,0159 m. Como puedes ver, coincide la parte entera 22. Puedes estar seguro: ¡la verdadera longitud de la elipse es 22,... m! ¡Te has aproximado más a tu objetivo! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 triángulos con longitud de los catetos horizontales igual a 0,004 centímetros. ¡Aplica la regla!

$$L_{\text{pista}} \cong 4 \cdot \sum_{n=0}^{999} \sqrt{0,004^2 + (\sqrt{16 - (0,004n)^2} - \sqrt{16 - (0,004(n+1))^2})^2}.$$

Realizando los cálculos, se producirán los siguientes valores aproximados:

| n | Término |
|---|---------|
| 0 | 0,00400 |
| 1 | 0,00400 |
| 2 | 0,00400 |
| 3 | 0,00400 |
| 4 | 0,00400 |

| | |
|-----------|----------|
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 995 | 0,03182 |
| 996 | 0,03608 |
| 997 | 0,04275 |
| 998 | 0,05566 |
| 999 | 0,13419 |
| Sumatoria | 5,52585 |
| ·4 | 22,10339 |
| Área | 22,10339 |

Anota tu respuesta:

la longitud que recorre el trencito mide, aproximadamente,
22,1033 metros.

Compara esta respuesta con la anterior: 22,1004 m. Como puedes ver, coincide la parte entera 22, y las dos primeras cifras de la parte decimal, 10. Puedes estar seguro: ¡la verdadera longitud de la elipse es 22,10... metros!, es decir, 22 m con 10 cm. ¡Te has aproximado más a tu objetivo! ¡Felicitaciones! Has encontrado una buena aproximación de la longitud de la elipse.

El método de rectificación te ayudó a calcular la longitud de una elipse de una manera sencilla, ¿verdad?.

GUIA METODOLÓGICA 9

TEMA: El trencito.

OBJETIVO: Calcular la longitud de una elipse, utilizando el método de Rectificación.

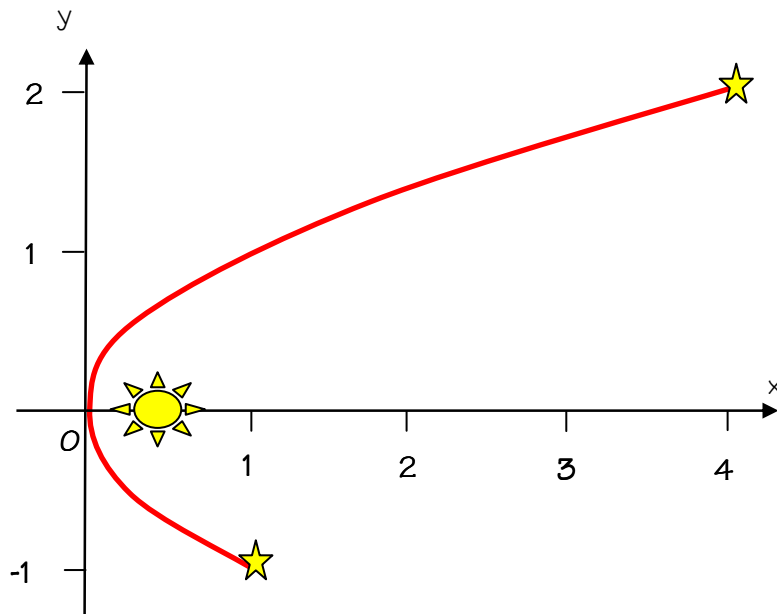
| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

*Mejor que buscar la verdad sin método es no pensar nunca en ella,
porque los estudios desordenados y las meditaciones oscuras
turban las luces naturales de la razón y ciegan la inteligencia.
Descartes*

UNIDAD 10

El cometa parabólico

Un cometa sigue una trayectoria parabólica $y^2 = x$ alrededor del sol. Hoy se desplazó desde el punto (4 millas, 2 millas) hasta el punto (1 milla, -1 milla). ¿Puedes decir cuántas millas ha recorrido?



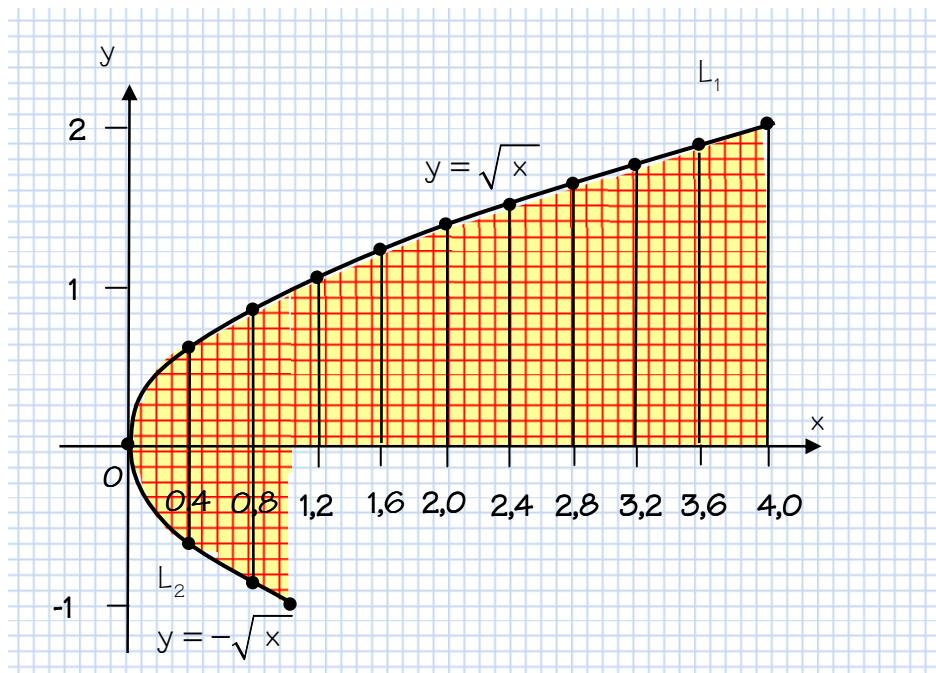
Para calcular las millas que recorre el cometa, debes calcular la longitud de la trayectoria parabólica. Ubica a esta en un sistema de referencia cartesiano. Si de la ecuación de la parábola despejas la variable y , obtendrás la función que describe a la curva:

$$y = \pm\sqrt{x}. \quad (*)$$

¡Tienes la ventaja de conocer la función! Ésta te permitirá conocer cada uno de los valores de y . Dedícate por el momento a calcular L_{11} , que representa la longitud de la trayectoria del cometa, que se encuentra ubicada en el primer cuadrante. Si divides el intervalo $[0,4]$ en 10 partes iguales y realizas los cálculos, obtendrás los siguientes resultados:

