

# UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO



**CENTRO DE ESTUDIOS DE POSGRADO**

**MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA**

**TEMA:**

“APLICACIONES MATEMÁTICAS EN ELECTRICIDAD QUE FACILITE EL APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA”

Trabajo de Investigación

Previa a la obtención del Grado Académico de Magister en Docencia Matemática

**Autor:** Ing. Juan Neptalí Obando Velásquez

**Director:** Ing. M.Sc. Julio Cuji Rodríguez

Ambato-Ecuador

2011

Al Consejo de Posgrado de la Universidad Técnica de Ambato.

El tribunal receptor de la defensa del trabajo de investigación con el tema: “APLICACIONES MATEMÁTICAS EN ELECTRICIDAD QUE FACILITE EL APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA”, presentado por el Ing. Juan Neptalí Obando Velásquez y conformado por: Lcdo. Mg. Leopoldo Vega Cuvi, Ing. Mg. Mario García Carrillo, Ing. Mg. David Guevara Aulestia, Miembros del Tribunal, Ing. Julio Cuji, Director del trabajo de investigación y presidido por: Ing. Mg. Juan Garcés Chávez, Presidente del Tribunal y Director del CEPOS-UTA, una vez escuchada la defensa oral el Tribunal aprueba y remite el trabajo de investigación para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.

.....  
Ing. Mg. Juan Garcés Chávez  
Presidente del Tribunal de Defensa

.....  
Ing. Mg. Juan Garcés Chávez  
Director del CEPOS – UTA

.....  
Ing. M.Sc. Julio Cuji Rodríguez  
Director de Trabajo de Investigación

.....  
Lcdo. Mg. Leopoldo Vega Cuvi  
Miembro del Tribunal

.....  
Ing. Mg. Mario García Carrillo  
Miembro del Tribunal

.....  
Ing. Mg. David Guevara Aulestia  
Miembro del Tribunal

# AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de investigación con el tema: “APLICACIONES MATEMÁTICAS EN ELECTRICIDAD QUE FACILITE EL APRENDIZAJE DEL ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA”, nos corresponde exclusivamente a: Ing. Juan Neptalí Obando Velásquez, Autor y de Ing. Julio Cuji Director del trabajo de investigación; y el patrimonio intelectual del mismo a la Universidad Técnica de Ambato.

.....  
Ing. Juan Neptalí Obando Velásquez  
AUTOR

.....  
Ing. M.Sc. Julio Cuji Rodríguez  
Director

## **DERECHOS DE AUTOR**

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que haga de este trabajo de investigación o parte de él un documento disponible para su lectura, consulta y procesos de investigación, según las normas de la Institución.

Cedo los Derechos de mi trabajo de investigación, con fines de difusión pública, además apruebo la reproducción de esta, dentro de las regulaciones de la Universidad.

.....  
Ing. Juan Neptalí Obando Velásquez

*DEDICATORIA*

AL Padre Celestial, Amparito mi hermana querida  
que está en la eternidad, mi familia y a mis  
padres, quienes en todo momento me han  
brindado su apoyo y amor incondicional.

Juan Obando

A Dios, mi Amparo y Fortaleza, a mi amada esposa,  
gracias por su amor y comprensión, a mi  
hermosa familia... en especial a mis hijos Juan  
Sebastián, Carelis Domenica y Isaac Daniel  
estoy aquí en este intervalo de tiempo gracias a  
ustedes,

Los amo

Juan Neptali Obando.V

## ***AGRADECIMIENTO***

Al Ing. Julio Cuji, por su valiosa ayuda como guía, apoyo y comprensión valiosa para el desarrollo del presente proyecto de tesis.

A todos nuestros catedráticos de la maestría en DOCENCIA MATEMÁTICA VERSIÓN 1 , que han transmitido sus conocimientos de tal forma que hemos podido desarrollar las destrezas necesarias para el estudio presentado en este trabajo que nos servirán de valiosas herramientas para nuestro desempeño profesional.

# ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

## Contenido

<i>DEDICATORIA</i> .....	v
<i>AGRADECIMIENTO</i> .....	vi
ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS.....	vii
INDICE DE ILUSTRACIONES TABLAS Y ECUACIONES.....	xv
RESUMEN EJECUTIVO.....	xx
CAPÍTULO I .....	1
1. EL PROBLEMA.....	1
1.1 TEMA.....	1
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	1
1.2.1 Contextualización.....	1
1.2.2 Análisis Crítico .....	2
1.2.3 Prognosis.....	2
1.2.4 Formulación del problema. ....	3
1.2.5 Preguntas directrices. ....	3
1.2.6 Delimitación del objetivo de investigación.....	3
1.2.6.1 Delimitación por contenido.....	3
1.2.6.2 Delimitación espacial.....	4
1.2.6.3 Delimitación Temporal .....	4
1.2.6.4 Objeto de investigación.....	4
1.3 JUSTIFICACIÓN.....	4
1.4 OBJETIVOS .....	5
1.4.1 Objetivo general.....	5
1.4.2 Objetivos específicos .....	5
CAPITULO II .....	6

2. MARCO TEÓRICO.....	6
2.1 Antecedentes investigativos .....	6
2.2 Fundamentación teórica .....	6
2.2.1 Aplicaciones matemáticas en electricidad .....	7
2.2.2 El algebra .....	7
2.2.3 Estructuras algebraicas.....	7
2.2.1.1.2 Leyes de composición interna y externa .....	7
2.2.1.1.3 Semigrupo y Grupo.....	9
2.2.4 Anillo y semianillo.....	10
2.2.5 Cuerpo.....	10
2.2.6 Campo y subcampo.....	11
2.2.7 Campo de los números complejos .....	12
2.2.8 Forma exponencial.....	20
2.2.9 El fasor.....	22
2.2.10 Análisis matemático.....	24
2.2.11 La derivada de una función.....	24
2.2.12 Diferenciación.....	26
2.2.13 Teorema de derivadas y continuidad .....	26
2.2.14 Derivadas de Orden superior.....	26
2.2.15 Algebra de las derivadas .....	28
2.2.16 Derivadas Notables .....	28
2.2.17 Derivada de la función inversa.....	28
2.2.18 La integral .....	30
2.2.19 Integral Definida .....	30
2.2.21 Integración de Riemann .....	32
2.2.22 Integrable según Riemann.....	33
2.2.23 Teorema Fundamental del Cálculo .....	34



2.2.24 Propiedades del Integral.....	35
2.2.25 Integrales Impropias.....	35
2.2.26 Integral Indefinida.....	35
2.2.27 Métodos de Integración (Sustitución).....	35
2.2.28 Métodos de Integración (Por partes).....	36
2.2.29 Las ecuaciones diferenciales.....	36
2.2.30 Solución de ecuaciones diferenciales.....	38
2.2.31 Solución de una ecuación diferencial por variables separables .....	40
2.2.32 La facilidad de aprender análisis de circuitos en corriente alterna .....	41
2.2.33 La didáctica.....	42
2.2.34 Introducción .....	42
2.2.35 Definición .....	42
2.2.36Clasificación y lugar de la Didáctica .....	44
2.2.37 La enseñanza.....	48
2.2.38 La instrucción.....	50
2.2.39 TÉCNICAS DIDÁCTICAS.....	52
2.2.40 INTRODUCCIÓN .....	52
2.2.40.1 PASOS DEL PROCESO DE APRENDIZAJE EN EL ABP: .....	53
2.2.41 VENTAJAS DE UTILIZAR ABP.....	53
2.2.42 Pasos previos a la sesión de trabajo con los alumnos: .....	59
2.2.43 Pasos durante la sesión de trabajo con los alumnos:.....	60
2.2.44 Pasos posteriores a la sesión de trabajo con los alumnos: .....	60
2.2.45 Momentos en la evolución de un grupo de aprendizaje que utiliza el ABP.....	61
2.2.46 ANALISIS DE CIRCUITOS.....	63
2.2.47 ESTUDIO DE ONDAS .....	63
2.2.48 PERIODO .....	64
2.2.49 FRECUENCIA .....	64

2.2.50 VALOR AVERAGE o VALOR PROMEDIO .....	65
2.2.51 VALOR EFICAZ (RMS).....	65
2.2.52 ANALISI DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA.....	65
2.2.53 Resistencia Eléctrica en Corriente Alterna (R).....	66
2.2.54 Capacitores en Corriente Alterna (Xc).....	66
2.2.55 POTENCIA Y ENERGÍA SENOIDAL .....	67
2.2.56 POTENCIA ACTIVA.....	67
2.3 GLOSARIO DE TÉRMINOS TÉCNICOS .....	68
2.4 FUNDAMENTACIÓN FILOSOFICA.....	68
2.4.1 FUNDAMENTO ONTOLÓGICO .....	69
2.4.2 FUNDAMENTO EPISTEMOLÓGICO .....	69
2.4.3 FUNDAMENTO AXIOLÓGICO.....	70
2.4.4 METODOLÓGIA.....	70
2.5 FUNDAMENTACIÓN LEGAL.....	70
2. 5 HIPÓTESIS.....	71
2.6 SEÑALAMIENTO DE LAS VARIABLES .....	71
2.6.1 Variable Independientes: Instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos .....	71
2.6.2 Variable Dependiente: Aprendizaje efectivo del análisis de circuitos en corriente alterna.....	71
CAPÍTULO III .....	72
3. METODOLOGÍA .....	72
3.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN .....	72
3.4 MODALIDAD BÁSICA DE LA INVESTIGACIÓN.....	72
3.5 NIVELES DE INVESTIGACIÓN.....	72
3.5.1 EXPLORATORIO.....	72
3.5.2 DESCRIPTIVO.....	72
3.5.3 COMPARATIVO .....	73

3.5.4 ASOCIACIÓN DE VARIABLES .....	73
3.5.5 EXPLICATIVO .....	73
3.6 POBLACIÓN Y MUESTRA.....	73
3.7 OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES DE INVESTIGACIÓN .....	74
3.8 PLAN DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN .....	77
3.9 PLAN DE PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN.....	78
CAPÍTULO IV .....	79
4. ANALISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS .....	79
4.1 Análisis de los resultados .....	79
4.1.1 Entrevista fórmula a docentes que dictan la cátedra .....	79
4.1.2 Encuesta formulada a los estudiantes técnicos del ISTPET.....	81
4.2 Interpretación de datos .....	91
4.2.1. Entrevista formulada a los docentes del istpet.....	91
4.2.1.2 Pregunta 2 .....	91
4.2.2 Encuesta formulada a estudiantes del ISTPET .....	92
4.2.2.1 Pregunta 1 .....	92
4.2.2.2 Pregunta 2 .....	92
4.2.2.3 Pregunta 3 .....	92
4.2.2.1 Pregunta 4 .....	92
4.3 VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS .....	93
4.3.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA.....	93
4.3.2 PLANTEAMIENTO DE LA HIPÓTESIS .....	93
Variable Independientes: Instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos .....	93
4.3.3 MODELO ESTADÍSTICO PARA COMPROBAR LA HIPÓTESIS .....	93
4.3.4 ESTIMADOR ESTADÍSTICO.....	93
4.3.5 PLANTEAMIENTO DE LA HIPÓTESIS ESTADÍSTICA Y REGLA DE DECISIÓN.....	95

4.3.6 REGLA DE DECISIÓN .....	96
5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	97
5.1. CONCLUSIÓN.....	97
5.2 RECOMENDACIÓN .....	98
CAPÍTULO VI.....	99
6. PROPUESTA.....	99
6.1 DATOS INFORMATIVOS .....	99
6.2 ANTECEDENTES DE LA PROPUESTA .....	99
6.3 JUSTIFICACIÓN .....	100
<b>6.4 OBJETIVOS.....</b>	<b>101</b>
6.5 ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD .....	101
6.6 FUNDAMENTACIÓN.....	101
6.6.1 Macro procesos de proyección integradora, generalizadora: ABP y APII ejes dinamizadores e integradores.....	101
6.6.2 Aprendizaje basado en problemas, ABP.....	102
<b>6.6.3 Aprendizaje a través de proyectos integradores de investigación (APII).....</b>	<b>104</b>
6.6.4 Tipos de proyectos integradores de investigación: Los proyectos a realizar por los estudiantes, se clasifican por sus temáticas, de la forma siguiente: .....	106
<b>6.6.5 Macroprocesos de carácter operativo, instrumental. ....</b>	<b>106</b>
6.6.5.1 Aprendizaje a través del procesamiento de información científica y cultural. ...	107
6.6.5.2 Aprendizaje a través de la experimentación.....	108
6.6.5.3 Aprendizaje en la construcción de conceptos. ....	109
6.6.5.4 Aprendizaje en la estructuración de métodos de trabajo.....	110
<b>6.6.5.5 Trabajo en escenarios reales y virtuales .....</b>	<b>110</b>
6.6.2 ANALISIS DE REDES ELECTRICAS .....	112
6.6.2.1 SISTEMA DE DOS VARIABLES.....	112
6.6.2.2 SISTEMA CON MULTIPLES VARIABLES.....	113
6.6.2.3 SISTEMA LINEAL .....	113

6.6.2.4 SISTEMA DE TIEMPO – CONTINUO Y TIEMPO DISCRETO .....	116
6.6.2.5 SISTEMA DE TIEMPO DISCRETO.....	117
6.6.2.6 SISTEMAS INVARIABLE Y VARIABLE EN EL TIEMPO.....	117
6.6.2.7 SISTEMA DE PARAMETROS CONCENTRADOS Y DISTRIBUIDOS .....	117
6.6.2.8 SISTEMAS DETERMINISTICOS Y NO DETERMINISTICOS .....	118
6.6.2.9 SISTEMA CON Y SIN MEMORIA .....	118
6.6.2.10DEFINICIÓN DE RED ELECTRICA .....	118
6.6.2.11 RED LINEAL .....	119
6.6.2.12 RED INVARIANTE.....	119
6.6.2.13 RED PASIVA .....	119
6.6.2.15 .1 CARGA ELECTRICA.....	120
6.6.2.15 .2 CORRIENTE ELECTRICA .....	120
6.6.2.15 .3 DIFERENCIAL DE POTENCIAL (d.d.p) o VOLTAJE.....	121
6.6.2.15 .4 POTENCIA.....	122
6.6.2.15 .5 ENERGÍA .....	123
6.6.3 INTRODUCCIÓN A LOS NUMEROS COMPLEJOS .....	123
6.6.3.1 El plano complejo.....	126
6.7 METODOLOGÍA. MODELO OPERATIVO .....	129
DISEÑO DEL MANUAL.....	129
MANUAL.....	129
DE ANALISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS EN CORRIENTE ALTERNA .....	129
El manual propuesto para desarrollar la solución de circuitos en corriente alterna configuran los saberes técnicos y científicos y proporciona un modelo pedagógico a seguir.....	130
El propósito de esta guía es servir de orientación a los estudiantes y profesores de circuitos de corriente alterna. ....	130
CIRCUITOS RCL EN CONFIURACIÓN SERIE .....	131
IMPEDANCIA .....	134
IDENTIFICACIÓN DE LAS NECESIDADES DEL APRENDIZAJE.....	136

BASE TEÓRICA PARA EL PROBLEMA.....	136
6.8 ADMINISTRACIÓN.....	159
6.9 PREVISIÓN DE LA EVALUACIÓN.....	161
6.9.1 OBJETIVOS DEL PROYECTO DE AUTOEVALUACIÓN.....	164
6.9.2 PROYECTO DE AUTOEVALUACIÓN.....	164
6.9.3 DELIMITACIÓN DEL OBJETO A EVALUAR:.....	166
6.9.4 METODOLOGÍA.....	167
6.9.5 ORGANIZACIÓN:.....	169
6.9.6 PRODUCTO E IMPACTO:.....	171
MATERIALES DE REFERENCIA.....	172
ANEXO 1.....	173
ANEXO 2.....	175
ANEXO 3.....	177
ANEXO 4.....	182
INTRUMENTOS PARA VERIFICACIÓN DE HIPOTESIS.....	183
Lista de Cotejo.....	183
ANEXO 6.....	187
ANEXO 7.....	187
<b>ANEXO 8.....</b>	<b>188</b>

## ÍNDICE DE ILUSTRACIONES TABLAS Y ECUACIONES

### ILUSTRACIONES

Ilustración 1: Categorías Fundamentales.....	6
Ilustración 2: Campo de los números complejos.....	12
Ilustración 3: Plano complejo.....	14
Ilustración 4: Suma binómica de cantidades complejas .....	15
Ilustración 5: Representación una cantidad conjugada en el plano complejo .....	16
Ilustración 6: Representación de una cantidad compleja en forma polar.....	17
Ilustración 7: Representación del producto de dos cantidades complejas de forma polar .....	18
Ilustración 8: Raíces n-ésimas de un número complejo .....	21
Ilustración 9: Interpretación geométrica de la derivada .....	25
Ilustración 10: Puntos de derivabilidad y no derivabilidad.....	26
Ilustración 11: Ejemplo de derivabilidad .....	29
Ilustración 12: Integral definida .....	31
Ilustración 13: Integral definida en intervalo de a-b .....	31
Ilustración 14: Área entre la curva y el eje, desde a hasta b .....	31
Ilustración 15: Ejemplos de áreas .....	32
Ilustración 16: Integral de Riemann.....	33
Ilustración 17: Ejemplo de la integral de Riemann .....	34
Ilustración 20: Relación entre la enseñanza (E) y el aprendizaje(A) .....	46
Ilustración 21: Problemas generales de la Didáctica (Mialaret, 1984,71) .....	51
<b>Ilustración 22: Preguntas fundamentales y elementos que constituyen el ámbito de la Didáctica .....</b>	<b>51</b>
Ilustración 23: Pasos de aprendizaje utilizando ABP .....	53
Ilustración 24: Forma sinusoidal de $Y = \text{seno}(x)$ .....	64
Ilustración 25: Pregunta 1(entrevista) .....	80

Ilustración 26: Pregunta 2(entrevista) .....	80
Ilustración 27: Pregunta 1 (encuesta).....	81
Ilustración 28: Pregunta 2 (encuesta).....	82
Ilustración 29: Pregunta 3(encuesta).....	83
Ilustración 30: Pregunta 4 (encuesta).....	84
Ilustración 31: Resumen primera (observación).....	87
Ilustración 32: Resumen segunda observación .....	90
Ilustración 33: Diagrama de bloques de red eléctrica .....	112
Ilustración 34: Sistemas con múltiples entradas y salidas .....	113
Ilustración 35: Sistema lineal .....	114
Ilustración 36: Representación lineal.....	115
Ilustración 37: Representación cuadrática .....	116
Ilustración 38: Red reciproca .....	120
Ilustración 39: Red dipolo .....	122
Ilustración 40: senoide y fasor .....	128
Ilustración 41: diseño del manual.....	129
Ilustración 42: Plan de manual.....	131
Ilustración 43: Circuito rcl serie .....	131
Ilustración 44: Circuito RCL paralelo .....	133
Ilustración 45: Plan de manual.....	135
Ilustración 46: Modelo pedagógico .....	136
Ilustración 47:circuito LC.....	136
Ilustración 48: Aplicación de la derivada y la integral .....	137
Ilustración 49: Ley de voltajes de Kirchhoff (LVK).....	138
Ilustración 50: Circuito R L .....	139
Ilustración 51: Circuito R C.....	139
Ilustración 52: Circuito R L C .....	140



Ilustración 53: a) Red en el dominio del tiempo b) Red en el dominio de la frecuencia	141
Ilustración 54: c) Impedancias del circuito .....	141
Ilustración 55: Diagrama fasorial de un circuito RCL configuración serie.....	143
Ilustración 56: Circuito RCL en configuración paralelo .....	144
Ilustración 57:c) Impedancias del circuito paralelo .....	144
Ilustración 58: Diagrama fasorial circuito paralelo .....	146
Ilustración 59: Circuito RCL serie encuentre la impedancia.....	147
Ilustración 60: Circuito propuesto 1 .....	148
Ilustración 61: Circuito propuesto 2 .....	149
Ilustración 62: Circuito propuesto 3 .....	150
Ilustración 63: Circuito propuesto 4 .....	150
Ilustración 64: Circuito propuesto 5 .....	151
Ilustración 65: Circuito propuesto 6 .....	151
Ilustración 66: Circuito propuesto 7 .....	152
Ilustración 67: circuito propuesto 8.....	152
Ilustración 68: Circuito propuesto 9 .....	153
Ilustración 69: Circuito propuesto 10 .....	154
Ilustración 70: Circuito propuesto 11 .....	154
Ilustración 71: Circuito propuesto 12 .....	155
Ilustración 72: Circuito propuesto 13 .....	155
Ilustración 73: Circuito propuesto 14 .....	156
Ilustración 74: Circuito propuesto 15 .....	156
Ilustración 75: Circuito propuesto 16 .....	157
Ilustración 76: Circuito propuesto 17 .....	157
Ilustración 77: Circuito propuesto 18 .....	157

## TABLAS

Tabla 1: Formulas para pasar de la forma rectangular a la forma polar .....	19
Tabla 2: Formulas de voltajes y corrientes sinusoidales .....	22
Tabla 3: Identidad de Euler .....	22
Tabla 4: Conversión de formulas sinusoidales a cantidades complejas .....	23
Tabla 5: Fasor de voltaje y corriente .....	23
Tabla 6: Fasores en función del tiempo .....	24
Tabla 7: Ventajas y desventajas matemáticas del fasor .....	24
Tabla 8: Ejemplos .....	24
Tabla 9: Pasos previos a la sesión de trabajo con los alumnos .....	59
Tabla 10: Pasos durante la sesión de trabajo con los alumnos .....	60
Tabla 11: Pasos posteriores a la sesión de trabajo con los alumnos .....	61
Tabla 12: Universo investigado .....	73
Tabla 13: Operacionalización de las variables de hipótesis .....	75
Tabla 14: Operacionalización de las variables de la hipótesis .....	76
Tabla 15: Plan de recolección de la información .....	77
Tabla 16: Recolección de datos de la pregunta 1 .....	79
Tabla 17: Recolección de datos pregunta 2 .....	80
Tabla 18: Pregunta 1 (encuesta) .....	81
Tabla 19: Pregunta 2 (encuesta) .....	82
Tabla 20: Pregunta 3 (encuesta) .....	83
Tabla 21: Pregunta 4 (encuesta) .....	84
Tabla 22: Datos observados (primera observación) .....	86
Tabla 23: Resumen primera (observación) .....	87
Tabla 24: Datos de observación (segunda observación) .....	90
Tabla 25: Resumen segunda observación .....	90
Tabla 26: Grados de libertad .....	94

Tabla 27: frecuencias observadas(O) y esperadas (E).....	95
Tabla 28: Formulas del circuito rcl serie .....	132
Tabla 29:Formulas de circuito paralelo .....	134
<b>ECUACIONES</b>	
Ecuación 1: Teorema fundamental del cálculo.....	34
Ecuación 2: Propiedades de la integral.....	35
Ecuación 3: Integral impropia .....	35
Ecuación 4: Integral indefinida .....	35
Ecuación 5: Métodos de integración .....	35
Ecuación 6: Integración por partes .....	36
Ecuación 7: Solución de una ecuación diferencial de variables separables .....	40
Ecuación 8: Solución de una E.D de variables separables .....	40
Ecuación 9: Solución de una E.D de variables separables .....	41
Ecuación 10: Solución de una E.D .....	41
Ecuación 11: Estimador estadístico .....	78
Ecuación 12: Ji cuadrado.....	94
Ecuación 13: Cálculo de las frecuencias esperadas .....	95

## **RESUMEN EJECUTIVO**

El presente proyecto realiza un análisis de la selección de la aplicación matemática más idónea para la enseñanza de circuitos eléctricos sometidos a la corriente alterna o sinusoidal.

Nuestra hipótesis principal se centra en la comparación entre el álgebra cuyo campo de aplicación es los números complejos y el análisis matemático herramientas disyuntivas para el estudio de circuitos eléctricos en el dominio de la frecuencia.

Mediante el uso de fuentes de información se dio inicio a la determinación de los factores inmersos para seleccionar la herramienta adecuada (empleo de números complejos) de esta forma dar paso a la estructuración de un manual didáctico para desarrollo de la materia en clase.

El documento está dividido en seis capítulos, y cada uno de ellos subdividido en varias secciones. A continuación se muestra el planteamiento y justificación del problema, seguido del marco teórico, objetivos del proyecto y metodología para su realización.

En los siguientes capítulos se muestra el desarrollo de la investigación en base a la observación y listas de cotejo , aspectos técnicos que viabilizan la elaboración del manual

Finalmente, se presentan las conclusiones y recomendaciones obtenidas en base a los resultados en base de encuestas y entrevistas.

# CAPÍTULO I

## 1. EL PROBLEMA

### 1.1 TEMA

“Aplicaciones matemáticas en electricidad que facilite el aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna “

### 1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 1.2.1 Contextualización

Desde el apareamiento de los principios de generación de la corriente eléctrica y sus aplicaciones, las personas interesadas en estos temas han analizado el comportamiento de la corriente alterna en los elementos pasivos como resistencias, resistencias incandescentes etc., elementos reactivos como bobinas, condensadores, llegando a la conclusión que el análisis de magnitudes eléctricas y el comportamiento de las mismas resulta procesos muy complejo y demoroso.

La búsqueda de técnicas matemáticas que faciliten el análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna (CA), se ha convertido en un verdadero problema, optándose por el Cálculo Integral y Diferencial para el análisis de los mismos, proceso que resulta para los estudiantes de las carreras de ingeniería eléctrica y electrónica de diversas universidades del mundo difícil de entender generando como resultado la repitencia en estas materias.

Según datos proporcionados por la secretaria del ISTPET, existe un 40% de 100 alumnos que reprueban la asignatura Análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna 30% reprueban en Matemáticas (carrera de tecnología en electrónica) de acuerdo con estos datos se procede a deducir al problema contextualizado de una forma micro.

En el ISTPET actualmente se ha detectado una baja utilización de libros especializados en números complejos y sus aplicaciones para la ingeniería eléctrica, lo que origina un desconocimiento en los docentes del ISTPET, de las nuevas técnicas y aplicaciones de los números complejos, lo que conlleva a confusión en el aprendizaje en la materia de análisis de redes eléctricas

En ocasiones los docentes transmiten el conocimiento de redes eléctricas de forma teórica generando que un porcentaje de estudiantes pierdan el interés por la materia.

Además hay docentes que para reforzar conocimientos envían trabajos excesivos, ejercicios que ni los mismos docentes pueden resolver, ocasionando que terceras personas hagan negocios muy lucrativos con los estudiantes de nivel superior.

Existe una deficiente utilización de recursos (software especializado para análisis de redes) por parte de los docentes, desconocimiento de estructuras algebraicas en específico el campo de los números complejos herramienta necesaria para análisis de redes en la frecuencia, poco interés por la utilización de libros especializados en números complejos, malla curriculares sin secuencia, ausencia de manuales de las aplicaciones de los números complejo en análisis de redes eléctricas, poco interés en la investigación de herramientas matemáticas que faciliten resolver problemas en el análisis de redes eléctricas con elementos activos y pasivos en corriente alterna que simplifiquen el cálculo empleado para este tipo de análisis .

### **1.2.2 Análisis Crítico**

El poco interés por la utilización de libros especializados en la aplicación de los números complejos en ingeniería eléctrica y electrónica, se genera por el desconocimiento de los docentes, esto ocasiona que los maestros dicten su cátedra de forma improvisada y como resultado dificultan el proceso de enseñanza de la materia, razones suficientes que incide directamente en el pobre conocimiento y la repitencia continua de los estudiantes que toman esta asignatura. Además la improvisación de algunos docentes origina que los estudiante se desmotive por aprender esta materia.

El poco interés por la investigación de herramientas matemáticas para el análisis de una gran cantidad de materias técnicas que forman parte de la matriz curricular de las carreras de ingeniería eléctrica y en tecnologías conjuntamente con el pobre conocimiento en el cálculo matemático originan una deficiente enseñanza en materias como el análisis de circuito eléctricos en CA asignatura fundamental en la formación teórica y práctica del tecnólogo en Electrónica de este Plantel.

### **1.2.3 Prognosis.**

De acuerdo al problema detectado en el contexto y analizado críticamente si no se realizan investigaciones sobre aplicación de herramientas matemáticas

que faciliten el aprendizaje de la materia análisis de redes eléctricas y se realice una selección de profesionales que cumplan los requisitos para ejercer esta cátedra, se avizora en el futuro una continua repetición de estudiantes en esta asignatura y como consecuencia el la aglomeración de estudiantes en esta materia e incluso aumentar la deserción en la carrera de tecnología en electrónica del ISTPET.

#### **1.2.4 Formulación del problema.**

¿Qué aplicación matemática puede emplearse efectivamente o didácticamente para potenciar la enseñanza de la asignatura análisis de circuitos eléctricos en CA en los estudiantes de la especialidad tecnología en electrónica del segundo semestre del ISTPET?

#### **1.2.5 Preguntas directrices.**

¿Cuál será la aplicación matemática en electricidad más factible que facilite el aprendizaje de la asignatura análisis de circuitos eléctricos en CA?

¿Con la aplicación matemática seleccionada se lograra elevar el rendimiento académico de los estudiantes de segundo semestre de la carrera tecnología eléctrica del ISTPET en la asignatura de análisis de circuitos en CA?

¿Qué limitaciones tendrá la herramienta matemática empleada para el aprendizaje de análisis de circuitos en CA?

¿Cuál será el nivel de complejidad de la aplicación matemática seleccionada para facilitar el aprendizaje de la asignatura Análisis de circuitos eléctricos en CA?

¿La aplicación matemática seleccionada responderá a las exigencias actuales proyectadas de la carrera?

#### **1.2.6 Delimitación del objetivo de investigación**

##### **1.2.6.1 Delimitación por contenido**

El trabajo de investigación se encaminará con criterios basados en los módulos: de algebra I-II Análisis matemático I-II y Didáctica de la matemática. Además como materia examinada redes eléctricas.

### **1.2.6.2 Delimitación espacial**

El proyecto de investigación se realizará en las aulas de la carrera de Electrónica además se tomara datos de la secretaria de Tecnológico mayor Pedro Traversari ubicado en la Ciudad de Quito en el sector de Chillogallo calle Francisco Chiriboga S32-33 y Carlos Freile.

### **1.2.6.3 Delimitación Temporal**

El desarrollo del trabajo se llevará a cabo desde 27 Agosto 2009 hasta el 29 de Julio del 2010

### **1.2.6.4 Objeto de investigación**

Se investigará a estudiantes de tecnología Electrónica y Profesores del ISTMPET

## **1.3 JUSTIFICACIÓN**

Es un hecho notorio, innegable y preocupante el bajo nivel de aprovechamiento de los estudiantes de la carrera de electrónica del segundo semestre del ISTPET en la materia de Análisis de circuitos en corriente alterna consecuencia del desconocimiento de aplicaciones matemáticas e improvisados métodos de enseñanza empleados por docentes y carencia de investigación en este campo, razones suficientes que despiertan el interés de la investigación en el campo educativo.

La investigación planteada es de mucha importancia teórica por tratar temas de relevancia como es el proceso de enseñanza aprendizaje, el planteamiento de hipótesis que serán verificables su aplicación práctica en el proceso de investigación

El trabajo planteado es original porque es la primera vez que se propone analizar la aplicación de los números complejos y el impacto que tendrá en la enseñanza de Análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna en los estudiantes de la carrera de electrónica de segundo semestre.

La investigación es factible por tener acceso a documentos del Instituto, porque el autor del proyecto es docente y cuenta con asesoría de personas especialistas en temas pedagógicos.



El trabajo planteado será de mucha ayuda para los docentes que imparten conocimientos de la asignatura señalada.

## **1.4 OBJETIVOS**

### **1.4.1 Objetivo general**

Disponer de aplicaciones matemáticas instrumentalizadas eficientes que faciliten el aprendizaje de la asignatura análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna de los estudiantes de la carrera tecnología en electrónica del ISTPET.

### **1.4.2 Objetivos específicos**

- Indagar y fundamentar bibliográficamente las aplicaciones matemáticas mas eficientes para el análisis de circuitos en corriente alterna (CA)
- diagnosticar las aplicaciones matemáticas empleadas por los tutores y recomendar la aplicación mas didáctica y eficiente
- Elaborar un manual de la aplicación matemática seleccionada para facilitar enseñanza del análisis de circuitos eléctricos en CA en los estudiantes de segundo semestre de la carrera de electrónica del ISTPET

## CAPITULO II

### 2. MARCO TEÓRICO

#### 2.1 Antecedentes investigativos

Después de haber realizado un breve recorrido por las diversas Universidades que ofertan la carrera de docencia en matemáticas a nivel de pregrado y posgrado no se ha encontrado trabajos con plena similitud al trabajo expuesto, por lo tanto se demuestra su autenticidad.

#### 2.2 Fundamentación teórica

##### CATEGORÍAS FUNDAMENTALES

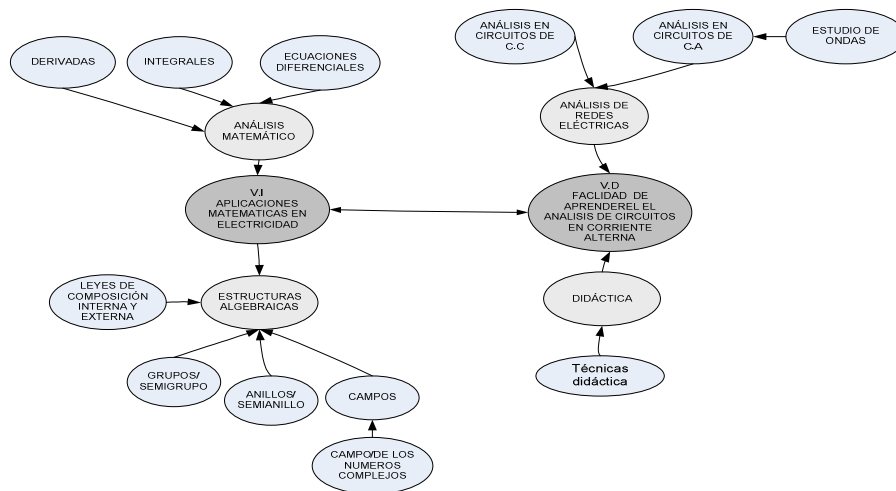


Diagrama de categorización N° 8. Elaborado por Juan Obando

Ilustración 1: Categorías Fundamentales

### 2.2.1 Aplicaciones matemáticas en electricidad

Son instrumentos matemáticos que permiten resolver problemas en cualquier campo de la ciencia, para el objeto de estudio se dividió en dos grupos, el algebra y el análisis matemático.

### 2.2.2 El algebra

Para el estudio propuesto se analizo definición de estructuras algebraicas, leyes de composición interna y externa, estructuras algebraicas como: Semigrupos y grupos, anillos y semianillos, cuerpos, campos y subcampos entre estos el campo de los números complejos

### 2.2.3 Estructuras algebraicas

Definición de estructura algebraica y ejemplos

Sean  $A$  un conjunto cualquiera, sean  $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$   $n$  leyes de composición definidas sobre  $A$ .

DEF. Se llama **ESTRUCTURA ALGEBRAICA** a la  $n+1$ -upla  $(A, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$ . El conjunto  $A$  se llama **sostén** de la estructura.

NOTA. En lo que sigue vamos a utilizar los símbolos abstractos  $\oplus, \otimes$  como leyes de composición interna y  $\odot$  como ley de composición externa (se pueden usar cualesquiera otros).

#### 2.2.1.1.2 Leyes de composición interna y externa

DEF. Se llama **Ley de composición interna binaria** definida en un conjunto  $A$ , a una **aplicación**  $\tau$  de  $A \times A$  sobre  $A$ , tal que a la pareja de elementos  $(a,b) \in A \times A$  le asocia su correspondiente el compuesto mediante  $\tau \quad a\tau b \in A$ . Esto es:

$$\tau: A \times A \rightarrow A / (a,b) \mapsto a\tau b$$

#### EJEMPLOS

Son ejemplos de leyes de composición interna: La adición (+) y la multiplicación (.) en  $\mathbf{Z}$ , en  $\mathbf{Q}$ , en  $\mathbf{R}$ , en  $\mathbf{C}$ ; la adición (+) y la multiplicación (.) en el conjunto de los polinomios y en el conjunto de la matrices.

DEF. Sea  $\tau$  una ley de composición interna binaria definida sobre  $A$ , se dice que:

1)  $\tau$  es asociativo en  $A$ , si:

$$\forall x,y,z \in A \quad (x\tau y)\tau z = x\tau(y\tau z)$$

2)  $\tau$  es conmutativo en  $A$ , si:

$$\forall x,y \in A \quad x\tau y = y\tau x$$

3) Un  $e \in A$  es elemento neutro en  $A$  respecto a  $\tau$ , si:

$$\forall x \in A \quad e\tau x = x\tau e = x$$

4) Se dice que  $x \in A$  admite elemento simétrico  $x' \in A$  respecto a  $\tau$  con elemento neutro  $e$ , si:

$$x\tau x' = x'\tau x = e$$

5) Si  $B \subseteq A$ ,  $B$  es una parte estable de  $A$  respecto a  $\tau$ , o que  $B$  es cerrado respecto a  $\tau$ , o que  $\tau$  es donde quiera definido en  $B$ , si:

$$\forall x,y \in B \quad x\tau y \in B$$

DEF. Se llama **Ley de COMPOSICIÓN EXTERNA** binaria definida en el conjunto no vacío  $A$  con coeficientes en el conjunto de escalares  $K$  y se denota  $\odot$  (Por ejemplo), a la aplicación:

$$\odot: K \times A \rightarrow A / (k,u) \mapsto k \odot u$$

## EJEMPLOS

Son ejemplos de operaciones externas la multiplicación: de un escalar por una matriz, de un escalar por un polinomio, de un escalar por una  $n$ -upla, etc.

NOTA. En vez de los símbolos  $\tau, \odot$  se pueden usar cualesquiera otros.

NOTA. La operación o ley de composición binaria puede ser interna o no interna; la adición en  $\mathbf{N}$  es interna; la multiplicación en  $\mathbf{N}$  es interna, la sustracción en  $\mathbf{N}$  es no interna, (no interna NO significa externa).

### 2.2.1.1.3 Semigrupo y Grupo

Veamos las ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS más comunes con un conjunto, con una o más leyes de composición.

La Estructura algebraica  $(A, \oplus)$  se llama SEMIGRUPO si:

1. A es cerrado respecto a  $\oplus$ ; es decir:  $\forall a, b \in A \quad a \oplus b \in A$
2. El  $\oplus$  es asociativo en A; es decir:  $\forall a, b, c \in A \quad a \oplus (b \oplus c) = (a \oplus b) \oplus c$

EJEMPLO. De Semigrupos:

$(\mathbf{N}, +)$ ,  $(\mathbf{N}, \cdot)$   $(\mathbf{Z}, +)$ ,  $(\mathbf{Z}, \cdot)$ ; etc.

La Estructura algebraica  $(A, \oplus)$  se llama GRUPO si:

1. A es cerrado respecto a  $\oplus$ ; es decir:  $\forall a, b \in A \quad a \oplus b \in A$
2. El  $\oplus$  es asociativo en A; es decir:
3. Existencia del elemento neutro en A; es decir:  $\exists e \in A / \forall a \in A \quad a \oplus e = e \oplus a = a$
4. Existencia del elemento simétrico en A; es decir:  $\forall a \in A \quad \exists a' \in A / a \oplus a' = a' \oplus a = e$

NOTA. Si además  $\oplus$  es conmutativo en A, el grupo se llama **CONMUTATIVO** o

**ABELIANO.**

EJEMPLO. de Grupos:

$(\mathbf{Z}, +)$ ,  $(\mathbf{Q}, +)$ ,  $(\mathbf{R}, +)$ ,  $(\mathbf{C}, +)$ ,  $(\mathbf{Q}, \cdot)$ ,  $(\mathbf{R}, \cdot)$ ,  $(\mathbf{C}, \cdot)$

### 2.2.4 Anillo y semianillo

La Estructura Algebraica  $(A, \oplus, \otimes)$  se llama **ANILLO** si:

- 1)  $(A, \oplus)$  es un grupo abeliano
- 2)  $(A, \otimes)$  es un semigrupo
- 3) la  $\otimes$  es distributiva con  $\oplus$ ; esto es:

$$\forall a, b, c \in A \quad a \otimes (b \oplus c) = (a \otimes b) \oplus (a \otimes c) \quad \text{y} \quad (b \oplus c) \otimes a = (b \otimes a) \oplus (c \otimes a)$$

NOTA. Si  $(A, \oplus)$  es solamente un monoide, la Estructura  $(A, \oplus, \otimes)$  se llama **Semianillo**.

EJEMPLO

- 1)  $(\mathbf{N}, +, \cdot)$  es un semianillo.
- 2) Son ejemplos de anillos los siguientes conjuntos de números con la adición y la multiplicación usuales como leyes de composición internas:

$$(\mathbf{Z}, +, \cdot), (\mathbf{Q}, +, \cdot), (\mathbf{R}, +, \cdot), (\mathbf{C}, +, \cdot)$$

- 3) El **conjunto de las matrices** cuadradas de orden  $n$  con elementos en  $K$  " $M_{n \times n}(K)$ " con las operaciones internas adición (+) y multiplicación ( $\cdot$ ) **es un Anillo**.
- 4) El conjunto  $K[x]$  de los polinomios de cualquier grado en la indeterminada  $x$  con coeficientes en  $K$  con las operaciones de adición y multiplicación **es un Anillo**.

### 2.2.5 Cuerpo

La Estructura algebraica  $(K, +, \cdot)$  se llama CUERPO si:

- 1)  $(\mathbf{K}, +)$  es un grupo conmutativo
- 2)  $(\mathbf{K} - \{0\}, \cdot)$  es un grupo
- 3) El  $\cdot$  es distributivo con el  $+$

NOTA. Si además el. Es conmutativo en  $\mathbf{K}$  el **Cuerpo** se llama **Campo**

### 2.2.6 Campo y subcampo

La Estructura algebraica  $(\mathbf{K}, +, \cdot)$  se llama CAMPO si:

- 1)  $(\mathbf{K}, +)$  es un grupo abeliano
- 2)  $(\mathbf{K} - \{0\}, \cdot)$  es un grupo abeliano
- 3) El  $\cdot$  es distributivo con el  $+$

DEF. Un conjunto  $H$  subconjunto del campo  $\mathbf{K}$  se dice **Subcampo** de  $\mathbf{K}$ , si  $H$  es a la vez un campo con las operaciones internas de  $\mathbf{K}$ .

#### EJEMPLOS

- 1) Son ejemplos de Campos con las operaciones adición (+) y multiplicación ( $\cdot$ ) los conjuntos  $\mathbf{Q}, \mathbf{R}, \mathbf{C}, \mathbf{Z}_p$  con  $p$  primo.
- 2)  $\mathbf{Q}$  es subcampo de  $\mathbf{R}$  y de  $\mathbf{C}$ ,  $\mathbf{R}$  es subcampo de  $\mathbf{C}$ .

## 2.2.7 Campo de los números complejos

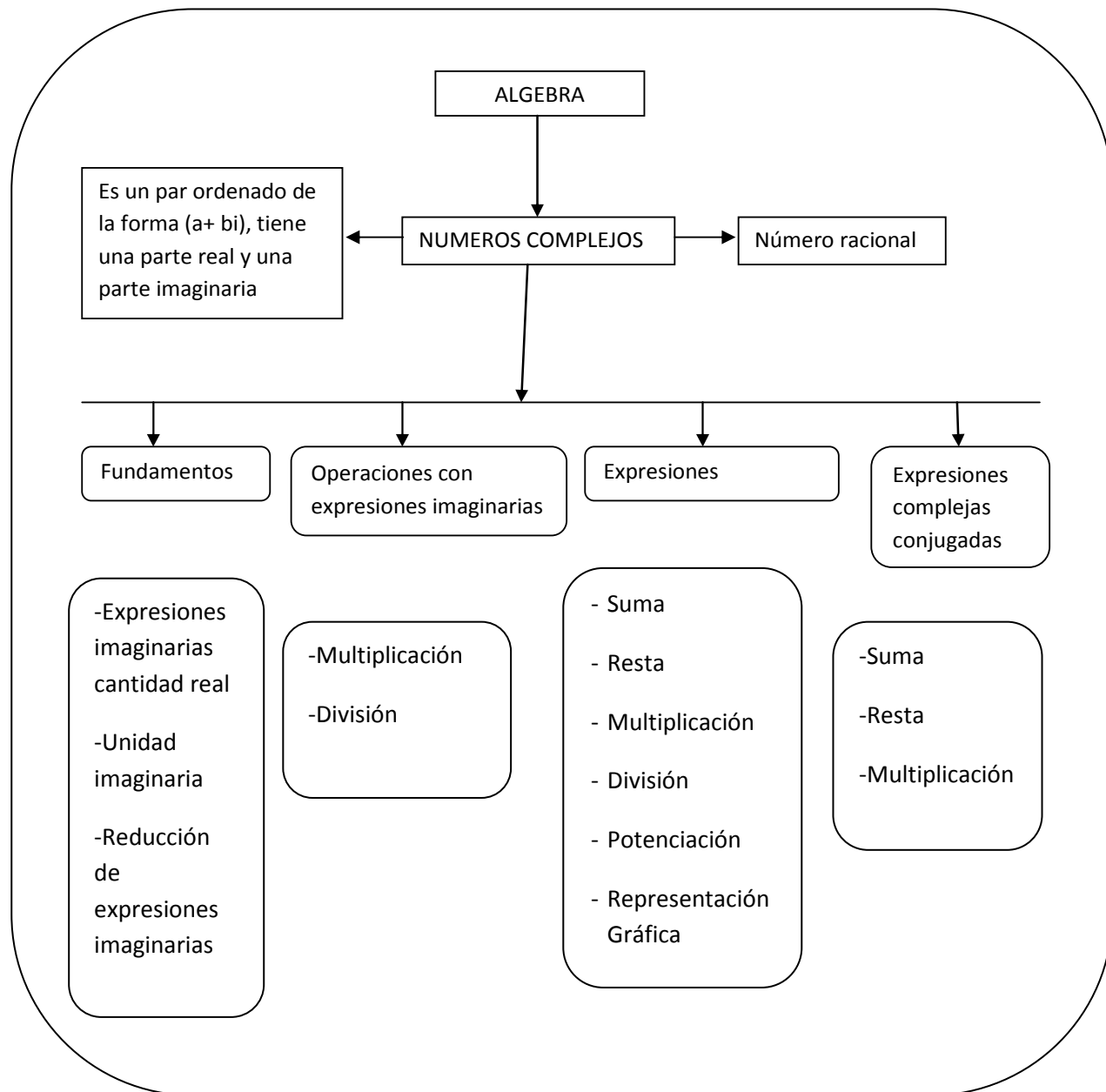


Ilustración 2: Campo de los números complejos

Se puede considerar  $C$  como el conjunto de los pares ordenados de números reales  $z=(x,y)$  con las siguientes operaciones:



$$\mathbf{0} = (0,0)$$

$$-z = (-x,-y)$$

Con estas operaciones  $\mathbb{C}$  tiene la estructura de cuerpo conmutativo

Elemento neutro:  $\mathbf{0} = (0,0)$

Elemento opuesto:  $-z = (-x,-y)$

Elemento unidad:  $\mathbf{1} = (1,0)$

Elemento inverso: ,  $\frac{1}{z} = \left( \frac{x}{x^2 + y^2}, \frac{-y}{x^2 + y^2} \right)$  siempre que  $z \neq 0$

El cuerpo de los complejos es lo que se denomina un **cuerpo algebraicamente cerrado**, es decir, toda ecuación algebraica (polinómica) con coeficientes complejos tiene siempre al menos una raíz compleja (y por tanto las tiene todas). El cuerpo de los complejos **no es un cuerpo ordenado**. No puede darse en  $\mathbb{C}$  una relación de orden total que respete las operaciones de suma y producto. No tiene por tanto sentido comparar dos números complejos en la manera en que estamos acostumbrados a hacer con los reales.

Se verifica que:

(0,1) verifica  $(0,1)^2 = -(1,0) = -1$ , es decir,  $(0,1) = \sqrt{-1} = i$  (link a explicación de extensión de  $\mathbb{R}$  añadiendo raíces de ecuaciones algebraicas  
 $\mathbb{C} = \mathbb{R}[\sqrt{-1}] = \mathbb{R}[i]$ )

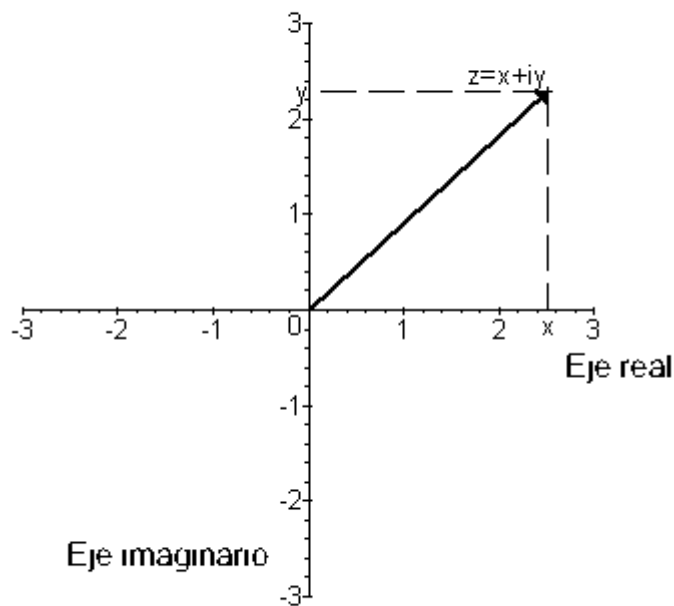
Otras formas de representar los números complejos

Forma binómica. Podemos considerar  $\mathbb{C}$  como un **espacio vectorial** isomorfo a  $\mathbb{R}^2$ , de este modo se tiene:

$$(x, y) = x(1, 0) + y(0, 1) = x + iy$$

Gráficamente, podemos representar  $\mathbb{R}^2$  (y por tanto  $\mathbb{C}$ ) como un plano.

### EL PLANO COMPLEJO



**Ilustración 3: Plano complejo**

Para cada número complejo  $z$ , la primera componente,  $x$ , se denomina **parte real** y la segunda,  $y$ , se denomina **parte imaginaria**.

Obviamente, dos números complejos son iguales si y sólo si lo son simultáneamente sus partes reales y sus partes imaginarias.

Usando este tipo de representación, la suma de complejos se corresponde con la suma de vectores. Dados dos vectores  $z_1 = x_1 + iy_1$  y  $z_2 = x_2 + iy_2$  su suma es  $z_3 = z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$

## SUMA DE COMPLEJOS EN FORMA BINÓMICA

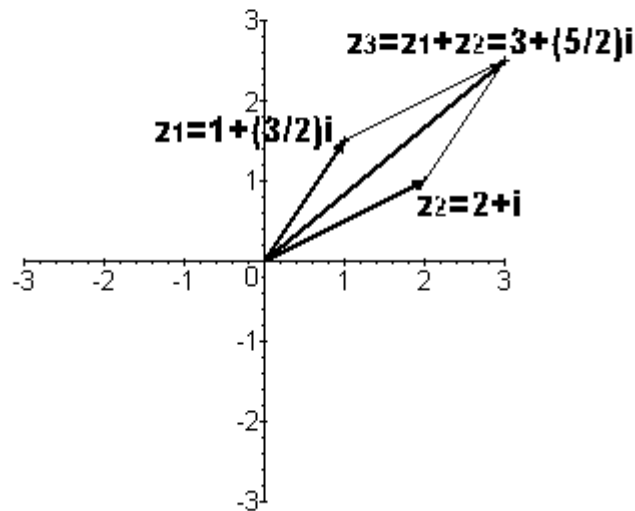


Ilustración 4: Suma binómica de cantidades complejas

Se define el **módulo** de un número complejo como el módulo del vector que lo representa, es decir, si  $z = x + iy$ , entonces el módulo de  $z$  es  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

El **conjugado** de un número complejo se define como su simétrico respecto del eje real, es decir, si  $z = x + iy$ , entonces el conjugado de  $z$  es  $\bar{z} = x - iy$ .

El **opuesto** de un número complejo es su simétrico respecto del origen.

## MÓDULO, CONJUGADO Y OPUESTO DE UN NÚMERO COMPLEJO

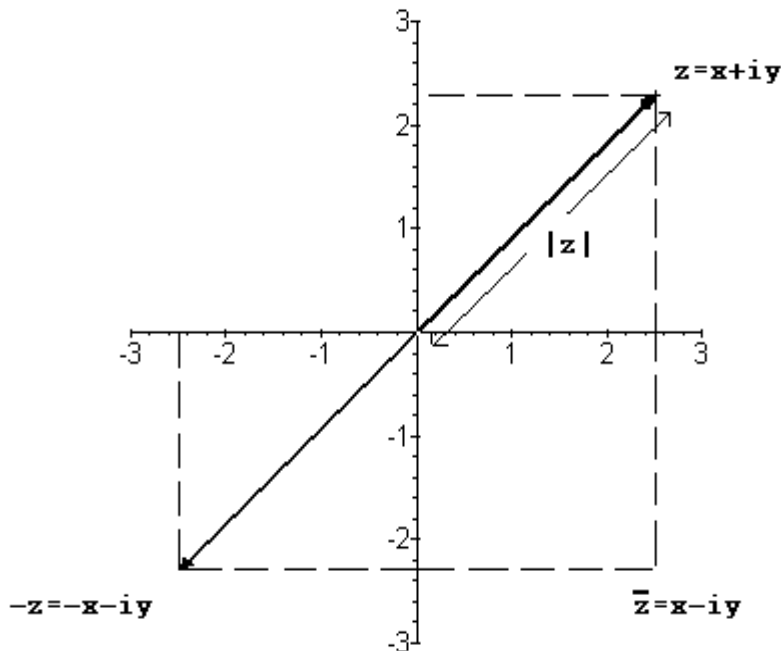


Ilustración 5: Representación una cantidad conjugada en el plano complejo

Es fácil ver que se cumple,  $z\bar{z} = |z|^2$  por tanto podemos expresar el inverso de

un número  $z \neq 0$  en la forma 
$$z^{-1} = \frac{1}{z} = \frac{\bar{z}}{|z|^2}.$$

En vez de usar coordenadas cartesianas para representar a los puntos del plano podemos usar coordenadas polares, lo que da lugar a la siguiente forma de representación de los números complejos.

Forma polar o módulo-argumento

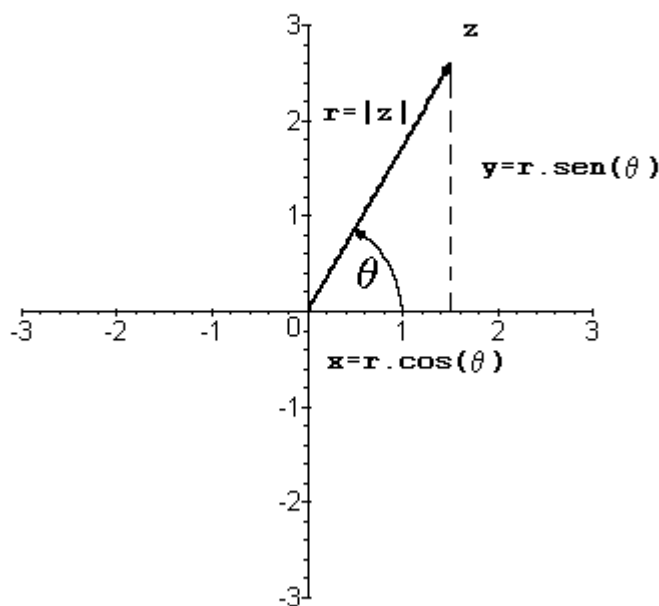
Otra forma de expresar un número complejo es la forma polar o forma módulo-argumento,

$$z = |z| (\cos \theta + i \operatorname{sen} \theta)$$

donde  $|z|$  es el módulo de  $z$ , y donde  $q$  es un **argumento** de  $z$ , esto es,  $q$  es un ángulo tal que

$$\cos\theta = \frac{x}{|z|}, \quad \text{sen}\theta = \frac{y}{|z|}.$$

## FORMA POLAR DE UN NÚMERO COMPLEJO



**Ilustración 6:** Representación de una cantidad compleja en forma polar

**NOTA:** Un número complejo tiene infinitos argumentos distintos. De hecho se puede definir el argumento de un número complejo no nulo como el conjunto de todos los posibles valores  $q$  que verifican lo anterior, es decir,

$$\arg(z) = \left\{ \theta \in \mathbb{R} \mid \cos \theta = \frac{x}{|z|}, \text{sen} \theta = \frac{y}{|z|} \right\}$$

Es claro, por tanto, que si  $\theta_0$  es un valor particular del argumento de  $z$ , entonces

$$\arg(z) = \{ \theta_0 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z} \}$$

Se denomina **argumento principal** al único valor  $\theta \in \arg(z)$  tal que  $\theta \in (-\pi, \pi]$ , y se denota  $Arg(z) = \theta$

Se verifica entonces que

$$\arg(z) = \{Arg(z) + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$$

Dos números complejos  $z_1 = |z_1| (\cos\theta_1 + i \operatorname{sen}\theta_1)$  y  $z_2 = |z_2| (\cos\theta_2 + i \operatorname{sen}\theta_2)$ , representados en forma polar son iguales si y sólo si sus módulos son iguales  $|z_1| = |z_2|$ , y sus argumentos se diferencian en un número entero de vueltas, es decir,  $\theta_1 = \theta_2 + 2k\pi$ , con  $k \in \mathbb{Z}$ .

La forma polar de un número complejo es especialmente cómoda a la hora de multiplicar, ya que basta con multiplicar los módulos y sumar los argumentos, es decir, si  $z_1 = |z_1| (\cos\theta_1 + i \operatorname{sen}\theta_1)$ , y  $z_2 = |z_2| (\cos\theta_2 + i \operatorname{sen}\theta_2)$ , entonces

$$z_1 z_2 = |z_1| |z_2| (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \operatorname{sen}(\theta_1 + \theta_2))$$

## PRODUCTO DE COMPLEJOS EN FORMA POLAR

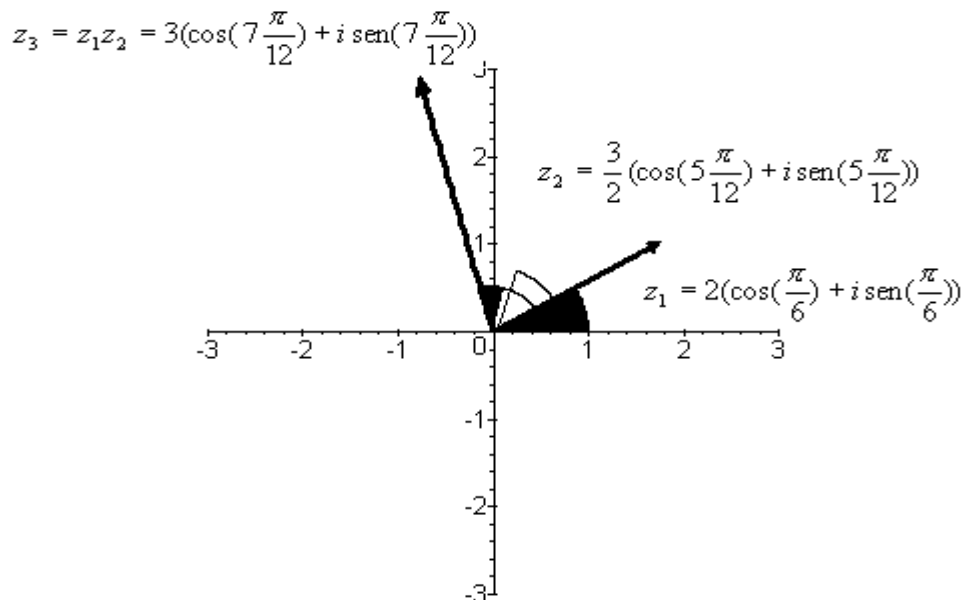


Ilustración 7: Representación del producto de dos cantidades complejas de forma polar

Del mismo modo se puede calcular el cociente de un complejo por otro no nulo sin más que dividir los módulos y restar los argumentos:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} (\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \operatorname{sen}(\theta_1 - \theta_2))$$

siempre que  $z_2 \neq 0$ .

Las fórmulas anteriores pueden generalizarse para el producto de varios complejos, así, si  $z_i = |z_i| (\cos \theta_i + i \operatorname{sen} \theta_i)$ , para  $i = 1, \dots, n$ , entonces

$$\prod_{i=1}^n z_i = \prod_{i=1}^n |z_i| (\cos(\sum_{i=1}^n \theta_i) + i \operatorname{sen}(\sum_{i=1}^n \theta_i))$$

Finalmente, en el caso en que todos los factores sean iguales se obtiene la **fórmula de Moivre**:

$$z^n = |z|^n (\cos n\theta + i \operatorname{sen} n\theta)$$

Esta fórmula es también válida para exponentes enteros negativos, siempre que  $z \neq 0$ .

En particular tenemos otra expresión para el inverso de un número no nulo,  $z^{-1} = |z|^{-1} (\cos \theta - i \operatorname{sen} \theta)$ .

Aplicación de la fórmula de Moivre

Cambio de forma binómica a polar y viceversa:

Cambio de binómica a polar	Cambio de polar a binómica
$ z  = \sqrt{x^2 + y^2}$ $\left. \begin{aligned} \cos \theta &= \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}} \\ \operatorname{sen} \theta &= \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \theta = \operatorname{arctg} \frac{y}{x}$	$x =  z  \cos \theta$ $y =  z  \operatorname{sen} \theta$

Tabla 1: Formulas para pasar de la forma rectangular a la forma polar

### 2.2.8 Forma exponencial

Una variante de la forma polar se obtiene al tener en cuenta la conocida como **fórmula de Euler**:

$$e^{i\theta} = \cos \theta + i \operatorname{sen} \theta \quad \text{para } \theta \in \mathbb{R}.$$

Esto nos permite escribir un número complejo en la forma siguiente, denominada forma exponencial:

$$z = |z| e^{i\theta}$$

Esta nueva forma es especialmente cómoda para expresar productos y cocientes ya que sólo hay que tener en cuenta las propiedades de la función exponencial (para multiplicar se suman exponentes y para dividir se restan). En particular,

$$\text{para potencias con exponentes enteros se tiene } z^n = |z|^n e^{in\theta}.$$

Esto nos permite dar una nueva expresión para el inverso de un complejo no nulo en la forma  $z^{-1} = |z|^{-1} (\cos \theta - i \operatorname{sen} \theta)$ .

Raíces n-ésimas de un número complejo

Estudiemos ahora las potencias con exponente racional de un número complejo.

Dado  $z = |z| e^{i\theta}$ , sea  $\omega = \sqrt[p]{z} = z^{\frac{1}{p}}$ , para un número natural  $p$ .

Si  $\omega = |\omega| e^{i\varphi}$ , puesto que  $\omega = z^{\frac{1}{p}} \Rightarrow \omega^p = z$ , es decir,

$\omega^p = |\omega|^p e^{ip\varphi} = |z| e^{i\theta}$ . Por tanto,  $|\omega|^p = |z| \Rightarrow |\omega| = |z|^{\frac{1}{p}} = \sqrt[p]{|z|}$ , y además,

$$p\varphi = \theta + 2k\pi, \text{ o sea, } \varphi = \frac{\theta + 2k\pi}{p}, \text{ para } k \in \mathbb{Z}.$$

De todos estos valores sólo  $p$  consecutivos son distintos, el resto resulta ser repetición sucesiva de valores ya obtenidos. Por tanto, un número complejo tiene siempre  $p$  raíces  $p$ -ésimas distintas

$$\omega_k = \sqrt[p]{|z|} e^{i \frac{\theta + 2k\pi}{p}}, \text{ para } k = 0, 1, 2, \dots, p-1.$$



Se puede observar que las  $p$  raíces pésimas tienen todas el mismo módulo, y sus

$$\frac{2\pi}{p}$$

argumentos se diferencian en  $\frac{2\pi}{p}$  cada uno del siguiente, esto es, las raíces p-ésimas se encuentran en los vértices de un polígono regular de  $p$  lados inscrito en la circunferencia de centro 0 y radio  $\sqrt[p]{|z|}$ .

Como ejemplo, en la siguiente gráfica podemos ver las raíces quintas de

$$z = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{3}\right) = e^{i\frac{\pi}{3}}$$

## RAÍCES n-ÉSIMAS DE UN NÚMERO COMPLEJO

**Raíces quintas de  $z = \cos(\pi/3) + i \operatorname{sen}(\pi/3)$**

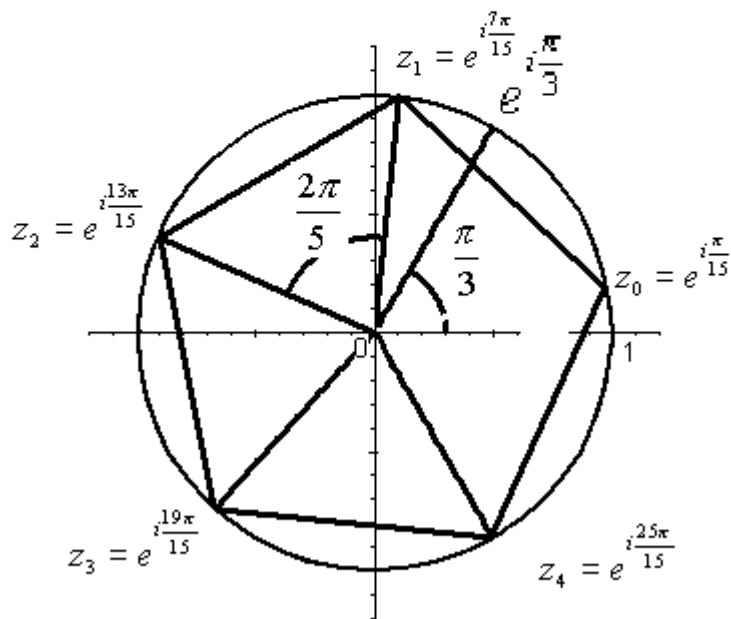


Ilustración 8: Raíces n-ésimas de un número complejo

### 2.2.9 El fasor

#### Representación fasorial de señales sinusoidales

Consideremos voltajes e intensidades de corriente de tipo sinusoidal

$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \theta_v)$$

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \theta_i)$$

**Tabla 2: Formulas de voltajes y corrientes sinusoidales**

$\theta_v$  y  $\theta_i$  son la **fase inicial** de la tensión y la corriente, respectivamente, tomando en ambos casos la función coseno como referencia. Cuando una de estas magnitudes,  $v(t)$  o  $i(t)$ , se exprese como función coseno y la otra como función seno, se tendrá en cuenta la relación trigonométrica:

$\sin(\varphi) = \cos(\varphi - \pi/2)$ , que indica que la gráfica de la función seno está retrasada  $\pi/2$  radianes, o  $90^\circ$ , o un cuarto de onda, con respecto a la de la función coseno.

El tratamiento teórico y práctico del régimen permanente sinusoidal se simplifica mucho haciendo una transformación de las funciones seno y coseno reales a la función exponencial de variable compleja. El “puente” para dicha transformación lo proporciona la **identidad de Euler**:

$$\exp(j\phi) = \cos(\phi) + j\sin(\phi),$$

**Tabla 3: Identidad de Euler**

De forma que para recuperar el coseno sólo hay que tomar la parte real de la exponencial compleja:

$$\cos(\phi) = \operatorname{Re}\{\exp(j\phi)\}$$

El argumento  $\varphi$  puede ser una constante o, como en nuestro caso, una variable real dependiente del tiempo  $\phi(t) = \omega t + \phi_0$ . Así, obtenemos:

$$v(t) = V_0 \cos(\omega t + \theta_v) = \operatorname{Re}\{V_0 \exp[j(\omega t + \theta_v)]\} = \operatorname{Re}\{V_0 \exp(j\theta_v) \cdot \exp(j\omega t)\}$$

$$i(t) = I_0 \cos(\omega t + \theta_i) = \operatorname{Re}\{I_0 \exp[j(\omega t + \theta_i)]\} = \operatorname{Re}\{I_0 \exp(j\theta_i) \cdot \exp(j\omega t)\}$$

**Tabla 4: Conversión de fórmulas sinusoidales a cantidades complejas**

Las expresiones complejas  $V_0 \exp(j\theta_v) \cdot \exp(j\omega t)$  e  $I_0 \exp(j\theta_i) \cdot \exp(j\omega t)$  contienen toda la información acerca de la tensión y la corriente:

- $V_0$  e  $I_0$  son las amplitudes (voltios/amperios de pico/eficaces).
- $\theta_v$  y  $\theta_i$  son las fases iniciales.
- $\omega$  [rad/s] es la frecuencia angular o pulsación. La **frecuencia en Hz:  $f = \omega/2\pi$**

Más aún: puesto que  $\omega$  [rad/s] –o,  $f$  [Hz]– es común al voltaje y a la corriente, podemos omitir, por sobreentendido, el factor exponencial y operar con las magnitudes simplificadas resultantes:

$$\text{Fasor de voltaje: } \mathbf{V} = V_0 \exp(j\theta_v)$$

$$\text{Fasor de corriente: } \mathbf{I} = I_0 \exp(j\theta_i)$$

**Tabla 5: Fasor de voltaje y corriente**

(Recordar que *un circuito lineal no puede crear frecuencias que no estén presentes en la señal de entrada.*)

Los números complejos  $\mathbf{V}$  e  $\mathbf{I}$  se denominan **fasores** y permiten agilizar notablemente los cálculos y formalizar más concisamente la teoría del régimen permanente sinusoidal.

La relación entre el fasor de corriente o voltaje y la correspondiente expresión en el dominio del tiempo,  $i(t)$  o  $v(t)$ , se obtiene sustituyendo

**Paso del fasor a la señal en el tiempo:**

$$v(t) = \operatorname{Re}\{\mathbf{V} \exp(j\omega t)\}$$

$$i(t) = \operatorname{Re}\{\mathbf{I} \exp(j\omega t)\}$$

**Tabla 6: Fasores en función del tiempo**

<p>El empleo de fasores sólo es válido para señales sinusoidales.</p> <p>2. El fasor es un número complejo independiente del tiempo.</p> <p>3. <math>V_0</math> e <math>I_0</math> son las amplitudes de señal.</p> <p>4. <math>\theta_v</math> y <math>\theta_i</math> son las fases iniciales.</p> <p>5. La representación gráfica y las operaciones con fasores son idénticas a las de los números complejos.</p> <p>6. Los cálculos del régimen sinusoidal permanente se realizarán con fasores y únicamente cuando sea necesario obtener la expresión en función del tiempo</p> <p>7. Los fasores no sirven para analizar el régimen transitorio</p>
---

**Tabla 7: Ventajas y desventajas matemáticas del fasor**

**EJEMPLOS**

SEÑAL	FASOR
$v(t) = 5\cos(\omega t + \pi / 3)$	$V = 5\exp(\pi / 3) = 5 \cos(\pi / 3) + j \operatorname{sen}(\pi / 3) = 2,5 + j\sqrt{3}$
$i(t) = 5\operatorname{sen}(\omega t + \pi / 3)$ $= 5\cos(\omega t + \pi / 3 - \pi / 2)$ $= 5\cos(\omega t - \pi / 6)$	$I = 5\exp(-\pi / 6) = 5\cos(\pi / 6) - j \operatorname{sen}(\pi / 6) = \sqrt{3} - j 2,5$  <i>Observar que primero se transforma la función seno en una función coseno</i>

**Tabla 8: Ejemplos**

**2.2.10 Análisis matemático**

La temática suficiente que sirve de apoyo para el trabajo de investigación comprende el estudio de la derivada, la integral y las ecuaciones diferenciales básicas

**2.2.11 La derivada de una función**

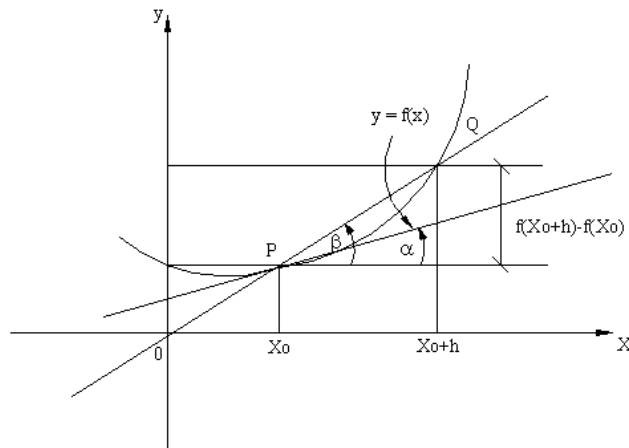
Sea  $f$  una función Real definida en un intervalo abierto  $I$ . Se llama derivada de  $f$  y se indica con  $f'$ , a otra función definida como:

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Otras Notaciones para la derivada son:

$$Df(x), \frac{df(x)}{dx}$$

**Interpretación Geométrica.**



**Ilustración 9: Interpretación geométrica de la derivada**

**Observaciones:**

- La derivada de una función en un punto  $x$  representa la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto  $f(x)$ .
- Si tenemos una función  $f$  en dependencia del tiempo, la derivada representa el cambio (variación) instantáneo de la función respecto al tiempo.
- Por ejemplo si  $f$  representa el desplazamiento (espacio) de una partícula en el tiempo  $t$ ,  $f'(t)$  representa el cambio instantáneo del espacio (velocidad).
- Si  $p(t)$  representa la población de una ciudad al tiempo  $t$ , entonces  $p'(t)$ , representa el crecimiento poblacional.

### 2.2.12 Diferenciación

Una función es diferenciable en un punto  $x$  si su derivada existe en ese punto; una función es diferenciable en un intervalo si lo es en cada punto  $x$  perteneciente al intervalo. Si una función no es continua en  $c$ , entonces no puede ser diferenciable en  $c$ ; sin embargo, aunque una función sea continua en  $c$ , puede no ser diferenciable. Es decir, toda función diferenciable en un punto  $C$  es continua en  $C$ , pero no toda función continua en  $C$  es diferenciable en  $C$  (como  $f(x) = |x|$  es continua pero no diferenciable en  $x = 0$ ).

### 2.2.13 Teorema de derivadas y continuidad

TEOREMA 1.- Si  $f$  es derivable en  $x_0$  entonces  $f$  es continua en  $x_0$ .

Nota: No vale el viceversa de este Teorema.

### Puntos de derivabilidad y no derivabilidad

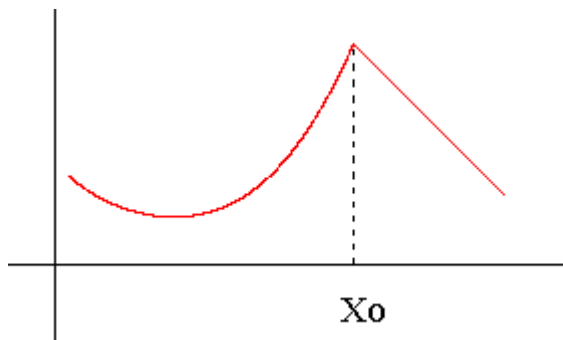


Ilustración 10: Puntos de derivabilidad y no derivabilidad

### 2.2.14 Derivadas de Orden superior

La derivada de una función diferenciable puede a su vez ser diferenciable, hablándose entonces de **segunda derivada** de la función diferenciable como la derivada de la derivada de ésta. Análogamente, la derivada de la segunda derivada recibe el nombre de **tercera derivada**, y así sucesivamente.

Según la Notación de Lagrange

$$f'(x), f''(x), f'''(x), \dots, f^{(n)}(x)$$

### EJEMPLO 1

Consideremos la siguiente función:

$$f(x) = 5$$

Entonces:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(5h) - (5)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{5 - 5}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{0}{h} = 0 \end{aligned}$$

### EJEMPLO 2

$$f(x) = 2x - 3$$

Entonces:

$$\begin{aligned} f'(4) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(4+h) - f(4)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(4+h) - 3 - (2 \cdot 4 - 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{8 + 2h - 3 - 8 + 3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = 2 \\ f'(5) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(5+h) - f(5)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(5+h) - 3 - (2 \cdot 5 - 3)}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{10 + 2h - 3 - 10 + 3}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{h} = 2 \end{aligned}$$

### EJEMPLO 3

Mediante esta diferenciación, se puede calcular la pendiente de una curva. Consideremos

$$f(x) = x^2$$

Entonces:

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^2 - x^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^2 + 2xh + h^2 - x^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2xh + h^2}{h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} (2x + h) = 2x \end{aligned}$$

Para cualquier punto  $x$ , la pendiente de la función  $f(x) = x^2$  es  $f'(x) = 2x$ .

### 2.2.15 Algebra de las derivadas

$$(af \pm bg)'(x) = af'(x) \pm by'(x)$$

$$f(x) = x^r \rightarrow f'(x) = rx^{r-1}$$

$$(f * g)'(x) = f'(x)g(x) + g'(x)f(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{[g(x)]^2}, \quad g(x) \neq 0$$

$$h'(x) = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

### 2.2.16 Derivadas Notables

$$f(x) = e^x \rightarrow f'(x) = e^x$$

$$f(x) = \ln(x) \rightarrow f'(x) = \frac{1}{x}$$

$$f(x) = \sin(x) \rightarrow f'(x) = \cos(x)$$

$$f(x) = \cos(x) \rightarrow f'(x) = -\sin(x)$$

$$f(x) = \tan(x) \rightarrow f'(x) = \sec^2(x)$$

$$f(x) = \csc(x) \rightarrow f'(x) = -\csc(x) \cot(x)$$

$$f(x) = \sec(x) \rightarrow f'(x) = \sec(x) \tan(x)$$

$$f(x) = \cot(x) \rightarrow f'(x) = -\csc^2(x)$$

### 2.2.17 Derivada de la función inversa

**Sea:**  $y = f(x) \rightarrow x = f^{-1}(y)$

$$(f^{-1}(y))' = \frac{1}{f'(x)}$$



### EJEMPLO

$$y = \text{sen}(x) \rightarrow x = \text{arcsen}(y)$$

$$(\text{arcsen}(y))' = \frac{1}{\text{sen}'(x)}$$

$$\frac{1}{\text{sen}'(x)} = \frac{1}{\cos x} = \frac{1}{\cos(\text{arcsen}(y))} = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}$$

$$(\text{arcsen}(x))' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, |x| < 1$$

### Derivadas Hiperbólicas

$f(x)$	$f'(x)$
$\text{senhx}$	$\text{cosh } x$
$\text{cosh } x$	$\text{senhx}$
$\text{tghx}$	$\text{sech}^2 x$
$\text{ctghx}$	$-\text{csch}^2 x$
$\text{sech } x$	$-\text{sech } x \text{ tghx}$
$\text{csc } hx$	$-\text{csc } hx \text{ ctghx}$

### Ejercicio especial

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \text{Inf} \{ |x - y|; y \in ([0,1] \cup \{2\}) \}$$

Hallar la derivada de  $f$

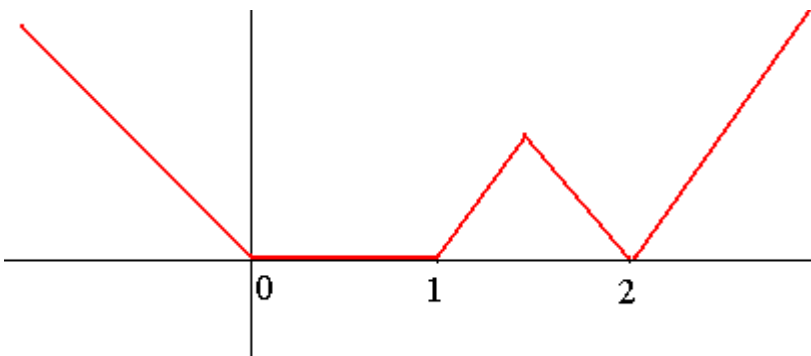


Ilustración 11: Ejemplo de derivabilidad

**Solución:**

La función  $f$  es derivable en

$$f'(x) = \begin{cases} -1, \dots \text{ si } , x \in ]-\infty, 0[ \\ 0, \dots \text{ si } , x \in ]0, 1[ \\ 1, \dots \text{ si } , x \in ]1, 1.5[ \\ -1, \dots \text{ si } , x \in ]1.5, 2[ \\ 1, \dots \text{ si } , x \in ]2, +\infty [ \end{cases}$$

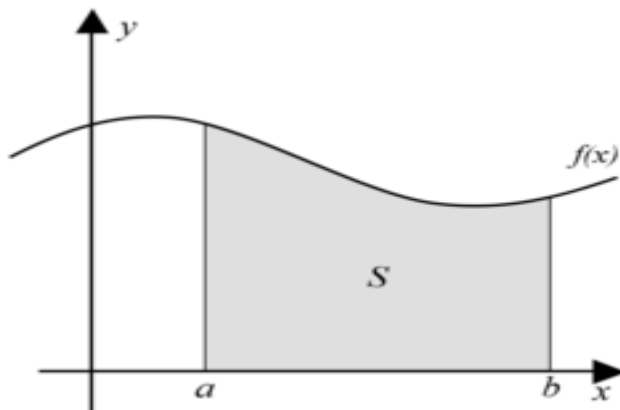
No es derivable en  $\{0, 1, 1.5, 2\}$

**2.2.18 La integral**

Los principios de la integración fueron formulados por Newton y Leibniz a finales del siglo XVIII. A través del teorema fundamental del cálculo, que desarrollaron los dos de forma independiente, la integración se conecta con la derivación, y la integral definida de una función se puede calcular fácilmente una vez que se conoce una anti-derivada. Las integrales y las derivadas pasaron a ser herramientas básicas del cálculo, con numerosas aplicaciones en ciencia e ingeniería.