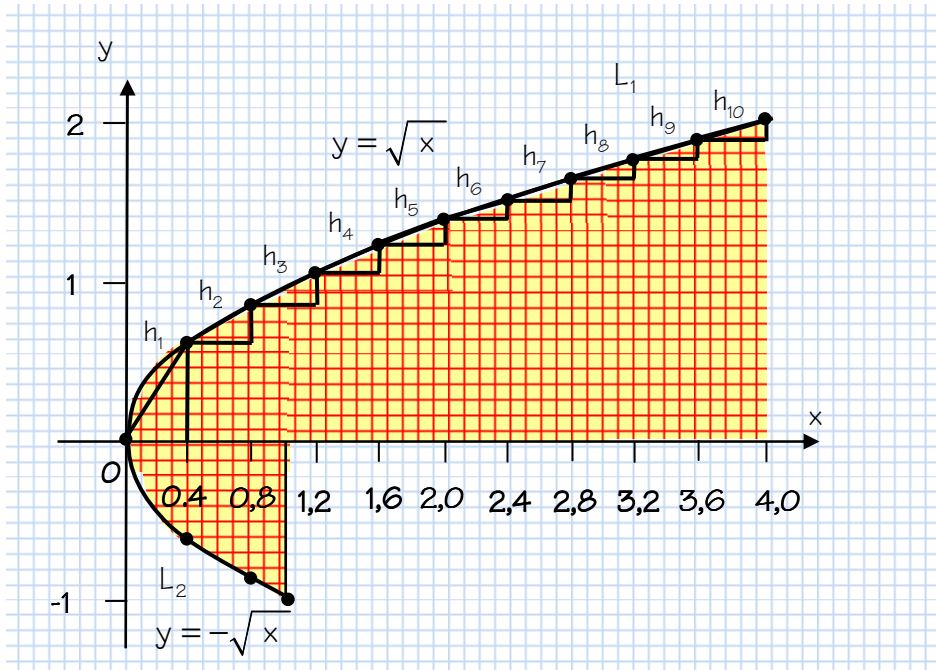
| x | y | Valor aproximado de y |
|-----|------------------|-----------------------|
| 0 | $y = \sqrt{0}$ | 0 |
| 0,4 | $y = \sqrt{0,4}$ | 0,63246 |
| 0,8 | $y = \sqrt{0,8}$ | 0,89443 |
| 1,2 | $y = \sqrt{1,2}$ | 1,09545 |
| 1,6 | $y = \sqrt{1,6}$ | 1,26491 |
| 2,0 | $y = \sqrt{2,0}$ | 1,41421 |
| 2,4 | $y = \sqrt{2,4}$ | 1,54919 |
| 2,8 | $y = \sqrt{2,8}$ | 1,67332 |
| 3,2 | $y = \sqrt{3,2}$ | 1,78885 |
| 3,6 | $y = \sqrt{3,6}$ | 1,89737 |
| 4,0 | $y = \sqrt{4,0}$ | 2,00000 |

Si graficas la función, verás lo siguiente:



¡Utiliza el método de rectificación para calcular la longitud de la trayectoria del cometa!

Para ello forma triángulos rectángulos, trazando segmentos horizontales y verticales. Así:



Tan solo tienes que calcular cada una de las diez hipotenusas: $h_1, h_2, h_3, \dots, h_{10}$!

¿Conoces la longitud de cada uno de los catetos horizontales de los triángulos rectángulos que formaste? Sí, y es igual a 0,4 millas. Lo que no conoces son los valores de los catetos verticales. Esta longitud la encontrarás realizando la diferencia entre los valores verticales de la función y . Si llamas $l_1, l_2, l_3, \dots, l_{10}$ a los 10 catetos verticales, podrás escribir:

$$l_1 = \sqrt{0,4} - \sqrt{0} \cong 0,63246 \text{ millas},$$

$$l_2 = \sqrt{0,8} - \sqrt{0,4} \cong 0,26197 \text{ millas},$$

$$l_3 = \sqrt{1,2} - \sqrt{0,8} \cong 0,20102 \text{ millas},$$

$$l_4 = \sqrt{1,6} - \sqrt{1,2} \cong 0,16947 \text{ millas},$$

$$l_5 = \sqrt{2} - \sqrt{1,6} \cong 0,14930 \text{ millas},$$

$$l_6 = \sqrt{2,4} - \sqrt{2} \cong 0,13948 \text{ millas},$$

$$l_7 = \sqrt{2,8} - \sqrt{2,4} \cong 0,12413 \text{ millas},$$

$$l_8 = \sqrt{3,2} - \sqrt{2,8} \cong 0,11553 \text{ millas},$$

$$l_9 = \sqrt{3,6} - \sqrt{3,2} \cong 0,10851 \text{ millas},$$

$$l_{10} = \sqrt{4} - \sqrt{3,6} \cong 0,10263 \text{ millas},$$

Utilizando estos resultados, ¡calcula la longitud de la hipotenusa de cada triángulo rectángulo, aplicando el teorema de Pitágoras!

$$h_1 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{0,4})^2} \cong 0,74833 \text{ millas},$$

$$h_2 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{0,8} - \sqrt{0,4})^2} \cong 0,47815 \text{ millas,}$$

$$h_3 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{1,2} - \sqrt{0,8})^2} \cong 0,44767 \text{ millas,}$$

$$h_4 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{1,6} - \sqrt{1,2})^2} \cong 0,43442 \text{ millas,}$$

$$h_5 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{1,6})^2} \cong 0,42696 \text{ millas,}$$

$$h_6 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{2,4} - \sqrt{2})^2} \cong 0,42216 \text{ millas,}$$

$$h_7 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{2,8} - \sqrt{2,4})^2} \cong 0,41882 \text{ millas,}$$

$$h_8 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{3,2} - \sqrt{2,8})^2} \cong 0,41635 \text{ millas,}$$

$$h_9 = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{3,6} - \sqrt{3,2})^2} \cong 0,41446 \text{ millas,}$$

$$h_{10} = \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{4} - \sqrt{3,6})^2} \cong 0,41296 \text{ millas.}$$

Si realizas la suma de las hipotenusas, obtendrás el siguiente valor:

$$L_1 \cong [0,74833 + 0,47815 + 0,44767 + 0,43442 + \\ + 0,42696 + 0,42216 + 0,41882 + 0,41635 + \\ + 0,41446 + 0,41296].$$

Es decir,

$$L_1 = 4,62027 \text{ millas.}$$

Como los diez cálculos son aproximados, en el resultado puedes desechar la última cifra. Anota tu respuesta:

la longitud que recorrió el cometa en el primer cuadrante mide, aproximadamente, 4,6202 millas.

Al realizar esta división en diez intervalos, no puedes asegurar la exactitud de ninguna de las cifras obtenidas. Sin embargo, al refinar la división, podrás determinar con precisión las cifras que se vayan estabilizando.

¡Trata de extraer ahora una regla general del cálculo que acabas de hacer! El cálculo era este:

$$\begin{aligned} \sum_{n=1}^{10} h_n = & [\sqrt{0,4^2 + (\sqrt{0,4})^2} + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{0,8} - \sqrt{0,4})^2} + \\ & + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{1,2} - \sqrt{0,8})^2} + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{1,6} - \sqrt{1,2})^2} + \\ & + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{2} - \sqrt{1,6})^2} + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{2,4} - \sqrt{2})^2} + \\ & + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{2,8} - \sqrt{2,4})^2} + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{3,2} - \sqrt{2,8})^2} + \\ & + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{3,6} - \sqrt{3,2})^2} + \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{4} - \sqrt{3,6})^2}]. \end{aligned}$$

Esta suma representa la longitud de la trayectoria del cometa, correspondiente al primer cuadrante. En otras palabras,

$$L_1 \cong \sum_{n=0}^9 \sqrt{0,4^2 + (\sqrt{0,4(n+1)} - \sqrt{0,4n})^2}.$$

¡Esta es casi la regla general que has estado buscando! ¿Quisieras obtener una respuesta más precisa para calcular la longitud de la trayectoria parabólica? ¡Inténtalo! Si realizas un mayor número de divisiones al intervalo $[0,4]$, obtendrás un mayor número de rectas, y, por lo tanto, te acercará más a la meta. ¡Anímate a hacerlo para $n=100$!

Dispones de triángulos con una altura de 0,04 millas cada uno. ¡Aplica la regla general! Te quedará de la siguiente manera:

$$L_1 \cong \sum_{n=0}^{99} \sqrt{0,04^2 + (\sqrt{0,04(n+1)} - \sqrt{0,04n})^2}.$$

Realizando los cálculos, obtendrás los siguientes valores aproximados:

| n | Término |
|-----------|---------|
| 0 | 0,20396 |
| 1 | 0,09199 |
| 2 | 0,07511 |
| 3 | 0,06687 |
| 4 | 0,06188 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 95 | 0,04129 |
| 96 | 0,04128 |
| 97 | 0,04126 |
| 98 | 0,04125 |
| 99 | 0,04124 |
| Sumatoria | 4,64539 |
| Área | 4,64539 |

Anota el resultado:

la longitud que recorrió el cometa en el primer cuadrante mide, aproximadamente, 4,6441 millas.

Compara esta respuesta con la anterior: 4,6202 millas. Como puedes ver, coincide la parte entera 4 y la primera cifra decimal 6. Puedes estar seguro: ¡la verdadera longitud es 4,6... millas! ¡Te has aproximado más a tu objetivo! ¿Quieres acercarte aún más?

¡Divide el segmento en 1000 partes iguales! Significa que tienes 1000 triángulos con longitud de los catetos horizontales igual a 0,004 centímetros. ¡Aplica la regla!

$$L_1 \cong \sum_{n=0}^{999} \sqrt{0,004^2 + (\sqrt{0,004(n+1)} - \sqrt{0,004n})^2}.$$

Realizando los cálculos, se producirán los siguientes valores aproximados:

| n | Término |
|-------|---------|
| 0 | 0,06337 |
| 1 | 0,02650 |
| 2 | 0,02050 |
| 3 | 0,01741 |
| 4 | 0,01546 |
| ... | ... |
| ... | ... |
| ... | ... |
| 996 | 0,04129 |
| 997 | 0,04128 |
| 998 | 0,04126 |
| 999 | 0,04125 |
| 1000 | 0,04124 |
| Total | 4,64539 |
| Área | 4,64539 |

Anota tu respuesta:

la longitud que recorrió el cometa en el primer cuadrante mide, aproximadamente, 4,6426 millas.

Compara esta respuesta con la anterior: 4,6441 millas. Como puedes ver, coincide la parte entera 4, y las dos primeras cifras decimales, 64. Puedes estar seguro: ¡la verdadera longitud que recorre el cometa es 4,64... millas! ¡Te has aproximado más a tu objetivo!

No debes olvidar que esta longitud corresponde al intervalo comprendido entre 0 y 4 millas. Para obtener la longitud total de la trayectoria del cometa, debes calcular la longitud L_{2t} , que representa la longitud de la trayectoria del cometa, ubicada en el cuarto cuadrante. Está comprendida entre el intervalo de 0 y 1 millas. Si no te equivocas, obtendrás que mide, aproximadamente, 1,4778 millas. Para obtener la longitud total de la trayectoria del cometa, ¡suma las dos longitudes calculadas! Tendrás:

$$L_{\text{trayectoria}} \cong 4,6426 + 1,4778 \cong 6,1204 \text{ millas.}$$

¡Redondea este resultado a dos cifras decimales! Anota tu respuesta:

la longitud total que recorrió el cometa mide,
aproximadamente, 6,12 millas.

¡Felicitaciones! Has encontrado una buena aproximación de la trayectoria que recorrió el cometa.

El método de rectificación te ayudó a calcular la longitud de una parábola de una manera elegante y sencilla, ¿verdad?.

GUIA METODOLÓGICA 10

TEMA: El cometa parabólico.

OBJETIVO: Calcular la longitud de una parábola, aplicando el método de Rectificación.

| ÁMBITO | ENCUENTRO | ACTIVIDAD | ESTRATEGIAS METODOLOGÍA | RESPONSABLES | RECURSOS | LOGROS |
|---------------|-------------|--|--|-----------------------|--|--|
| COGNITIVO | 1 | Introducción a la unidad | Lectura de motivación | Estudiantes y Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes motivados |
| | | Desarrollo teórico <ul style="list-style-type: none"> • Prerrequisitos • Fundamentación teórica del tema | Clase magistral activa | Docente | Bibliografía de diversos autores Talento humano | Estudiantes con conocimientos teóricos sobre el tema. (comprensión de conceptos) |
| | 2 | Resolución de ejercicios | Grupos de aprendizaje cooperativo | Estudiantes y docente | Insumos escritos sobre el tema. Talento humano | Estudiantes con conocimientos técnicos, capaces de resolver de cuestionarios. |
| PROCEDIMENTAL | 3 | Aplicación del conocimiento sobre el tema en la resolución de problemas de la vida real. | Problemas presentados a base de historias o cuentos. | Docente | Texto digital Talento humano | Estudiantes con capacidad de realizar: <ul style="list-style-type: none"> • Análisis crítico • Modelización matemática • Interpretación de resultados obtenidos. |
| | 4 | | | | | |
| ACTITUDINAL | 1-2-3-4-5-6 | Generar positivamente proyectos donde se aplique los conocimientos adquiridos | Grupos de trabajo cooperativo. | Docente y estudiantes | Material didáctico concreto Talento humano Recursos económicos | Estudiantes con actitud positiva frente a la resolución de ejercicios y problemas, convencidos de lograr aprendizajes significativos aplicables a la vida cotidiana. |

6.9. Modelo Operativo:

A continuación se presenta el modelo operativo en el cual encontramos todas las actividades que se cumplirán para la implementación del uso del texto digital de Cálculo Numérico de áreas, volúmenes y longitud de curvas.

6.9.1. Plan De Acción

Cuadro 24

| FASES | LÍNEAS DE ACCIÓN | METAS | ACTIVIDAD | RECURSOS | RESPONSABLES | TIEMPO | INDICADOR |
|---------|---|---|-----------------------------|--|--------------|----------------|---|
| INICIAL | Socialización de los resultados de la investigación a las autoridades de la Universidad Salesiana y la Politécnica. | El 100% de las autoridades institucionales conocen los resultados de la investigación. | Reunión con las autoridades | Rector, Vicerrector, jefe de área, investigador. Computador, proyector. | Investigador | Abril del 2010 | Resultados de la investigación presentados. |
| | Presentación de la propuesta al Padre Rector, Vicerrector Nacional, Vicerrectores de Sede, Jefe del área de Ciencias Exactas. | El 100% de los participantes conocen la propuesta. El 100% de las autoridades dan el aval para la utilización del Texto digital con los estudiantes de la UPS. | Exposición magistral. | Rector, Vicerrectores, jefe del área de Ciencias Exactas, investigador. Computador, proyector, Texto digital sobre Integral Definida. | Autor | | Texto digital presentado. Texto digital cuenta con el aval de las autoridades. |

| | | | | | | | |
|-------------------|---|--|--|---|------------------------------|-------|---|
| INTERMEDIA | Presentación del Texto digital a los docentes de la Universidad Politécnica Salesiana. | El 100% de docentes de la UPS conocen la propuesta. | Panel | Expertos en el tema, docentes de la UPS. Texto digital Computador, proyector. | Autor | Mayo | Propuesta presentada y tratada en público. |
| | Capacitación a los y las docentes del área de Ciencias Exactas para la utilización del Texto digital. | 100% de docentes capacitados en el conocimiento y utilización del Texto digital. | Taller participativo | Docentes del área de Ciencias Exactas. Computador, proyector, Texto digital sobre la Integral Definida. | Autor | | Docentes capacitados. |
| | Ejecución de la propuesta | El 100% de los estudiantes de de la UPS conocen la propuesta. | Exposición magistral | Estudiantes de la UPS Computador, proyector, libro de texto sobre la Integral Definida. | Autor | Junio | Propuesta presentada a los estudiantes de la UPS. |
| | | El 100% de los estudiantes utiliza el Texto digital sobre la Integral Definida. | Trabajo en grupos de aprendizaje cooperativos. | Docentes de Cálculo Integral, estudiantes de la UPS. Texto digital. Computador, proyector, materiales de oficina. | Docentes de Cálculo Integral | | Estudiantes de la UPS utilizan el Texto digital. |