**2.2.19 Integral Definida**

La integral definida de una función representa el área limitada por la gráfica de la función y el eje  $x$ . Tiene signo positivo cuando la función toma valores positivos y negativo cuando toma valores negativos



### Ilustración 12: Integral definida

#### EJEMPLO

Si  $f$  es la función constante  $f(x) = 3$ , entonces la integral de  $f$  entre 0 y 10 es el área del rectángulo limitado por las rectas  $x = 0$ ,  $x = 10$ ,  $y = 0$  e  $y = 3$ . El área corresponde al producto del ancho del rectángulo por su altura, por lo que aquí el valor de la integral es igual a 30.

#### INTEGRAL

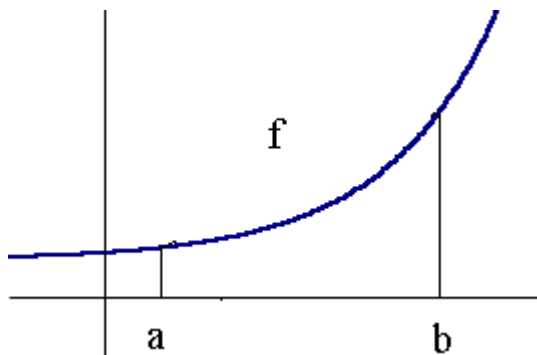


Ilustración 13: Integral definida en intervalo de a-b

$$I = \int_a^b f(x) dx$$

#### 2.2.20 Integral definida

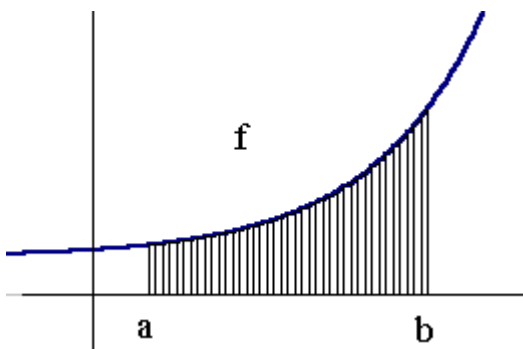
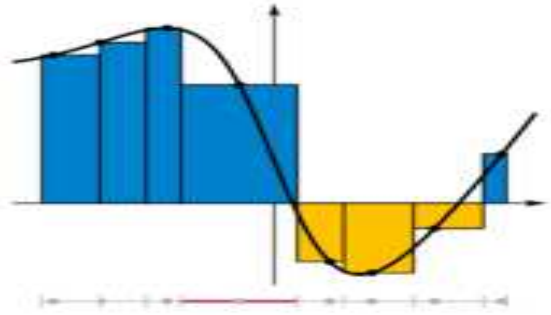


Ilustración 14: Área entre la curva y el eje, desde a hasta b

### 2.2.21 Integración de Riemann

Bernhard Riemann dio una definición rigurosa de la integral. Se basa en un límite que aproxima el área de una región curvilínea a base de partirla en pequeños trozos verticales. A comienzos del siglo XIX, empezaron a aparecer nociones más sofisticadas de la integral, donde se han generalizado los tipos de las funciones y los dominios sobre los cuales se hace la integración.



$$a = x_0 \leq t_1 \leq x_1 \leq t_2 \leq x_2 \leq \dots \leq x_{n-1} \leq t_n \leq x_n = b.$$

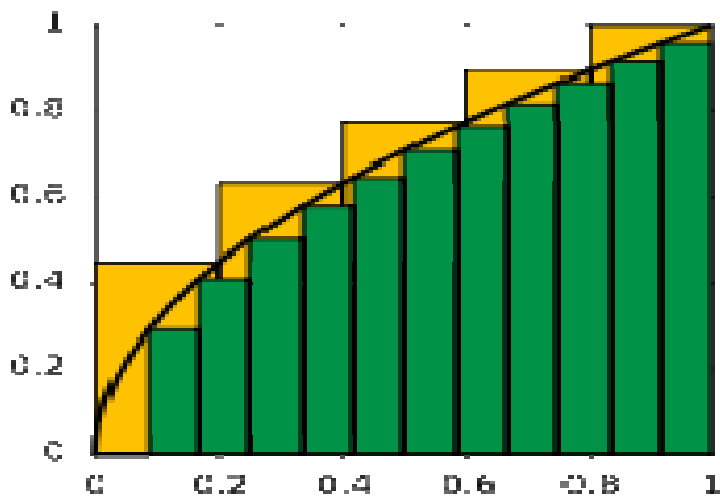


Ilustración 15: Ejemplos de áreas

Aproximaciones a la integral de  $f(x)$  entre 0 y 1, con ■ 5 muestras por la izquierda (arriba) y ■ 12 muestras por la derecha (abajo)

**Sumas Superior e Inferior (Riemann)**

$$\overline{S} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \xi_i (x_{i+1} - x_i)$$

$$\xi_i = \text{Sup} \{ f(x) / x \in [x_i, x_{i+1}] \}$$

$$\underline{S} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \eta_i (x_{i+1} - x_i)$$

$$\eta_i = \text{Inf} \{ f(x) / x \in [x_i, x_{i+1}] \}$$

### 2.2.22 Integrale según Riemann

$$\overline{S} = \underline{S}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \xi_i (x_{i+1} - x_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \eta_i (x_{i+1} - x_i)$$

$$\int_a^b f(x) dx = \underline{S} = \overline{S}$$

### Integración de Riemann

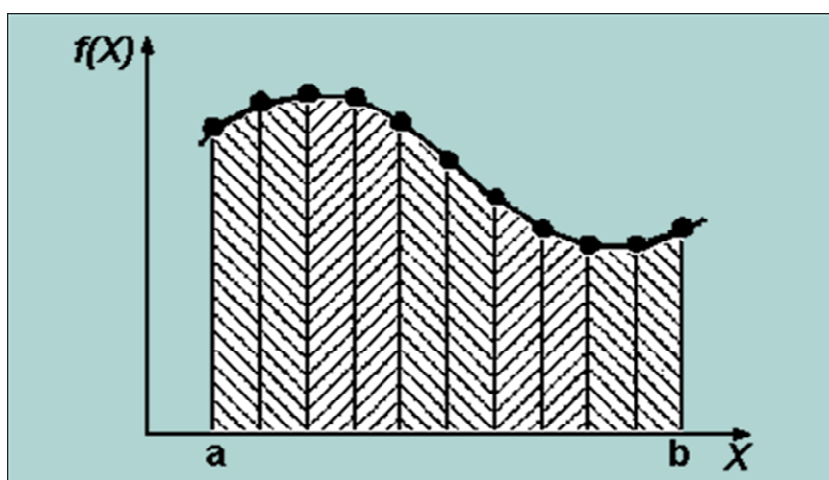


Ilustración 16: Integral de Riemann

$$\int_a^b f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=0}^n f(x_i) (x_{i+1} - x_i)$$

## EJEMPLOS

La función  $f(x)=5$ , es derivable según Riemann en  $[a,b]$

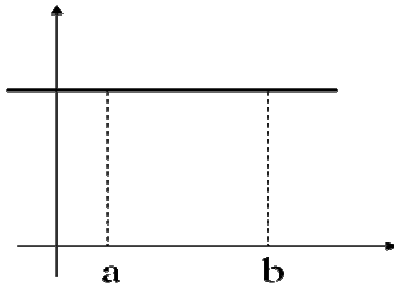


Ilustración 17: Ejemplo de la integral de Riemann

$$\begin{aligned}\overline{S} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \xi_i (x_{i+1} - x_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 5 (x_{i+1} - x_i) \\ &= 5 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_{i+1} - x_i) = 5 |b - a|\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{S} &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n \eta_i (x_{i+1} - x_i) = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n 5 (x_{i+1} - x_i) \\ &= 5 \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n (x_{i+1} - x_i) = 5 |b - a|\end{aligned}$$

$$\overline{S} = \underline{S} = \int_a^b 5 dx = 5 |b - a|$$

### 2.2.23 Teorema Fundamental del Cálculo

El teorema demuestra una conexión entre la integración y la derivación. Esta conexión, combinada con la facilidad, comparativamente hablando, del cálculo de derivadas, se puede usar para calcular integrales.

$$F(x) = \int_a^x f(t) dt. \quad \text{Entonces } F'(x) = f(x).$$

$$\int_a^b f(t) dt = F(b) - F(a).$$

Ecuación 1: Teorema fundamental del cálculo

### 2.2.24 Propiedades del Integral

$$\int_a^b (\alpha f + \beta g)(x) dx = \alpha \int_a^b f(x) dx + \beta \int_a^b g(x) dx.$$

$$\int_a^b f(x) dx = - \int_b^a f(x) dx.$$

$$\int_a^a f(x) dx = 0.$$

$$\int_a^b f(x) dx = \int_a^c f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$$

Ecuación 2: Propiedades de la integral

### 2.2.25 Integrales Impropias

$$\int_a^{\infty} f(x) dx = \lim_{b \rightarrow \infty} \int_a^b f(x) dx$$

Ecuación 3: Integral impropia

### 2.2.26 Integral Indefinida

Si  $F(x)$  es una primitiva (anti-derivada) de  $f(x)$  ( $F'(x)=f(x)$ ), se define

$$\int f(x) dx = F(x) + k$$

Ecuación 4: Integral indefinida

(El Integral Indefinido de una función es una familia de funciones)

### 2.2.27 Métodos de Integración (Sustitución)

$$\int f(x) dx = \int f[g(t)] g'(t) dt$$

Ecuación 5: Métodos de integración

## EJEMPLOS

$$\int \sin^4(x) \cdot \cos(x) dx$$
$$\int \frac{(2 \ln(x) + 3)^3}{x} dx$$

### 2.2.28 Métodos de Integración (Por partes)

$$\int f(x) \cdot g'(x) dx = f(x) \cdot g(x) - \int f'(x) \cdot g(x) dx$$

Ecuación 6: Integración por partes

## EJEMPLOS

$$\int \sin^2(x) dx$$
$$\int \ln(x) dx$$

### 2.2.29 Las ecuaciones diferenciales

Las palabras ecuaciones y diferenciales nos hacen pensar en la solución de cierto tipo de ecuación que contenga derivadas. Así como al estudiar álgebra y trigonometría se invierte bastante tiempo en resolver ecuaciones, como  $x^2 + 5x + 4 = 0$  con la variable  $x$ , en este con esta teoría vamos a resolver ecuaciones diferenciales como  $y'' + 2y' + y = 0$ , para conocer la función  $y$ .

**Ecuación diferencial** En cálculo aprendimos que la derivada,  $dy/dx$ , de la función  $y = \phi(x)$  es en sí, otra función de  $x$ , que se determina siguiendo las reglas adecuadas; por ejemplo, si  $y = e^{x^2}$ , entonces  $dy/dx = 2xe^{x^2}$ . Al reemplazar  $e^{x^2}$  por el símbolo  $y$  se obtiene

$$\frac{dy}{dx} = 2xy. \quad (1)$$

El problema al que nos encararemos en este curso no es "dada una función  $y = \phi(x)$ , determinar su derivada". El problema es "dada una ecuación diferencial, como la ecuación 1, ¿hay algún método por el cual podamos llegar a la función desconocida  $y = \phi(x)$ ?"



Las ecuaciones diferenciales se clasifican de acuerdo con su **tipo**, **orden** y **linealidad**.

es una ecuación diferencial de segundo orden. Como la ecuación  $(y - x) dx + 4x dy = 0$  se puede escribir en la forma

$$4x \frac{dy}{dx} + y = x$$

si se divide entre la diferencial  $dx$ , es un ejemplo de una ecuación diferencial ordinaria de primer orden.

Una ecuación diferencial ordinaria general de orden  $n$  se suele representar mediante los símbolos

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0. \quad (2)$$

En las explicaciones y demostraciones de este libro supondremos que se puede despejar la derivada de orden máximo,  $y^{(n)}$ , de una ecuación diferencial de orden  $n$ , como la ecuación (2); esto es,

$$y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)}).$$

**Clasificación según el tipo** Si una ecuación sólo contiene derivadas ordinarias de una o más variables dependientes con respecto a una sola variable independiente, entonces se dice que es una **ecuación diferencial ordinaria**. Por ejemplo

$$\frac{dy}{dx} + 10y = e^x \quad \text{y} \quad -\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{dy}{dx} + 6y = 0$$

son ecuaciones diferenciales ordinarias. Una ecuación que contiene las derivadas parciales de una o más variables dependientes, respecto de dos o **más** variables independientes, se llama **ecuación en derivadas parciales**. Por ejemplo,

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial v}{\partial x} \quad \text{y} \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2 \partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

son ecuaciones en derivadas parciales,

**Clasificación según el orden** El **orden de una ecuación diferencial** (ordinaria o en derivadas parciales) es el de la derivada de mayor orden en la ecuación. Por ejemplo,

$$\begin{array}{ccc} \text{segundo orden} & \downarrow & \downarrow & \text{primer orden} \\ & & & \\ & & & \frac{d^2y}{dx^2} + 5 \left( \frac{dy}{dx} \right)^3 - 4y = e^x \end{array}$$

**Clasificación según la linealidad o no linealidad** Se dice que una ecuación diferencial de la forma  $y^{(n)} = f(x, y, y', \dots, y^{(n-1)})$  es **lineal** cuando  $f$  es una función lineal de  $y, y', \dots, y^{(n-1)}$ . Esto significa que una ecuación es lineal si se puede escribir en la forma

$$a_n(x) \frac{d^n y}{dx^n} + a_{n-1}(x) \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + \dots + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x) y = g(x).$$

En esta última ecuación, vemos las dos propiedades características de las ecuaciones diferenciales lineales:

- i) La variable dependiente  $y$  y todas sus derivadas son de primer grado; esto es, la potencia de todo término donde aparece  $y$  es 1.
- ii) Cada coeficiente sólo depende de  $x$ , que es la variable independiente.

Las funciones como  $\sin y$  o las funciones de las derivadas de  $y$ , como  $e^y$  no pueden aparecer en una ecuación lineal. Cuando una **ecuación** diferencial no es lineal, se dice que es no **lineal**. Las ecuaciones

$$(y - x) dx + 4x dy = 0, \quad y'' - 2y' + y = 0, \quad x^3 \frac{d^3 y}{dx^3} - \frac{dy}{dx} + 6y = e^x$$

son ecuaciones lineales ordinarias de primero, segundo y tercer orden, respectivamente. Por otro lado,

el coeficiente depende de $y$	función no lineal de $y$	potencia distinta de 1
↓	↓	↓
( 1	+ $y$ ) $y' + 2y = e^x$ ,	$\frac{d^2 y}{dx^2} + \sin \frac{d^4 y}{dx^4} + y^2 = 0$

son ecuaciones diferenciales no lineales de primero, segundo y cuarto **orden**, respectivamente.

### 2.2.30 Solución de ecuaciones diferenciales

Cuando una función  $\phi$ , definida en algún intervalo  $I$ , se sustituye en una ecuación diferencial y transforma esa ecuación en una identidad, se dice que es una solución de la ecuación en el intervalo.

En otras palabras, una solución de una ecuación diferencial ordinaria, como la ecuación (2), es una función  $\phi$  con al menos  $n$  derivadas y

$$F(x, \phi(x), \phi'(x), \dots, \phi^n(x)) = 0 \text{ para todo } x \text{ en } I$$

Se dice que  $y=\phi(x)$  satisface la ecuación diferencial. El intervalo  $I$  puede ser intervalo abierto,  $(a, B)$ , cerrado,  $[a, b]$ , infinito,  $(a, \infty)$ ,

Comprobar que  $y = x^4/16$  es una solución de la ecuación no lineal

$$\frac{dy}{dx} = xy^{1/2}$$

en el intervalo  $(-\infty, \infty)$ .

**SOLUCIÓN** Un modo de comprobar que la función dada es una solución es escribir la ecuación diferencial en la forma  $dy/dx - xy^{1/2} = 0$ , y ver, **después** de sustituir, si la suma  $dy/dx - xy^{1/2}$  es cero para toda  $x$  en el intervalo. Con,

$$\frac{dy}{dx} = 4 \frac{x^3}{16} = \frac{x^3}{4} \quad \text{y} \quad y^{1/2} = \left(\frac{x^4}{16}\right)^{1/2} = \frac{x^2}{4},$$

vemos que

$$\frac{d}{dx} - \frac{d}{dx} \frac{y^{1/2}}{16} = \frac{x^3}{4} - x^0 \frac{x^4}{16}^{1/2} = \frac{x^3}{4} - \frac{x^3}{4} = 0$$

para todo número real. Obsérvese que  $y^{1/2} = x^2/4$  es, por definición, la raíz cuadrada **no** negativa de  $x^4/16$ .

**Solución por integración** Comenzaremos nuestro estudio de la metodología para resolver ecuaciones de primer orden,  $dy/dx = f(x, y)$ , con la más sencilla de todas las ecuaciones diferenciales. Cuando  $f$  es independiente de la variable  $y$  -esto es, cuando  $f(x, y) = g(x)$ - la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = g(x) \quad (1)$$

se puede resolver por integración. Si  $g(x)$  es una función continua, al integrar ambos lados de (1) se llega a la solución

$$y = \int g(x) dx = G(x) + c,$$

en donde  $G(x)$  es una antiderivada (o integral indefinida) de  $g(x)$ ; por ejemplo,

$$\text{Si } \frac{dy}{dx} = 1 + e^{2x} \text{ entonces } y = \int (1 + e^{2x}) dx = x + \frac{1}{2} e^{2x} + c.$$

La ecuación (1), y su método de solución, no son más que un caso especial en que  $f$ , en  $dy/dx = f(x, y)$  es un producto de una función de  $x$  por una función de  $y$ .

### 2.2.31 Solución de una ecuación diferencial por variables separables

Se dice que una ecuación diferencial de primer orden, de la forma

$$\frac{dy}{dx} = g(x) h(y)$$

#### Ecuación 7: Solución de una ecuación diferencial de variables separables

Es separable, o de variables separables. Observe que al dividir entre la función  $h(y)$ , una ecuación separable se puede escribir en la forma

$$p(y) \frac{dy}{dx} = g(x)$$

#### Ecuación 8: solución de una E.D de variables separables

Donde, por comodidad,  $p(y)$  representa a  $1/h(y)$ . Así podemos ver de inmediato que la ecuación 8 se reduce a la ecuación 1 cuando  $h(y) = 1$ .

Ahora bien, si  $y = \phi(x)$  representa una solución de 8 se debe cumplir

$$\int p(\phi(x)) \phi'(x) dx = \int g(x) dx.$$

**Ecuación 9: solución de una E.D de variables separables**

Pero  $dy = h(x) dx$ , de modo que la ecuación 9 es lo mismo que

$$p(y)dy = \int g(x)dx \quad \text{o} \quad H(y) = G(x) + C,$$

**Ecuación 10: solución de una E.D**

En donde  $H(y)$  y  $G(x)$  son anti-derivadas de  $p(y) = 1/h(y)$  y de  $g(x)$ , respectivamente.

Resolver  $(1 + x) dy - y dx = 0$ .

**SOLUCIÓN** Dividimos entre  $(1 + x)y$  y escribimos  $dy/y = dx/(1 + x)$ , de donde

$$\int \frac{dy}{y} = \int \frac{dx}{1+x}$$

$$\ln|y| = \ln|1+x| + c_1$$

$$y = e^{\ln|1+x| + c_1}$$

$$= e^{\ln|1+x|} \cdot e^{c_1} \quad \leftarrow \text{leyes de los exponentes}$$

$$= |1+x|e^{c_1}$$

$$= \pm e^{c_1}(1+x). \quad \leftarrow \begin{cases} |1+x| = 1+x, x \geq -1 \\ |1+x| = -(1+x), x < -1 \end{cases}$$

Definimos  $c$  como  $\pm e^{c_1}$ , con lo que llegamos a  $y = c(1 + x)$ .

**SOLUCIÓN ALTERNATIVA** Como cada integral da como resultado un logaritmo, la elección más prudente de la constante de integración es  $\ln|c|$ , en lugar de  $c$ :

$$\ln|y| = \ln|1+x| + \ln|c|, \quad \text{o bien} \quad \ln|y| = \ln|c(1+x)|,$$

y entonces  $y = c(1+x)$ .

Aun cuando no *todas* las integrales indefinidas sean logaritmos, podría seguir siendo más conveniente usar  $\ln|c|$ . Sin embargo, no se puede establecer una regla invariable.

**2.2.32 La facilidad de aprender análisis de circuitos en corriente alterna**

Para el estudio de la variable dependiente, la facilidad de aprender análisis de circuitos en corriente alterna, la investigación se fundamenta en dos ejes principales, la teorías de la didáctica de **Juan Mallart: Didáctica: concepto, objeto y finalidad**, y el análisis de circuitos eléctricos de algunos folletos de la Escuela Politécnica Nacional Quito

### 2.2.33 La didáctica

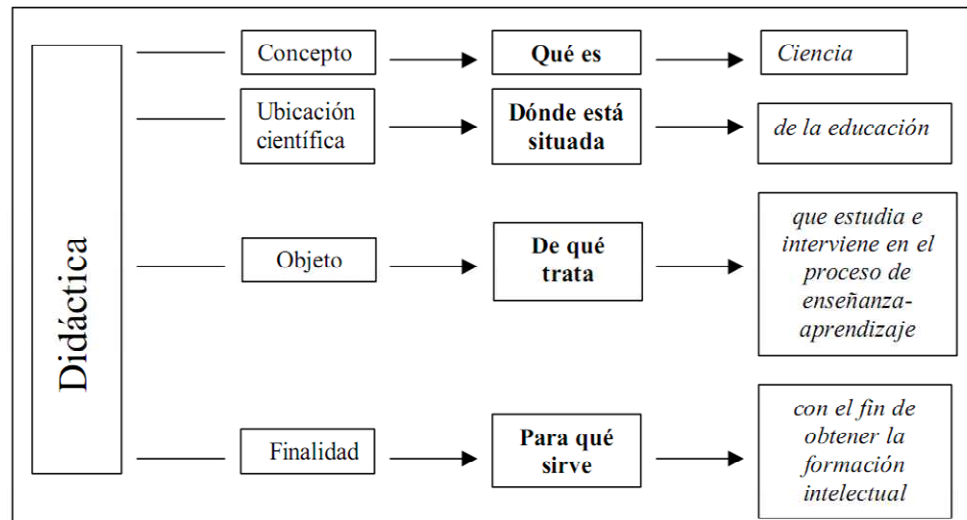


Ilustración 18: Mapa conceptual de la didáctica

### 2.2.34 Introducción

Etimológicamente, el término Didáctica procede del griego: didaktiké, didaskein, didaskalia, didaktikos, didasko (didaktike, didaskein, didaskalia, didaktikos, didasko) ...

Todos estos términos tienen en común su relación con el verbo enseñar, instruir, exponer con claridad. Didaskaleion era la escuela en griego; didaskalia, un conjunto de informes sobre concursos trágicos y cómicos; didaskalos, el que enseña; y didaskalikos, el adjetivo que se aplicaba a la prosa didáctica.

Didaxis tendría un sentido más activo, y Didáctica sería el nominativo y acusativo plural, neutro, del adjetivo didaktikos, que significa apto para la docencia. En latín ha dado lugar a los verbos docere y discere, enseñar y aprender respectivamente, al campo semántico de los cuales pertenecen palabras como docencia, doctor, doctrina, discente, disciplina, discípulo...

### 2.2.35 Definición

Después de ver el origen etimológico se impone llegar a una definición precisa. Todos los que han escrito de obras de Didáctica han aportado la suya estableciendo variaciones a las de los demás. Pero con un elevado nivel de coincidencia, como no podía ser de otro modo.



Estebaranz (1994, 41) Sáenz Barrio (1994, 14) y Ruiz (1996, 25) presentan un completo análisis de las definiciones de muchos autores con el fin de hallar los elementos comunes a todas ellas. Algo así había hecho en otro momento Benedito (1987, 34) igual que hiciera antaño Rufino Blanco con el concepto de educación. Recogiendo sus resultados, llegamos a las siguientes conclusiones:

Aspectos	Descriptorios en la definición de Didáctica
Carácter	disciplina subordinada a la Pedagogía teoría, práctica ciencia, arte, tecnología
Objeto	proceso de enseñanza-aprendizaje enseñanza aprendizaje instrucción formación
Contenido	normativa comunicación alumnado profesorado metodología
Finalidad	formación intelectual optimización del aprendizaje integración de la cultura desarrollo personal

**Ilustración 19: Elementos presentes en la didáctica**

Entre tantas definiciones, una de la más simple y no menos acertada podría ser la de Dolch (1952): "Ciencia del aprendizaje y de la enseñanza en general". Nos dice claramente de qué trata, cuál es su objeto, sin añadir nada más.

Fernández Huerta (1985, 27) apunta que la "Didáctica tiene por objeto las decisiones normativas que llevan al aprendizaje gracias a la ayuda de los métodos de enseñanza".

Escudero (1980, 117) insiste en el proceso de enseñanza-aprendizaje: "Ciencia que tiene por objeto la organización y orientación de situaciones de enseñanza-aprendizaje de carácter instructivo, tendentes a la formación del individuo en estrecha dependencia de su educación integral".

Por tanto, a la vista de lo anterior, podemos apuntar ya que la Didáctica es la ciencia de la educación que estudia e interviene en el proceso de enseñanza-aprendizaje con el fin de conseguir la formación intelectual del educando.

La Didáctica, entre la teoría y la práctica

““No hay nada tan práctico como una buena teoría, si bien hay que tener la práctica de saber qué teoría hay que escoger”” (Poincaré)

““Cuando la teoría sirve poco para la práctica, no es por culpa de la teoría, sino precisamente porque no hay suficiente teoría”” (Kant)

““La práctica es la mejor maestra””. (Cicerón)

La Didáctica entre las ciencias de la educación

Las ciencias de la educación son ciencias humanas y, como tales, no tienen las mismas características de las ciencias físico-naturales. Más bien se trata de cuerpos de conocimientos que constituyen ciencias borrosas, inacabadas y poco formalizadas. La misma intervención en los procesos de enseñanza-aprendizaje que propugna la Didáctica consigue transformar los fenómenos que estudia. Por imperativos éticos no se puede dejar de intervenir en multitud de ocasiones. Los fenómenos educativos, por otra parte, están sujetos a variables menos conocidas o poco controlables. Variables que no siempre dependen del investigador que trata de descifrarlas.

### **2.2.36 Clasificación y lugar de la Didáctica**

Existen variadas clasificaciones de las ciencias de la educación. El grado de coincidencia entre todas es notable, aun cuando difieran en los criterios. Un enfoque sistemático y taxonómico llevado a las últimas consecuencias no sería demasiado necesario para nuestros fines. Nos bastará con señalar nuestro marco. No nos interesa perder de vista que el objetivo es destacar la presencia de la didáctica como campo del saber pedagógico con sus variados enfoques.

Objeto de estudio y de intervención de la Didáctica: el proceso de enseñanza-aprendizaje

Toda ciencia tiene un objeto material (quod) y un objeto formal (quo). El primero es la misma realidad que estudia. Y el segundo se refiere al enfoque o perspectiva desde la cual se contempla el objeto material. El objeto material de la Didáctica es el estudio del proceso de enseñanza-aprendizaje. Y su objeto formal consiste en la prescripción de métodos y estrategias eficaces para desarrollar el proceso mencionado.

Muchos autores consideran que el objeto de la Didáctica es –simplemente la enseñanza o bien, como objeto formal, la instrucción educativa (Oliva, 1996, 58). En algunos casos, a ello añaden otros elementos, como Benedito (1987, 10), quien apunta también como el contenido semántico que es objeto de la Didáctica:

- La enseñanza,
- El aprendizaje,



- La instrucción,
- La comunicación de conocimientos,
- El sistema de comunicación,
- Los procesos de enseñanza-aprendizaje.

Para Ferrández (1981, 68) el objeto formal de la Didáctica es “la actividad docente-discente con los métodos adecuados”. Otra manera de denominar el proceso comunicativo, bidireccional que tiene lugar en cada acto didáctico. O, dicho de otro modo: el proceso de enseñanza-aprendizaje que acontece cuando están en relación un docente y un discente (o más de uno) en la que el primero selecciona y utiliza diversos procedimientos, métodos o estrategias para ayudar a conseguir el aprendizaje del segundo.

Zabalza (1990, 139) considera el amplio campo conceptual y operativo del que debe ocuparse la Didáctica y se refiere a un conjunto de situaciones problemáticas que requieren la posesión de la información suficiente para la adecuada toma de decisiones. Cita los siguientes problemas:

- La enseñanza, como concepto clave,
- La planificación y el desarrollo curricular,
- El análisis en profundidad de los procesos de aprendizaje,
- El diseño, seguimiento y control de innovaciones,
- El diseño y desarrollo de medios en el marco de las nuevas tecnologías educativas,
- El proceso de formación y desarrollo del profesorado,
- Programas especiales de instrucción.

La teoría de la enseñanza y del aprendizaje (Unterrichtstheorie) equivale actualmente a la Didáctica en los países germánicos e incluye a la teoría curricular (Klafki, 1980, 1991). Así, pues, también se puede considerar que el objeto de la Didáctica es el estudio, elaboración y práctica del currículum. Pero esta manera de formular el objeto de la Didáctica no es en el fondo muy distinta del proceso de enseñanza-aprendizaje. A este respecto, nos dice Estebaranz (1994, 69): “Hoy nos planteamos la pregunta ¿cuál es el objeto de la Didáctica? ¿es la teoría y tecnología de la enseñanza? ¿o del currículum? ¿o es que hablamos de una misma cosa desde distintas perspectivas?”. Efectivamente, hemos constatado que no hablamos de cosas distintas, aunque haya sus matices (Mallart, 2000a).

Ferrández (1984) distingue el objeto material del formal. Destaca la enseñanza, con sus elementos representados en las caras de un tetraedro: discente, docente, método, materia. Como objeto formal se explicita "la actividad mecánica, semántica o sintáctica del docente-discente, con matriz bidireccional, que emplea el método más adecuado a cada acto didáctico" (Ferrández, 1984, 239). En el proceso de enseñanza-aprendizaje habrá que considerar estos elementos: la relación docente-discente, método o conjunto de estrategias, materia o contenido del aprendizaje... y el entorno sociocultural, en sudimensión más próxima. A la que habría que añadir los elementos culturales propios de la comunidad en la que esté incardinada la escuela. Ferrández coincide así, con los elementos fundamentales para tomar las decisiones relativas a la elaboración del currículum según Schwab (1978), que son: alumno, profesor, entorno y materia.

Lo importante será la relación entre la enseñanza por una parte, y el aprendizaje por otra. Se repite hasta la saciedad que no tendría sentido la enseñanza si no provocase el aprendizaje. Pero también se debe reconocer que el grado de efectividad de la primera es tal que no siempre se puede asegurar que la enseñanza sea la causa de todos los aprendizajes.

Con el fin de comprender mejor esta relación, pasaremos revista a unas situaciones en las que se podría sistematizar esta relación enseñanza/aprendizaje (E/A). En el cuadro siguiente, E+ significa presencia de enseñanza y A+ presencia de aprendizaje, mientras E- o A- significa ausencia de enseñanza o de aprendizaje respectivamente.

	<b>A+</b>	<b>A-</b>
<b>E+</b>	<b>E+A+</b>	<b>E+A-</b>
<b>E-</b>	<b>E-A+</b>	<b>E-A-</b>

**Ilustración 20: Relación entre la enseñanza (E) y el aprendizaje(A)**

a. Primer caso, E +A +: Es el más perfecto porque hallamos la presencia a la vez de la enseñanza y del aprendizaje. En él, aún se pueden dar dos situaciones. La primera y más lógica es aquella en que E es la causa de A. Como cuando se ha aprendido a leer por efecto de una enseñanza planificada y llevada a cabo correctamente. Otra situación de E +A +, menos lógica, pero no infrecuente, es aquella en que no hay una relación E/A porque la enseñanza no ha causado el

aprendizaje. En esta situación, el profesor ha pretendido enseñar una cosa, pero el alumno ha aprendido otra. No pocas veces, cuando en clase se propone un ejemplo para ilustrar una lección importante, resulta que los alumnos recuerdan el ejemplo y olvidan lo importante. Muchos padres mandan a Inglaterra a sus hijos para que aprendan el idioma. Pero los chicos se encuentran conviviendo con muchachos de otras nacionalidades y acaban aprendiendo algunas frases en italiano, francés, o chino en lugar del inglés que habían ido a aprender.

b. Segundo caso: E+ A -: Habiendo enseñanza pero no produciéndose el aprendizaje previsto, también encontramos dos situaciones. En la primera, la causa del no aprendizaje es un defecto en la enseñanza. Se ha producido la enseñanza de forma deficiente y no ha logrado provocar el aprendizaje deseado. Valga como ejemplo si se ha explicado con desorden la manera de proceder para buscar palabras en el diccionario y no se ha aprendido bien el algoritmo porque no se ha enseñado el uso de las palabras guía que se encuentran en la esquina superior de cada página.

La otra situación del mismo caso se da cuando la causa de no aprender no está en la enseñanza sino en la capacidad del alumno, en su baja motivación, o bien en estímulos contextuales del medio que atraen poderosamente su interés desviándolo de la enseñanza... Si se está explicando mientras el alumnado se halla pendiente de algo que ocurre en el exterior del aula, cuando falta muy poco para acabar la hora de clase... se corre el riesgo de no ser atendido. Habrá habido una enseñanza inútil. Lo mismo ocurre cuando no se consigue despertar el interés suficientemente, o el aprendizaje no puede llegar a ser significativo. En esta situación, también hay responsabilidad en la calidad de la enseñanza por no adaptarse a las condiciones del sujeto que ha de aprender.

c. Tercer caso: E -A +: Se da realmente un aprendizaje, sin que se haya propuesto por algún agente exterior un acto de enseñanza. Esta situación responde al modelo de auto-aprendizaje. Pero como nadie obtiene de la nada ningún aprendizaje por sí solo, hará falta la presencia indirecta o remota de algún agente que haya facilitado el material necesario para conseguir el resultado. Me refiero al autor o diseñador de un programa de autoaprendizaje (enseñanza asistida por ordenador), o bien al autor de un libro o material que permita al sujeto proponerse aprender una cuestión y lograrlo sin el auxilio de nadie presente físicamente en el momento del aprendizaje, pero que ya ha realizado su labor didáctica. No está muy claro que no haya habido enseñanza en este caso. El mejor ejemplo es la enseñanza a distancia.

También se puede dar un aprendizaje sin una enseñanza formal. Se trataría de un aprendizaje ocasional, obtenido por la experiencia, en contacto con un medio... Sin intencionalidad explícita por parte de nadie. El resultado es un aprendizaje

por la vida, fortuito, incidental. Habrá que reconocer que muchas cosas se han aprendido de esta manera. Nadie nos las ha enseñado voluntariamente y, sin embargo, las hemos aprendido.

Cuarto caso: E -A -: Se trata de una situación límite en la que no se dan ninguno de los dos componentes. Como tal, no le interesa a la Didáctica.

Los procesos de enseñanza-aprendizaje tienen lugar cuando se desarrollan cada uno de los diversos actos didácticos que los componen.

### **2.2.37 La enseñanza**

El conocimiento no se da ni se transmite, sino que se construye o reconstruye.

Ningún hombre os puede revelar nada, fuera de lo que yace medio dormido en el alba de vuestro conocimiento.

El maestro que pasea a la sombra del templo entre sus discípulos, no les da parte de su sabiduría, sino más bien de su fe y de su amor.

Si realmente es sabio, no os pedirá que entréis en la mansión de su sabiduría, sino que os conducirá hasta el umbral de vuestra propia mente...

Porque la visión que tiene un hombre no facilita sus alas a ningún otro hombre

(Khalil Gibran, El profeta)

La enseñanza es la actividad humana intencional que aplica el currículum y tiene por objeto el acto didáctico. Consta de la ejecución de estrategias preparadas para la consecución de las metas planificadas, pero se cuenta con un grado de indeterminación muy importante puesto que intervienen intenciones, aspiraciones, creencias... elementos culturales y contextuales en definitiva. Esta actividad se basa en la influencia de unas personas sobre otras. Enseñar es hacer que el alumno aprenda, es dirigir el proceso de aprendizaje.

Se suelen mencionar unas cualidades necesarias para que la enseñanza se convierta en una “enseñanza educativa”: valía de los contenidos enseñados, veracidad de lo que se enseña (actualidad y utilidad) y adaptación a los sujetos que aprenden. Destaco las características de intencionalidad, interacción comunicativa de sus procesos, intención normativa y perfectiva.

Se puede interpretar en diversos sentidos, entre los que destacamos seis que son complementarios:

- a. En sentido originario, significa mostrar algo a alguien. En este sentido general, vulgar o coloquial, enseñar equivale a transmitir conocimientos o instruir.
- b. Como logro o adquisición de aprendizajes. Desde el punto de vista del discente que aprende, enseñar es a aprender como vender es a comprar (Dewey). Desde este punto de vista, la enseñanza no se considera completa más que si consigue su objetivo de lograr el aprendizaje. Se ha definido como la actividad intencional diseñada para provocar el aprendizaje de los alumnos (Tom). Y como arte y técnica que orienta el aprendizaje para conseguir metas positivas. Así, se puede decir que la enseñanza es el proceso de organización de las experiencias de aprendizaje de los alumnos.
- c. Como actividad intencional, destaca la intención; más aún que el éxito obtenido. Se puede no conseguir el máximo rendimiento, pero la enseñanza será igualmente un proceso intencional con algún objetivo previsto, anticipando las conductas que se darán más tarde.
- d. Como actividad normativa, la enseñanza guía la acción tanto desde el punto de vista técnico para conseguir los fines y objetivos didácticos, como desde el punto de vista ético.
- e. Como actividad interactiva tiene un carácter relacional o comunicativo, que se produce en una institución (marco de actuación, espacio y tiempo prefijados). En la familia se da una socialización primaria, no intencional, no consciente, mientras que en la escuela se da una socialización secundaria, intencional y consciente.
- f. Como actividad reflexiva, se opone a la repetición rutinaria de actos mecánicos.

### 3.2 El aprendizaje Didáctica general para psicopedagogos

Del latín, APREHENDERE, aprendizaje significa adquirir, coger, apoderarse de algo. Es decir que se trata de hacer propios los contenidos que se enseñan en el acto didáctico. Es la actividad que corresponde al educando, la versión o la otra cara de la moneda de la enseñanza, su resultado en el caso de obtener éxito en el proceso.

Aprendizaje es el proceso mediante el cual se origina o se modifica un comportamiento o se adquiere un conocimiento de una forma más o menos permanente. Desde el punto de vista vulgar se podría decir que aprender es beneficiarse de la experiencia, pero ocurre que no siempre nos perfeccionamos al aprender porque también se aprenden hábitos inútiles o incluso perjudiciales.

Para Rogers, la Didáctica es el arte y la técnica de orientar el aprendizaje. Casi con las mismas palabras, Mattos (1974, 39) se refiere a enseñar como "incentivar y orientar con técnicas apropiadas el proceso de aprendizaje de los alumnos en la asignatura".

Si se trata de planificar documentos curriculares, ayudas para la programación didáctica o bien las programaciones mismas, en cualquier caso se trata de coadyuvar a la adquisición de aprendizajes en los alumnos. Es clave, por tanto, tener ideas básicas sobre este concepto. Hoy es mucho más importante que el de enseñanza. El maestro puede enseñar, pero todo puede ser inútil si el alumno no aprende. La tarea didáctica ya no consiste sólo en enseñar, sino en crear las condiciones para que los alumnos aprendan. Y, ¿qué entendemos por aprender? Entendemos que es realizar un proceso en el que tiene lugar un cambio o modificación de la conducta, persistente, normalmente positivo para el organismo y como consecuencia de algún agente exterior a la persona que aprende. "El aprendizaje es un proceso de modificación en el comportamiento, incluso en el caso de que se trate únicamente de adquirir un saber" (Correll, 1969, 15)

"El proceso mediante el cual se origina o se modifica una actividad respondiendo a una situación" (Hilgard, 1968, 369)

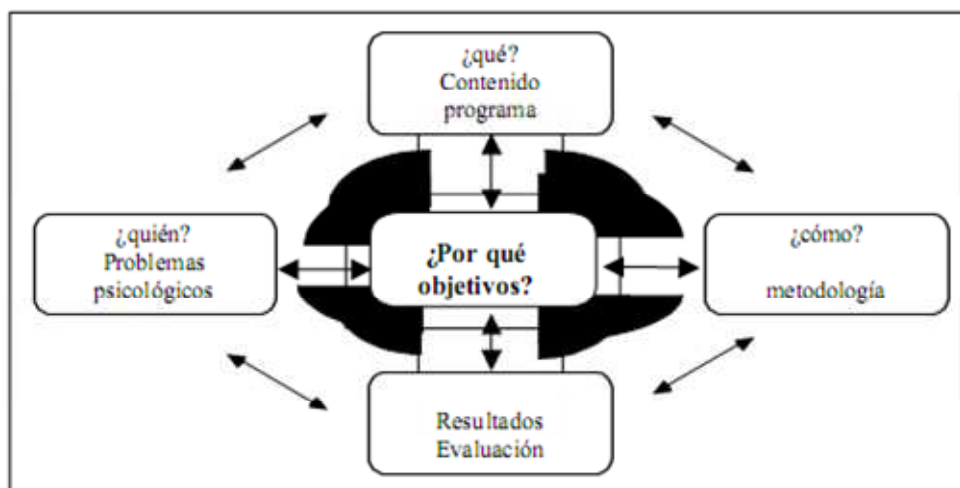
En la escuela, los aprendizajes son consecuencia lógica del acto didáctico, definido por Renzo Titone como "la acción intencional de la persona del maestro en el momento en que se establece una relación bipolar activa, que se actualiza en un proceso dialéctico personal, que comienza con el estímulo magistral transeúnte (enseñanza) para terminar en la respuesta inmanente asimiladora de una verdad (aprendizaje) por parte del alumno" (Titone, 1976, 22). Pero no olvidemos que también se aprende y no poco fuera de la escuela. Y aún en ella, debido a factores no controlados.

### **2.2.38 La instrucción**

Además de ligarse íntimamente al de aprendizaje, el concepto de enseñanza siempre se ha relacionado con el de instrucción. Etimológicamente, desde el latín IN-STRUERE, instrucción significa construir dentro. Se trata de la construcción de estructuras mentales. Titone considera sinónimo instrucción y formación intelectual. Para Saturnino de la Torre (1993, 448) la instrucción "es el aprendizaje interiorizado que contribuye a la construcción del pensamiento de forma eficiente". Esta es una aportación que compartimos, en la línea de los aprendizajes cognitivos. J

Elementos componentes del acto didáctico

Para obtener los elementos principales del acto didáctico, empezaremos partiendo del gráfico de Mialaret (1984) en el que recoge los principales problemas que debe resolver la Didáctica.



**Ilustración 21: Problemas generales de la Didáctica (Mialaret, 1984,71)**

A partir de la figura anterior, contrastaremos los elementos propios de una Didáctica centrada en la enseñanza con los de una Didáctica centrada en el aprendizaje, en la que cobra mucha más importancia la figura del sujeto que aprende.

<i>Enfoque de la Didáctica tradicional</i>	<i>Enfoque de la Didáctica moderna</i>	<i>Elementos del acto didáctico como acto de comunicación</i>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿A quién se enseña?</li> <li>• ¿Quién enseña?</li> <li>• ¿Por qué se enseña?</li> <li>• ¿Qué se enseña?</li> <li>• ¿Cómo se enseña?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ¿Quién aprende?</li> <li>• ¿Con quién aprende el alumno?</li> <li>• ¿Para qué aprende el alumno?</li> <li>• ¿Qué aprende el alumno?</li> <li>• ¿Cómo aprende el alumno?</li> <li>• ¿Con qué material didáctico?</li> <li>• ¿Desde qué condiciones?</li> <li>• ¿En qué ambiente?</li> <li>• ¿Qué, cómo y por qué evaluar?</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Alumno</li> <li>• Maestro</li> <li>• Objetivos</li> <li>• Contenidos</li> <li>• Metodología</li> <li>• Recursos didácticos</li> <li>• Prerrequisitos</li> <li>• Vida del aula</li> <li>• Evaluación formativa</li> </ul>

**Ilustración 22: Preguntas fundamentales y elementos que constituyen el ámbito de la Didáctica**

Otra demostración de hasta qué punto son coincidentes los campos el currículum y de la Didáctica, se encuentra en la relación de los cuatro tópicos propuestos por Schwab (1978) para incluir en la investigación empírica sobre el currículum. Estos mismos cuatro puntos coinciden exactamente con los que indica Posner (1985) para analizar la enseñanza, y son:

- El alumnado y su aprendizaje

- El profesorado y su enseñanza (a lo que llaman el currículum realizado)
- Las materias y su estructura
- El contexto de realización del currículum

### 2.2.39 TÉCNICAS DIDÁCTICAS

En la actualidad existen muchas técnicas didácticas que estimulan el proceso de enseñanza-aprendizaje, la seleccionada para los propósitos de la investigación es el **APRENDIZAJE BASADOS EN PROBLEMAS O (ABP)**

### 2.2.40 INTRODUCCIÓN

El método del Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) tiene sus primeras aplicaciones y desarrollo en la escuela de medicina en la Universidad de Case Western Reserve en los Estados Unidos y en la Universidad de Mc Master en Canadá en la década de los 60's. Esta metodología se desarrolló con el objetivo de mejorar la calidad de la educación médica cambiando la orientación de un currículum que se basaba en una colección de temas y exposiciones del maestro, a uno más integrado y organizado en problemas de la vida real y donde confluyen las diferentes áreas del conocimiento que se ponen en juego para dar solución al problema.

El Aprendizaje Basado en Problemas (ABP) es uno de los métodos de enseñanza-aprendizaje que ha tomado más arraigo en las instituciones de educación superior en los últimos años.

El camino que toma el proceso de aprendizaje convencional se invierte al trabajar en el ABP. Mientras tradicionalmente primero se expone la información y posteriormente se busca su aplicación en la resolución de un problema, **en el caso del ABP primero se presenta el problema, se identifican las necesidades de aprendizaje, se busca la información necesaria y finalmente se regresa al problema.**

En el recorrido que viven los alumnos desde el planteamiento original del problema hasta su solución, trabajan de manera colaborativa en pequeños grupos, compartiendo en esa experiencia de aprendizaje la posibilidad de practicar y desarrollar habilidades, de observar y reflexionar sobre actitudes y valores que en el método convencional expositivo difícilmente podrían ponerse en acción.



La experiencia de trabajo en el pequeño grupo orientado a la solución del problema es una de las características distintivas del ABP. En estas actividades grupales los alumnos toman responsabilidades y acciones que son básicas en su proceso formativo.

Por todo lo anterior, se considera que esta forma de trabajo representa una alternativa congruente con el modelo constructivista de la institución y que puede ser adoptado por el docente de ISTPET. Un método que además resulta factible para ser utilizado por los profesores en la mayor parte de las disciplinas.

#### 2.2.40.1 PASOS DEL PROCESO DE APRENDIZAJE EN EL ABP:

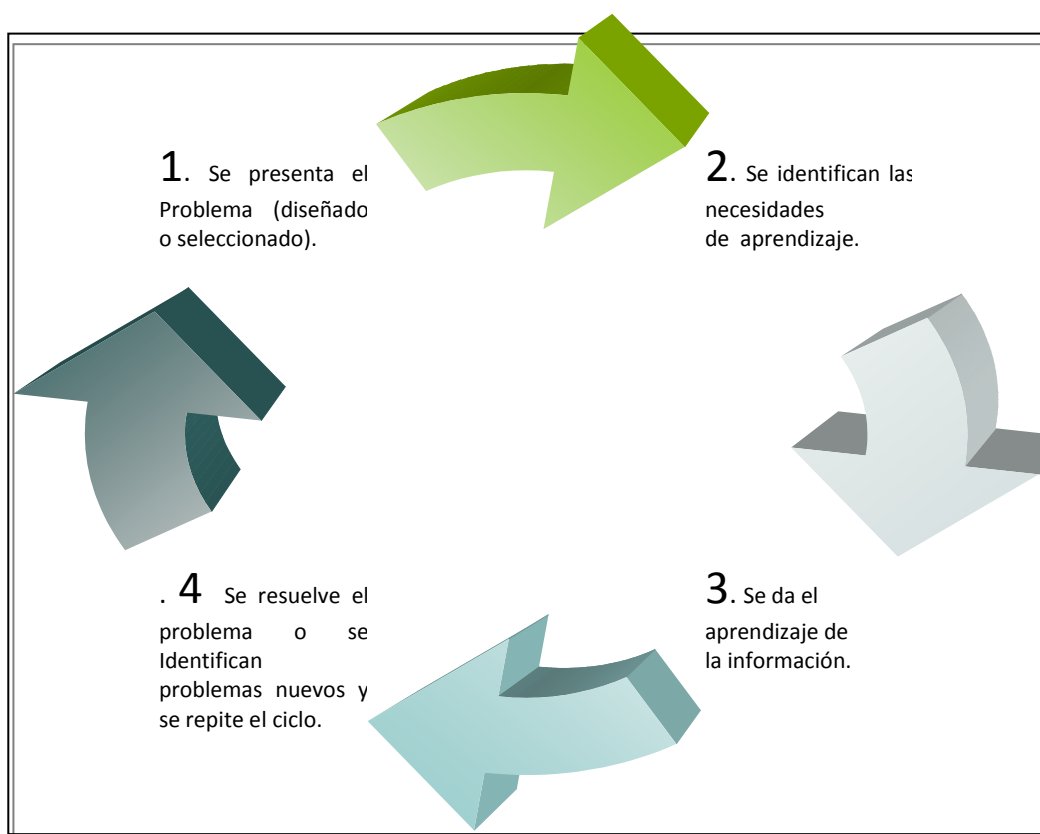


Ilustración 23: Pasos de aprendizaje utilizando ABP

#### 2.2.41 VENTAJAS DE UTILIZAR ABP

**Alumnos con mayor motivación:** El método estimula que los alumnos se involucren más en el aprendizaje debido a que sienten que tienen la posibilidad de interactuar con la realidad y observar los resultados de dicha interacción.

· **Un aprendizaje más significativo:** El ABP ofrece a los alumnos una respuesta obvia a preguntas como ¿Para qué se requiere aprender cierta

información?, ¿Cómo se relaciona lo que se hace y aprende en la escuela con lo que pasa en la realidad?

- **Desarrollo de habilidades de pensamiento:** La misma dinámica del proceso en el ABP y el enfrentarse a problemas lleva a los alumnos hacia un pensamiento crítico y creativo.
- **Desarrollo de habilidades para el aprendizaje:** El ABP promueve la observación sobre el propio proceso de aprendizaje, los alumnos también evalúan su aprendizaje ya que generan sus propias estrategias para la definición del problema, recaudación de información, análisis de datos, la construcción de hipótesis y la evaluación.
- **Integración de un modelo de trabajo:** El ABP lleva a los alumnos al aprendizaje de los contenidos de información de manera similar a la que utilizarán en situaciones futuras, fomentando que lo aprendido se comprenda y no sólo se memorice.
- **Posibilita mayor retención de información:** Al enfrentar situaciones de la realidad los alumnos recuerdan con mayor facilidad la información ya que ésta es más significativa para ellos.
- **Permite la integración del conocimiento:** El conocimiento de diferentes disciplinas se integra para dar solución al problema sobre el cual se está trabajando, de tal modo que el aprendizaje no se da sólo en fracciones sino de una manera integral y dinámica.
- **Las habilidades que se desarrollan son perdurables:** Al estimular habilidades de estudio autodirigido, los alumnos mejorarán su capacidad para estudiar e investigar sin ayuda de nadie para afrontar cualquier obstáculo, tanto de orden teórico como práctico, a lo largo de su vida. Los alumnos aprenden resolviendo o analizando problemas del mundo real y aprenden a aplicar los conocimientos adquiridos a lo largo de su vida en problemas reales.
- **Incremento de su autodirección:** Los alumnos asumen la responsabilidad de su aprendizaje, seleccionan los recursos de investigación que requieren: libros, revistas, bancos de información, etc.
- **Mejoramiento de comprensión y desarrollo de habilidades:** Con el uso de problemas de la vida real, se incrementan los niveles de comprensión, permitiendo utilizar su conocimiento y habilidades

Habilidades interpersonales y de trabajo en equipo: El ABP promueve la interacción incrementando algunas habilidades como; trabajo de dinámica de grupos, evaluación de compañeros y cómo presentar y defender sus trabajos.

**Actitud auto-motivada:** Los problemas en el alumno incrementan su atención y motivación. Es una manera más natural de aprender. Les ayuda a continuar con su aprendizaje al salir del instituto.

¿Cómo se organiza el ABP como técnica didáctica?

Antes de describir el proceso de organización del ABP es importante hacer un análisis de las condiciones que deben cumplirse para poder trabajar con esta metodología de manera eficiente.

Uno de los puntos centrales en dichas condiciones se observa en el diseño y uso de los problemas, en este apartado también se abordará este tema.

Condiciones para el desarrollo del ABP

El proceso de organización de toda técnica didáctica implica la existencia de ciertas condiciones para su operación. En el caso del ABP, por ser una forma de trabajo que involucra una gran cantidad de variables, dichas condiciones toman particular importancia. A continuación se describen algunas condiciones deseables para el trabajo en el ABP:

Cambiar el énfasis del programa de enseñanza-aprendizaje, requiriendo que los alumnos sean activos, independientes, con autodirección en su aprendizaje y orientados a la solución de problemas en lugar de ser los tradicionales receptores pasivos de información.

Enfatizar el desarrollo de actitudes y habilidades que busquen la adquisición activa de nuevo conocimiento y no sólo la memorización del conocimiento existente.

Generar un ambiente adecuado para que el grupo (seis a ocho alumnos) de participantes pueda trabajar de manera colaborativa para resolver problemas comunes en forma analítica, además promover la participación de los maestros como tutores en el proceso de discusión y en el aprendizaje.

Estimular en los alumnos la aplicación de conocimientos adquiridos en otros cursos en la búsqueda de la solución al problema.

Guiados por maestros fungiendo como facilitadores del aprendizaje, desarrollar en los alumnos el pensamiento crítico, habilidades para la solución de problemas y para la colaboración, mientras identifican problemas, formulan hipótesis, conducen la búsqueda de información, realizan experimentos y determinan la mejor manera de llegar a la solución de los problemas planteados.

Motivar a los alumnos a disfrutar del aprendizaje estimulando su creatividad y responsabilidad en la solución de problemas que son parte de la realidad.

Identificar y estimular el trabajo en equipo como una herramienta esencial del ABP. Abrir al grupo la responsabilidad de identificar y jerarquizar los temas de aprendizaje en función del diagnóstico de sus propias necesidades.

Promover que los alumnos trabajen de manera independiente fuera del grupo investigando sobre los temas necesarios para resolver el problema, luego discutirán lo que han aprendido de manera independiente con el resto del grupo, de la misma manera los alumnos podrán pedir asistencia de maestros u otros expertos en el área sobre temas que consideren de mayor importancia para la solución del problema y el aprendizaje de los contenidos.

### **El diseño y el uso de problemas en el ABP**

El eje del trabajo en el ABP está en el planteamiento del problema. Los alumnos se sentirán involucrados y con mayor compromiso en la medida en que identifican en el problema un reto y una posibilidad de aprendizaje significativo.

Características de los problemas en el ABP (Duch, 1999):

1. El diseño del problema debe, comprometer el interés de los alumnos y motivarlos a examinar de manera profunda los conceptos y objetivos que se quieren aprender. El problema debe estar en relación con los objetivos del curso y con problemas o situaciones de la vida diaria para que los alumnos encuentren mayor sentido en el trabajo que realizan.
2. Los problemas deben llevar a los alumnos a tomar decisiones o hacer juicios basados en hechos, información lógica y fundamentada. Están obligados a justificar sus decisiones y razonamiento en los objetivos de aprendizaje del curso. Los problemas o las situaciones deben requerir que los estudiantes definan qué suposiciones son necesarias y por qué, qué información es relevante y qué pasos o procedimientos son necesarios con el propósito de resolver el problema.
3. La cooperación de todos los integrantes del grupo de trabajo es necesaria para poder abordar el problema de manera eficiente. La longitud y complejidad del problema debe ser administrada por el tutor de tal modo que los alumnos no se dividan el trabajo y cada uno se ocupe únicamente de su parte.
4. Las preguntas de inicio del problema deben tener alguna de las siguientes características, de tal modo que todos los alumnos se interesen y entren a la discusión del tema:

Preguntas abiertas, es decir, que no se limiten a una respuesta concreta.

Ligadas a un aprendizaje previo, es decir, dentro de un marco de conocimientos específicos.

Temas de controversia que despierten diversas opiniones.

De este modo se mantiene a los estudiantes trabajando como un grupo y sacando las ideas y el conocimiento de todos los integrantes y evitando que cada uno trabaje de manera individual.

5. El contenido de los objetivos del curso debe ser incorporado en el diseño de los problemas, conectando el conocimiento anterior a nuevos conceptos y ligando nuevos conocimientos a conceptos de otros cursos o disciplinas.

Los problemas deben estar diseñados para motivar la búsqueda independiente de la información a través de todos los medios disponibles para el alumno y además generar discusión en el grupo.

En la situación del trabajo del grupo ante el problema, el mismo diseño del problema debe estimular que los alumnos utilicen el conocimiento previamente adquirido, en este proceso los alumnos aprenden a aprender, por lo tanto desarrollan la capacidad de aplicar el pensamiento sistémico para resolver las nuevas situaciones que se le presentarán a lo largo de su vida.

¿Qué deben hacer los alumnos al enfrentarse al problema en el ABP? :

Leer y analizar el escenario en el que se presenta el problema: discutir en el grupo los puntos necesarios para establecer un consenso sobre cómo se percibe dicho escenario.

Identificar cuáles son los objetivos de aprendizaje que se pretenden cubrir con el problema que el profesor - tutor les ha planteado.

Identificar la información con la que se cuenta: elaborar un listado de lo que ya se conoce sobre el tema, identificar cuál es la información que se tiene entre los diferentes miembros del grupo.

Un esquema del problema: elaborar una descripción del problema, esta descripción debe ser breve, identificando qué es lo que el grupo está tratando de resolver, reproducir, responder o encontrar de acuerdo al análisis de lo que ya se conoce, la descripción del problema debe ser revisada a cada momento en que se disponga de nueva información.

Un diagnóstico situacional: elaborar grupalmente una lista de lo que se requiere para enfrentar al problema, preparar un listado de preguntas de lo que se necesita saber para poder solucionar el problema, así como conceptos que necesitan dominarse. Este es el punto en el que el grupo está trabajando en la elaboración

de su propio diagnóstico situacional en torno a los objetivos de aprendizaje y a la solución del problema.

Un esquema de trabajo: preparar un plan con posibles acciones para cubrir las necesidades de conocimiento identificadas y donde se puedan señalar las recomendaciones, soluciones o hipótesis. Es pertinente elaborar un esquema que señale las posibles opciones para llegar a cubrir los objetivos de aprendizaje y la solución del problema.

Recopilar información: El equipo busca información en todas las fuentes pertinentes para cubrir los objetivos de aprendizaje y resolver el problema.

Analizar la información: Trabajando en el grupo se analiza la información recopilada, se buscan opciones y posibilidades y, se replantea la necesidad de tener más información para solucionar el problema, en caso de ser necesario el grupo se dedica a buscar más información.

Plantearse los resultados: A manera de ejercicio para el grupo es importante que preparen un reporte en donde se hagan recomendaciones, estimaciones sobre resultados, inferencias u otras resoluciones apropiadas al problema, todo lo anterior debe estar basado en los datos obtenidos y en los antecedentes. Todo el grupo debe participar en este proceso de tal modo que cada miembro tenga la capacidad de responder a cualquier duda sobre los resultados.

Retroalimentar: el proceso de retroalimentación debe ser constante a lo largo de todo el proceso de trabajo del grupo, de tal manera que sirva de estímulo a la mejora y desarrollo del proceso, se recomienda al final de cada sesión dejar un espacio de tiempo para la retroalimentación grupal. A lo largo del proceso el grupo debe estar atento a retroalimentar en tres diferentes coordenadas de interacción:

La relación de grupo con el contenido de aprendizaje.

La relación de los miembros dentro del grupo.

La relación de los miembros con el tutor del grupo.

La evolución del grupo: el trabajo del grupo continuará y en esa medida el aprendizaje, tanto en relación con los contenidos como en relación con la interacción de los miembros con el grupo, por lo tanto se recomienda establecer, con base en una primera experiencia, indicadores para el monitoreo del desempeño del grupo.

Los pasos que se recomiendan en este punto deben revisarse en cada ocasión en la que se afrontará un problema, ya que cada momento de desarrollo del grupo es diferente.

### 2.2.42 Pasos previos a la sesión de trabajo con los alumnos:

<p>1. Se diseñan problemas que permitan cubrir los objetivos de la materia planteados para cada nivel de desarrollo del programa del curso. Cada problema debe incluir claramente los objetivos de aprendizaje correspondientes al tema.</p>	<p>Algunas recomendaciones:</p> <p>El cambiar al sistema de ABP puede parecer riesgoso e incierto. Si los estudiantes son nuevos en el ABP, es recomendable lo siguiente:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Se deben buscar asuntos de interés para los alumnos.</li> <li>· Propiciar un escenario dónde discutir</li> </ul>
<p>2. Las reglas de trabajo y las características de los roles deben ser establecidas con anticipación y deben ser compartidas y claras para todos los miembros del grupo.</p>	<p>las hipótesis de los alumnos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Dar tiempo y motivación para investigar y para mostrar sus puntos de vista.</li> <li>· Evitar dar mucha información, variables o simplificación extrema de problemas.</li> </ul>
<p>3. Se identifican los momentos más oportunos para aplicar los problemas y se determina el tiempo que deben invertir los alumnos en el trabajo de solución del problema.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>· Apoyar al grupo en la determinación de los diferentes roles.</li> </ul>

**Tabla 9: Pasos previos a la sesión de trabajo con los alumnos**

### 2.2.43 Pasos durante la sesión de trabajo con los alumnos:

<p>4. En primer lugar el grupo identificará los puntos clave del problema.</p>	<p>Algunas recomendaciones:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Presentar un problema al inicio de la</li> </ul>
<p>5. Formulación de hipótesis y reconocimiento de la información necesaria para comprobar la(s) hipótesis, se genera una lista de temas a estudiar.</p>	<p>clase, o durante la clase anterior, con una pequeña exposición.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Si el problema está impreso, entregar copias por equipo e individualmente.</li> <li>· Proporcionar preguntas escritas</li> </ul>
<p>6. El profesor-tutor vigila y orienta la pertinencia de estos temas con los objetivos de aprendizaje.</p>	<p>relacionadas con el problema. La copia de equipo, firmada por todos los miembros que participaron, debe ser entregada como el resultado final de grupo al terminar la clase.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>· Evaluar el progreso en intervalos regulares de tiempo Si es necesario, interrumpir el trabajo para corregir malos entendidos o para llevar a los equipos al mismo ritmo.</li> <li>· Dejar tiempo al final de la sesión de ABP para que todo el salón discuta el problema o bien discutirlo al inicio de la siguiente clase.</li> </ul>

Tabla 10: Pasos durante la sesión de trabajo con los alumnos

### 2.2.44 Pasos posteriores a la sesión de trabajo con los alumnos:



7. Al término de cada sesión los alumnos deben establecer los planes de su propio

aprendizaje:

- Identificar los temas a estudiar, identificar claramente los objetivos de aprendizaje por cubrir y establecer una lista de tareas para la próxima sesión.
- Identificar y decidir cuáles temas serán abordados por todo el grupo y cuáles temas se estudiarán de manera individual.
- Identificar funciones y tareas para la siguiente sesión señalando claramente sus necesidades de apoyo en las áreas donde consideren importante la participación del experto.

**Tabla 11: Pasos posteriores a la sesión de trabajo con los alumnos**

#### **2.2.45 Momentos en la evolución de un grupo de aprendizaje que utiliza el ABP.**

Etapa de inicio:

Los alumnos, cuando no están familiarizados con el trabajo grupal entran en esta etapa con cierta desconfianza y tienen dificultad para entender y asumir el rol que ahora les toca jugar.

En este momento los alumnos presentan cierto nivel de resistencia para iniciar el trabajo y tienden con facilidad a regresar a situaciones que son más familiares; esperan que el tutor exponga la clase o que un compañero repita el tema que se ha leído para la sesión; estudian de manera individual y sin articular sus acciones con el resto del grupo; no identifican el trabajo durante la sesión como un propósito compartido; y, se les dificulta distinguir entre el problema planteado y los objetivos de aprendizaje.

Por lo general en esta etapa los alumnos tienden a buscar sentirse bien y pierden su atención al sentido del trabajo en el grupo. Se puede decir que aún no se involucran con el proceso de aprendizaje individual y grupal requerido en esta forma de trabajo.

Segunda etapa:

Los alumnos sienten cierto nivel de ansiedad porque consideran que no saben lo suficiente acerca de nada y que van demasiado despacio, se desesperan por tanto material nuevo de auto-aprendizaje y porque sienten que la metodología ABP no tiene una estructura definida.

El trabajo del tutor en esta etapa se orienta, en buena medida, a motivar el trabajo de los alumnos y a hacerles ver los aprendizajes que pueden ir integrando a lo largo de la experiencia.

Tercera etapa:

En la medida en que van observando sus logros los alumnos sienten que tanto trabajo ha valido la pena y que han adquirido habilidades que no se habrían desarrollado en un curso convencional, además de haber aprendido principios generales que pueden ser aplicados a otras áreas del conocimiento. Los alumnos toman conciencia de la capacidad de encargarse de su propio aprendizaje, han desarrollado la habilidad de discernir entre la información importante y la que no les es de utilidad, además han aprendido cómo utilizar el aprendizaje de manera eficiente. Todo lo anterior depende del trabajo de facilitación realizado por el tutor.

Cuarta etapa:

El grupo ha madurado, se presenta en ellos una actitud de seguridad y en algunos casos de autosuficiencia, se observa congruencia entre las actividades que se realizan y los objetivos originales, se presenta también un intercambio

fluido de información y una fácil resolución de los conflictos dentro del grupo y hacia el exterior.

Quinta etapa:

Esta etapa es la de mayor desarrollo en el grupo, los alumnos han entendido claramente su rol y el del facilitador, son capaces de funcionar incluso sin la presencia del tutor. Los integrantes han logrado ya introyectar habilidades que les permitirán trabajar en otros grupos similares y además fungir como facilitadores con base en la experiencia que han vivido en este grupo de aprendizaje.

## **2.2.46 ANÁLISIS DE CIRCUITOS**

### **Introducción**

Una red o circuito eléctrico es un sistema compuesto de elementos eléctricos donde las señales observadas tanto de entrada como de salida son corrientes y voltajes.

Una red eléctrica está constituida por ramas, nodos y mallas: Dos puntos de la red que unen un elemento eléctrico se llama rama de la red; en cambio un nodo es un punto donde se unen dos o más ramas y una malla es una sucesión de ramas que forman un camino cerrado.

## **2.2.47 ESTUDIO DE ONDAS**

Señales de corriente continua y alterna

La corriente continua (c.c) se caracteriza por la forma de su voltaje, porque, al tener un flujo de electrones prefijado pero continuo en el tiempo, proporciona un valor fijo de ésta (de signo continuo), y en la gráfica V-t (voltaje- tiempo) se representa como una línea recta de valor V. Este tipo de voltaje se lo encuentra en baterías, pilas, etc.

En la corriente alterna (C.A. o A.C.), los electrones no se desplazan de un polo a otro, sino que a partir de su posición fija en el cable (centro), oscilan de un lado al otro de su centro, dentro de un mismo entorno o amplitud, a una frecuencia determinada (número de oscilaciones por segundo). Por tanto, la corriente así generada (contraria al flujo de electrones) no es un flujo en un sentido constante, sino que va cambiando de sentido y por tanto de signo continuamente, con tanta rapidez como la frecuencia de oscilación de los electrones.

En la gráfica V-t, la corriente alterna se representa como una curva u onda, que puede ser de diferentes formas (cuadrada, sinusoidal, triangular) pero siempre caracterizada por su amplitud (tensión de cresta positiva a cresta negativa de onda), frecuencia (número de oscilaciones de la onda en un segundo) y período (tiempo que tarda en dar una oscilación).

La amplitud de una señal de corriente alterna se mide en Voltios (el valor será el valor máximo o valor pico), la frecuencia se mide en Hertz (Hz) y el periodo se mide en submúltiplos de segundo (s).

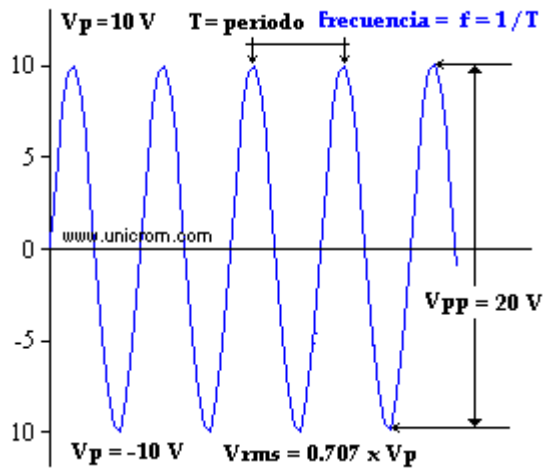


Ilustración 24: Forma sinusoidal de  $Y = \text{seno}(x)$

### 2.2.47 AMPLITUD

Es el valor máximo ya sea positivo o negativo de la función.

### 2.2.48 PERIODO

Es el intervalo de tiempo en segundos para que se produzca un ciclo, se mide en segundos:

$$T = 1/f$$

$$T = 2\pi/\omega$$

### 2.2.49 FRECUENCIA

Es el número de ciclos en la unidad de tiempo y viene expresada en Hertzios.

## Voltaje, Tensión Eléctrica o Diferencia De Potencial

Se define como la capacidad de transporte de carga eléctrica (energía) que tiene toda fuente eléctrica. El voltaje entre dos puntos "a" y "b" del circuito se define como la diferencia en el nivel de energía de una unidad de carga localizada en dichos puntos.

La unidad del sistema internacional es el Voltio (V), el Voltio se define como el voltaje necesario aplicar a un conductor de un ohmio de resistencia para que por él circule la corriente de un amperio. La relación entre voltaje, corriente y resistencia es conocida como LA LEY DE OHM:

$$V = I \cdot R \quad (\text{Ley de Ohm})$$

### 2.2.50 VALOR AVERAGE o VALOR PROMEDIO

Es el valor promedio de una señal periódica de corriente alterna. Si la función es senoidal el valor promedio es:

$$A_{med} = \frac{2A_0}{\pi}$$

### 2.2.51 VALOR EFICAZ (RMS)

El valor eficaz de una señal alterna es el valor que realmente realiza trabajo en un circuito eléctrico, es el valor que miden los instrumentos de medición como el voltímetro y amperímetro. En el caso de ondas senoidales tendremos:

$$A = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$$

### 2.2.52 ANALISI DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA

ANÁLISIS DE RESISTENCIAS, BOBINAS Y CAPACITORES EN CIRCUITOS DE C.A.

La aplicación de la ley de Ohm en circuitos de corriente alterna se complica por el hecho de que siempre estarán presentes a más de la resistividad, la capacitancia y la inductancia.

La inductancia hace que el valor máximo de una corriente alterna sea menor que el valor máximo de la tensión; la capacitancia hace que el valor máximo de la tensión sea menor que el valor máximo de la corriente.

La capacitancia y la inductancia inhiben el flujo de corriente alterna y deben tomarse en cuenta al calcularlo. La intensidad de corriente en los circuitos de CA puede determinarse gráficamente mediante vectores o con la ecuación algebraica en la que L es la inductancia, C la capacitancia y f la frecuencia de la corriente.

### **2.2.53 Resistencia Eléctrica en Corriente Alterna (R).**

Es la oposición que ofrece todo cuerpo al paso de la corriente, depende en mayor o menor grado de su constitución atómica y/o molecular de cada material. La resistencia eléctrica se mide en Ohmios ( $\Omega$ ).

### **2.2.54 Capacitores en Corriente Alterna (Xc)**

Dispositivo para almacenamiento de carga eléctrica. Los capacitores más simples usualmente consisten de dos placas hechas de un material conductor de electricidad (por ejemplo un metal), separados por un material que no es conductor de electricidad o dieléctrico (por ejemplo, cerámico, vidrio, mica, aceite, papel, parafina o plástico). La capacitancia es medida en faradios o en fracciones de faradios.

En corriente alterna los capacitores se transforman en REACTANCIA CAPACITIVA, que se calcula con la siguiente fórmula:

$$X_c = -1 / 2 * \pi * f * C$$

La impedancia capacitiva se mide en Ohmios, pero no se puede simplificar con el valor de resistencias.

### **Inductores en Corriente Alterna (XL)**

Es un elemento que almacena energía en forma de corriente, está constituido por un alambre enrollado sobre un núcleo de ferrita o un núcleo de aire, las unidades de las bobinas son los Henrios. En corriente alterna los inductores se transforman en REACTANCIA INDUCTIVA, que se calcula con la siguiente fórmula:

$$X_L = 2 * \pi * f * L$$

La impedancia inductiva se mide en Ohmios, pero no se puede simplificar con el valor de resistencias.

Impedancia (Z)

Es el valor obtenido al combinar resistencias, capacitores e inductores y se representa por la letra Z, se mide en Ohmios. Entonces la impedancia se calcula con la siguiente formula:

$$Z = R + j(XL - XC)$$

Por consiguiente, la ley de Ohm generalizada es la ecuación:

$$V = I \cdot Z$$

### **2.2.55 POTENCIA Y ENERGÍA SENOIDAL**

Es el trabajo efectuado por una fuerza en la unidad de tiempo. En circuitos la potencia se calcula:

$$P = V \cdot I$$

La unidad de potencia es el watt (vatio) y es la potencia de una máquina que realiza un trabajo de un joule en un segundo.

### **2.2.56 POTENCIA ACTIVA**

El voltaje aplicado al circuito de elementos pasivos es una función del tiempo. La corriente que resulta es, igualmente, una función del tiempo cuyo valor depende de los elementos que integran dichos circuito. La potencia activa es la potencia que realiza trabajo, el resto de la potencia se pierde como calor, campo magnético en los inductores o campo eléctrico en los capacitores. Para calcular la potencia activa se usa la siguiente fórmula:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \Phi$$

P= Potencia activa.

I= Corriente.

V= Voltaje.

$\Phi$ = Ángulo de desfasamiento entre V e I.

## 2.3 GLOSARIO DE TÉRMINOS TÉCNICOS

RCL: Circuito Resistivo Capacitivo e Inductivo

Resistencia: Es la oposición al paso de la corriente eléctrica

Capacitancia: Habilidad que tiene un dispositivo para almacenar energía Eléctrica en función de campo eléctrico

Inductancia: Habilidad que tiene un dispositivo para almacenar energía eléctrica en función de campo magnético

Corriente: Es el flujo de electrones a través de un conductor

Electrones: Partícula más pequeña que forma parte del átomo

Voltaje o tensión Eléctrica: Cantidad de Energía necesaria para que los electrones sean impulsados de un punto A de referencia hacia otro punto B de un conductor

Impedancia: Resistencia de elementos pasivos y activos de un circuito

Potencia: Es la rapidez que tiene un dispositivo para consumir energía

CC: Corriente continúa

CA: Corriente Alterna

$X_c$ = Reactancia capacitiva

$X_l$ = Reactancia inductiva

$Z$ = Impedancia

$\omega$ = frecuencia angular

$A$ = Amplitud de la onda

## 2.4 FUNDAMENTACIÓN FILOSÓFICA

El presente trabajo contribuirá a la solución de problemas en el aprendizaje del análisis de circuitos eléctricos en CA y está orientado a la formación profesional del tecnólogo técnico en diferentes carreras Eléctricas que



oferta el ISTPET, de esta manera aportando al desarrollo de nuestro país Ecuador.

El trabajo expuesto se sustentará en ciertas ramas de la filosofía, las cuales se detallan a continuación.

#### **2.4.1 FUNDAMENTO ONTOLÓGICO**

El fundamento ontológico se puede aclarar con las siguientes interrogantes:

##### **¿En que consiste el ser?**

El estudiante de tecnología de carreras técnicas que toman la asignatura de Análisis de circuitos eléctricos en CA son seres, biológico, psicológico racional, social, político, cultural, histórico es decir múltiples dimensiones y multideterminado.

##### **¿Cuáles son los ámbitos?**

El ámbito de la presente investigación radica en la formación académica del ser humano en su contexto.

##### **¿Regiones del ser humano fundamentales?**

La investigación busca el crecimiento intelectual en función del aprendizaje del análisis de circuitos eléctricos en CA en los estudiantes de tecnología en ELECTRÓNICA del ISTPET

#### **2.4.2 FUNDAMENTO EPISTEMOLÓGICO**

##### **¿Qué se conoce?**

Existe una interrelación y retroacciones entre sujeto investigador y el objeto investigado (Estudiantes de primer nivel de tecnologías técnicas y profesores del ISTPET), también se conoce el contexto donde se genera el problema.

##### **¿Cuál es el objeto conocido?**

La reprobación de la materia de Análisis de circuitos Eléctricos en CA por la inaplicación de aplicaciones matemática (números complejos) y el impacto que tendrá la aplicación de un diseño didáctico constructivista generará nuevos conocimientos en la rama de la ingeniería Eléctrica.