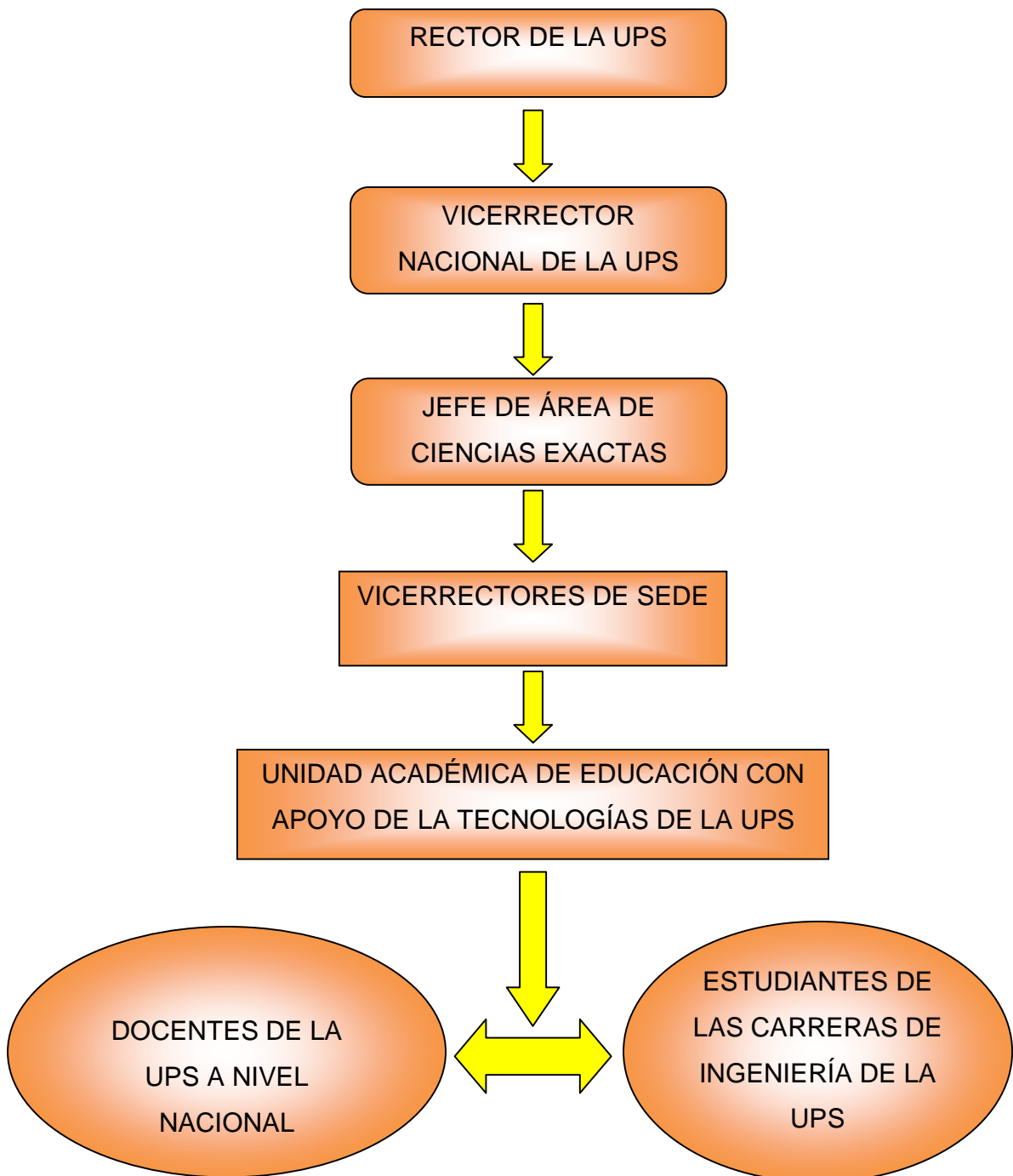
| | | | | | | | |
|--------------|-----------------------------|---|--|---|--|--------------------|---|
| FINAL | Evaluación de la propuesta | El 100% de la propuesta evaluada. | <p>Reunión con los docentes de Cálculo Integral, y los estudiantes de la UPS.</p> <p>Encuestas y entrevistas a los docentes y estudiantes que utilizaron el Texto digital.</p> | Material de oficina, copias. | Vicerrector, jefe de área de Ciencias Exactas, docentes de Cálculo Integral. | Septiembre | Propuesta evaluada |
| | | 100% de la propuesta monitoreada. | <p>Visitas a los salones de clase.</p> <p>Control de avance del cumplimiento de objetivos y avance de contenidos.</p> <p>Analizar los resultados de las pruebas obtenidas.</p> <p>Informes de fin de unidad.</p> | <p>Área de Ciencia Exactas.</p> <p>Material de oficina, copias, computador.</p> | Autor, Vicerrector | Junio a septiembre | Propuesta monitoreada |
| | Ampliación de la propuesta. | El 80% de los Centros de Educación Superior conocen la propuesta. | <p>Reunión con autoridades de las Universidades</p> <hr/> <p>Socializar la propuesta a los docentes de Cálculo Integral.</p> | <p>Rector, Vicerrector, jefes de área.</p> <p>Texto digital, computadora e proyector.</p> | Autor | Octubre | Propuesta presentada a las Universidades. |

Elaborado Por: Santiago Cañizares J.

6.10. Administración de la Propuesta

6.10.1. Estructura Orgánica

Gráfico 24



Elaborado por: Santiago Cañizares J.

6.10.2. Estructura Funcional

CUADRO 25

| ADMINISTRACIÓN DE LA PROPUESTA | | | |
|---|--|---|-------------------------|
| ORGANIZACIÓN | CONFORMACIÓN | FASE DE RESPONSABILIDAD | MONITOREO EVALUACIÓN |
| Autoridades de la Universidad Politécnica Salesiana | Rector Vicerrector Nacional Vicerrectores de Sede. | Diagnóstico situacional. Organización previa del proceso. Direccionamiento estratégico participativo. | |
| Área de estudio | Jefe de Área de Ciencias Exactas Unidad Académica de educación con apoyo de la TIC's Docentes. | Análisis y Discusión. Programación operativa. | |
| Beneficiarios | Docentes Estudiantes | Ejecución y aplicación de la propuesta. Utilizan la propuesta. | |

Elaborado por: Santiago Cañizares.