### **2.4.3 FUNDAMENTO AXIOLÓGICO**

El fin que persigue esta investigación es la búsqueda de nuevas técnicas que son pequeños subconjuntos como (números complejos) que forman parte de la gran ciencia exacta que es la matemática para la potenciación en la enseñanza de Análisis de circuitos eléctricos en CA y de esta manera contribuir al desarrollo intelectual de ser humano que le permitan vivir dignamente con valores éticos morales y armonía con las demás personas que lo rodean y la naturaleza.

### **2.4.4 METODOLOGÍA**

Se utilizo el método Inductivo porque se tomo un problema de la realidad objetiva que es la institución y se llegará a una hipótesis que deberá ser demostrada tomando datos estadísticos de sucesos pasados.

Es Deductivo porque se tomo información del marco teórico que ayudara al desarrollo de la propuesta.

Se manejo los métodos inductivo-deductivo herramientas fundamentales para realizar el analisis y proponer cambios en el proceso de investigación.

### **2.5 FUNDAMENTACIÓN LEGAL.**

De acuerdo a los estatutos del Instituto mayor Pedro Traversari dice.

El Instituto Tecnológico Superior “Mayor Pedro Traversari” empezó funcionando como Escuela y Colegio desde el año de 1995 con las especialidades Informática Contabilidad Físico Matemático Sociales otorgando Títulos de Bachiller en las Especialidades nombradas

A pedido de los estudiantes y de los padres de familia de ese entonces hasta la actualidad que deseaban tener un Título de un Nivel universitario se crea el El Instituto Superior Tecnológico Mayor Pedro Traversari de la ciudad de Quito, en sesión del CONESUP el 24 de Octubre del 2006 es una Institución Educativa sin fines de lucro, registrada ante el Consejo Nacional de Educación Superior bajo el número RCP.S 14.24706 .Legalmente tiene registradas ante el máximo organismo de control de la Educación superior CONESUP, las carreras de,

Gestión Empresarial de Gestión Informática, Gestión Turística y hotelera otorgando el título de Tecnólogo en cada una de las carreras mencionadas.

Esta en la mira futura de Promotores, Estudiantes, Docentes y Padres de Familia que hacen de esta Institución llegar hasta el Nivel de Universidad.

La Constitución Política, la Ley de Educación Superior, el Reglamento a la Ley de Educación Superior, el Reglamento General de los Institutos Superiores Técnicos y Tecnológicos del Ecuador, como lo establece el artículo 3 del Reglamento del sistema Nacional de Educación Superior Ecuatoriano.

Con la finalidad de dar cumplimiento a las disposiciones de los organismos superiores y de acuerdo con el título V del Reglamento General de Institutos Superiores privados y el estatuto del Nivel Tecnológico Superior, se elabora el siguiente Reglamento Interno. De acuerdo con el **TITULO VII DE LOS ESTAMENTOS DEL INSTITUTO CAPITULO I DEL PERSONAL DOCENTE dice.**

**Art. 74.-** El personal Académico está constituido por los Docentes cuyo ejercicio será de cátedra, de investigación y combinando con Dirección, Gestión Institucional y Actividades de Vinculación con la Colectividad."

## **2.5 HIPÓTESIS**

La instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos facilitara el aprendizaje efectivo del análisis de circuitos eléctricos en CA en los estudiantes de las carreras de Tecnología Eléctrica del ISTPET

## **2.6 SEÑALAMIENTO DE LAS VARIABLES**

**2.6.1 Variable Independientes:** Instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos

**2.6.2 Variable Dependiente:** Aprendizaje efectivo del análisis de circuitos en corriente alterna.

## CAPÍTULO III

### 3. METODOLOGÍA

#### 3.1 ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN

El problema y las variables seleccionadas son de carácter cualitativo y cuantitativo, para demostración de la hipótesis planteada el estudio fue predominante cuantitativo.

#### 3.4 MODALIDAD BÁSICA DE LA INVESTIGACIÓN

Se aplico al trabajo de investigación las siguientes modalidades:

**De campo**, por lo que la información se recabo en el lugar de los hechos donde esta presente el problema (Estudiantes segundo semestre de las especialidad Tecnología Eléctrica)

**Bibliográfica**, porque el marco teórico se sustento en bibliografía-infografía actualizada y especializada en los temas tratados.

**Documental**, porque se analizo los registros de calificaciones de la materia de Análisis de redes Eléctricas dictados en semestres anteriores.

#### 3.5 NIVELES DE INVESTIGACIÓN

Se encuentro dentro de los siguientes niveles de investigación:

##### 3.5.1 EXPLORATORIO

Por la reconstrucción del problema vivido en el contexto analizado (Capítulo I), la recolección de información sobre otros contextos, problemas similares (Capitulo II)

##### 3.5.2 DESCRIPTIVO

Por que se pudo caracterizar las aplicaciones matemáticas más enfocadas y fáciles de entender para la enseñanza aprendizaje de la asignatura análisis de circuitos eléctricos en CA

### 3.5.3 COMPARATIVO

Porque se comparo semejanzas y diferencias con otros manuales que utilizan el calculo diferencial e integral y se señalo características mas relevantes

### 3.5.4 ASOCIACIÓN DE VARIABLES

Porque se logro determinar el rendimiento académico alcanzado en los estudiantes de segundo semestre especialidad tecnología en electrónica del ISTPET con la aplicación de un manual del campo de números complejos

### 3.5.5 EXPLICATIVO

Porque se determino los factores que intervienen en la complejidad de la materia y se tratara de explicar la viabilidad de la aplicación matemática seleccionada y el calculo diferencial e integral

## 3.6 POBLACIÓN Y MUESTRA

Cuadro del universo investigado.

Detalle	Número
Alumnos Técnicos del ITPET	40
Docentes que dictan la cátedra de análisis de redes eléctricas.	4
Profesores de Matemáticas	6
TOTAL	50

Fuente secretaria del ITP (2009)

**Tabla 12: Universo investigado**

Por ser el tamaño de la población inferior a 100 se trabajara con todos los involucrados sin que haya la necesidad de calcular una muestra representativa. El listado de la población investigada (ver anexo 3)

### 3.7 OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES DE INVESTIGACIÓN

#### VI: INSTRUMENTALIZACIÓN DE APLICACIONES MATEMATICAS DEL CAMPO DE NÚMEROS COMPLEJOS

CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADOR	ÍNDICE	HERRAMIENTAS
Es un conjunto de herramientas que contiene la descripción de actividades que deben seguirse al momento de realizar una tarea, evitando equivocaciones y disminuyendo el tiempo para resolver ejercicios de la asignatura análisis de circuitos en CA.	<p>-Desarrollo de actividades con implicación lógica que debe seguirse para el análisis de circuitos en CA</p> <p>-Disminución del tiempo para resolver ejercicios de circuitos en CA</p> <p>-Simplificación en el cálculo de circuitos</p> <p>-Análisis de magnitudes</p>	<p>-ordena de forma lógica sus conceptos al momento de realizar ejercicios de circuitos en CA</p> <p>- rapidez en el calculo</p> <p>-circuitos menos complejos</p> <p>-fácil de entender</p> <p>-fácil de interpretar</p> <p>-simplificación de ramas de circuito</p>	<p>¿Considera UD que en la carrera de tecnología electrónica del ISTPET hace falta un manual de la aplicación del campo de los números complejos para el desarrollo de la materia análisis de circuitos en CA?</p> <p>Si( ) No( )</p> <p>¿Para el análisis de redes utiliza, utiliza los números complejos?</p> <p>Si( ) No( )</p> <p>Si utiliza la técnica de los números complejos para el análisis de redes eléctricas, reduce</p>	<p>Técnica :</p> <p>Encuesta dirigida a estudiantes de la carrera de tecnología electrónica.</p> <p>Instrumento :</p> <p>Cuestionario estructurado con preguntas cerradas y abiertas.</p>

	eléctricas.		<p>notablemente el tiempo, comparado con el calculo diferencia e integral?</p> <p>Si( )</p> <p>No( )</p> <p>Sera más fácil la interpretación de resultados del cálculo aplicando números complejos.</p> <p>Si ( )</p> <p>No( )</p> <p>Considera usted que aplicando la técnica de los números complejos se simplifica ramas en un circuito.</p> <p>Si ( )</p> <p>No( )</p>	
--	-------------	--	--	--

**Tabla 13: Operacionalización de las variables de hipótesis**

**OPERACIONALIZACIÓN DE LAS VARIABLES DE INVESTIGACIÓN  
VD: APRENDIZAJE EFECTIVO DEL ANÁLISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA.**

CONCEPTO	CATEGORÍA	INDICADOR	ÍNDICE	HERRAMIENTAS
Habilidad para captar conocimiento y elevar el rendimiento en la asignatura análisis de redes eléctrica	<p>-Mejorar la comprensión de la materia</p> <p>-Aplicación práctica</p> <p>-Rendimiento en la materia</p>	<p>- Pruebas con buenas calificaciones</p> <p>-Estudiantes motivados para tomar la materia</p> <p>-Aplicación de circuitos con mas nivel de complejidad</p> <p>-Grado de aprovechamiento</p>	<p>¿Se siente capaz usted de resolver circuitos complejos?</p> <p>Calificaciones entre (8 y 10)</p>	<p>Técnica :Observación</p> <p>Lista de cotejos (secretaria de la Institución)</p> <p>Técnica :</p> <p>Encuesta dirigida a estudiantes de la carrera de tecnología Eléctrica.</p> <p>Instrumento :</p> <p>Cuestionario estructurado con preguntas cerradas y abiertas (Estudiantes de Eléctrica).</p>

**Tabla 14:Operacionalización de las variables de la hipótesis**



### 3.8 PLAN DE RECOLECCIÓN DE LA INFORMACIÓN

Preguntas básicas	Explicación
1.- ¿Para qué?	Para alcanzar los objetivos de investigación
2.- ¿De qué persona u objeto?	Docentes del área de matemáticas estudiantes de cuarto semestre área Eléctrica del ISTMPT
3.- ¿Sobre que aspectos?	Sobre el impacto que tendría el diseño de un manual de números complejos en el análisis de redes eléctricas
4.- ¿Quién? ¿Quiénes?	Ing. Juan Obando Velásquez Maestrante de Docencia Matemáticas
5.- ¿Cuándo?	Octubre 2009
6.- ¿Dónde?	En la ciudad de Quito , en el Instituto Mayor Pedro Traversari
7.- ¿Cuántas veces?	Dos veces para determinar la prueba piloto
8.- ¿Qué técnicas de recolección?	Entrevista - Encuesta formulada a docentes y estudiantes del ISTMPT
9.- ¿Con que?	Guía de la entrevista aplicada a los docentes  Cuestionario de preguntas estructurado a los estudiantes del ITP
10.- ¿En que situación?	En la finalización del módulo de Análisis de redes Eléctrica

Tabla 15: Plan de recolección de la información

### 3.9 PLAN DE PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Los datos extraídos fueron procesados de acuerdo al siguiente procedimiento:

3.9.1 Revisión crítica de la información recolectada (Es decir refinamiento depuración de la información)

3.9.2 Se completo la información, si es necesario aplicar el instrumento de nuevo.

3.9.3 Tabulación de acuerdo a las variables de hipótesis el registrar los datos obtenidos colaborará el elaborar cuadros estadísticos para una mejor interpretación de los resultados, y desde luego para determinar la validez de la hipótesis por medio del estadístico escogido.

3.9.4 Elaboración de tablas de cotejos y cuadros estadísticos aquí se expresan los aspectos observados y registrados en forma de resumen, resumen los datos de las variables en estudio para no causar confusión al lector con un exceso de datos en el texto.

3.9.5 Elaboración de gráficos estadísticos se la realizará de acuerdo al numérico de los estudiantes por grupos, utilizando diferentes colores para establecer diferencias entre ellos.

3.9.6 Verificación estadística de hipótesis, mediante la ji cuadrado donde el nivel de confianza se establecerá como mínimo del 95%, como es lógico por las dos variables en análisis, los grados de libertad dependen directamente del número de filas y columnas, para esta investigación será:

$$(f - 1)(c - 1) = 3 * 9 = 27$$

El estimador dependerá de la fórmula:

$$X^2 = \sum \left[ \frac{(o - E)^2}{E} \right]$$

**Ecuación 11: Estimador estadístico**

## CAPÍTULO IV

### 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

#### 4.1 Análisis de los resultados

Para el análisis de los datos de la entrevista aplicada a cuatro docentes que dictan la cátedra y seis docentes del área de matemáticas en total diez cabe recalcar que en su mayoría tienen título de tercer nivel y un promedio de dos años ejerciendo la docencia

##### 4.1.1 Entrevista fórmula a docentes que dictan la cátedra

1.- El bajo rendimiento académico y la repitencia de los estudiantes del segundo nivel de la carrera tecnología en Electrónica y control que toman la materia análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna es consecuencia de:

Didáctica en el manejo de la materia.....

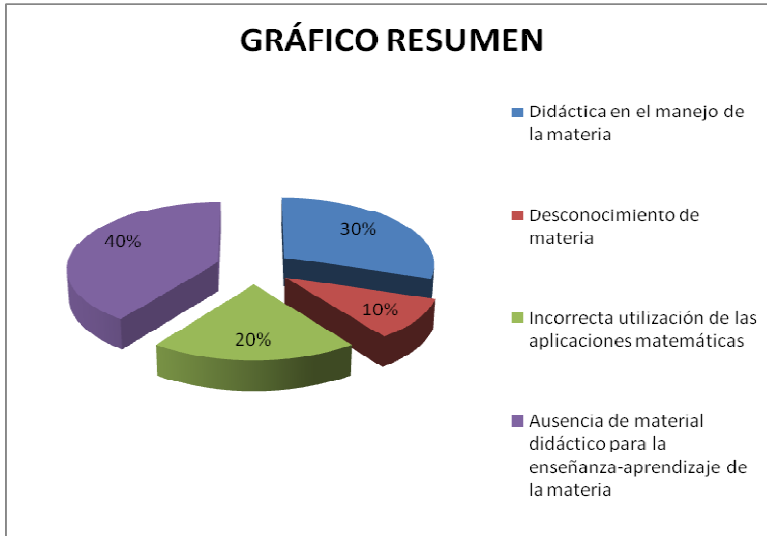
Desconocimiento de materia.....

Incorrecta utilización de las aplicaciones matemáticas.....

Ausencia de material didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la materia.....

ALTERNATIVAS	FRECUENCIA	PORCENTAJE
Didáctica en el manejo de la materia	3	30%
Desconocimiento de materia	1	10%
Incorrecta utilización de las aplicaciones matemáticas	2	20%
Ausencia de material didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la materia	4	40%
TOTAL	10	100%

Tabla 16:Recolección de datos de la pregunta 1



**Ilustración 25: Pregunta 1(entrevista)**

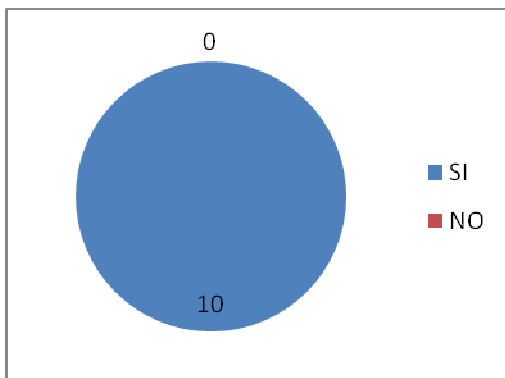
2.- Cree usted factible la aplicación de un manual didáctico de aplicación de números complejos que facilite la enseñanza-aprendizaje la materia análisis de circuitos en corriente alterna.

a.- Si ( )

b.- No ( )

ALTERNATIVAS	FRECUENCIAS	PORCENTAJE
SI	10	100%
NO	0	0%
TOTAL	10	100%

**Tabla 17: Recolección de datos pregunta 2**



**Ilustración 26: Pregunta 2(entrevista)**

#### 4.1.2 Encuesta formulada a los estudiantes técnicos del ISTPET

1.- ¿Qué materia de segundo semestre considera que tiene mayor dificultad de aprendizaje esto implica el bajo rendimiento?

Análisis de circuitos en CA.....

Matemáticas.....

Física.....

Electrónica II.....

Digitales II.....

ALTERNATIVAS	FRECUENCIAS	PORCENTAJE
Análisis de circuitos en CA	18	45%
Matemáticas	12	30%
Física	8	20%
Electrónica II	1	2,5%
Digitales II	1	2,5%
Total	40	100%

Tabla 18: Pregunta 1 (encuesta)

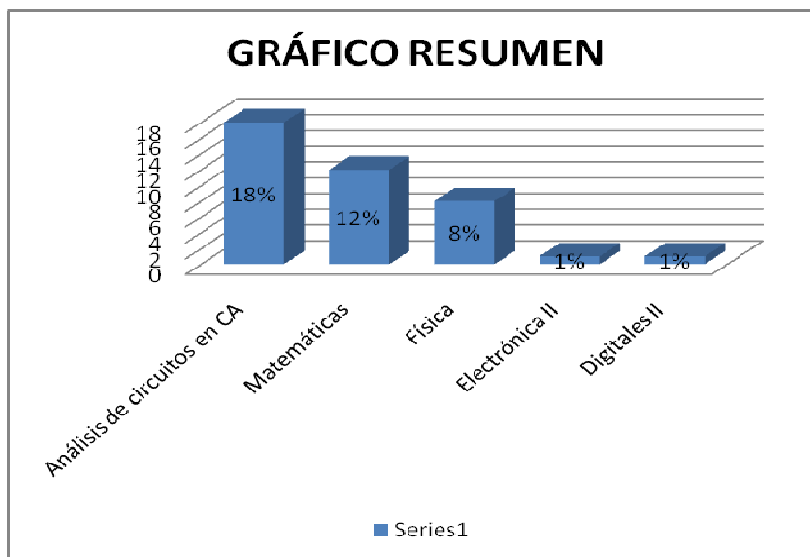


Ilustración 27: Pregunta 1 (encuesta)

2.- Cuando recibe usted la materia de Análisis de circuitos eléctricos en CA (en análisis sinusoidal) que aplicación matemática le parece más fácil de aplicar

El campo de los números complejos.... ( )

El análisis matemático..... ( )

ALTERNATIVAS	FRECUENCIAS	PORCENTAJE
El análisis matemático	10	25%
El campo de los números complejos	30	75%
TOTAL	40	100%

Tabla 19: Pregunta 2 (encuesta)

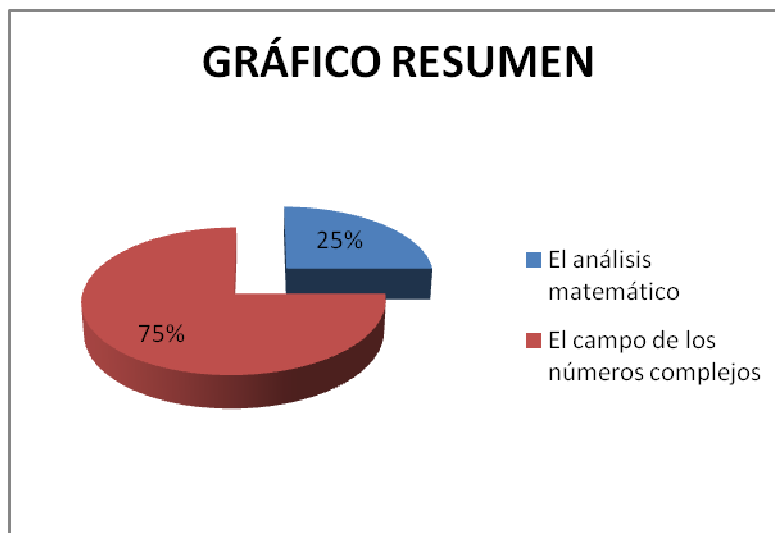


Ilustración 28: Pregunta 2 (encuesta)

3.- Para calcular la impedancia de un circuito RCL que herramienta utilizaría:

Análisis con números complejos ( )

Análisis matemático ( )

ALTERNATIVAS	FRECUENCIAS	PORCENTAJE
El análisis matemático	8	20%
El campo de los números complejos	32	80%
TOTAL	40	100%

Tabla 20: Pregunta 3(encuesta)

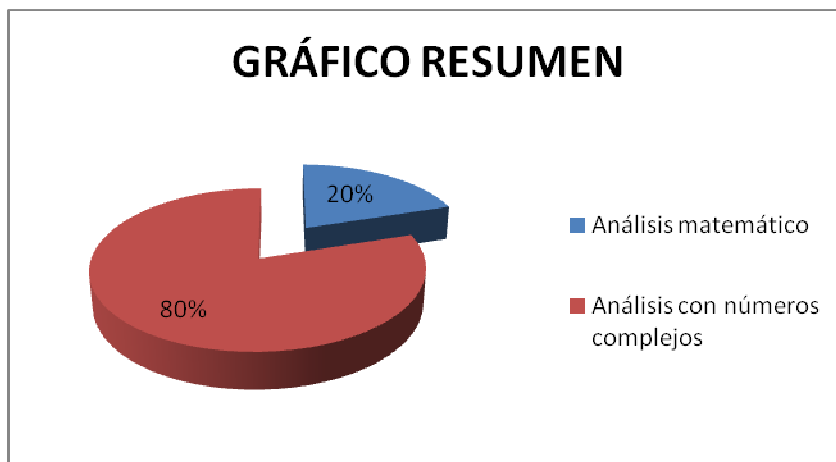


Ilustración 29: Pregunta 3(encuesta)

4.- Usted cree que si se aplica el fasor que es una expresión de los números complejos como herramienta para el estudio del análisis de circuitos en corriente alterna se simplificaría la complejidad de un circuito expuesto a la corriente alterna.

Si ( )

No ( )

ALTERNATIVAS	FRECUENCIAS	PORCENTAJE
SI	28	70%
NO	12	30%
TOTAL	40	100%

**Tabla 21: Pregunta 4 (encuesta)**



**Ilustración 30: Pregunta 4 (encuesta)**

### OBSERVACIÓN

EJERCICIO: Resolución de un circuito serie RCL en el dominio de la frecuencia utilizando números complejos

Medición. Lista de control sí (1) punto No (0)

INDICADORES UTILIZANDO NÚMEROS COMPLEJOS PARA RESOLVER UN CIRCUITO SERIE RCL EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA

Nº	INDICADORES	rapidez en el calculo	Fácil manipulación	Entiende-razona	simplificación del circuito	Interpretación de resultados	PUNTAJE
	ESTUDIANTES EVALUADOS						



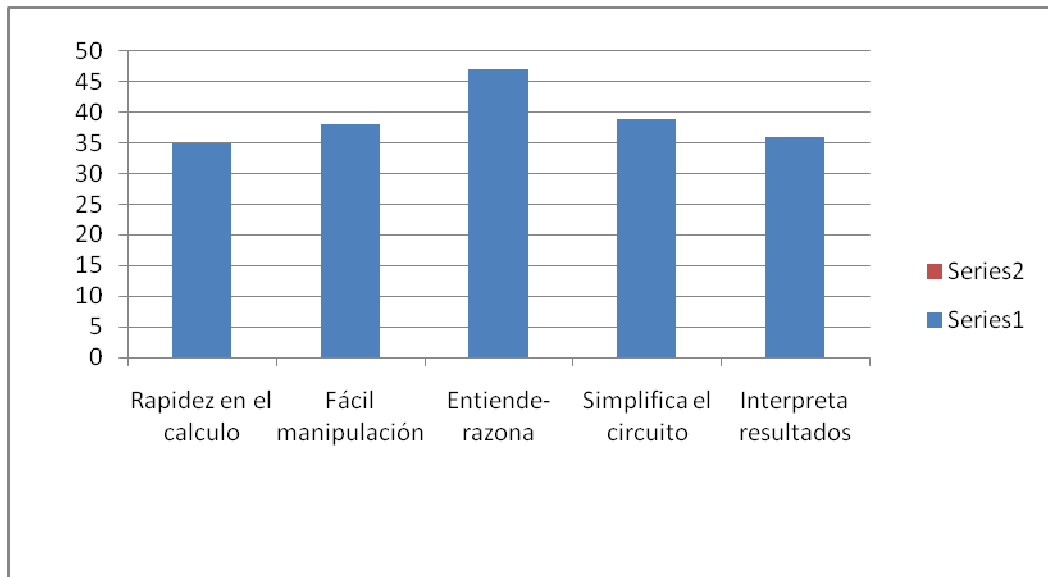
1	ALMACHI TENORIO ALEX FERNADO	0	0	1	0	0	1
2	CAIZA DIAZ DARWIN RAUL	0	0	1	0	0	1
3	CALDERON VITERI MARIA ALEJANDRA	1	1	1	1	1	5
4	ESCOBAR VIMOS ANGEL HUMBERTO	1	1	1	1	1	5
5	GALARRAGA TAPIA HENRY FABIAN	1	1	1	1	1	5
6	GUALPA LPALA DIEGO FERNANDO	0	1	1	0	0	2
7	IMACAÑA ZAPATA LUIS JAVIER	0	1	1	0	0	2
8	MARCATOMA CALDERON ZOILA ALEXANDRA	1	1	1	1	1	5
9	MEDINA VARGAS BAYRON ALFONSO	1	1	1	1	1	5
10	MOROCHO MOROCHO LUIS FRANKLIN	1	1	1	1	1	5
11	OCHOA CUEVA CHRISTIAN JOSE	1	1	1	1	1	5
12	OCHOA CUEVA PEDRO EDISON	1	1	1	1	1	5
13	OROZCO APOLO JAIME IVAN	1	1	1	1	1	5
14	PILCO INGA NORMA JEANNETH	1	1	1	1	1	5
15	TORRES OCHOA ALEXANDRA YESSENIA	1	1	1	1	1	5
16	DUCHI GUAMAN AMANDA ROSARIO	1	1	1	1	1	5
17	YUMI YEPEZ CRISTINA DE LOURDES	0	1	1	1	1	4
18	ZAPATA ARANA KATTY ROCIO	0	0	0	0	0	0
19	PULLAS MUÑOZ MARTHA ANGELICA	1	1	1	1	1	5
20	BONE VELASQUEZ MONICA FERNANDA	0	0	1	0	0	1
21	NARVAEZ GARCIA ROBERTO VLADIMIR	1	1	1	1	1	5
22	LUZURIAGA PONCE RUTH AMELIA	1	1	1	1	1	5
23	GALARRAGA YANEZ CHRISTIAN JAVIER	1	1	1	1	1	5
24	ARAUJO OBANDO MARIA EUGENIA	1	1	1	1	1	5
25	VARGAS NARANJO FRANCISCO JAVIER	0	0	1	1	0	2
26	SIMBAÑA GUALOTO MAYRA ELIZABETH	1	1	1	1	1	5
27	REINOSO CHICAIZA TATIANA WENDY	0	0	1	1	0	2
28	PILLIZA JIMENEZ JOHANA MARCELA	1	1	1	1		4
29	JIMENEZ VELASCO HENRY WLADIMIR	0	0	1	0	0	1
30	GUZMAN CASTILLO GLENDA ARACELY	1	1	1	1	1	5
31	CHANGOLUISA CAJAS CARLOS EDUARDO	0	0	1	1	1	3

32	CHASI ENCALADA LESLY KATERINE	1	1	1	1	1	5
33	BONILLA GOMEZ VERONICA ELIZABETH	1	1	1	1	1	5
34	ANRANGO ROJAS CATALINA ALEXANDRA	1	1	1	1	1	5
35	PALLO CAJAMARCA JORGE DARIO	0	0	0	0	0	0
36	ALMEIDA LEIVA CARLA ALEXANDRA	1	1	1	1	1	5
37	CAIZA PILATASIG CARMEN ELIZABETH	1	1	1	1	1	5
38	PILLAJO SULCA KARINA ELIZABETH	1	1	1	1	1	5
39	ALCACIEGA QUINAUCHO MARITZA JAQUELINE	0	0	1	0	0	1
40	ALBUJA TOAPANTA LEONARDO JAVIER	1	1	1	1	1	5
41	ALVAREZ VINUEZA ALEJANDRA ELIZABETH	1	1	1	1	1	5
42	AGUAIZA MASABANDA MARIA ISABEL	0	0	0	0	0	0
43	CALDERON CURICHO SILVIA PATRICIA	1	1	1	1	1	5
44	CASAREZ MONTEROS WILLAN XAVIER	0	0	1	0	0	1
45	CORREA BRICEÑO ZULY NOEMI	1	1	1	1	1	5
46	GUERRERO ALMEIDA MARIA CRISTINA	1	1	1	1	1	5
47	HERRERA PEREZ LIZBETH CAROLINA	1	1	1	1	1	5
48	MARQUEZ CABRERA JESSICA FERNANDA	1	1	1	1	1	5
49	MONTUFAR PASTRANO CARINA VIVIANA	1	1	1	1	1	5
50	QUIJANO VELIZ ROSA ELENA	1	1	1	1	1	5
	TOTAL INDICADORES	35	38	47	39	36	3,9
							3,112

**Tabla 22: Datos observados (primera observación)**

Nº	INDICADORES	Puntaje	Porcentaje
1	Rapidez en el calculo	35	70
2	Fácil manipulación	38	76
3	Entiende- razona	47	94
4	Simplifica el circuito	39	78
5	Interpreta resultados	36	72

**Tabla 23: Resumen primera (observación)**



**Ilustración 31: Resumen primera (observación)**

Aplicando la técnica de la observación y seleccionando como aplicación matemática los números complejos se puede inferir que un 70% de estudiantes de la carrera de tecnología electrónica tiene rapidez para resolver ejercicio, el 30% no tiene rapidez, un 76% manipula correctamente la aplicación, mientras que un 24% no lo hace , un 94% entiende y razona la complejidad del circuito aplicando los números complejos ,el 6% de estudiantes no razona, el 78% simplifica de manera mas eficiente el circuito mientras un 22% tiene dificultades para simplificar circuitos ,un 72% interpreta resultados obtenidos en la operación mientras que un 28% no interpreta resultados

Se puede verificar que la media es 3,112 aplicando los números complejos como herramienta matemática.

EJERCICIO: Resolución de un circuito serie RCL en el dominio de la frecuencia utilizando análisis matemático

Medición. Lista de control sí (1) punto No (0)

<b>INDICADORES UTILIZANDO ANÁLISIS MATEMÁTICO PARA RESOLVER UN CIRCUITO SERIE RCL EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA</b>
--

N°	INDICADORES ESTUDIANTES EVALUADOS	rapidez en el calculo	Fácil manipulación	Entiende-razona	simplificación del circuito	Interpretación de resultados	PUNTAJE
1	ALMACHI TENORIO ALEX FERNADO	0	0	0	0	0	0
2	CAIZA DIAZ DARWIN RAUL	0	0	0	0	0	0
3	CALDERON VITERI MARIA ALEJANDRA	0	0	0	1	0	1
4	ESCOBAR VIMOS ANGEL HUMBERTO	0	0	0	1	0	1
5	GALARRAGA TAPIA HENRY FABIAN	0	0	0	0	0	0
6	GUALPA LPALA DIEGO FERNANDO	0	0	0	0	0	0
7	IMACAÑA ZAPATA LUIS JAVIER	0	0	0	0	0	0
8	MARCATOMA CALDERON ZOILA ALEXANDRA	0	0	0	1	0	1
9	MEDINA VARGAS BAYRON ALFONSO	0	0	0	0	0	0
10	MOROCHO MOROCHO LUIS FRANKLIN	0	0	0	1	1	2
11	OCHOA CUEVA CHRISTIAN JOSE	0	0	0	1	0	1
12	OCHOA CUEVA PEDRO EDISON	0	0	0	1	0	1
13	OROZCO APOLO JAIME IVAN	0	0	0	1	1	2
14	PILCO INGA NORMA JEANNETH	0	0	1	1	0	2
15	TORRES OCHOA ALEXANDRA YESSENIA	0	0	0	1	1	2

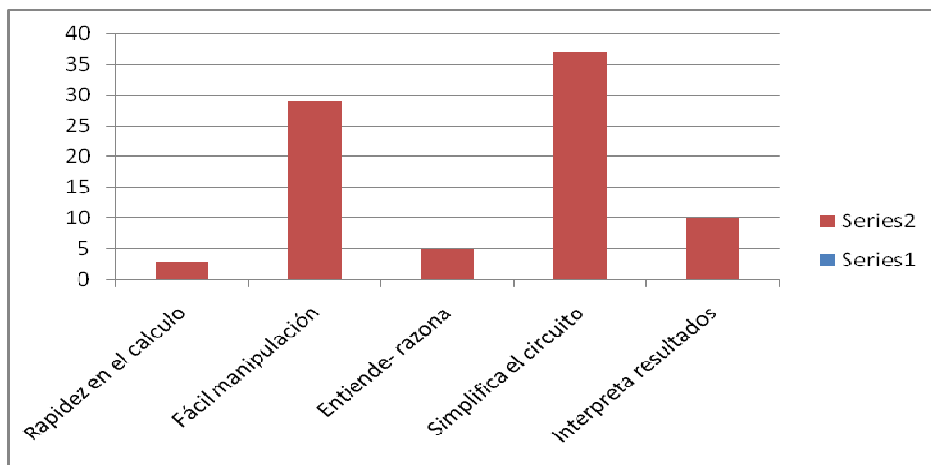
16	DUCHI GUAMAN AMANDA ROSARIO	0	0	1	1	0	2
17	YUMI YEPEZ CRISTINA DE LOURDES	0	0	0	1	0	1
18	ZAPATA ARANA KATTY ROCIO	0	0	0	0	0	0
19	PULLAS MUÑOZ MARTHA ANGELICA	0	0	0	1	0	1
20	BONE VELASQUEZ MONICA FERNANDA	0	0	0	0	0	0
21	NARVAEZ GARCIA ROBERTO VLADIMIR	0	0	0	1	0	1
22	LUZURIAGA PONCE RUTH AMELIA	0	0	0	1	1	2
23	GALARRAGA YANEZ CHRISTIAN JAVIER	0	0	0	1	0	1
24	ARAUJO OBANDO MARIA EUGENIA	1	1	1	1	1	5
25	VARGAS NARANJO FRANCISCO JAVIER	0	0	0	1	0	1
26	SIMBAÑA GUALOTO MAYRA ELIZABETH	0	1	1	1	1	4
27	REINOSO CHICAIZA TATIANA WENDY	0	0	0	1	0	1
28	PILLIZA JIMENEZ JOHANA MARCELA	1	1	1	1	1	5
29	JIMENEZ VELASCO HENRY WLADIMIR	0	0	0	0	0	0
30	GUZMAN CASTILLO GLENDA ARACELY	1	1	1	1	1	5
31	CHANGOLUISA CAJAS CARLOS EDUARDO	0	0	0	1	0	1
32	CHASI ENCALADA LESLY KATERINE	0	1	0	1	1	3
33	BONILLA GOMEZ VERONICA ELIZABETH	0	1	0	1	0	2
34	ANRANGO ROJAS CATALINA ALEXANDRA	0	1	0	1	1	3
35	PALLO CAJAMARCA JORGE DARIO	0	0	0	0	0	0
36	ALMEIDA LEIVA CARLA ALEXANDRA	0	1	0	1	1	3
37	CAIZA PILATASIG CARMEN ELIZABETH	0	1	0	1	1	3
38	PILLAJO SULCA KARINA ELIZABETH	0	1	0	1	1	3
39	ALCACIEGA QUINAUCHO MARITZA JAQUELINE	0	0	0	0	0	0
40	ALBUJA TOAPANTA LEONARDO JAVIER	0	1	0	1	0	2
41	ALVAREZ VINUEZA ALEJANDRA ELIZABETH	0	1	0	1	0	2
42	AGUAIZA MASABANDA MARIA ISABEL	0	0	0	0	0	0
43	CALDERON CURICHO SILVIA PATRICIA	0	1	1	1	0	3
44	CASAREZ MONTEROS WILLAN XAVIER	0	0	0	0	0	0
45	CORREA BRICEÑO ZULY NOEMI	0	1	1	1	0	3
46	GUERRERO ALMEIDA MARIA CRISTINA	0	1	0	1	0	2

47	HERRERA PEREZ LIZBETH CAROLINA	0	1	0	1	0	2
48	MARQUEZ CABRERA JESSICA FERNANDA	0	1	0	1	0	2
49	MONTUFAR PASTRANO CARINA VIVIANA	0	1	0	1	0	2
50	QUIJANO VELIZ ROSA ELENA	0	1	0	1	0	2
	TOTAL INDICADORES	3	19	8	37	13	1,6
						Varianza	1,918

**Tabla 24: Datos de observación (segunda observación)**

Nº	INDICADORES	Puntaje	Porcentaje
1	Rapidez en el cálculo	3	6
2	Fácil manipulación	29	58
3	Entiende- razona	5	10
4	Simplifica el circuito	37	74
5	Interpreta resultados	10	20

**Tabla 25: Resumen segunda observación**



**Ilustración 32: Resumen segunda observación**

Aplicando el análisis matemático como herramienta matemática se pudo comprobar que un 94% no tiene rapidez para realizar cálculos un 52% no manipula correctamente la técnica matemática seleccionada un 90% no entiende y no razona con el uso de esta herramienta, un 26% no simplifica y 80% difícilmente interpreta resultados.

La media conseguida es de 1,91 con la aplicación del análisis matemático

## **4.2 Interpretación de datos**

### **4.2.1. Entrevista formulada a los docentes del istpet**

#### **4.2.1.1 Pregunta 1**

Un 30% dice que el bajo rendimiento y la repitencia que en consecuencia provoca la deserción estudiantil y es probable que la carrera de tecnólogo en electrónica se cierre es por la ausencia de didáctica al momento de impartir la materia de Análisis de circuitos en corriente alterna a los estudiantes

Un 10% de la población afirman que los profesores que dictan esta materia no están capacitados

Un 20% señalan que al momento de efectivizar las clases no utilizan las herramientas matemáticas mas practicas para el análisis de circuitos en corriente alterna .Esto quiere decir que para realizar un análisis de un circuito resistencia Capacitor y Bobina (RCL) utilizan Ecuaciones diferenciales, integrales, derivadas (el análisis matemático) y no utilizan el algebra dentro de este campo los números complejos haciendo que ciertos estudiantes deserten por no entender la materia

Un 40% afirma que el problema se genera por la ausencia de material didáctico para la enseñanza de esta materia, cuando se habla de material didáctico se hace énfasis en un manual de ejercicios y problemas que oriente de forma sencilla el proceso de enseñanza-aprendizaje y se cumpla con los objetivos programados para la materia circuitos en corriente alterna

#### **4.2.1.2 Pregunta 2**

Se realizo la encuesta a toda la población y como resultado de la aplicación de este instrumento en la pregunta 2 el 100% de los encuestados tienen la necesidad que se elabore un manual didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la materia Análisis de Circuitos en Corriente Alterna

## **4.2.2 Encuesta formulada a estudiantes del ISTPET**

### **4.2.2.1 Pregunta 1**

A la contestación de la primera pregunta de la encuesta aplicada a los señores estudiantes de segundo semestre de la especialidad electrónica se encontró que un 45% tiene problemas de aprendizaje en la materia análisis de circuitos en corriente alterna, esto implica el bajo rendimiento y la deserción estudiantil, el 30% manifiesta tener problemas en la materia de matemáticas II, un 20% tiene problemas en la materia de Física y un 2.5% tiene problemas en las materias de Electrónica II y Circuitos Digitales. Problemas que no se puede pasar por alto al momento de resolver los problemas prioritarios de acuerdo a la teoría de Pareto dice que al atacar el 20% de los problemas más graves estos resuelven un 80% de los problemas totales en una institución.

### **4.2.2.2 Pregunta 2**

Analizando la segunda pregunta de la encuesta se encuentra que un 75% de los estudiantes exteriorizan que es mucho más fácil entender la materia si se aplica el campo de los números complejos como técnica algebraica matemática mientras que un 25% manifiesta estar de acuerdo con algunas aplicaciones (derivadas, integral, ecuaciones diferenciales) del análisis matemático que manejan algunos profesores catedráticos de la materia.

### **4.2.2.3 Pregunta 3**

Ya en la práctica al momento de resolver un circuito RCL serie se pregunto a los estudiantes que técnica matemática utilizarían y se encontró que un 80% prefiere el campo de los números complejo como herramienta Algebraica dentro de las matemáticas y un 20% manifiesta estar de acuerdo con aplicaciones del análisis matemático.

### **4.2.2.1 Pregunta 4**

Un 70% dice que si se aplica el fasor que es una expresión de los números complejos se simplifica la complejidad que tiene un circuito al momento de someterlo a la corriente alterna y un 20% dice lo contrario.

Para comprobar la hipótesis se realizó tablas de cotejo en base de cinco indicadores que son: rapidez para el cálculo, fácil manipulación, entiende razona, simplifica el circuito propuesto, interpreta resultados a todos estos indicadores se dio una calificación 1 = satisfactorio 0 = no satisfactorio, siendo la nota máxima de cinco puntos.



### 4.3 VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS

#### 4.3.1 FORMULACIÓN DEL PROBLEMA

¿Qué aplicación matemática puede emplearse para potenciar la enseñanza de la asignatura análisis de circuitos eléctricos en CA en los estudiantes de la especialidad tecnología en electrónica del segundo semestre del ISTPET?

#### 4.3.2 PLANTEAMIENTO DE LA HIPÓTESIS

ENUNCIADO:

La instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos facilitara el aprendizaje efectivo del análisis de circuitos eléctricos en CA en los estudiantes de las carreras de Tecnología Eléctrica del ISTPET

**Variable Independientes:** Instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos

**Variable Dependiente:** Aprendizaje efectivo del análisis de circuitos en corriente alterna.

#### 4.3.3 MODELO ESTADÍSTICO PARA COMPROBAR LA HIPÓTESIS

Para resolver el problema planteado es necesario trabajar con la técnica de la observación y de esta manera obtener datos de frecuencias observadas.

PROCESO:

Planteo de la hipótesis

**H<sub>0</sub>:** Instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos y análisis matemático facilitara el aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna.

**H<sub>1</sub>:** La Instrumentalización de aplicaciones matemáticas con números complejos facilitara el aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna

#### 4.3.4 ESTIMADOR ESTADÍSTICO

De acuerdo a la distribución de los datos obtenidos de la observación es factible emplear para realizar el análisis se empleara el Ji-cuadrado ( $\chi^2$ ) que permite determinar si el conjunto de frecuencias observadas se ajustan a un conjunto de frecuencias esperadas o teóricas de acuerdo ha la fórmula:

$$X^2 = \sum \left( \frac{(O - E)^2}{E} \right)$$

**Ecuación 12: Ji cuadrado**

Nivel de significación y regla de decisión:

$\alpha$  = nivel de significación

GL= grados de libertad

ALTERNATIVAS INDICADORES	Elaboración de un manual didáctico de aplicaciones de <b>números complejos</b>	Elaboración de un manual didáctico de aplicaciones de <b>análisis matemático</b>	TOTAL
1. Rapidez en el calculo	35	3	38
1. Fácil manipulación	38	29	67
2. Entiende-razona	47	5	52
3. Simplifica el circuito	39	37	76
4. Interpreta resultados	36	10	46
TOTAL	195	84	279

**Tabla 26: Grados de libertad**

Para encontrar la frecuencia esperada se calcula multiplicando los totales marginales y dividiendo para el gran total:

$$E_i = \frac{195 * 38}{279} = 26.56$$

$$E_i = \frac{195 * 67}{279} = 46.83$$

$$E_i = \frac{195 * 47}{279} = 36,34$$

$$E_i = \frac{195 * 39}{279} = 53,12$$

**Ecuación 13: Cálculo de las frecuencias esperadas**

Tabla de frecuencias observadas(O) y esperadas (E)

Frecuencias observadas	Frecuencias esperadas	$\chi^2 = \sum \left( \frac{(O-E)^2}{E} \right)$
35	26,56	2,68
38	46,83	1,66
47	36,34	3,12
39	53,12	3,75
36	32,15	0,46
3	11,44	6,23
29	20,17	3,86
5	15,66	7,25
37	22,88	8,71
10	13,85	1,07
		$\chi^2_{c} = 36,13$

**Tabla 27: frecuencias observadas(O) y esperadas (E)**

**4.3.5 PLANTEAMIENTO DE LA HIPÓTESIS ESTADÍSTICA Y REGLA DE DECISIÓN.**

**HIPÓTESIS NULA**

$H_0$  :” Elaboración de un manual didáctico de aplicaciones de números complejos y de aplicaciones de análisis matemático facilitará el aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna”

$$H_0 : O_i = E_i$$

### **HIPÓTESIS ALTERNATIVA**

$H_1$  :” Elaboración de un manual didáctico de aplicaciones de números complejos facilitara el aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna”.

$$H_1 : O_i \neq E_i$$

### **4.3.6 REGLA DE DECISIÓN**

La prueba tiene  $(f - 1)(c - 1) = 4 * 1 = 4$  grados de libertad, si se fija un nivel de confianza del 95%, por lo tanto  $\alpha = 0.05$

Se denominará  $X_{tab}^2$  al valor que se obtiene en la tabla el valor de  $X_{0.05,4}^2 = 9,488$

Si  $X_{obt}^2 > X_{tab}^2$  se rechaza  $H_0$

Como  $X_{obt}^2 = 36,13 > X_{tab}^2 = 9,488$  se rechaza  $H_0$

Esto significa que:

$H_1$  :” Elaboración de un manual didáctico de aplicaciones de números complejos facilitara el aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna”.

## CAPÍTULO V

### 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

#### 5.1. CONCLUSIÓN

La media conseguida con la aplicación de los números complejos es de 3,112 esto significa que es pertinente utilizar los complejos para analizar un circuito RCL serie en CA y la media obtenida con la aplicación del análisis matemático es de 1,918 no es procedente emplear esta herramienta matemática para la resolución de un mismo ejercicio RCL en el dominio de la frecuencia , esto puede asegurar que un 62% de estudiantes manejan y emplean los números complejos para resolver los circuitos propuestos en la materia Análisis de circuitos en corriente alterna esto quiere decir que existe mayor tendencia de familiarización con la técnica mientras que un 38,4% maneja el análisis matemático para resolver ejercicios RCL

En la institución no tienen un proceso de seguimiento académico a los estudiantes que ingresan

En la institución no existe material didáctico, tecnológico para la enseñanza-aprendizaje de materias que tienen alto índice de complejidad

El instituto no cuenta con un proceso de evaluación permanente a los docentes

En la institución existe un alto índice de profesores que no están capacitados para exponer la materia analizada

## **5.2 RECOMENDACIÓN**

Utilizar los números complejos como herramienta matemática didáctica para la enseñanza-aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna

Implementar un departamento de seguimiento académico para establecer causas de repitencia, deserción estudiantil, bajo rendimiento y que determine soluciones a los problemas que se original en la carrera de tecnólogo en electrónica.

Implementar material didáctico, tecnológico para la enseñanza-aprendizaje de materias de alto índice de complejidad

Capacitación continúa a los profesores en técnicas matemáticas didácticas para el desenvolvimiento docente

## **CAPÍTULO VI**

### **6. PROPUESTA**

#### **6.1 DATOS INFORMATIVOS**

- Instituto Superior Tecnológico Mayor Pedro Traversari
- Modalidad: presencial
- Lugar: Quito
- Teléfonos: 3032-581
- Email: traversari@hotmail.es

#### **6.2 ANTECEDENTES DE LA PROPUESTA**

El bajo número de estudiantes en la carrera de electrónica despierta el interés de realizar un análisis minucioso de las causas a este problema para ello se estableció un intervalo de tiempo de tres años tomando como puntos extremos el 2007 y 2010, encontrando que un gran porcentaje de estudiantes desertan por materias que tienen alto índice de complejidad y ciertos factores de menor interés, ubicando en primer lugar con el 45% de estudiantes que arrastran la materia de ANALISIS DE CIRCUITOS EN CORRIENTE ALTERNA, el 30% MATEMATICAS y 20% en FISICA

Como resultado de esta investigación se obtuvo que si seleccionamos correctamente la aplicación matemática mas eficientes (técnica algebraica) obtendremos buenos resultados en la enseñanza aprendizaje de circuitos en corriente alterna para cualquier estudiante de tecnólogo en electrónica

### 6.3 JUSTIFICACIÓN

Los elementos de justificación para la propuesta están condicionados por:

Las demandas sociales acerca de qué deben ofrecer los centros de Educación Superior para los jóvenes que buscan profesionalizarse en electrónica

Los factores y procesos evolutivos que configuran las posibilidades de experiencia, de desarrollo y aprendizaje.

La necesidad de asumir, dentro del planteamiento curricular, los principios de comprensibilidad y diversidad, de manera que se conciba una formación básica común para todos pero que posibilite adaptarse a las diferencias existentes entre los intereses de los alumnos y alumnas, sus capacidades y necesidades. Con ello, se pretende hacer efectivo el principio de igualdad de oportunidades.

Los objetivos propios de la Educación Superior. Con ellos se especifica el conjunto de capacidades generales que los jóvenes deben desarrollar durante la permanencia en la escuela de electrónica del ISTPET.

Manuales donde se describan procedimientos para conseguir una eficaz coordinación pedagógica en vinculación con la comunidad en la consecución de los objetivos educativos previstos para los profesionales electrónicos.

El diseño del manual será flexible y estará orientado a la resolución de ejercicios RC-RL-RCL en las diferentes configuraciones.

Con la aplicación del manual didáctico se logrará eliminar la brecha que existe de imposible a lo posible de aprobar la materia.

Se tendrá material didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la materia tomando como base teórica la aplicación de los números complejos para el análisis sinodal, herramienta que es de fácil manipulación.



## 6.4 OBJETIVOS

Elaboración de un manual didáctico de la instrumentalización de las matemáticas con números complejos en el análisis de circuitos de corriente alterna.

## 6.5 ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD

### **Factibilidad Organizacional**

Predisposición de los directivos para resolver los problemas que se generan en la carrera de tecnología electrónica.

### **Factibilidad tecnológica**

El proceso didáctico ABP para elaboración del manual es de conocimiento general de la comunidad del ISTPET por lo tanto posibilita su aplicación en la cátedra.

El proyecto se pudo realizar por el apoyo que brindo el establecimiento con el préstamo de una computadora y el uso de internet.

### **Factibilidad Económica- financiera**

Los recursos gastados en la investigación son financiados por el autor y se conto con el apoyo del Instituto.

## 6.6 FUNDAMENTACIÓN

El soporte teórico de la investigación se basa en el ABP, APII, técnicas didácticas y el análisis de redes eléctricas

### **6.6.1 Macro procesos de proyección integradora, generalizadora: ABP y APII ejes dinamizadores e integradores.**

Dentro de un entorno de aprendizaje eminentemente constructivista, se orienta las diversas tareas de aprendizaje a través de los macroprocesos: *aprendizaje basado en problemas y aprendizaje a través de proyectos integradores de investigación*; ellos constituyen puentes dinamizadores e integradores de todo el accionar educativo, al articular contenidos y exigencias

que se estudian de forma aislada en las diferentes asignaturas y unidades temáticas.

### **6.6.2 Aprendizaje basado en problemas, ABP.**

El eje de partida para dinamizar e integrar los conocimientos y habilidades, es el *aprendizaje basado en problemas, ABP*. La idea esencial es presentar el contenido objeto de estudio a partir de un problema real de la vida y a partir de sus contradicciones, insuficiencias o necesidades que lo generan, desatar un sistema de procesos de trabajos en busca del nuevo conocimiento que permite resolverlo.

El mundo del trabajo requiere Tecnólogos - profesionales capacitados para enfrentar y resolver problemas cada día de mayor complejidad, donde intervienen simultáneamente diferentes ciencias, las tecnologías empleadas varían con mucha rapidez y por lo general alcanzan mayor repercusión económica y social. Esas capacidades hay que desarrollarlas en todo el proceso de formación, desde cada una de las materias de estudio y a lo largo de toda la carrera; es decir: de problema en problema.

Conducir el aprendizaje en los programas de estudio por problemas significa que su estructura y proyección metodológica se concibe de “problema en problema”, desde las exigencias del perfil profesional o perfil del tecnólogo, el cual se determina a partir de los problemas de la vida que deben resolver los graduados; de ahí se construye la sistematización de los problemas por etapas de estudio.

Un programa de estudio se descompone en diversas asignaturas o módulos de estudio; y estas, a su vez en unidades temáticas con un sistema de actividades docentes: clases, prácticas de laboratorios, talleres, trabajo en áreas de producción, trabajos investigativos, y otras que se proyectarán sobre la base de problemas, en tanto reales o simulados de acuerdo con las condiciones existentes e intereses didácticos.

El **ABP** como eje dinamizador e integrador del contenido a estudiar, ofrece un conjunto de posibilidades, de orden psicológico y pedagógico, entre las que se encuentran:

- Enfrenta al sujeto con la realidad, la reconoce y adopta una postura frente a ella.
- Provoca una mayor actividad de los estudiantes, al intentar resolver la situación, al buscar respuestas científicas y tecnológicas en la realidad, al aprender a modificarla.
- Favorece la formación de un pensamiento creativo, al tratar de hallar la solución desde lo diferente: al encontrar y establecer relaciones, consolidaciones y respuestas lógicas.
- Propicia la permanente duda, la actitud hacia la investigación científica como modo de abordar la realidad y de llegar a resultados objetivos en su perfeccionamiento.
- Contribuye a romper con el aprendizaje fraccionado, atomizado: integra y sistematiza conocimientos y habilidades.
- Desarrolla un mayor interés por la profesión, al promover un aprendizaje significativo donde se manifiestan sentimientos de pertenencia, de satisfacción por la labor realizada.

En el diseño y ejecución del micro currículo se tiene muy en cuenta que el ABP, también porta contradicciones y exigencias que deben ser valorados con profundidad, a fin de concebir una adecuada proyección metodológica para el proceso de enseñanza-aprendizaje. *La contradicción más relevante es la*

*decisión en cuanto a sí se desarrolla el contenido de los programas educativos de acuerdo con la **“lógica del problema”** o continúa predominando la **“lógica de las ciencias”**”. Lo más aconsejable es desarrollar las experiencias de aprendizaje dentro de una **“lógica de compromiso”** entre la sistematización que demandan las ciencias y las exigencias de conocimientos que la realidad impone en un problema.*

Los equipos de profesores organizados por disciplinas de estudio, en análisis colegiado, deberán buscarle una solución adecuada a la estructuración del contenido en correspondencia con los requerimientos que impone el problema a resolver, sin descuidar el rigor científico que exige el mundo contemporáneo.

### **6.6.3 Aprendizaje a través de proyectos integradores de investigación (APII).**

Los problemas de gran dimensión, que requieren la articulación de los métodos de la investigación científica y los métodos propios de diferentes ciencias, requieren un instrumento articulador que planifique y organice el sistema de tareas que conduce a la solución del mismo. Ese instrumento es el *Proyecto Integrador de Investigación* que integrará los contenidos aislados, fraccionados en asignaturas y unidades temáticas, en función de obtener un producto final que acredite resultados significativos del aprendizaje. Los productos finales pueden ser:

- Tangibles (prácticos): objetos, sistemas tecnológicos.
- Intangibles (teóricos): diagnósticos, valoraciones críticas, nuevas planificaciones o metodologías de trabajo, y otros.

En relación con el término, "proyecto" etimológicamente significa: dirigido hacia..., lanzado en beneficio de..., representado en perspectiva, diseño de una obra. Operacionalmente se define el proyecto integrador como: *"el instrumento metodológico que integra un sistema de tareas de aprendizaje para dar*

*solución a un problema, incluyendo el diseño y la ejecución de los procesos que permiten concluir con un producto terminado, bien de orden teórico o práctico''.*

Los proyectos integradores de investigación se planifican por el equipo de profesores que intervienen en cada nivel de estudio, para buscar consenso de cuáles serán los posibles problemas a resolver, a fin de hacer una propuesta de equipo a los estudiantes y darles participación en la selección del tema de los proyectos y planificar cuál será el alcance de los mismos. Siempre deben responder a necesidades de la vida práctica, donde se exija la integración de los conocimientos y habilidades logrados hasta el momento que inicia el mismo y se motive a la búsqueda de un nuevo marco conceptual y la sistematización de habilidades y hábitos de trabajo

Aprender mediante la investigación resulta un hecho legítimo, que tiene diferentes niveles de complejidad. Por ejemplo, si aprendemos mediante la observación científicamente organizada, con objetivos definidos y una guía estructurada técnicamente, estamos utilizando un método de investigación para aprender de esa realidad objeto de observación. La investigación científica, no sólo es el camino, la vía, el método para aprender; es también una concepción de aprendizaje, una manera de comprenderlo, organizarlo y ejercitarlo.

Los proyectos se planifican en el currículo del ISTPET, para que sean realizados uno en cada nivel de estudio. De acuerdo con el sistema de asignaturas que componen cada nivel de estudio, se define cuál es la materia rectora, la que aporta un contenido de mayor generalización; a la misma se le asigna la responsabilidad de ser la “rectora” del PEI. No obstante, los profesores de todas las asignaturas participan en el control sistemático, y brindan consultas a los estudiantes, así como en la evaluación final.

En el transcurso del currículo, el estudiante pasará por diferentes tipos de proyectos para que se enfrente a diferentes situaciones de la realidad, lo que coadyuvará al desarrollo de un pensamiento y modo de actuar divergente, amplio, preparado para diversas situaciones y condiciones del trabajo.

**6.6.4 Tipos de proyectos integradores de investigación:** Los proyectos a realizar por los estudiantes, se clasifican por sus temáticas, de la forma siguiente:

- Los dirigidos a resolver problemas generales de la vida, que afecta una empresa, una comunidad determinada o la sociedad en general.
- Los que aportan la creación de una nueva empresa o perfeccionan una existente, en vistas de promover las competencias profesionales para la gerencia de negocios.
- Los que se orientan al diseño y construcción de un equipo, instrumento, o elemento concreto, para solucionar un problema eminentemente práctico.
- Los que aportan una nueva metodología de trabajo o que perfeccionan una existente para elevar la eficiencia de un proceso empresarial o social.
- Los que se concentran en organizar y sistematizar contenidos científico-tecnológico, con aplicación en la práctica empresarial o social.
- Los que aportan resúmenes de procesamiento de información, de determinadas temáticas científicas o culturales en general.

En el caso de la carrera de Tecnología en Electrónica la utilización de software se integran a los proyectos de investigación que se realizan en cada curso de estudio.

**6.6.5 Macroprocesos de carácter operativo, instrumental.**

El ABP y el APII, pasan por un conjunto de macroprocesos de aprendizaje de carácter operativo, instrumental, que permiten sistematizar de forma progresiva los conocimientos, las habilidades y el desarrollo de valores humanos que demandan los programas educativos guiados por problemas reales de la vida y proyectos integradores de investigación. Entre esos macroprocesos *están*: el procesamiento de información científica y cultural, la experimentación, la construcción de conceptos, la estructuración de métodos de trabajo y el trabajo directo en escenarios reales y virtuales.

#### **6.6.5.1 Aprendizaje a través del procesamiento de información científica y cultural.**

Ante los retos de la "sociedad del conocimiento" el estudiante deberá desarrollar habilidades para buscar información de todo tipo, organizarla y procesarla en función de la búsqueda del nuevo conocimiento. El sistema de tareas de cada asignatura o módulo de contenidos debe exigir actividades de procesamiento de información donde el estudiante, después de consultar varias fuentes bibliográficas que pueden estar en textos impresos, revistas o vía INTERNET, debe sistematizarla con identidad propia a través de los organizadores del conocimiento.

Dentro de las principales regularidades en el procesamiento de la información estarán:

- Buscar y acceder a la información.
- Seleccionar la información.
- Organizar la información.
- Realizar resúmenes con el apoyo de los graficadores del conocimiento: mapas conceptuales, redes semánticas, mentefactos, mandala y otros.
- Elaborar conclusiones propias, como resultado del procesamiento realizado.

- Adoptar decisiones para trasladar la información al plano ejecutor: de la aplicación en la vida práctica.

Estas acciones son sistematizadas por todas las carreras y asignaturas, para convertirlas en sólidas habilidades del quehacer cotidiano.

#### **6.6.5.2 Aprendizaje a través de la experimentación**

Los procesos de experimentación, de carácter cognitivista y constructivista, son de vital importancia para comprobar lo que se dice o lo que se hace. Es de vital importancia que los estudiantes incorporen a las competencias que van logrando de forma progresiva, la cultura de experimentar en la práctica, en condiciones de laboratorios, talleres o directamente en la vida empresarial y social. La experimentación se planifica para: *comprobar leyes, principios y teorías en general, verificar en la práctica el comportamiento de los productos elaborados y diagnosticar estados de opinión, criterios, valoraciones.*

En el proceso de las experimentaciones se realiza en las diversas asignaturas atendiendo a las regularidades siguientes:

- Determinar las experimentaciones a realizar en correspondencia con el sistema de contenidos objeto de estudio.
- Operar con una **guía de experimentación** (bien sea práctica de laboratorio, práctica de taller o práctica en empresas o entidades sociales). La guía debe contener: objetivos, descripción del contenido de la práctica, descripción de las acciones a realizar, en secuencia lógica, tablas para registro de datos, si se requiere equipamiento: descripción del mismo, orientaciones para elaborar conclusiones de la experimentación.
- Evaluar los resultados obtenidos para verificar su validez.



- Discutir los resultados alcanzados en plenaria del grupo estudiantil, para sistematizar criterios teóricos y prácticos.

### **6.6.5.3 Aprendizaje en la construcción de conceptos.**

Dentro del referente epistemológico que se proyecta en el ISTPET, la construcción de conceptos por parte de los estudiantes, constituye la base de toda la pirámide del conocimiento hacia las competencias profesionales. Se orienta que el estudiante llegue a comprender e interiorizar los nuevos conceptos, esencialmente por:

- Procesos de observación directa para identificar los fenómenos o hechos a estudiar.
- Procesos de experimentación para investigar el fenómeno o hecho en cuestión y llegar a determinar, entre otros elementos: estructura interna, dimensiones de las magnitudes y parámetros que lo caracterizan, materiales que la componen, funciones prácticas, relaciones con otros conceptos, leyes y teorías ya conocidas.
- Procesos de inferencia al comparar y resumir los aspectos internos y externos del fenómeno o hecho.
- Procesos de pensamiento abstracto al poder hacer una descripción generalizadora y acercarse progresivamente a una definición del nuevo concepto.

Esta secuencia aunque no siempre es posible por condiciones ambientales o materiales, *es el método principal de aprendizaje en función de la ampliación del marco conceptual del estudiante, que incluye: nuevos conceptos, leyes, principios y teorías en general.*

#### **6.6.5.4 Aprendizaje en la estructuración de métodos de trabajo.**

Como expresión instrumental del marco conceptual del estudiante, se requiere que estructure métodos de trabajo a partir de la organización lógica de procesos que conducen a la solución de determinados tipos de problemas. El aprendizaje de métodos de trabajo se logrará, fundamentalmente, por la solución de forma conjunta con el profesor, de problemas, que poco a poco van revelando un sistema de pasos que dan lugar a un método de trabajo.

Se orienta que el estudiante descubra los procedimientos más lógicos para resolver problemas y, por ellos mismos, estructuren métodos de trabajo, los cuales deben ser capaces de fundamentar cada vez que lo demande el programa educativo. Si el dominio del contenido teórico no está estrechamente vinculado a un modo de actuación instrumental, este carece de sentido práctico.

#### **6.6.5.5 Trabajo en escenarios reales y virtuales**

En la formación de Tecnólogos del ISTPET, tiene una alta significación el trabajo directo en escenarios empresariales y sociales, para consolidar las bases teóricas estudiadas y potenciar en mayor medida las competencias de actuación profesional.

Además del período prescrito en los módulos del currículo, se proyectan actividades prácticas regulares, por las diversas asignaturas. En todos los casos se confecciona un programa de trabajo donde se plantean: posibles problemas a resolver, objetivos precisos y tareas principales a realizar dentro de un proyecto de carácter profesional.

Las prácticas se pueden realizar en áreas de producción o servicio del centro de enseñanza o directamente en entidades de la esfera productiva y la sociedad en

general. Para su desarrollo se requiere que el grupo de aprendizaje se divida en equipos de trabajo o de forma individual, según las exigencias del trabajo profesional y las condiciones existentes. Se requiere de atención tutorial dirigida por los profesores del ISTPET y con la participación de trabajadores de las empresas, que actúan como instructores del proceso docente.

De acuerdo con el contenido de las actividades a realizar, la práctica laboral adoptará formas organizativas específicas en correspondencia con las características de cada profesión, y que en una perspectiva generalizadora, se puede agrupar en:

- Observación de procesos.
- Planificación de procesos.
- Ejecución de procesos.
- Evaluación de procesos.
- Realización de proyectos profesionales.

Es de gran significación para el proceso de enseñanza - aprendizaje que la vinculación con la práctica se logre en perfecta interdependencia con el programa educativo; es decir, en función total del desarrollo de los conocimientos a adquirir en las diferentes unidades didácticas de una asignatura determinada o de los objetivos de un nivel de estudio, de forma general.

La actividad práctica dentro del ISTPET, además de integrar los contenidos de diferentes disciplinas, contribuirá decisivamente a desarrollar competencias en la solución de problemas y en la disciplina del trabajo, favoreciendo valores humanos, tales como: responsabilidad, constancia, solidaridad y autoestima.

Teniendo en cuenta la importancia del aprendizaje desde el trabajo práctico en situaciones reales o virtuales; el sistema de evaluación deberá considerar estándares de actuación similares a los de la vida laboral. Se exigirá, a los estudiantes, un informe técnico donde expresen las experiencias adquiridas y las fundamenten con las bases científicas de las diferentes disciplinas. Este informe técnico será defendido ante un tribunal examinador que valorará, de forma

colegiada, los resultados de la práctica y hará recomendaciones para el perfeccionamiento de la formación profesional de los estudiantes.

## 6.6.2 ANÁLISIS DE REDES ELÉCTRICAS

**DEFINICIÓN DE SISTEMA.**-Un sistema es un agregado o conjunto de objetos físicos o abstractos.

Así por ejemplo, un sistema mecánico oscilatorio, esta formado por componentes mecánicos como masa, resortes, amortiguadores, etc.

Un sistema económico formado por consumidores .industria, gobierno, etc. Que se interaccionan entre si.

El objetivo fundamental de análisis de sistemas es permitir predecir el comportamiento del sistema si se conoce la interconexión de las diversas componentes físicas o abstractas que lo forman.

### 6.6.2.1 SISTEMA DE DOS VARIABLES

En ingeniería de sistemas se emplean los diagramas de bloque para presentar a todo un sistema o parte del mismo (subsistema).

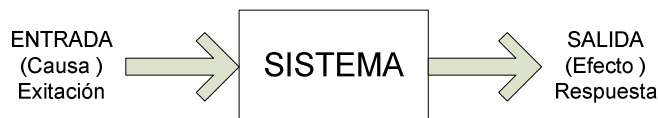


Diagrama de bloque de un sistema con dos variables  
Elaborado por Juan Obando

#### Ilustración 33: Diagrama de bloques de red eléctrica

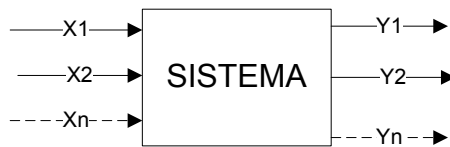
Donde:

(Entrada → Salida) o (causa→ efecto)

Entre las variables de entrada y salida se establece, convenientemente, una relación causa –efecto

### 6.6.2.2 SISTEMA CON MULTIPLES VARIABLES

En general un sistema puede tener múltiples variables, entradas y salidas, las diversas entradas forman un vector llamado vector respuesta o simplemente respuesta



Sistema con múltiples entradas y salidas  
Elaborado por Juan Obando

#### Ilustración 34: Sistemas con múltiples entradas y salidas

Donde:

$X_1, X_2, \dots, X_n \rightarrow$  Promedio de  $X$ , vector excitación

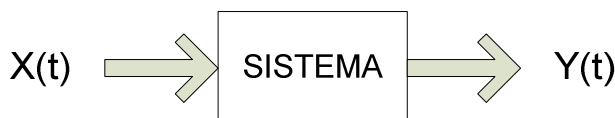
$Y_1, Y_2, \dots, Y_n \rightarrow$  Promedio de  $Y$ , vector respuesta

Se puede la relación matemática entre causa y efecto del sistema, al formular todas las ecuaciones que simulen su comportamiento.

Usualmente la relación matemática (relación funcional) viene expresado por un sistema de ecuaciones diferenciales que presentan las propiedades de linealidad e invariancia.

### 6.6.2.3 SISTEMA LINEAL

La respuesta es proporcional a la excitación. Para una excitación  $X(t)$  se obtiene una respuesta  $Y(t)$  para una excitación  $\beta \cdot X(t)$  se obtendrá una respuesta  $\beta \cdot Y(t)$ , cualquiera que sea la constante  $\beta$



Sistema con variables de tiempo  
Elaborado por Juan Obando

**Ilustración 35: Sistema lineal**

Donde:

$$X(t) \rightarrow Y(t)$$

$$\beta X(t) \rightarrow \beta Y(t)$$

La primera condición de linealidad ( $\beta X(t) \rightarrow \beta Y(t)$ ) se llama propiedad de Homogeneidad, y es característica de todo sistema lineal, sin embargo también debe poseer la propiedad de superposición, es decir que:

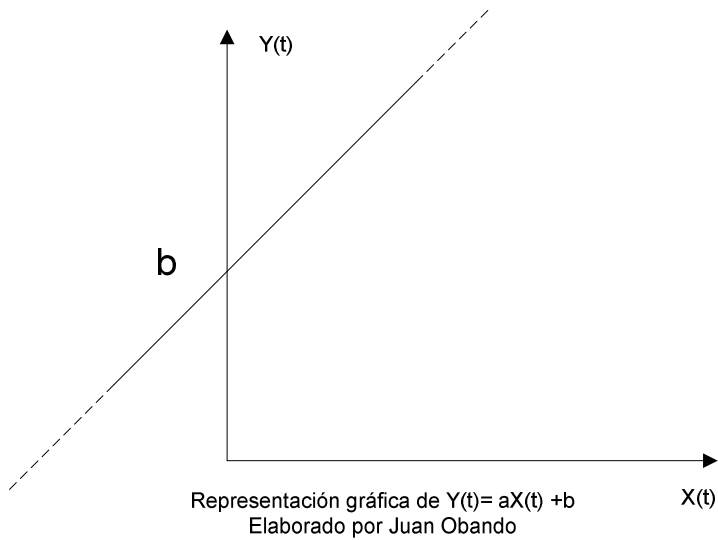
$$X_1(t) \rightarrow Y_1(t)$$

$$X_2(t) \rightarrow Y_2(t) \quad \rightarrow X_1(t) + X_2(t) \rightarrow Y_1(t) + Y_2(t)$$

Entonces un sistema es lineal si y solo si cumple las propiedades de homogeneidad y superposición.

Combinando las dos propiedades, se tiene que:  $\alpha X_1(t) + \beta X_2(t) \rightarrow \alpha Y_1(t) + \beta Y_2(t)$  siendo  $\alpha$  y  $\beta$  constantes.

Ejemplo 1: Determinar si un sistema definido por la ecuación  $Y(t) = aX(t) + b$  es lineal.



**Ilustración 36: Representación lineal**

Donde:

$$X1(t) \rightarrow Y1(t) = aX1(t) + b$$

$$X2(t) \rightarrow Y2(t) = aX2(t) + b$$

$$[X1(t) + X2(t)] \rightarrow a [X1(t)+X2(t)] + b \dots\dots\dots \text{Ecuación 1}$$

Por otro lado tenemos que:

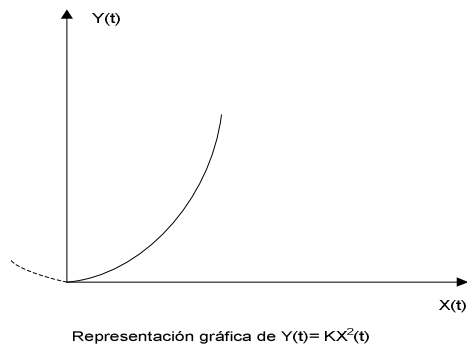
$$Y1(t) + Y2(t) = aX1(t) + b + aX2(t) + b$$

$$Y1(t) + Y2(t) = a [X1(t) + X2(t)] + 2b \dots\dots\dots \text{Ecuación 2}$$

Comparando ecuación 1 y ecuación 2 se ve que no hay compatibilidad.

A menos que  $b=0$  (recta por el origen), el sistema “no es lineal” , pese a que la ecuación es de una recta

Ejemplo 2: Determinar si un sistema definido por la ecuación  $Y(t) = KX^2(t)$  es lineal



**Ilustración 37: Representación cuadrática**

Donde:

$$X_1(t) \rightarrow Y_1(t) = KX_1^2(t)$$

$$X_2(t) \rightarrow Y_2(t) = KX_2^2(t)$$

$$[X_1(t) + X_2(t)] \rightarrow K [X_1^2(t) + X_2^2(t)]^2(t) \dots \dots \dots \text{Ecuación 1}$$

$$Y_1(t) + Y_2(t) = KX_1^2(t) + KX_2^2(t) = K [X_1^2(t) + X_2^2(t)] \dots \dots \dots \text{Ecuación 2}$$

Puesto que la ecuación 1 no es igual a la ecuación dos entonces no es un sistema lineal

Ejemplos:

Determinar si un sistema definido por :

$$\left\{ \begin{array}{l} Y_1 = X_1 + 2X_2 \\ Y_2 = X_2 - X_3 \end{array} \right. \text{ es lineal} \dots \dots \dots \text{Sol: es lineal}$$

Determinar si un sistema definido por la ecuación  $Y(t) = X(t) / 2$  es lineal.

.....Sol: Sistema lineal

Determinar si un sistema definido por la ecuación  $Y(t) = X_1(t) X_2(t)$  es lineal

.....Sol: Sistema no lineal

**6.6.2.4 SISTEMA DE TIEMPO – CONTINUO Y TIEMPO DISCRETO**

Un sistema de tiempo –continuo es cuando la excitación y la respuesta cambia en cualquier instante



### 6.6.2.5 SISTEMA DE TIEMPO DISCRETO

Es aquel en el que la señal asociada con el sistema cambia solo en instantes discretos. Por ejemplo la unidad aritmética de un computador digital.

### 6.6.2.6 SISTEMAS INVARIABLE Y VARIABLE EN EL TIEMPO

Un sistema invariable con el tiempo es aquel que tiene parámetros constantes

Por ejemplo:

Suponiendo que:  $X(t) \rightarrow Y(t)$ , entonces, si:

$X(t-T) \rightarrow Y(t-T)$  (señales retrasadas en un periodo  $T$ ) el sistema es invariante en el tiempo.

Un sistema variable con el tiempo es aquel que tiene parámetros que varían con el tiempo.

Ejemplo: Determinar si un sistema definido por la ecuación  $Y(t) = 3tX(t)$  es invariante en el tiempo

$$X(t) \rightarrow Y(t) = 3tX(t)$$

$$X(t-T) \rightarrow Y(t-T) = 3tX(t-T) \dots \dots \dots \text{Ecuación 1}$$

$$\text{Por otro lado, si } t = t-T, \text{ entonces: } Y(t-T) = 3(t-T)X(t-T) \dots \dots \text{Ecuación 2}$$

Se puede ver que son ecuaciones diferentes por lo tanto “no es invariante” esto es variante.

### 6.6.2.7 SISTEMA DE PARÁMETROS CONCENTRADOS Y DISTRIBUIDOS

Un sistema es de parámetros concentrados si permite que un estímulo se propague instantáneamente

En sistemas eléctricos, este hecho significa que la longitud de onda del estímulo es grande comparado con las dimensiones de los elementos.

Por ejemplo, la longitud de una onda sinusoidal a 60 ciclos/ segundo [hz] es de:  $3 \cdot 10^3 / 60 = 5000$  Km. Esta longitud es mucho mayor que la dimensión de un elemento de sistemas uno eléctrico

Sin embargo, existe sistemas eléctricos de trasmisión de energía eléctrica de gran longitud , en los cuales el estímulo tarda cierto tiempo en excitar los elementos .A estos sistemas se les conoce con el nombre de sistemas de parámetros distribuidos .

Entonces un sistema de parámetros distribuidos es aquel que el estímulo no se propaga instantáneamente, sino depende de su velocidad de propagación.

#### **6.6.2.8 SISTEMAS DETERMINISTICOS Y NO DETERMINISTICOS**

Un sistema deterministico es aquel en la cual se conoce con exactitud todos sus parámetros.

Un sistema no deterministico es el que se desconoce los parámetros.

#### **6.6.2.9 SISTEMA CON Y SIN MEMORIA**

Un sistema con memoria de longitud  $T$  , es aquel en la cual la respuesta en un tiempo  $t$  depende de los valores de excitación correspondientes a un cierto intervalo  $(t-T; t)$

Un sistema sin memoria es aquel en el cual la respuesta para el tiempo  $t$  depende sólo de la excitación en el mismo tiempo.

#### **6.6.2.10 DEFINICIÓN DE RED ELÉCTRICA**

Una red eléctrica es un sistema formado por elementos eléctricos interconectados entre si , cuya características es la obtención de efectos sintetizados de variables.

Una red eléctrica posee las mismas propiedades que un sistema. En este caso se trata principalmente de analizar lo relativo a modelos de redes lineales , invariantes , positivas y reciprocas .

### 6.6.2.11 RED LINEAL

Una red lineal es aquella en la cual la respuesta es proporcional a la excitación y se puede aplicar el principio de superposición.

$$v_i \rightarrow i_1$$

$$v_i \rightarrow i_2 \quad \rightarrow k_1 v_1 + k_2 v_2 \rightarrow k_1 i_1 + k_2 i_2$$

### 6.6.2.12 RED INVARIANTE

Una red invariante en el tiempo es aquella que produce la misma respuesta a una excitación dada independientemente de cuando se aplique.

$$v(t) \rightarrow i(t) \quad \rightarrow v(t+t_1) \rightarrow i(t+t_1)$$

En esta implica que los valores de las componentes de la red permanecen constantes.

### 6.6.2.13 RED PASIVA

Una red pasiva es aquella que tiene la propiedad de absorber o almacenar energía en una proporción menor o a lo mucho igual a la energía entrante.

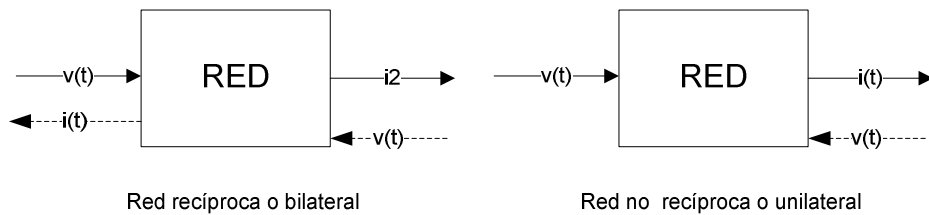
$$w(t) = \int_{-\infty}^t p(t) dt \quad , \quad \text{también} \quad w(t) = \int_{t_0}^t p(t) dt + W(t_0)$$

$$w(t) = \text{energía}$$

Si la red proporciona energía a la fuente exterior, se tiene una “red activa”. Una red activa contiene fuentes de energía.

### 6.6.2.14 RED RECÍPROCA

Una red recíproca es aquella en la que la respuesta producida en un punto de la red por una excitación aplicada a otro punto es invariante si se permutan las posiciones de la excitación y la respuesta.



**Ilustración 38: Red recíproca**

## 6.6.2.15 DEFINICIÓN DE MAGNITUDES ELECTRICAS

### 6.6.2.15 .1 CARGA ELÉCTRICA

La cantidad eléctrica más elemental es la carga eléctrica o cantidad de electricidad

Un conocimiento profundo de las cargas eléctricas y de la electricidad en general solamente se puede obtener a través del estudio de sus efectos.