6.11 Previsión de la Evaluación

A fin de garantizar y asegurar la ejecución de la propuesta de conformidad con lo programado, para el cumplimiento de los objetivos planteados, se deberá realizar el monitoreo del plan de acción, como un proceso de seguimiento y evaluación permanente que nos permita anticipar contingencias que se pueden presentar en el camino con la finalidad de implementar correctivos a través de acciones que nos aseguren la consecución de las metas.

| PREGUNTAS BÁSICAS | EXPLICACIÓN |
|-----------------------------|--|
| ¿Quiénes solicitan Evaluar? | Autoridades de la Universidad Politécnica Salesiana. |
| ¿Por qué evaluar? | Porque la propuesta tiene como objetivo ser un aporte para la enseñanza centrada en el aprendizaje significativo, por lo tanto debe tener una valoración cuantitativa y cualitativa para su mejora constante. |
| ¿Para qué evaluar? | Para determinar si la propuesta contribuye en logro los objetivos propuestos. |
| ¿Qué evaluar? | El impacto de la metodología utilizada en el texto digital. Contribución del libro texto para mejorar el aprendizaje significativo sobre el Cálculo Numérico de áreas, volúmenes y longitud de curvas. Los diferentes ámbitos de aplicación del texto digital. |
| ¿Quién evalúa? | Jefe de área de ciencias exactas y el maestrante con el aporte de los beneficiarios de la propuesta. |
| ¿Cuándo evaluar? | Al inicio, en el proceso e inmediatamente luego de concluida la aplicación de la propuesta. |

| | |
|-------------------|--|
| ¿Cómo evaluar? | A través de encuestas, cuestionarios, entrevistas y matrices elaboradas en base indicadores pertinentes. |
| ¿Con qué evaluar? | Utilizando los instrumentos adecuados según las técnicas aplicadas. |

6.12 Presupuesto de la Propuesta

El presupuesto para funcionamiento de la propuesta es el siguiente:

| DESCRIPCIÓN | VALOR USD. |
|--|-------------|
| Socialización y Validación de la Propuesta. | 200 |
| Capacitación a docentes de Análisis Matemático y Cálculo Integral de la UPS. | 400 |
| Texto digital colgado en la Plataforma "sol.edu" | 200 |
| Gastos Administrativos | 200 |
| Imprevistos 5% | 50 |
| TOTAL | 1050 |

6.13 Financiamiento

Con recursos personales y además se gestionará a través de las Autoridades de la Universidad Politécnica Salesiana y de los estudiantes beneficiarios.

BIBLIOGRAFÍA

- ABREU, C. (2004). *Práctica y principios teóricos del profesor de aula*. Sao Pablo.
- ACURIO, J. (2009). *Influencia de la aplicación de las Nuevas Tecnologías de Información y Comunicación (NTIC'S) en el Aprendizaje Significativo de Anatomía en la Carrera de Medicina de la Universidad Técnica de Ambato*. Universidad Técnica de Ambato. Ambato, Ecuador.
- ALSINA CATALÁ, C. et al. (1985): *Estados de motivación matemáticas*. Barcelona: Centro de iniciativas y Experimentación para Escolares.
- ALSINA CATALÁ, C. et al. (1996): *Enseñar matemáticas*. Barcelona: Grao.
- APOSTOL, T. (1998). *Calculus*, (2da. Ed.). México.
- ARRIETA GALLASTEGUI, J. (1980): Matemáticas y escuela: Consideraciones críticas en torno a la situación actual. *Aula Abierta*, 12, 239-255.
- ARTHUR, J. B. (1989): *El pensamiento matemático de los niños*. Madrid: Aprendizaje Visor.
- AUSUBEL, D. (1993) *Psicología Educativa. Un punto de vista cognoscitivo*. México: Trillas.
- AYRES, F. y MENDELSON, E. (2000). *Cálculo Diferencial e Integral* (3ra. Ed). España: McGraw-Hill. Serie de compendios Schaum.
- BANET, M. (2004). *Paradojas en los Entornos Virtuales*. México.
- BARBERÁ, E. (2002). *Enseñar y aprender a distancia: ¿es posible?* UOC.
- BIREAU, A. (1999). *Métodos Pedagógicos*. Portugal.
- BRUNER, J. S. (1988) *Desarrollo cognitivo y educación*. Madrid: Morata.
- BRUNNER, J. (1999). *América Latina al Encuentro del Siglo XXI*, en el Seminario América Latina y el Caribe frente al Nuevo Milenio, organizado por el BID y la UNESCO, París.
- BUSQUETS, D. et al (1993): *Los temas transversales, claves de la formación integral*. Madrid: Santillana.

- CELORIO, G. (1996): "Desde una transversalidad de trámite a una transversalidad renovadora." *Aula de innovación educativa* 51.junio, pp. 31-36.
- CHÁVEZ, C. (2008). *Impacto de las Tecnologías de la Información y la Comunicación en la Formación de los Docentes de la Universidad César Vallejo de Trujillo*. Universidad de Chile.
- COCKCROFT, W. H. (1985): *Las matemáticas sí cuentan. Informe Cockcroft*. Madrid: Ministerio de Educación y Ciencia, Servicio de Publicaciones.
- COLLIS, K. (1982): La matemática escolar y los estadios del desarrollo. *Infancia y Aprendizaje*, 19-20, 39-74.
- COOK, T. (1997). *Métodos cuantitativos y cualitativos en investigación evaluativo*. Madrid: Ediciones Morata.
- DEMIDOVICH, B. (1990). *5000 Problemas de Análisis Matemático* (2da. Ed.). Moscú: Paraninfo.
- DIENES, Z. P. (1973): *Las seis etapas del aprendizaje de las matemáticas*. Barcelona: Teide.
- DUART, J. (2004). *Aprender sin distancias*. México.
- ESPINOZA, E. (2006). *Análisis Matemático I* (2da. Ed). Perú: Cuzco.
- ESTÉVEZ, S. (1997). "La educación virtual es un sistema y modalidad educativa que surge de la necesidad propia de la educación y tecnología educativa".
- FLORES, M. (2006). *Métodos y técnicas creativas*. Lima: Editorial San Marcos.
- FLORES, R. (1995). *Modelos Pedagógicos y Currículo*. Bogotá: Editorial Mc Graw Hill.
- FUENTES, H. (2006). *Fundamentos didácticos para un proceso de enseñanza aprendizaje participativo*. Santiago de Cuba, Universidad de Oriente, Centro de Estudios de la Educación Superior "Manuel F. Gran".

- GAIRÍN SALLÁN, J. (1987): *Las actitudes en educación. Un estudio sobre libre educación matemática*. Barcelona: PPU.
- GALINDO, E. (2007). *Matemáticas Superiores I. Ecuador: Prociencia*.
- GARCÍA, E. (1989): *Piaget*. México: Trillas.
- GARCÍA, J. (2005). *Didáctica de la Matemática*. España.
- GÓMEZ, R.(2004). *¿La Educación Virtual es real?* .México.
- GONZÁLEZ, A. (2005). *Matemáticas en la Economía y la Empresa con Derive y Matemática en un entorno Windows*. España. Universidad de Málaga.
- GONZÁLEZ, S. (1999). *Más allá del currículum: la educación ante el reto de las nuevas tecnologías de la información y la comunicación*. Dossier Curso Internet en Educación.
- GUZMÁN, M. de (1994): *¿Para qué el pensamiento matemático en nuestra cultura? Uno, Revista de Didáctica de las Matemáticas*, 1, 15-23.
- HAMDAN, N. (1982). *Métodos estadísticos en educación*. Caracas. Educación Publicaciones Bourgeon, C.A.
- HERNÁNDEZ, R.; Fernández, C. y Baptista, P. (1998). *Metodología de la Investigación*. (2da. ed). México: Editorial Mc Graw Hill.
- IZCUE ANCÍN, M. A. (1991): *Bases para la medida de un aprendizaje matemático significativo*. Tesis doctoral. Universidad Complutense de Madrid, Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación, Madrid.
- LARA, J. y ARROBA, J. (1990). *Análisis Matemático*. Ecuador: Centro de Matemática de la Universidad Central del Ecuador.
- LARA, J. y BENALCÁZAR, J. (2005). *Fundamentos de Análisis Matemático* (3ra. Ed.). Ecuador: Centro de Matemática de la Universidad Central del Ecuador.
- LARA, L. (2004). *Análisis de los recursos interactivos en las aulas virtuales*. Buenos Aires.
- LARSON, R. HOSTETLER, R. y EDWARDS, B. (1999). *Cálculo* (7ma. Ed.). España: McGraw-Hill.