Un efecto bastante significativo de cargas eléctricas es el de producir fuerzas.

El campo eléctrico en cualquier punto se define cualitativamente, en términos de la magnitud y de la dirección de la fuerza que experimenta una carga colocada en ese punto.

El electrón es la carga eléctrica básica y tiene carga negativa

Las propiedades más importantes de una carga eléctrica son:

- Va siempre asociada a la masa

- Existe en dos formas, llamadas cargas negativas y cargas positivas

- Su movimiento asocia dos campos de fuerzas, llamados campo eléctrico y campo magnético.

### 6.6.2.15 .2 CORRIENTE ELECTRICAS

La corriente eléctrica es la carga en movimiento la misma que al pasar por un camino discreto (conductor) posee un valor y una dirección asociada a ello , lo que contribuye una medida de la velocidad con que la carga se mueve a partir de un punto de referencia dado y en una dirección especificada.

La corriente eléctrica se la define también como la razón del movimiento de cargas eléctricas

$I = Q/t$ , valores estacionario

Donde: Q: carga eléctrica en [coulombios]  $\rightarrow C$

Q: Cargas eléctricas

t : Tiempo en segundos (S)

I: corriente eléctrica en amperios (A)

Frecuentemente la razón a la cual fluctúan las cargas cambian con el tiempo, de tal forma que la corriente también cambia su valor.

$$i(t) = \frac{dq}{dt}, \text{ valor instantaneo}$$

$$q(t) = \int_{-\infty}^t i(t) dt, \text{ cara total en cualquier tiempo } t.$$

Si el flujo de carga tiene una sola dirección durante un periodo de tiempo considerable, se tiene una corriente eléctrica directa, constante o continua.

Si las cargas fluyen primero en una dirección y luego en otra, se tiene una corriente eléctrica alterna.

### 6.6.2.15 .3 DIFERENCIAL DE POTENCIAL (d.d.p) o VOLTAJE

Diferencia de potencial o voltaje es el trabajo que se realiza al mover una carga de un punto a otro en contra o favor de las fuerzas del campo eléctrico.

Por lo tanto el trabajo desarrollado por unidad de carga , viene dado por:

$V = W/Q$ , valor instantáneo

Donde:

w : trabajo o energía [Joules]  $\rightarrow J$

Q: Carga eléctrica [Coulombios]  $\rightarrow C$

V: diferencial de potencial o voltaje [voltios]  $\rightarrow V$

Si a una cantidad diferencial de carga  $dq$  se le da un incremento diferencial de energía  $dw$ , el potencial de la carga se incrementa por:

$$V(t) = \frac{dw}{dq}, \text{ valor instantáneo}$$

#### 6.6.2.15 .4 POTENCIA

Primera definición.- Es la energía transferida de una fuente a una carga en un  $\Delta t$

Segunda definición.- Potencia es la rapidez con que cambia la energía. Si la energía cambia a razón constante y la carga  $Q$  se mueve en un potencial  $V$  en  $t$  segundos ; la energía por unidad de tiempo es :

$$P = \frac{w}{t}, \text{ valor estacionario}$$

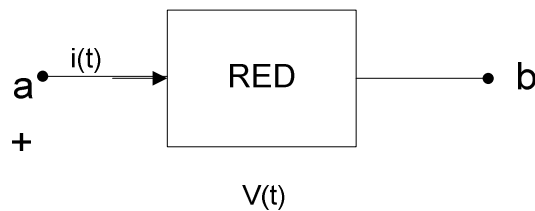
Donde P: potencia en [vatios]  $\rightarrow W$

Remplazando se tiene que:

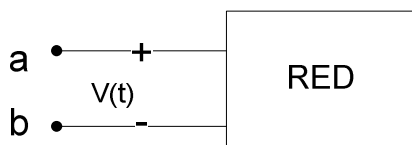
$$P = I \cdot V$$

Si la razón de energía varía con el tiempo, se tiene que:

$$P(t) = \frac{dw}{dt}, \text{ valor instantáneo}$$



Red eléctrica de dos terminales (dipolo) ,con corriente variable



Red eléctrica de dos terminales (dipolo) con voltaje variable

Ilustración 39: Red dipolo

### 6.6.2.15 .5 ENERGÍA

La energía es la capacidad para realizar un trabajo, por lo que:

$$w = V \cdot I \cdot t, \text{ valor estacionario}$$

$$w = \int_{-\infty}^t p(t) dt, \text{ energía total en cualquier tiempo } t$$

### 6.6.3 INTRODUCCIÓN A LOS NUMEROS COMPLEJOS

Los números complejos son una creación esencialmente algebraica. Cardano introdujo la unidad imaginaria en 1545 para expresar las soluciones, aunque fueran “imaginarias”, de las ecuaciones de segundo grado, y desde este momento los algebristas encontraron cada vez más evidencias de que los números imaginarios resultantes de admitir al número  $i$  como si fuera un número real mas eran suficientes para resolver cualquier ecuación polinómica. Sin embargo, una prueba de esta conjetura tuvo que esperar hasta el siglo XIX, cuando Gauss demostró en su tesis doctoral que todo polinomio con coeficientes complejos se descompone en factores lineales, es decir, que tiene todas sus raíces en  $\mathbb{C}$ : este es el teorema fundamental del algebra.

Otro descubrimiento de Gauss mucho más simple, pero no menos importante, fue que la aritmética de los número complejos, introducidos formalmente a partir de la relación  $i = \sqrt{-1}$  tiene una interpretación geométrica sencilla si identificamos los elementos de  $\mathbb{C}$  con los puntos del plano. Esta interpretación puede considerarse como el punto de partida del estudio analítico de los números complejos. En términos modernos  $\mathbb{C}$  recibe la topología de  $\mathbb{R}^2$  y la relación de esta topología con su aritmética es la misma que se da en  $\mathbb{R}$ . En particular tiene sentido la expresión:

$$\lim_{z \rightarrow z_0} \frac{f(z) - f(z_0)}{z - z_0}$$

para cualquier función compleja  $f$  definida en un entorno del punto  $z_0$ . Se abre así una teoría de derivación de funciones complejas similar a su análoga real. Sus sólidos cimientos fueron establecidos por Cauchy en los numerosos artículos que dedicó a esta materia. Como cabe esperar, las funciones derivables en el sentido complejo y las funciones derivables reales comparten sus propiedades básicas con demostraciones prácticamente idénticas (se trata de las propiedades que dependen directamente de la topología y la estructura de cuerpo), pero al profundizar en la teoría pronto se advierte una diferencia esencial con el caso real: mientras que el análisis real es esencialmente geométrico, en el sentido de la mayoría de sus resultados son conjeturables a partir de la interpretación geométrica de la derivada, la geometría apenas interviene en el análisis complejo.

Existe ciertamente una interpretación geométrica de la derivada compleja (o, más precisamente, del módulo y del argumento de la derivada), pero normalmente es de poca ayuda. Pensemos por ejemplo en los dos teoremas siguientes:

- Si una función real derivable tiene un máximo relativo en un punto entonces su derivada es nula en dicho punto.
  
- Si una función compleja derivable tiene un máximo relativo (en módulo) en un punto entonces es constante.

El primero es geoméricamente evidente, el segundo no. Sin embargo no hemos de pensar por esto que la derivación compleja es una mera abstracción formal de la derivación real. Lo que sucede es que en lugar de ser una teoría descriptiva superficial, en el sentido de que la distancia



entre las definiciones y los teoremas se salva a menudo formalizando ideas geométricas sencillas, la derivación compleja combina las técnicas analíticas con la estética y la profundidad del álgebra, en el sentido de que toda ella gira en torno a unos pocos principios fáciles de enunciar, pero abstractos y lógicamente distantes de las definiciones. Parece como si el origen algebraico del cuerpo complejo impregnase toda la teoría y así, mientras la guía del análisis real es que las funciones derivables son las que admiten tangente en cada punto, en el caso complejo es útil pensar que las funciones derivables son como “polinomios de grado infinito”, hecho nada evidente a partir de la definición, pero que vuelve naturales los teoremas básicos. He aquí un ejemplo:

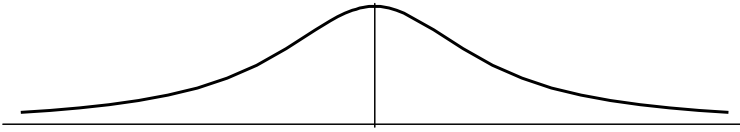
- Si el conjunto de puntos donde una función derivable compleja se anula tiene un punto de acumulación (en el dominio de la función) entonces dicha función es idénticamente nula.

Se trata del análogo infinito al hecho de que si un polinomio se anula en un conjunto infinito de puntos entonces es idénticamente nulo. El caso infinito es un resultado profundo en el sentido de que no es evidente a partir de la definición de derivada, ni aún de los hechos básicos sobre funciones derivables, pero es natural a partir de la analogía con los polinomios que acabamos de explicar.

Este carácter algebraico-analítico de la teoría se refleja en sus aplicaciones. Aunque muchas de ellas pertenecen al análisis real, análisis de Fourier o incluso a la física (mecánica de fluidos, electricidad, etc.), una parte importante corresponde a la teoría de números, y lo más notable es que no sólo permite probar resultados analíticos del tipo de relaciones asintóticas, como el teorema de los números primos, sino también profundos teoremas de enunciados estrictamente aritméticos o algebraicos.

De hecho, muchos de los problemas en que se puede aplicar con éxito la teoría de funciones de variable compleja no muestran en principio relación alguna con los números complejos. Pongamos un ejemplo sencillo pero

ilustrativo de este fenómeno.



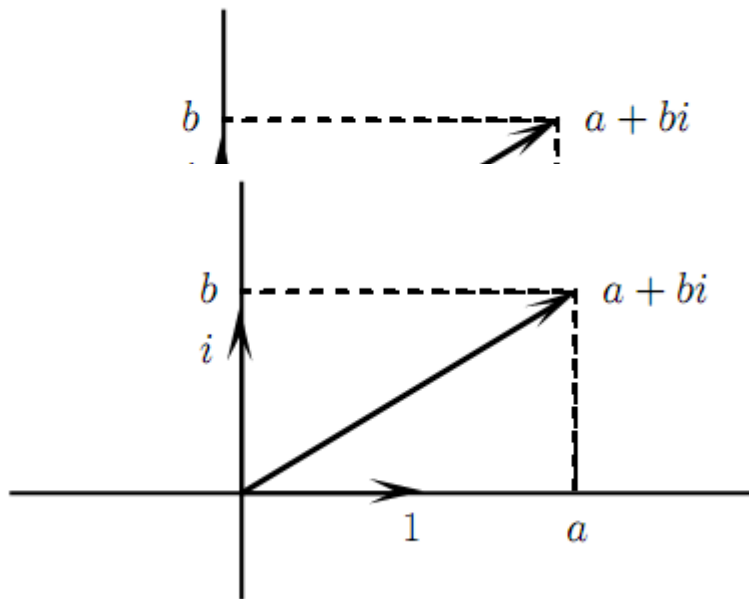
### 6.6.3.1 El plano complejo

Recordemos que los *números complejos* son de la forma  $z = a + bi$ , donde  $a$  y  $b$  son números reales e  $i$  es la *unidad imaginaria*, caracterizada por que  $i^2 = -1$ . Esta ecuación, junto a las leyes de cuerpo, determina la suma y el producto de los números complejos, pues

$$(a + bi) + (c + di) = (a + c) + (b + d)i,$$

$$(a + bi)(c + di) = ac + bdi^2 + adi + bci = (ac - bd) + (ad + bc)i.$$

Los números reales  $a$  y  $b$  de la expresión binómica anterior están unívocamente determinados por el número complejo  $z$ . Se llaman respectivamente *parte real* ( $\text{Re } z$ ) y *parte imaginaria* ( $\text{Im } z$ ) de  $z$ . Esta unicidad nos permite identificar el cuerpo  $\mathbb{C}$  de los números complejos con el espacio  $\mathbb{R}^2$ , asociando a cada número  $a + bi$  el par ordenado  $(a, b)$ . Esto nos da una interpretación geométrica de  $\mathbb{C}$  como el conjunto de todos los puntos de un plano coordenado, de modo que los números reales ocupan el eje horizontal (eje real) mientras que el eje vertical (eje imaginario) está ocupado por los números de la forma  $bi$ , llamados también *imaginarios puros*.

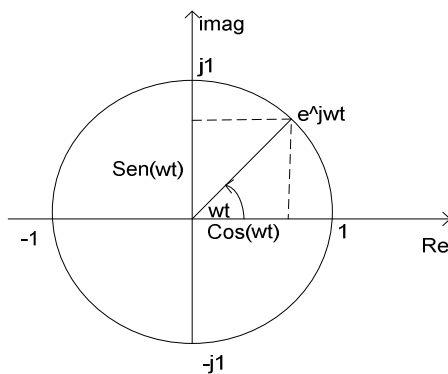


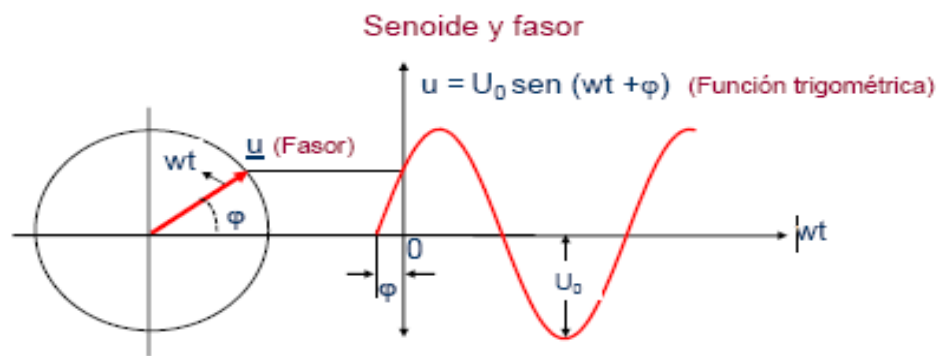
Con esta identificación las funciones  $\text{Re}: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $\text{Im}: \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{R}$  son simplemente las proyecciones de  $\mathbb{R}^2$  en  $\mathbb{R}$ .

### 6.6.3.2 FUNCION COMPLEJA $e^{\pm j\omega t}$

Esta función se define en el dominio del tiempo y guarda una estrecha relación con las funciones trigonométricas senoidales. Esta propiedad fue expuesta por el matemático A. Euler a través de la identidad.

$$e^{\pm j\omega t} = \cos(\omega t) \pm j\sin(\omega t)$$



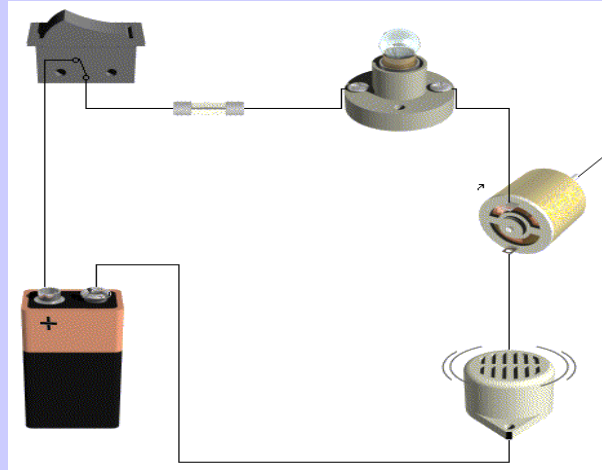


**Ilustración 40: senoide y fasor**

## 6.7 METODOLOGÍA. MODELO OPERATIVO

### DISEÑO DEL MANUAL

AUTOR: ING JUAN OBANDO



# MANUAL

## DE ANALISIS DE CIRCUITOS ELÉCTRICOS EN CORRIENTE ALTERNA

*Elegir el camino correcto nos evitará de tropiezos e incertidumbre  
para alcanzar una meta*

*El autor*

Ilustración 41: diseño del manual

## **PRESENTACIÓN**

Los aprendizajes enriquecen cuando se los internalizan con didáctica y gusto, los estudiantes se convencen de su valor.

El manual propuesto para desarrollar la solución de circuitos en corriente alterna configuran los saberes técnicos y científicos y proporciona un modelo pedagógico a seguir.

El capítulo abre con un diagrama de flujo que muestra los principales temas a tratar y la forma como se relaciona entre sí. Esto permitirá al estudiante tener la oportunidad de organizar el proceso que puede utilizar para resolver un ejercicio.

El propósito de esta guía es servir de orientación a los estudiantes y profesores de circuitos de corriente alterna.

## CAPITULO 1

Este capítulo ilustra las configuraciones que puede tener un circuito y las formulas aplicativas para la solución del mismo.

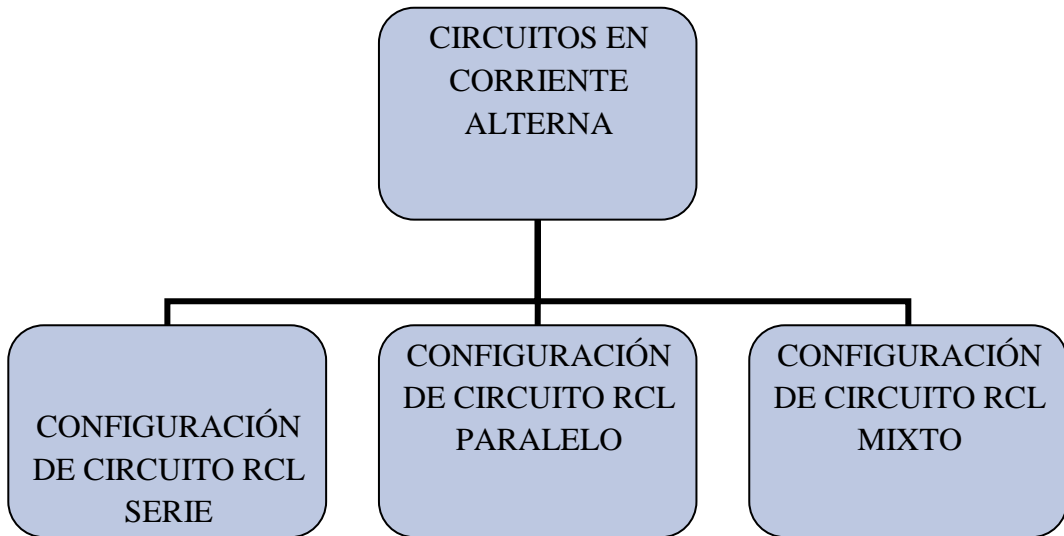


Ilustración 42: Plan de manual

## CIRCUITOS RCL EN CONFIURACIÓN SERIE

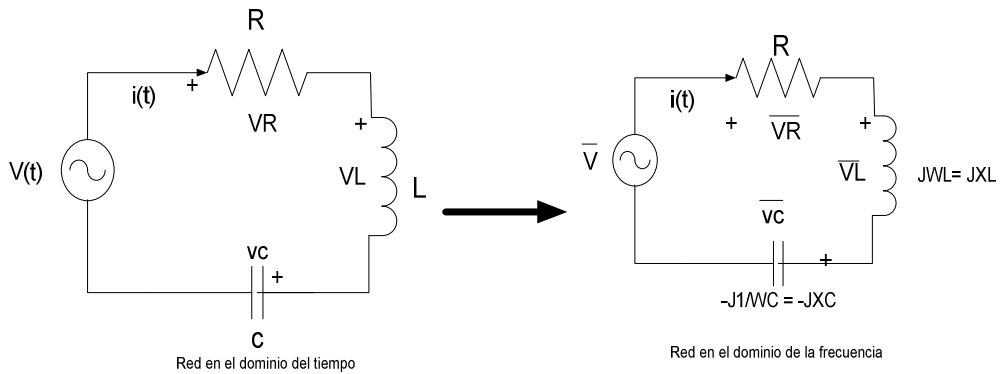


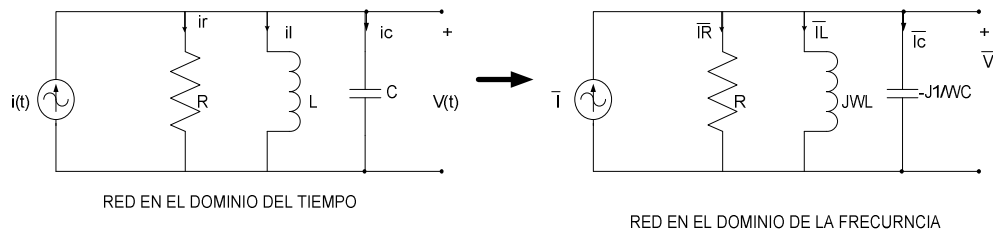
Ilustración 43: circuito rcl serie

ANALISIS DE CIRCUITO R-C-L EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA Y EN EL TIEMPO		
<p>Por lo tanto, al cumplirse que <math>\vec{V} = \left[ R + j \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) \right] \cdot \vec{I} = [R + j(XL - XC)] \cdot \vec{I} = [R + jX]</math></p> <p>Entonces:</p> $Z = \frac{\vec{V}}{\vec{I}} = R + jX =  Z  \angle \phi_z$ $ Z  = \left  \frac{\vec{V}}{\vec{I}} \right  = \sqrt{R^2 + X^2}$ $\phi_z = \phi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{X}{R} \right)$		
<p>LVK: <math>v(t) = Vr + Vl + Vc</math></p> $= i(t) \left[ R + L \frac{d}{dt} + \frac{1}{c} \int dt \right]$	→	$\vec{V} = \vec{VR} + \vec{VL} + \vec{VC} = \left( R + j\omega L - j \frac{1}{\omega C} \right) \vec{I}$
<p><math>v(t) = V_{max} \text{Sen}(\omega t + \phi)</math></p> <p>donde <math>V_{max} = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \cdot I_m</math></p> $v_{ef} = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} \cdot I_{ef}$	→	$\vec{V} =  \vec{V}  \angle \phi$
$\phi = \tan^{-1} \left( \frac{\omega L - XC}{R} \right) = \text{tg}^{-1} \left( \frac{X}{R} \right)$	→	$\vec{V} = \sqrt{R^2 + (XL - XC)^2} \cdot  \vec{I} $ $\phi = \text{Tg}^{-1} \frac{(XL - XC)}{R} = \text{tg}^{-1} \left( \frac{X}{R} \right)$

Tabla 28: Fórmulas del circuito rcl serie



## CIRCUITO RCL EN CONFIURACIÓN PARALELO



**Ilustración 44: Circuito RCL paralelo**

ANALISIS DE CIRCUITO R-C-L EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA Y EN EL TIEMPO		
CONFIURACIÓN PARALELO		
FORMULAS EN EL DOMINIO DEL TIEMPO	INPLICACIÓN	FORMULAS EN EL DOMINIO DE LA FRECUENCIA
$v(t) = V_{max} \text{Sen} \omega t$	→	$\bar{V} =  \bar{V}  \angle 0^\circ$ (Fasor referencial)
$LVK: i(t) = i_r + i_l + i_c$ $= v(t) \left[ \frac{1}{R} + \frac{1}{L} \int dt + C \frac{d}{dt} \right]$	→	$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C = \left( \frac{1}{R} - j \frac{1}{\omega L} + j \omega C \right) \bar{V}$
$i(t) = I_{max} \text{Sen}(\omega t + \phi)$ $\text{donde } I_{max} = \sqrt{\frac{1}{R^2} + \left(-\frac{1}{\omega L} + \omega C\right)^2} \cdot V_r$	→	$\bar{I} =  \bar{I}  \angle \theta$
<p>Por lo tanto, al cumplirse que <math>\bar{I} = \left[ \frac{1}{R} + j \left( \omega C - \frac{1}{\omega L} \right) \right] \cdot \bar{V} = [G + j(B - BL)] \cdot \bar{V} = [G + jB] \cdot  \bar{V} </math></p> <p>Entonces:</p> $ \gamma  = \left  \frac{\bar{I}}{\bar{V}} \right  = G + jB = \sqrt{G^2 + B^2}$ $\phi_z = \phi = \text{tg}^{-1} \left( \frac{B}{G} \right)$		

**Tabla 29: Fórmulas de circuito paralelo**

## **IMPEDANCIA**

La resistencia es el valor de oposición al paso de la corriente (sea continua o alterna).

La reactancia es el valor de la oposición al paso de la corriente (solo corriente alterna) que tienen los condensadores y las bobinas. En este caso existe la reactancia capacitiva debido a los condensadores y la reactancia inductiva debido a las bobinas.

Cuando en un mismo circuito se tienen estos elementos combinados (resistencias, condensadores y bobinas) y por ellas circula corriente alterna, la oposición de este conjunto de elementos al paso de la corriente alterna se llama impedancia.

Es decir:

$$X_L = \omega \cdot L \quad \text{Reactancia inductiva.}$$

$$X_C = \frac{1}{\omega \cdot C} \quad \text{Reactancia capacitiva.}$$

$$\text{Y, además: } \omega = 2 * \pi * f$$

La impedancia tiene como unidades de medida los Ohmios (Ohms) [ $\Omega$ ]. Que es la suma de la componente resistiva (debido a las resistencias) y una componente reactiva (debido a las bobinas [ $X_L$ ] o a los condensadores [ $X_C$ ]).

$$Z = R \pm j X$$

## CAPITULO 2

Este capítulo introduce a la forma de desarrollo del circuito sometido a la corriente alterna

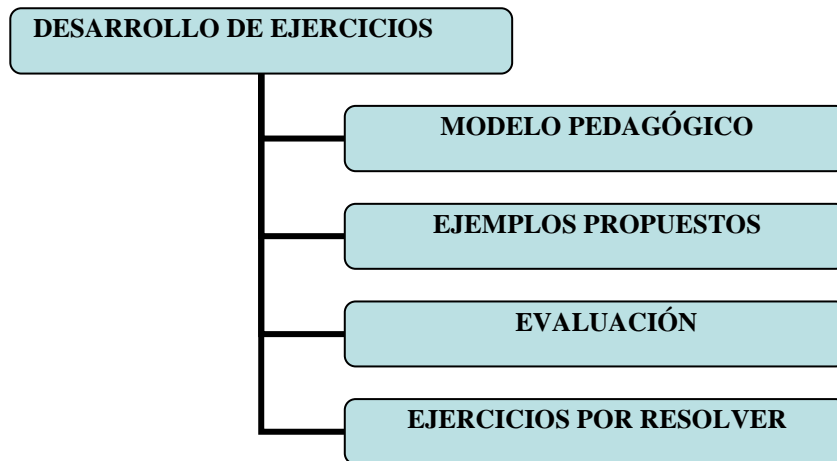
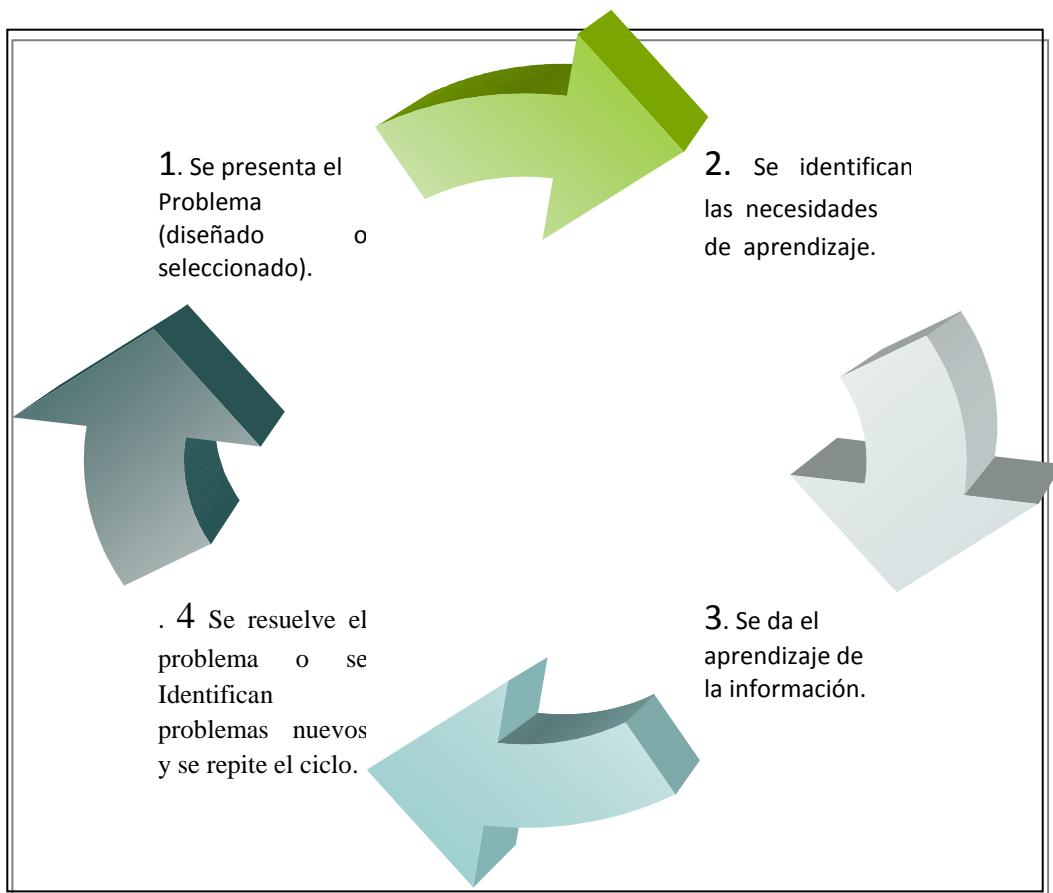


Ilustración 45: Plan de manual

## MODELO PEDAGÓGICO ABP A SEGUIR



#### Ilustración 46: Modelo pedagógico

#### EJEMPLO PROPUESTO 1

Los parámetros de la red de la fig. 1 son  $L = 0.02\text{H}$  y  $C = 30\mu\text{F}$  la corriente que circula tiene la forma  $i(t) = 1.5 \cos(1000t)$ . Determinar el voltaje de la fuente y la potencia instantánea

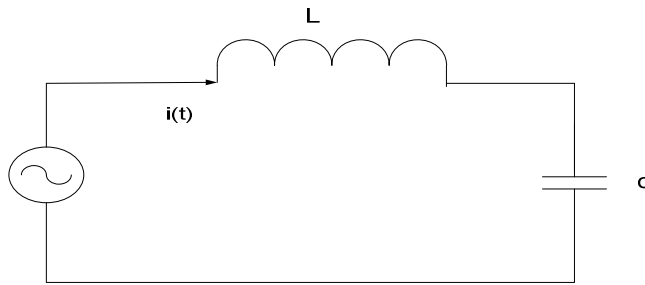


FIG:1 CIRCUITO L-C

#### Ilustración 47: circuito LC

### IDENTIFICACIÓN DE LAS NECESIDADES DEL APRENDIZAJE

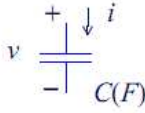
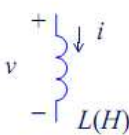
- Cálculo del voltaje de una fuente para un circuito CL serie
- Manejo de la aplicación de la derivada
- Manejo de la aplicación de la integral
- Solución de una ecuación diferencial
- Aplicación de la ley de Kirchhoff

### BASE TEÓRICA PARA EL PROBLEMA

Voltaje en corriente alterna

Es la acumulación de energía necesaria para movilizar los electrones de forma alternante

## Aplicación de la derivada y la integral

CONDENSADOR (F Faradio)	 $i = C \frac{dv}{dt}$	<i>Elemento pasivo almacenador de energía eléctrica</i> $W = \frac{1}{2} C v^2$
INDUCTANCIA (H Henrio)	 $v = L \frac{di}{dt}$	<i>Elemento pasivo almacenador de energía eléctrica</i> $W = \frac{1}{2} L i^2$

**Ilustración 48: Aplicación de la derivada y la integral**

**Solución por integración** Comenzaremos nuestro estudio de la metodología para resolver ecuaciones de primer orden,  $dy/dx = f(x, y)$ , con la más sencilla de todas las ecuaciones diferenciales. Cuando  $f$  es independiente de la variable  $y$  -esto es, cuando  $f(x, y) = g(x)$ - la ecuación diferencial

$$\frac{dy}{dx} = g(x) \quad (1)$$

se puede resolver por integración. Si  $g(x)$  es una función continua, al integrar ambos lados de (1) se llega a la solución

$$y = \int g(x) dx = G(x) + c,$$

en donde  $G(x)$  es una antiderivada (o integral indefinida) de  $g(x)$ ; por ejemplo,

$$\text{Si } \frac{dy}{dx} = 1 + e^{2x} \text{ entonces } y = \int (1 + e^{2x}) dx = x + \frac{1}{2} e^{2x} + c.$$

La ecuación (1), y su método de solución, no son más que un caso especial en **que**  $f$ , en  $dy/dx = f(x, y)$  es un producto de una función de  $x$  por una función de  $y$ .

### Ley de tensiones de Kirchoff (L.T.K.)

La suma algebraica de las tensiones que aparecen en cualquier camino cerrado de un circuito es cero. Así:

$$U_1 + U_2 - U_3 + U_4 = 0$$

$$U_3 - U_5 - U_6 + U_7 = 0$$

$$U_1 + U_2 - U_5 - U_6 + U_7 + U_4 = 0$$

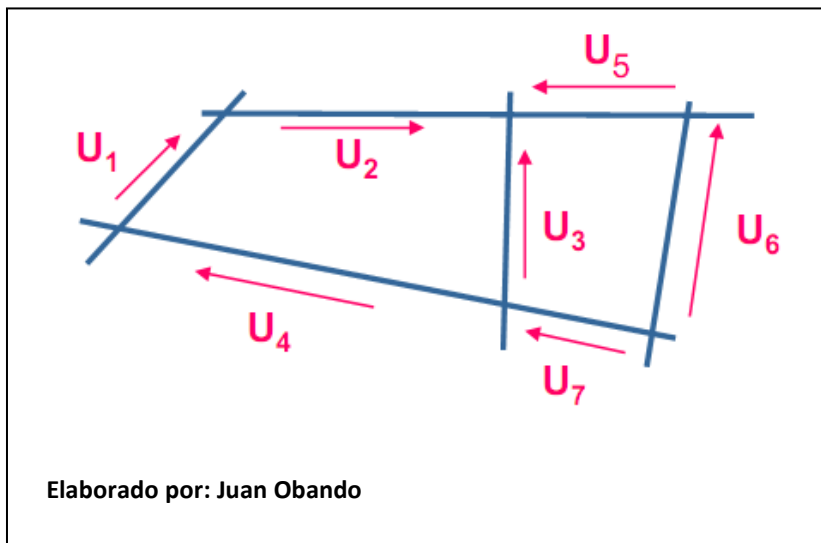


Ilustración 49: Ley de voltajes de Kirchoff (LVK)

Por lo tanto:  $V(t) = -30 \text{ sen } 1000t + 50 \text{ sen } 1000t = 20 \text{ sen } 1000t$

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = (20 \text{ sen } 1000t)(1.5 \text{ cos } 1000t) = 30 \text{ sen } 1000t \text{ cos } 1000t \\ = 15 \text{ sen } 2000t$$

## EJEMPLO PROPUESTO 2

Encontrar la impedancia del circuito.

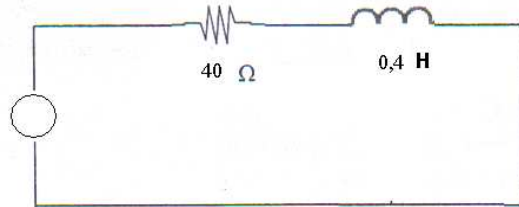


Ilustración 50: Circuito R L

$$X_L = 2 \pi * f * L$$

$$X_L = 2 \pi * 60 * 0,4$$

$$X_L = 150,72 \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$Z = \sqrt{40^2 + 150,72^2}$$

$$Z = 156 \Omega$$

## EJEMPLO PROPUESTO 3

Encontrar la impedancia del circuito.

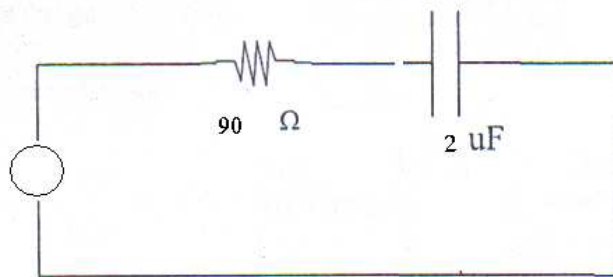


Ilustración 51: Circuito R C

$$X_C = \frac{1}{2 \pi * f * C}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \pi * 60 * 2 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 1327 \ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$Z = \sqrt{90^2 + 1327^2}$$

$$Z = 1330 \ \Omega$$

#### EJEMPLO PROPUESTO 4

Encontrar la impedancia del circuito.