- LEITHOLD, L. (1995). *El Cálculo con Geometría Analítica* (6ta. Ed.). México: Harla.
- LOAIZA, A. (2004). *Facilitación y Capacitación Virtual en América Latina*. Bogotá.
- LOVELL, K. (1977): *Desarrollo de los conceptos básicos matemáticos y científicos en los niños*. Madrid: Morata.
- MARCHESI, A. (2000): *Controversias en la educación española*. Madrid: Alianza.
- MARTÍNEZ, M.T. (2000). *Incorporación de la Informática educativa en el currículum, en el marco de la Ley Federal de Educación*. Consejo de Investigación, Universidad Nacional de Salta.
- MASON, J. et al. (1988): *Pensar matemáticamente*. Barcelona: Labor y Ministerio de Educación y Ciencia.
- NEWMAN, D. et al. (1991): *La zona de construcción del conocimiento: Trabajando por un cambio cognitivo en educación*. Madrid: Morata y Ministerio de Educación y Ciencia.
- NORTES CHECA, A. (1979): *Psicopedagogía de las matemáticas*. Burgos: Santiago Rodríguez.
- NOVAK, J. D. y GOWIN, D.B. (1988): *Aprendiendo a aprender*. Barcelona: Martínez Roca.
- OTEIZA, F. (19996). *La Matemática en el Aula: Contexto y Evaluación*, Ministerio de Educación.
- PALOS RODRÍGUEZ, J. (1998): *Educar para el futuro. Temas Transversales del Currículum*. Bilbao: Desclée de Brouwer.
- PÉREZ BALLONGA, J. (1993): Matemáticas. En A. Zabala (coord.), *Como trabajar los contenidos procedimentales en el aula*. Barcelona: Graó.
- PÉREZ GÓMEZ, A. (1985a): Paradigmas contemporáneos de investigación didáctica. En J. Gimeno Sacristán y A. Pérez Gómez, *La enseñanza: su teoría y su práctica* (pp. 95-138). Madrid: Akal Universitaria.

- PÉREZ GÓMEZ, A. (1985b): Conocimiento académico y aprendizaje significativo. Bases para el diseño de la instrucción. En J. Gimeno Sacristán y A. Pérez Gómez, *La enseñanza: su teoría y su práctica* (pp. 322-348). Madrid: Akal Universitaria.
- PIAGET, J. (1986). *Seis Estudios de Psicología*. Editorial Ariel S.A.
- PIAGET, J. (1986): *Psicología y Pedagogía*. Barcelona: Planeta-Agostini.
- PIAGET, J. y GATHEGNO, C. (1968): *La enseñanza de la matemática* (Revisión española de Maíllo, A. y Aizpún, A.). Madrid: Aguilar.
- QUEZADA, C. (2007). *Cálculo Integral en la enseñanza del Nivel Medio*. Quito: Ecuador.
- RESNICK, L. B. y FORD, W. W. (1991): *La enseñanza de las matemáticas y sus fundamentos psicológicos*. Barcelona: Paidós y Ministerio de Educación y Ciencia.
- REYZÁBAL, M.V. y SANZ, A.I. (1995): *Los ejes transversales. Aprendizajes para la vida*. Madrid: Escuela Española.
- RODRÍGUEZ, R. (2000). *La educación virtual como concepto*. Quito: Ecuador.
- SABINO, C. (2000). *El Proceso de la Investigación*. Caracas: Editorial Panapo.
- SAMPIERI, R. (2003). *Metodología de la Investigación*. México: Mc Graw Hill.
- SÁNCHEZ ÁLVAREZ, M^a. A. (1985): *Psicología del aprendizaje de las matemáticas. Un enfoque cognitivo*. Tesina. Universidad de Oviedo, Facultad de Filosofía y Ciencias de la Educación, Oviedo.
- SÁNCHEZ, F. (2006). *Nuevas Tecnologías y Educación*. España: Editorial Pearson.
- SÁNCHEZ, H. (1999). *Administración y Gerencias Educativas*. Universidad Politécnica Salesiana. Quito, Ecuador.
- SCAGNOLI, N. (2004). *El aula virtual: usos y elementos que la componen*.
- SKEMP, R. (1980): *Psicología del aprendizaje de las Matemáticas*. Madrid: Morata.

- SMITH, R. Y MINTON, R. (2001). *Cálculo Tomo 1* (2da. Ed.). España: McGraw-Hill.
- SOLER, E. et al. (1992): *Teoría y práctica del proceso de enseñanza-aprendizaje*. Madrid: Narcea.
- STEWART, J. (1998). *Cálculo* (3ra. Ed.). México: International México: Iberoamérica.
- SWORKOWSKI, W. (1995). *Cálculo con Geometría analítica*. México: Iberoamericana.
- TAMAYO Y TAMAYO, M. (2001). *El Proceso de la Investigación Científica*. México: Editorial Limusa.
- TANCA, F. (2005). *Nuevo Enfoque Pedagógico*. (2da. ed). Perú: Editorial Magíster, Arequipa.
- TERÁN, G. (2002). *Formación de docentes en las tecnologías de la información y comunicación TIC's*. Ponencia presentada en la UPLE Retos de las TIC's en la Educación. Caracas, Venezuela.
- TERÁN, G. (2006). *El Proyecto de Investigación, ¿Cómo Elaborar?*. Departamento de Investigación y Doctrina ESMIL. Quito, Ecuador.
- TORO, J. (2008). *Historias con Integrales de Superficie*. Quito: Ecuador.
- UPEL (1998). *Manual de trabajos de grado de especialización, maestría y tesis doctorales*. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Vicerrectorado de Investigación y Postgrado. Caracas, Venezuela.
- UTPL. (2002). *Elaboración de Proyectos de Tesis*. Universidad Técnica Particular de Loja. Loja, Ecuador.
- VECCHI, J. (2005). *Educadores na era da Informática*. Sao Pablo.
- VIGOTSKY, L. (1998). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. Barcelona, España: Grupo Editorial Grijalbo.
- YUS, R. (1997): *Hacia una educación global desde la transversalidad*. Madrid: Anaya.

Páginas Electrónicas

ADELL, J. (1997). Tendencias en la educación en la sociedad de las tecnologías de la información. EDUTEC: Revista Electrónica de Tecnología Educativa, 7. Disponible en: <http://www.uib.es/depart/dceweb/revelec7.html>. (2009, Octubre 28).

ADELL, J. y SALES, A. (1999). El profesor on line: elementos para la definición de un nuevo rol docente. Comunicación presentada en EDUTEC'99. Universidad de Sevilla. Disponible en: <http://www.quadernsdigitals.net/index.php?accionmenu=hemeroteca.VizualizaarticuloIU.visualiza&articuloid=2544>. (2009, Octubre 28).

ADELL, J. y CASTELLET, J. (2004). Selección de un entorno virtual de enseñanza/aprendizaje de código fuente abierto para la Universitat Jaume I, Disponible en: <http://cent.uji.es/doc/eveauji.es.pdf>. (2009, Octubre 30).

BAEZA, P. ,CABRERA, A. , CASTAÑEDA, M. Y ORTEGA, A. (1999). Aprendizaje colaborativo asistido por computador: La esencia interactiva, contexto educativo revista digital de educación y nuevas tecnologías. Disponible en: <http://contextoeducativo.com.ar/1999/12/nota-8.htm>. (2009, Octubre 30).

BARROS, B. Y VERDEJO, M. (2004). Entornos para la realización de actividades de aprendizaje a distancia. Revista Iberoamericana de Inteligencia Artificial, 12, 39-49. Disponible en: <http://aepia.dsic.upv.es/revista/numeros/12/Barros.pdf>. (2009, Octubre 30).

CABERO, J. , DUARTE, A. , y BARROSO, J. (1997). La piedra angular para la incorporación de medios audiovisuales, informáticos y nuevas tecnologías en los contextos educativos: la formación y el perfeccionamiento del profesorado. EDUTEC : Revista Electrónica de Tecnología Educativa, 8. Disponible en: <http://www.uib.es./depart/dceweb/revelec8.html>. (2009, Noviembre 5).

CABERO, J. (2006). Comunidades virtuales para el aprendizaje. Su utilización en la enseñanza. EDUTEC: Revista Electrónica de Tecnología Educativa, 20. Disponible en: <http://www.uib.es./depart/qte/qte/edutec-ee/revelec20/cabero20.htm>. (2009, Noviembre 5).

SANTOVEÑA, S. (2002). Metodología didáctica en plataformas virtuales de aprendizaje. Documento en línea. Disponible en: <http://www.urg.es/servimeco/revistaeticanet/numero3/Articulos/Metodología%20didactica.pdf>. (2009, Noviembre 5).

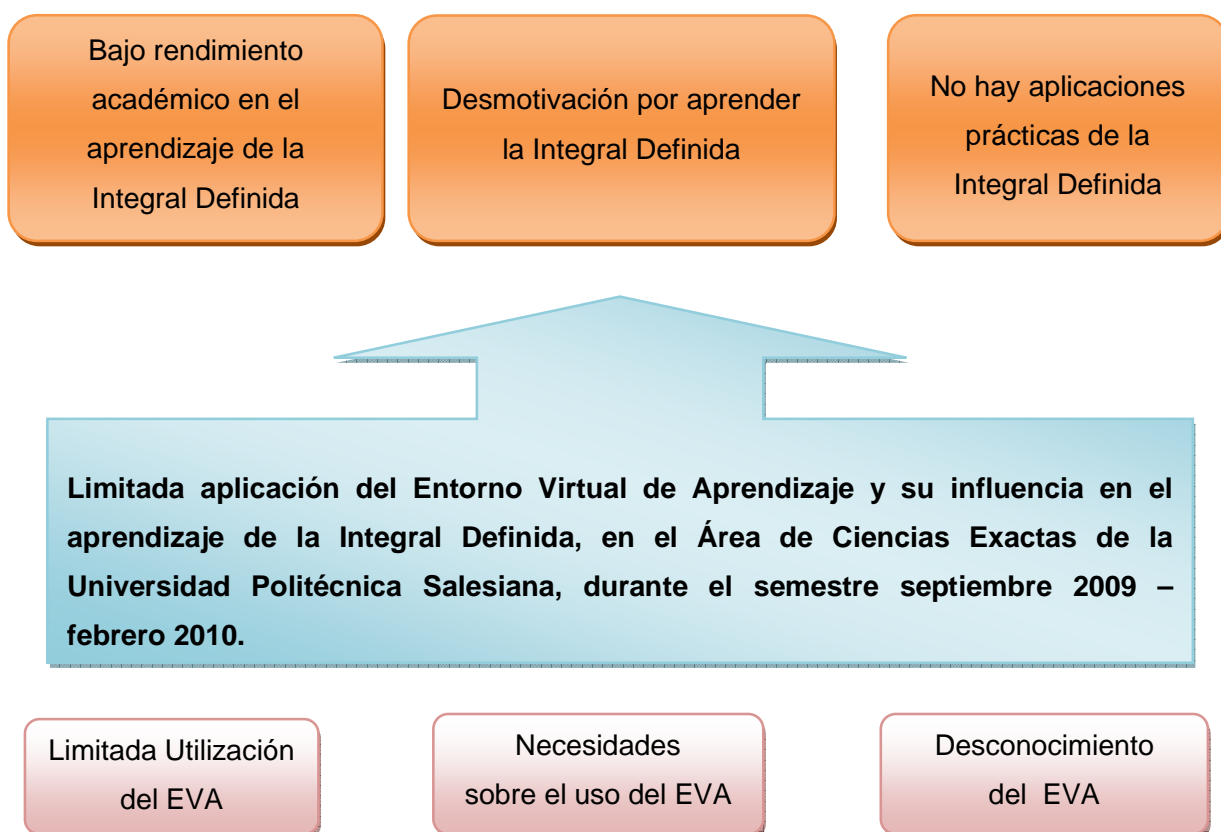
SILVIO, J. (2004). La educación superior virtual en América Latina y el Caribe. Libro en línea. Disponible en: http://www.iesalc.unesco.org.ve/estudios/regionales_lat/Educvirtual.pdf. (2009, Noviembre 10).

DUART, J. (2001). Evaluación de la calidad docente en entornos virtuales de aprendizaje. Disponible en: <http://ecu.edu.au/web/esp/art/uoc/0109041/duartmartin.html>. (2009, noviembre 12).

ANEXOS

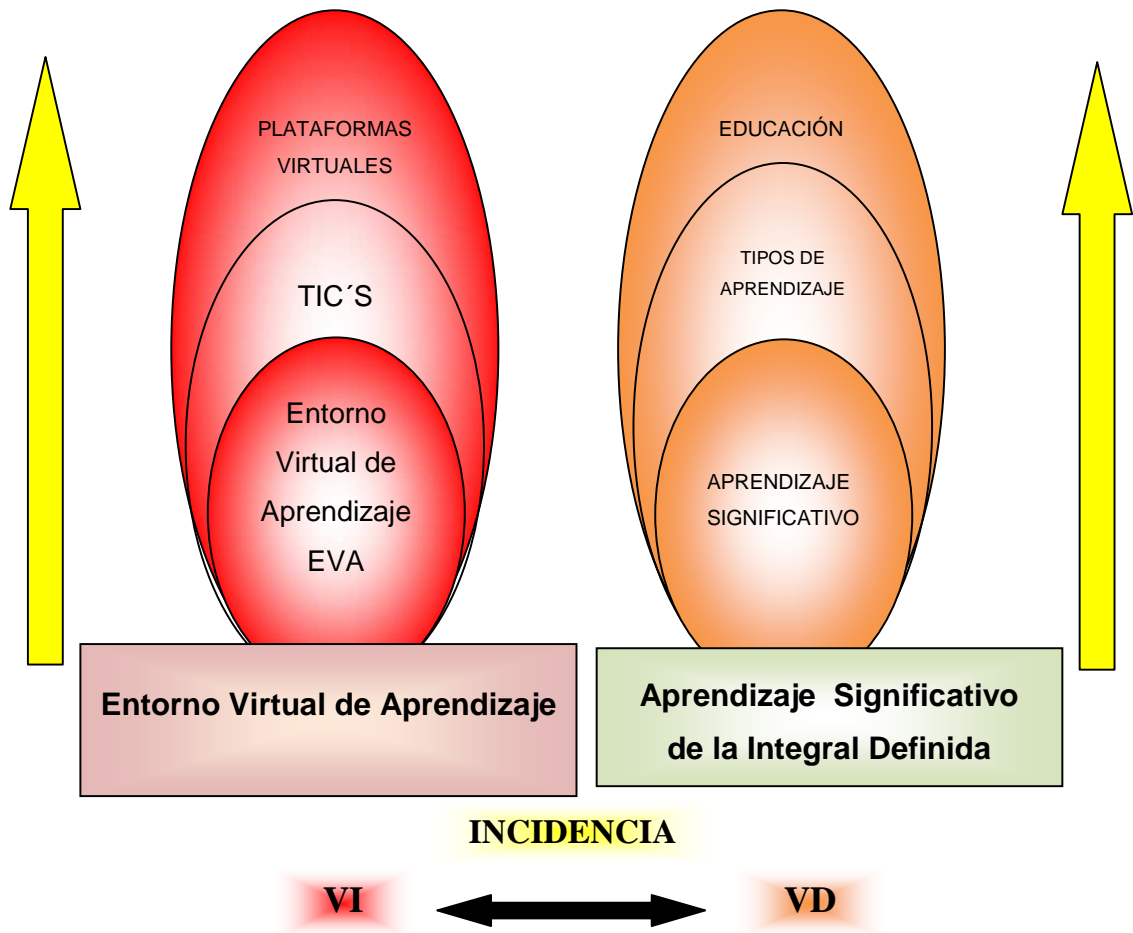
Anexo 1

Árbol de problemas para el análisis crítico.



Anexo 2

Categorías Fundamentales



Anexo 3

Formato de encuesta y entrevista estructurada dirigida a docentes, estudiantes y directivos de la Universidad Politécnica Salesiana.



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
CENTRO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

Encuesta dirigida a Docentes de la Universidad Politécnica Salesiana

DATOS INFORMATIVOS:

Carrera: _____

Fecha: _____ Semestre: _____

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el Aprendizaje Significativo de la Integral Definida, del Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

INSTRUCCIONES:

La encuesta es anónima para que responda con absoluta confianza y sinceridad, no hay respuestas buenas ni malas. Por favor, lea cuidadosamente los planteamientos, escoja una sola alternativa, la que usted considere apropiada y marque con una (X) dentro de la casilla correspondiente, tomando en cuenta la siguiente escala valorativa:

| | |
|----------------|---|
| Siempre | 1 |
| Frecuentemente | 2 |
| Pocas veces | 3 |
| Nunca | 4 |

| | |
|----------------|---|
| Siempre | 1 |
| Frecuentemente | 2 |
| Pocas veces | 3 |
| Nunca | 4 |

| No. | ÍTEMES | ESCALA | | | |
|-----|--|--------|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | ¿Estaría interesado en utilizar Entornos Virtuales de Aprendizaje, para el proceso de enseñanza aprendizaje? | | | | |
| 2 | ¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional - Plataforma SOL - para el proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? | | | | |
| 3 | ¿Es importante para Usted organizar y planificar su tutoría utilizando algún medio informático especializado? | | | | |
| 4 | ¿La organización y planificación de su tutoría utilizando algún medio informático especializado mejorará el aprendizaje de la Integral Definida? | | | | |
| 5 | ¿Utilizaría Usted como herramienta virtual el texto digital para las tutorías de la Integral Definida? | | | | |
| 6 | ¿En las tutorías presenciales que Usted imparte relaciona el conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas y aplicaciones cotidianas? | | | | |
| 7 | ¿Piensa Usted que el texto digital como herramienta virtual, contribuirá a mejorar el interés de los estudiantes hacia el aprendizaje de la Integral Definida? | | | | |

| | | | | | |
|----|---|--|--|--|--|
| 8 | ¿Considera que el Entorno Virtual de Aprendizaje contribuye a generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la Integral Definida? | | | | |
| 9 | ¿Alcanzarán los estudiantes una mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la Integral Definida utilizando el Entorno Virtual de aprendizaje? | | | | |
| 10 | ¿El Aprendizaje Significativo de la Integral Definida mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? | | | | |

¿Considera usted que la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje, aportará positivamente al Aprendizaje Significativo?

SI ()

NO ()

¿Por qué?

.....

.....

.....

LE AGRADEZCO POR SU COLABORACIÓN, AL CONTESTAR LA TOTALIDAD DE LOS PLANTEAMIENTOS DEL CUESTIONARIO.



**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
CENTRO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

Encuesta dirigida a Estudiantes de la Universidad Politécnica Salesiana

DATOS INFORMATIVOS:

Carrera: _____

Fecha: _____ Semestre: _____

OBJETIVO:

Investigar la incidencia de la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje en el aprendizaje significativo de la Integral Definida, del Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.

INSTRUCCIONES:

La encuesta es anónima para que responda con absoluta confianza y sinceridad, no hay respuestas buenas ni malas. Por favor, lea cuidadosamente los planteamientos, escoja una sola alternativa, la que usted considere apropiada y marque con una (X) dentro de la casilla correspondiente, tomando en cuenta la siguiente escala valorativa:

| | |
|----------------|---|
| Siempre | 1 |
| Frecuentemente | 2 |
| Pocas veces | 3 |
| Nunca | 4 |

| | |
|----------------|---|
| Siempre | 1 |
| Frecuentemente | 2 |
| Pocas veces | 3 |
| Nunca | 4 |

| No. | ÍTEMES | ESCALA | | | |
|-----|---|--------|---|---|---|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 1 | ¿Estaría interesado en utilizar Entornos Virtuales de Aprendizaje para su proceso de enseñanza aprendizaje? | | | | |
| 2 | ¿Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional - Plataforma SOL - para su Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida? | | | | |
| 3 | ¿Es importante para usted que las tutorías se organicen y planifiquen utilizando algún medio informático especializado? | | | | |
| 4 | ¿La organización y planificación de la tutoría respecto a la Integral Definida utilizando algún medio informático especializado, mejorará su aprendizaje de la Integral Definida? | | | | |
| 5 | ¿Le gustaría a Usted Utilizar como herramienta virtual el texto digital, para tutorías de la Integral Definida? | | | | |
| 6 | ¿En las tutorías presenciales que Usted recibe se relaciona el conocimiento de la Integral Definida con experiencias conocidas o aplicaciones cotidianas? | | | | |
| 7 | ¿Piensa usted que el texto digital como herramienta virtual contribuirá a mejorar su interés hacia el aprendizaje de la Integral Definida? | | | | |
| 8 | ¿Considera que el Entorno Virtual de Aprendizaje contribuye a generar un ambiente adecuado para lograr un Aprendizaje Significativo de la integral Definida? | | | | |

| | | | | | |
|----|--|--|--|--|--|
| 9 | ¿Alcanzará usted una mejor comprensión y aplicación en la vida real, al aprender a resolver la integral Definida con la aplicación del Entorno Virtual de Aprendizaje? | | | | |
| 10 | ¿El Aprendizaje Significativo de la Integral Definida mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? | | | | |

¿Considera usted que la elaboración de un texto digital sobre la Integral Definida, a través del Entorno Virtual de Aprendizaje, aportará positivamente al Aprendizaje Significativo?

SI ()

NO ()

¿Por qué?

.....

.....

.....

.....

.....

LE AGRADEZCO POR SU COLABORACIÓN, AL CONTESTAR LA TOTALIDAD DE LOS PLANTEAMIENTOS DEL CUESTIONARIO.



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
CENTRO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO
MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

Tema de Investigación:“El Entorno Virtual de Aprendizaje y su influencia en el aprendizaje de la Integral Definida, del Área de Ciencias Exactas de la Universidad Politécnica Salesiana.”

Investigador: Santiago Cañizares J.

Directora: Dra. Zoila López.

DATOS INFORMATIVOS:

NOMBRE:.....

FECHA DE APLICACIÓN:.....

GUÍA DE ENTREVISTA

1. Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL - para el Proceso de enseñanza aprendizaje de la Integral Definida. ¿Por qué?
2. Considera importante la utilización del Entorno Virtual institucional – Plataforma SOL- para la organización y planificación de las tutorías usando como herramienta el texto digital? ¿Por qué?
3. El aprendizaje significativo de la Integral Definida en los estudiantes mejorará con la utilización del Entorno Virtual de Aprendizaje? ¿Por qué?
4. Considera que la elaboración de un texto digital aportará positivamente al aprendizaje de la Integral Definida, utilizando el Entorno Virtual de Aprendizaje.
5. La Universidad Politécnica Salesiana, aportará en su viabilización y factibilidad? ¿Por qué?

GRACIAS POR SU COLABORACIÓN