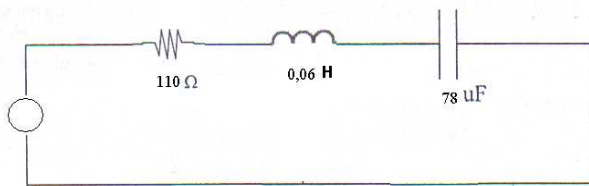


Ilustración 52: Circuito R L C

$$X_L = 2 \pi * f * L$$

$$X_L = 2 \pi * 60 * 0,06$$

$$X_L = 22,6 \ \Omega$$

$$X_C = \frac{1}{2 \pi * f * C}$$

$$X_C = \frac{1}{2 \pi * 60 * 78 \times 10^{-6}}$$

$$X_C = 34 \ \Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

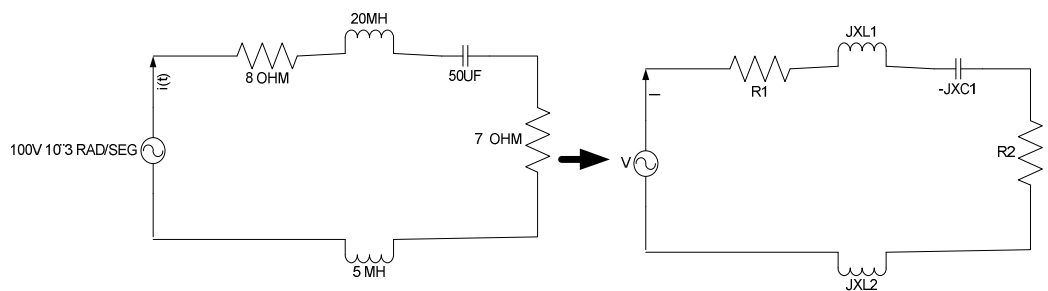
$$Z = \sqrt{110^2 + (22,6 - 34)^2}$$

$$Z = 170 \ \Omega$$



## EJEMPLO PROPUESTO 5

Una red tiene una configuración serie con los siguientes elementos:  $R_1 = 8\Omega$ ,  $L_1 = 20\text{mH}$ ,  $C_1 = 50\mu\text{F}$ ,  $R_2 = 7\Omega$ ,  $L_2 = 5\text{mH}$ . El voltaje aplicado es de 100 voltios eficaces a una frecuencia angular de  $10^3\text{rad/seg}$ .



a) Red en el dominio del Tiempo frecuencia

b) Red en el dominio de la

Ilustración 53: a) Red en el dominio del tiempo b) Red en el dominio de la frecuencia

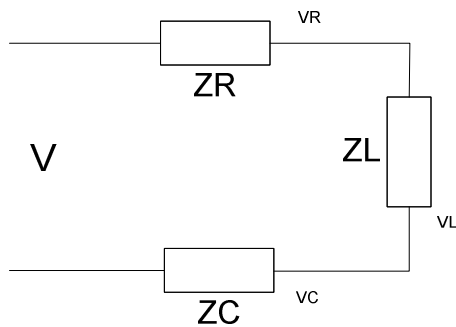


Ilustración 54: c) Impedancias del circuito

### RESOLUCIÓN DEL EJERCICIO

#### DATOS DE ENTRADA

$$V_{ef} = |\vec{V}| = 100V$$

$$\omega = 10^3 \text{ rad/seg (Frecuencia angular)}$$

$$R_1 = 8\Omega, L_1 = 20\text{mH}, C_1 = 50\mu\text{F}, R_2 = 7\Omega, L_2 = 5\text{mH}$$

DETERMINAR:

- La resistencia , la reactancia inductiva , y la reactancia capacitiva equivalente
- La impedancia resistiva , inductiva , capacitiva y equivalente
- Las magnitudes fasoriales correspondientes a la corriente y voltaje en la resistencia , inductancia y capacitancia respectivamente
- Dibujar el diagrama fasorial

### SOLUCIÓN

#### a) Cálculo de la resistencia equivalente.

$$R_{eq} = R_1 + R_2 = 8 + 7 = 15\Omega$$

- Cálculo de la reactancia inductiva equivalente

$$X_{Leq} = X_{L1} + X_{L2} = W(L_1 + L_2) = 10^3(20 + 5)10^{-3} = 25\Omega$$

- Cálculo de la reactancia capacitiva equivalente

$$X_{Ceq} = X_C = \frac{1}{WC} = \frac{10^6}{10^3 \cdot 50} = 20\Omega$$

#### b) Cálculo de impedancias

- Impedancia resistiva

$$Z_r = Z_{r1} + Z_{r2} = 8 + 7 = 15\Omega \angle 0^\circ$$

- Impedancia inductiva

$$Z_L = Z_{L1} + Z_{L2} = jX_{L1} + jX_{L2} = jW(L_1 + L_2) = j25\Omega = 25\angle 90^\circ$$

- Impedancia capacitiva

$$Z_C = \frac{1}{jWC} = -j20\Omega$$

- Impedancia equivalente

$$Z_{eq} = Z_r + Z_L + Z_C = 15\Omega + j25\Omega + -j20\Omega = 15\Omega + j5\Omega$$

- Transformado a polar se tiene

$$Z_{eq} = 15.81 \angle 18.43^\circ \Omega$$

#### c) Siendo $\bar{V} = |\bar{V}| \angle 0^\circ = 100 \angle 0^\circ \text{ Volt (Fasor referencial)}$

- Cálculo de la corriente total

$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z_{eq}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{15.81 \angle 18.43^\circ} = 6.32 \angle -18.43^\circ = 6 - j2 \text{ A}$$

$$\bar{V}_r = Z_r \cdot \bar{I} = (15 \angle 0^\circ) \cdot (6.32 \angle -18.43^\circ) = 94.87 \angle -18.43^\circ = 90 - j30 \text{ V}$$

$$\overline{V_L} = Z_L \cdot \overline{I} = (25 \angle 90^\circ) \cdot (6.32 \angle -18.43^\circ) = 158.11 \angle 71.57^\circ = 50 + j150 \text{ V}$$

$$\overline{V_C} = Z_C \cdot \overline{I} = (20 \angle -90^\circ) \cdot (6.32 \angle -18.43^\circ) = 126.49 \angle -108.43^\circ = -40 - j120 \text{ V}$$

Prueba:

$$\overline{V} = \overline{V_R} + \overline{V_L} + \overline{V_C} = (90 + 50 - 40) + j(-30 + 150 - 120) = 100 + j0$$

$$= 100 \angle 0^\circ$$

d) Diagrama fasorial

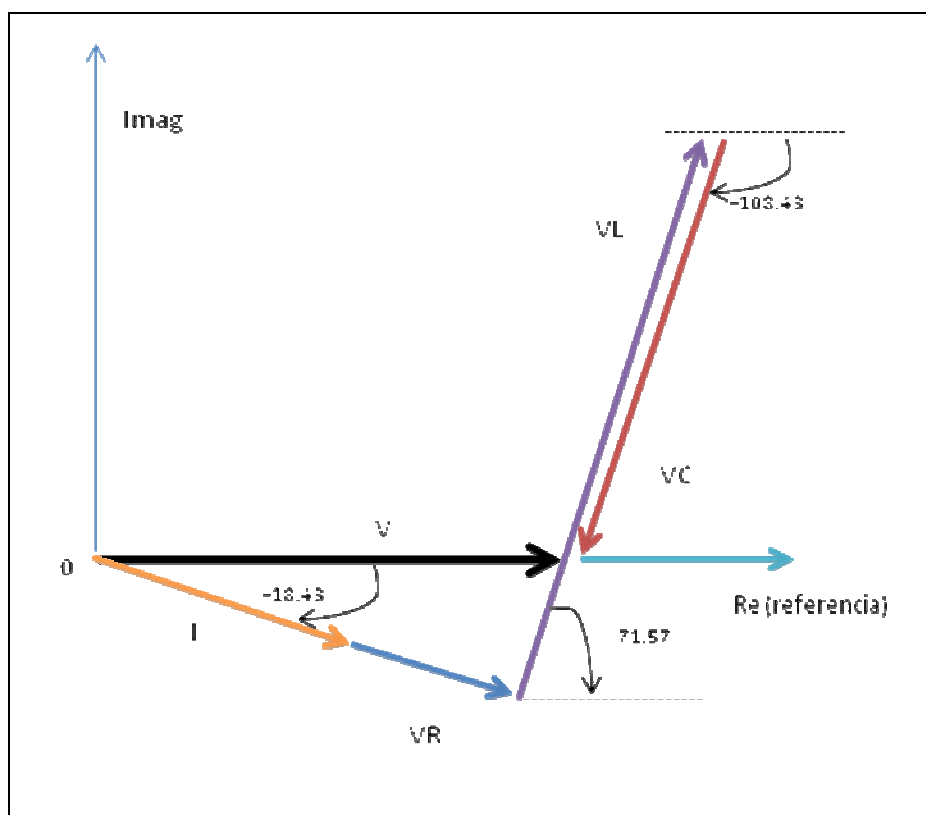
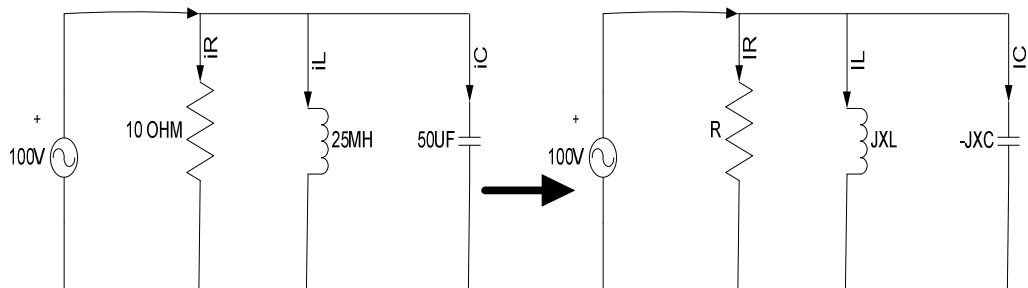


Ilustración 55: Diagrama fasorial de un circuito RCL configuración serie

## EJEMPLO PROPUESTO 6

Se conectan en paralelo los elementos:  $R = 10\Omega$ ,  $L = 25\text{ mH}$  y  $C = 50\mu\text{F}$  a una fuente de 100Voltios eficaces a una frecuencia de 1KHz .



a) Red en el dominio del Tiempo  
frecuencia

b) Red en el dominio de la  
frecuencia

Ilustración 56: Circuito RCL en configuración paralelo

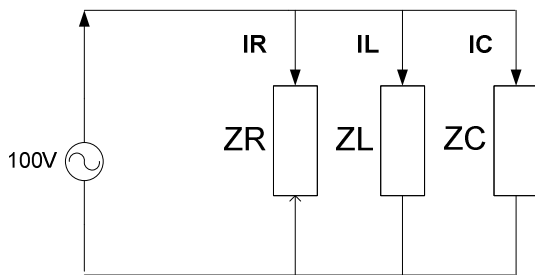


Ilustración 57:c) Impedancias del circuito paralelo

### DATOS DE ENTRADA

$$V_{ef} = |\vec{V}| = 100V$$

$$F = 1\text{ k Hz}$$

$$R = 10\Omega, L = 25\text{ mH} \text{ y } C = 50\mu\text{f}$$

Determinar:

- La impedancia de cada elemento
- La corriente a través de cada

$$a) \quad Z_R = R = 10\Omega = 10 \angle 0^\circ \Omega$$

$$Z_L = jXL = j\omega L = j2\pi fL = j2\pi \cdot 10^3 \cdot 25 \cdot 10^{-3} = j50\pi \Omega = 50\pi \angle 90^\circ \Omega$$

$$Z_C = -jXC = -j \frac{1}{\omega C} = -j \frac{1}{2\pi f C} = -j \frac{10^6}{2\pi \cdot 10^3 \cdot 50} = -j \frac{10}{\pi} = \frac{10}{\pi} \angle -90^\circ \Omega$$

b) Siendo:  $\bar{V} = |\bar{V}| \angle 0^\circ = 100 \angle 0^\circ \rightarrow$  *Fasor referencial*, entonces:

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}}{Z_R} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10 \angle 0^\circ} = 10 \angle 0^\circ \text{ A}$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{V}}{Z_L} = \frac{100 \angle 0^\circ}{50 \pi \angle 90^\circ} = \frac{2}{\pi} \angle -90^\circ = -j \frac{2}{\pi} \text{ A}$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{V}}{Z_C} = \frac{100 \angle 0^\circ}{\frac{10}{\pi} \angle -90^\circ} = 10 \pi \angle 90^\circ = j10 \pi \text{ A}$$

c) Según la LCK :

$$\bar{I} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C = 10 - j \frac{2}{\pi} + j10 \pi = 10 + j30.78 = 32.36 \angle 72^\circ \text{ A}$$

d) Impedancia equivalente

$$Y_R = \frac{1}{Z_R} \text{ Admitancia resistiva}$$

$$Y_L = \frac{1}{Z_L} \text{ Admitancia en inductiva}$$

$$Y_C = \frac{1}{Z_C} \text{ Admitancia capacitiva}$$

$$Y_{eq} = Y_R + Y_L + Y_C = \frac{1}{Z_{eq}} \Rightarrow Z_{eq} = \frac{1}{Y_R + Y_L + Y_C} = \frac{1}{\frac{1}{Z_R} + \frac{1}{Z_L} + \frac{1}{Z_C}}$$

$$\text{Tambi\u00e9n: } Z_{eq} = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{100 \angle 0^\circ}{32.36 \angle 72^\circ} = 3.09 \angle -72^\circ = 0.96 - j2.94 \ \Omega$$

e) Diagrama fasorial

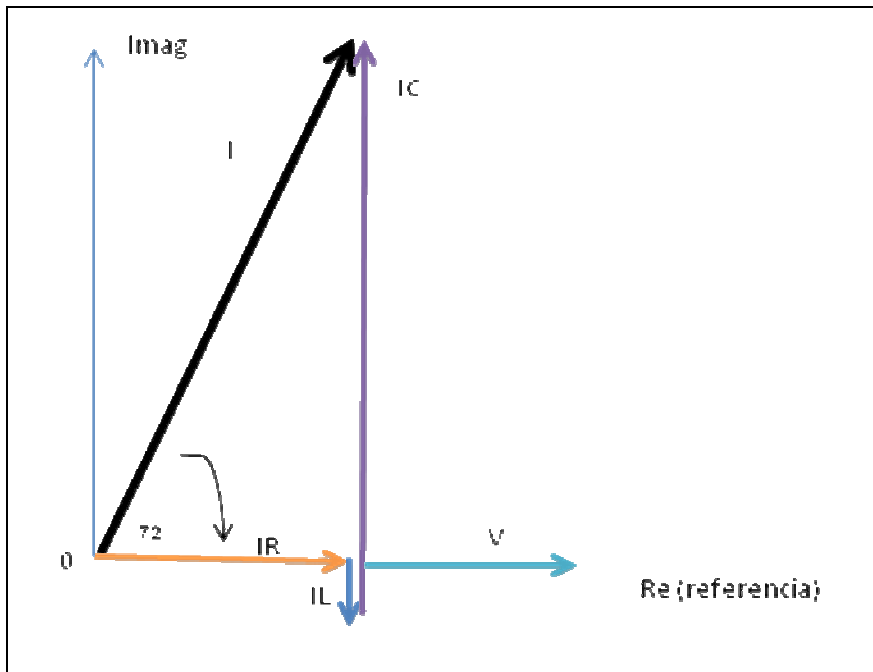


Ilustración 58: Diagrama fasorial circuito paralelo

## EVALUACIÓN

### PONGA LA DEFINICIÓN DE

Impedancia: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Reactancia Inductiva: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Reactancia Capacitiva: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### RESOLVER

Encontrar la capacitancia del circuito

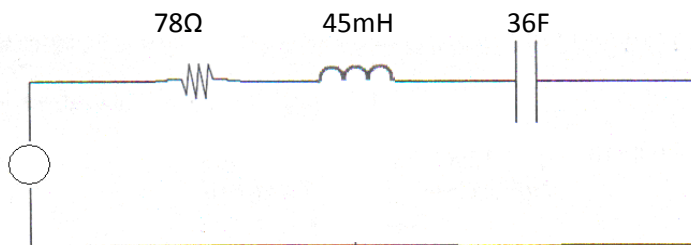


Ilustración 59: Circuito RCL serie encuentre la impedancia

### CIRCUITOS DE CORRIENTE ALTERNA PROPUESTOS

1. A una resistencia de  $15\Omega$  en serie con una bobina de  $200\text{ mH}$  y un condensador de  $100\mu\text{F}$  se aplica una tensión alterna de  $127\text{ V}$ ,  $50\text{ Hz}$ . Hallar:
  - a) La reactancia del circuito.
  - b) Impedancia del circuito. Representa el triángulo de impedancias.

- c) Intensidad que recorre el circuito.
- d) Desfase entre intensidad y tensión total aplicada.
- e) Dibuje el diagrama fasorial correspondiente del circuito.

2. Las características que da el fabricante de un receptor de corriente alterna son las siguientes:  $P = 60 \text{ W}$ ,  $V = 220 \text{ V}$ ,  $\cos\phi = 0,75$ . Calcular:
- a) Intensidad que circula por el circuito
  - b) Potencias reactiva y aparente.

3. Un circuito serie formado por una resistencia de  $10 \Omega$  y una bobina de coeficiente de autoinducción de  $50 \text{ mili-henrios}$ , es alimentado por un generador de  $220 \text{ V} / 50 \text{ Hz}$ .
- a) Calcular la Impedancia, intensidad de corriente y ángulo de desfase entre  $V$  e  $I$ .
  - b) Calcular la tensión en la resistencia y la bobina en módulo y fase.
  - c) Dibujar el diagrama fasorial de tensiones.

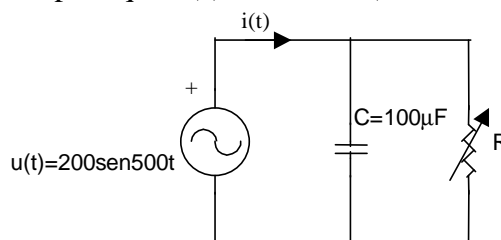
4. Se tiene un circuito en serie RL formado por una resistencia de  $20 \Omega$  y una bobina de  $100 \text{ mH}$ . Si el circuito se conecta a una tensión de  $220 \text{ V}$ ,  $50 \text{ Hz}$ .

Calcula:

- a) Caída de tensión en cada uno de los componentes.
- b) Desfase entre la intensidad y la tensión total aplicada.
- c) Diagrama fasorial de tensiones.

5. En el circuito de la fig.:

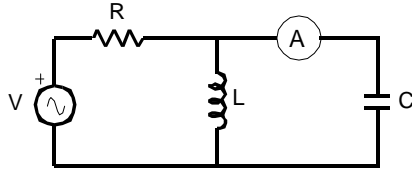
- a) Hallar  $R$  para que la potencia suministrada por la fuente sea de  $500 \text{ watos}$ .
- b) Hallar el valor de  $R$  para que  $i(t) = 10\sqrt{2}\text{sen}(500t + 45^\circ)$  Amperios.



**Ilustración 60: Circuito propuesto 1**



6. En el circuito de la figura, para una frecuencia determinada, la impedancia de cada uno de los elementos es de  $10 \Omega$ , siendo la lectura del amperímetro de 10 A: Determine la tensión eficaz, V, de la fuente.



**Ilustración 61: Circuito propuesto 2**

7. Se tiene un circuito RLC en serie con  $L = 4 \text{ H}$ ,  $C = 5 \text{ uF}$  y  $R = 40 \Omega$ . Calcula:

- Frecuencia de resonancia.
- Valor de la intensidad eficaz total si se conecta a una tensión de 220 V, 50 Hz.
- Dibujar el triángulo de potencias.

8. Dado un circuito formado por una resistencia óhmica de 10 ohmios, autoinducción de 0,5 Henrios, capacidad de 20 microfaradios, acoplados en serie, hallar:

- reactancia inductiva.
- reactancia capacitiva
- impedancia total
- intensidad eficaz del circuito.
- tensión eficaz en la resistencia

La tensión aplicada al circuito es de 100 voltios eficaces y su frecuencia 50 Hz

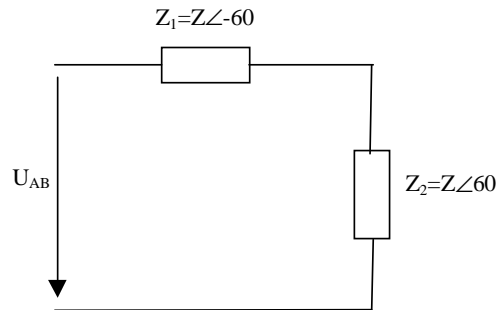
9. Explica el triángulo de Potencias para un circuito R-L-C serie y demuestra razonadamente, que la intensidad total del circuito es mínima, cuando se compensa el factor de potencia hasta la unidad.

10. En el circuito, se sabe que la tensión en bornes de  $Z_2$  es de 100 V eficaces. Hallar:

- La intensidad eficaz del circuito

b) Tensión  $U_{AB}$

c) El módulo de  $Z_1$  para que la potencia Activa en esa impedancia sea de 1000 vatios.

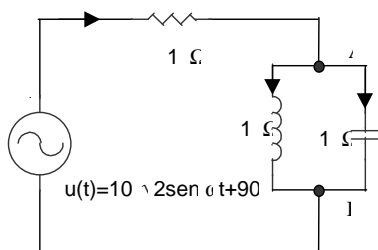


**Ilustración 62: Circuito propuesto 3**

11. En el circuito de la figura, las intensidades  $I_1$  e  $I_2$  son de 5 amperios eficaces cada una. Hallar:

a) Los valores de los fasores de intensidad:  $\bar{I}_1, \bar{I}_2$  e  $\bar{I}$ .

b) Representar el diagrama fasorial de intensidades.



**Ilustración 63: Circuito propuesto 4**

12. Los valores de tensión e intensidad en un motor eléctrico son los siguientes:

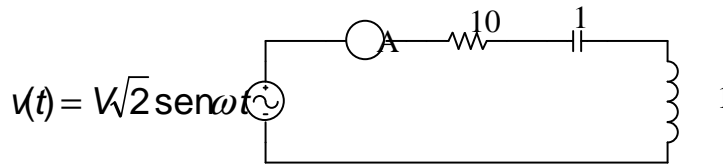
$$v(t) = 230\sqrt{2} \cos(100\pi t + 30^\circ) \text{ V}$$

$$i(t) = 0,78\sqrt{2} \cos(100\pi t + 20^\circ) \text{ A}$$

Representar el triángulo de potencias del motor indicando los valores numéricos y unidades correspondientes.

13. En la figura se presenta un esquema eléctrico donde a los tres elementos pasivos conectados en serie se les aplica una fuente de tensión alterna senoidal. Se pide:

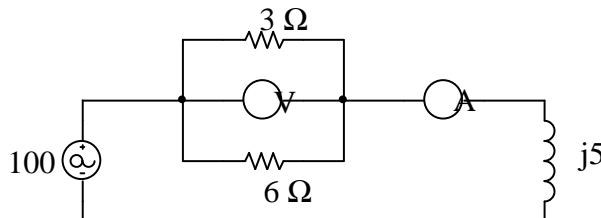
- Valor de la pulsación  $\omega$  en rad/s para que el circuito entre en resonancia.
- Valor eficaz de la tensión de la fuente para que el amperímetro marque 10 A eficaces cuando el circuito se encuentra en resonancia.



**Ilustración 64: Circuito propuesto 5**

14. Una carga que está compuesta por una bobina y dos resistencias, se alimenta con una fuente de tensión senoidal de 100 V de valor eficaz, tal como se muestra en la figura. Se pide:

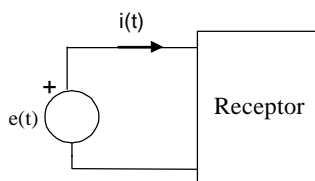
- Lectura del amperímetro, supuesto ideal.
- Lectura del voltímetro, supuesto ideal.
- Potencia activa consumida.
- Factor de potencia del circuito.



**Ilustración 65: Circuito propuesto 6**

15. La tensión aplicada a la red de la figura, es  $e(t) = 220\sqrt{2} \text{sen}314t$  voltios y la intensidad  $i(t) = 10 \text{sen}(314t-45^\circ)$  amperios.

- Hallar los elementos que componen el receptor.
- Hallar la potencia activa y reactiva del receptor.
- Dibujar el triángulo de potencias.



**Ilustración 66: Circuito propuesto 7**

16. Una impedancia  $Z$ , tiene de módulo,  $5 \Omega$  y  $\cos\phi = 0,6$ . Si esta impedancia se conecta a una tensión alterna de 220 V eficaces y 50 Hz, hallar:

- El módulo de la resistencia, la reactancia y el triángulo de impedancias, indicando el carácter del circuito.
- Potencia activa, reactiva y aparente y la energía facturada en kW·h cada 8 horas de funcionamiento.

17. Se miden las características de una bobina con voltímetro y amperímetro, obteniéndose los siguientes resultados:

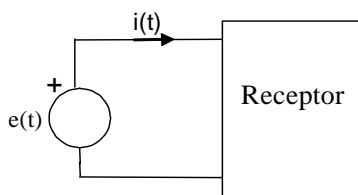
- En corriente continua: 50 V, 2 A.
- En corriente alterna senoidal de 50 Hz: 110 V, 2,75 A.

Calcular:

- Resistencia óhmica de la bobina.
- Reactancia inductiva.
- Coefficiente de autoinducción.

18. tensión aplicada a la red de la figura, es  $e(t) = 220 \sqrt{2} \text{sen}314t$  voltios y la intensidad  $i(t) = 10 \text{sen}(314t-45^\circ)$  amperios.

- Hallar la capacidad  $C$  que habría que poner en paralelo con el receptor, para que el factor de potencia sea 0,866.
- Hallar la potencia reactiva total después de conectar el condensador.



**Ilustración 67: circuito propuesto 8**

19. Un circuito serie está formado por una resistencia de  $20 \Omega$ , una bobina de 10 mH y un condensador de  $0,005 \mu\text{F}$ . Está alimentado por una fuente alterna de frecuencia variable, de 200 voltios de valor eficaz.

- a) ¿Cuál será la frecuencia para la que el valor de la reactancia inductiva es igual a la reactancia capacitiva? ¿Que nombre recibe esta frecuencia?
- b) ¿Cuánto valdrá la corriente eficaz que circula por el circuito en ese caso?
- c) Determinar el valor de la potencia activa absorbida cuando la frecuencia coincide con la de resonancia.
- d) ¿Qué ocurre si la frecuencia tiene un valor superior a la calculada en el apartado a)?

20. En un circuito RC serie, se tienen conectados una resistencia de  $800 \Omega$  con un condensador de  $9 \times 10^{-6} \text{ F}$  a un generador de tensión alterna cuya tensión tiene un valor:

$$v(t) = 230\sqrt{2} \text{ sen } 120\omega t \text{ voltios}$$

Calcular:

- f) Valor eficaz de la tensión.
- g) El valor del periodo correspondiente a la tensión.
- h) Los valores de la reactancia e impedancia del circuito.
- i) Representación gráfica del triángulo de impedancias del circuito.
- j) Desfase entre la tensión y la corriente.

21. Dado el circuito de corriente alterna monofásica de la figura donde  $V = 220 \angle 0^\circ$ . Calcular:

- a) Caída de tensión producida en la resistencia de  $8 \Omega$ .
- b) Impedancia total del circuito.
- c) Potencia activa, reactiva y aparente del circuito.

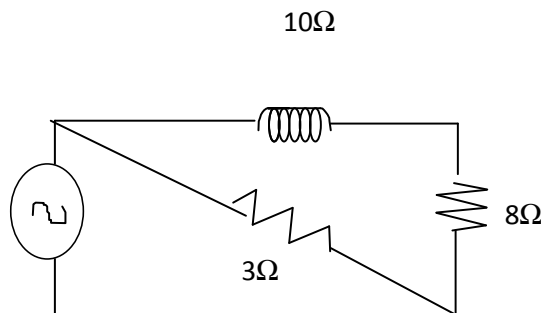


Ilustración 68: Circuito propuesto 9

22. En el circuito de la figura, determinar:

- Triángulo de impedancias.
- Capacidad del condensador a conectar para mejorar el factor de potencia hasta 0.95.
- Intensidad que circula por el circuito antes y después de la corrección.
- Indicar las principales ventajas que supone para la instalación trabajar con un factor de potencia elevado.

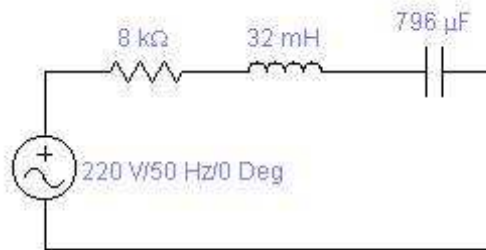


Ilustración 69: Circuito propuesto 10

23. A una línea trifásica con neutro de 380V, 50 hz se conectan tres radiadores de 220V/ 1KW cada uno y un motor que consume 10.5 Kw con  $\cos \phi = 0.87$  inductivo. Calcular:

- Potencia aparente, activa y reactiva totales.
- Intensidad total de línea.

24. En el circuito de la figura, el coeficiente de autoinducción es de 100 mH y la capacidad de 10  $\mu$ F. Si  $R_L=R_C=10 \Omega$ , determinar:

- Frecuencia de resonancia.
- Intensidades parciales y totales.
- Diagrama vectorial de corrientes.

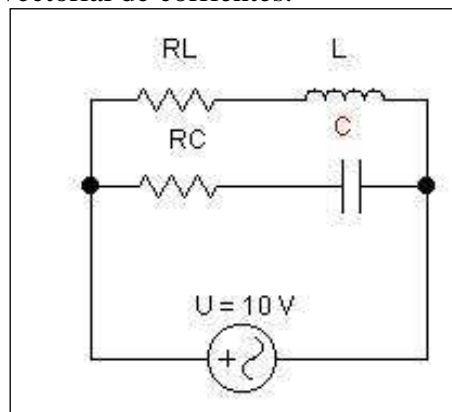
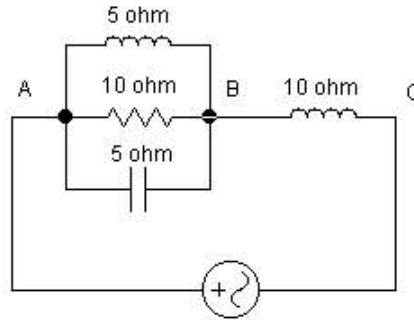


Ilustración 70: Circuito propuesto 11

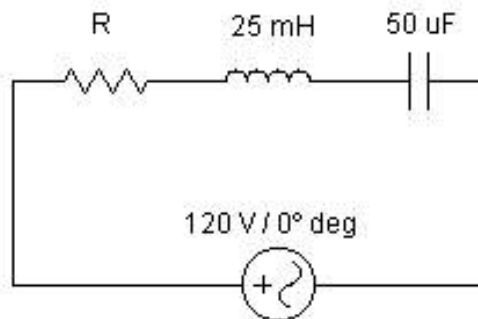
25. En circuito de corriente alterna de la figura, la tensión  $U_{ab}$  es de 200 V.

- Determinar los valores eficaces de las tensiones  $U_{bc}$  y  $U_{ac}$ .
- Representar el diagrama fasorial, aproximadamente a escala, adoptando la tensión  $U_{ac}$  como origen de fases.
- Si se desconecta la resistencia  $R$ , razónese el funcionamiento del circuito en estas condiciones.



**Ilustración 71: Circuito propuesto 12**

26. En el circuito de la figura, la intensidad adelanta  $63,4^\circ$  a la tensión a una pulsación de 400 rad/s. Hallar el valor de la resistencia  $R$  y representar gráficamente los diagramas de impedancias y de tensiones.

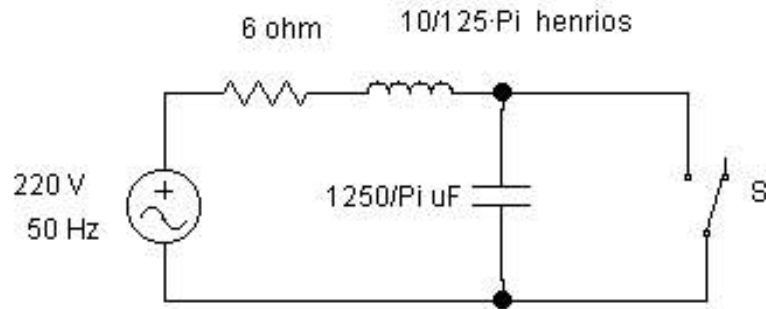


**Ilustración 72: Circuito propuesto 13**

27. Para el circuito de la figura, calcular las potencias activa, reactiva y aparente cedidas por el generador en los casos:

- Con el interruptor  $S$  abierto.
- Con el interruptor  $S$  cerrado.

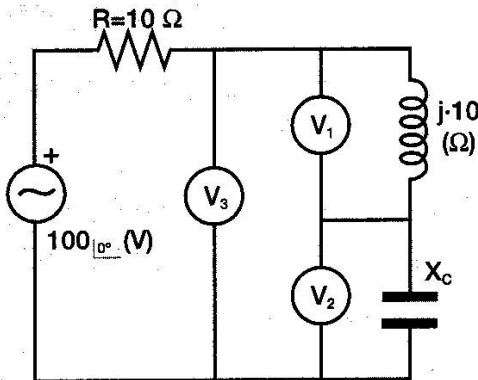
Entiéndase  $P_i = \square$



**Ilustración 73: Circuito propuesto 14**

28. En el circuito de la figura, la lectura del voltímetro  $V_3$  es cero cuando la pulsación de la fuente senoidal es 100 rad/s. Determinar:

- Lectura de  $V_1$  y  $V_2$ .
- Si se aumenta la pulsación a 200rad/s, ¿Cuál será la lectura de los tres aparatos de medida?



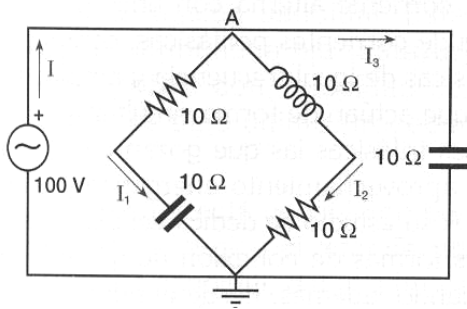
**Ilustración 74: Circuito propuesto 15**

39. Un circuito serie RLC está constituido por una resistencia óhmica de  $10 \Omega$ , una autoinducción de 30 mH y un condensador de 250  $\mu$ F. Se aplica a la asociación una tensión de 220 V, 50 hz. Hallar la intensidad de corriente y las tensiones en cada uno de los elementos del circuito. Dibuja los diagramas de tensiones e intensidad y el triángulo de impedancias. Expresar los resultados en forma compleja.

30. En el circuito de la figura, se pide:

- Valor eficaz de las intensidades.
- Potencia consumida.
- Factor de potencia.
- Representar, aproximadamente a escala, el diagrama fasorial de intensidades, tomando como origen de fase la tensión  $U_A$ .



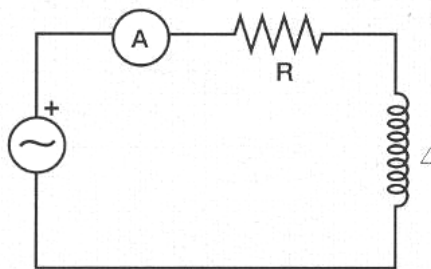


**Ilustración 75: Circuito propuesto 16**

31. Del circuito de la figura se sabe que:

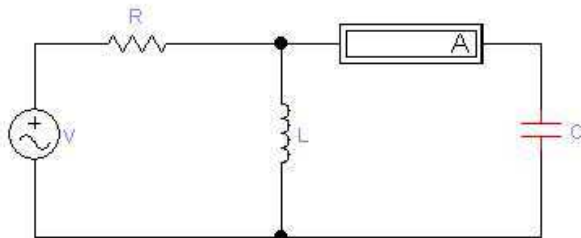
- Si la fuente de tensión es de c.c. y de valor 100 V, el amperímetro marca 100 A.
- Si la fuente de tensión es de c.a. de 100 V y 50 Hz, la lectura del amperímetro es de 50 a.

Si aplicamos a la bobina una tensión alterna de 100 V y 100 Hz de frecuencia, ¿Cuál será la lectura del amperímetro?



**Ilustración 76: Circuito propuesto 17**

32. En el circuito de la figura, el amperímetro marca 10 A. Sabiendo que la impedancia de cada uno de los elementos es de  $10 \Omega$ , determinar la tensión de la fuente V.



**Ilustración 77: Circuito propuesto 18**

## BIBLIOGRAFÍA

- VASS HELENA Circuitos Eléctricos I, Circuitos Eléctricos II.
- EDMINISTER JOSHEP Circuitos Eléctricos.

## 6.8 ADMINISTRACIÓN

Hará posible la ejecución eficiente del manual para lograr la excelencia en el proceso de formación de profesionales TECNOLOGOS ELECTRÓNICOS.

La administración del ISTPET se contará con dos niveles de dirección esenciales:

- a) **La dirección de la carrera:** que tendrá la responsabilidad integral de coordinación del proceso de formación de la carrera de tecnología Electrónica.
  
- b) **Departamentos especializados en áreas del conocimiento** de acuerdo con los ejes de formación científica y tecnológica del currículo.

En estos niveles de dirección se realizarán los procesos de planificación, organización, control y evaluación del proceso de enseñanza aprendizaje, atendiendo a un sistema de estrategias principales, entre las que se encuentran:

- Selección de los profesores a partir de un sistema de competencias que garanticen una base inicial para encauzar adecuadamente los procesos educativos del ISTPET.
  
- Capacitación sistemática de los profesores: para lograr una adecuada ejecución del proceso de enseñanza- aprendizaje se hará especial énfasis en la previa preparación del equipo de profesores de cada carrera de tecnólogo, a fin de que las proyecciones pedagógicas del ISTPET, se comprendan, se materialicen y se perfeccionen sistemáticamente.
  
- Diagnóstico del nivel de conocimientos y de habilidades reales de los estudiantes para garantizar que cada acción educativa se corresponda con las posibilidades de estos.

- Trabajo cooperativo, en equipo, integrando a los profesores que trabajan en un mismo nivel de estudio, en cada período académico.
- Articulación permanente del accionar educativo en las direcciones: vertical, horizontal y transversal del currículo.
- En la dirección vertical se garantizará el tránsito ascendente del estudiante por el currículo, en correspondencia con el sistema de exigencias que expresa el currículo para cada nivel de estudio. En esta dirección será determinante la atención a la sistematización y profesionalización del contenido.
- La dirección transversal se refiere la dimensión educativa integral de la personalidad, lo que implica trazar acciones que permitan dar cumplimiento al principio sobre la unidad entre lo instructivo y lo educativo. Esto conlleva a tener en consideración, aquellas fuentes educativas que están presentes en el proceso de enseñanza-aprendizaje, tales como las que brindan los contenidos, las relaciones interpersonales, la experiencia profesional, el trabajo, la actividad y las que brinda la vida educativa, entre otras.
- Sistematización de las competencias expresadas en el perfil del Tecnólogo en Electrónica cada año de estudio, para que constituyan referentes de todo el quehacer educativo de las diferentes asignaturas, proyectos y prácticas de producción.
- Evaluación permanente del grado de desarrollo que se van alcanzando en las competencias de los estudiantes.

- Observación de las clases y de las diversas actividades educativas, por parte de los directivos como parte del control directo al proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Valoración sistemática del grado de satisfacción de los estudiantes sobre la calidad del proceso de enseñanza-aprendizaje.

La administración educativa se concretará en definitiva en el accionar cotidiano de cada profesor, que será el encargado de interpretar la visión y misión del ISTPET, así como su Modelo Educativo Institucional para desarrollar un proceso enseñanza-aprendizaje de excelencia en el plano cognitivo y en la formación de valores humanos.

## **6.9 PREVISIÓN DE LA EVALUACIÓN**

### **BASES TEÓRICAS DEL PROCESO DE AUTOEVALUACIÓN INSTITUCIONAL.**

La evaluación supone una forma específica de conocer y relacionarse con la realidad, en este caso, la educativa, para tratar de favorecer los cambios que permitan optimizarla. Es una praxis transformadora que precisa activar los resortes culturales, sociales y políticos más relevantes del contexto en el que actúa.

Aproximarse al conocimiento y a la práctica evaluativa en el mundo de la educación, es hacerlo sobre la realidad. Existen procedimientos que logran enfatizar en el estudio de los procesos, incrementando notablemente la percepción global de la información y favoreciendo la aplicación de

conclusiones obtenidas mediante la evaluación de realidades educativas inmediatas.

Medición y evaluación constituyen dos prácticas perfectamente diferenciadas. La naturaleza axiológica de las actividades evaluativas permite comprender y atribuir valor a las realidades evaluadas.

Evaluación y valoración son conceptos distintos. La valoración es un juicio meramente subjetivo, mientras que la evaluación es una actividad sistemática de reflexión, que conduce a juicios fundamentados en datos e informaciones objetivas.

Toda actividad evaluadora tiene un carácter holístico e iluminador: el objeto evaluado (aunque sea parcial) se debe percibir contextualizado e interrelacionado.

La acción evaluadora tiene una función autoformativa para las personas o los colectivos que participan en ella. Las actividades evaluativas tienen un carácter sociopolítico, implícito en todo pronunciamiento axiológico.

La evaluación proporciona un carácter dimensionado a las realidades sometidas a su acción. La evaluación ha de iluminar aquellos aspectos que pueden quedar desenfocados u ocultos.

La actividad evaluativa posee un carácter constructivista. Se aprende a evaluar cuando se participa de forma significativa y formativa en las acciones evaluadoras.

La evaluación es un proceso de reflexión sistemática, orientado, sobre todo, a mejorar la calidad de las acciones de los sujetos, de las intervenciones de los profesionales, del funcionamiento institucional o de las aplicaciones a la realidad. Supone un proceso complejo que comprende:

- Recogida de información respecto a los indicadores que reflejen, lo más fielmente posible, la situación inicial, los procesos o los productos.

- Determinación del grado de congruencia entre las necesidades, realizaciones y objetivos.
- Elaboración de juicios de mérito o valor a partir de unos criterios establecidos o consensuados durante la evaluación.
- Seguimiento y control de la alternativa elegida y nueva evaluación de las consecuencias derivadas de la aplicación.

La evaluación así entendida se presenta como un mecanismo regulador, posiblemente el más importante de que se dispone para describir, valorar y reorientar la acción de los agentes que operan en el marco de la realidad educativa de una Institución.

Evaluar es participar en la construcción del conocimiento axiológico. Es ejercer una acción crítica, analizar lo alternativo; ofrecer visiones no simplificadas de las realidades evaluadas; interpretar la información para establecer un diálogo con la sociedad, en general, y con el marco educativo, en particular; así como facilitar la creación de una cultura evaluativa.

La propuesta evaluativa debe tener en cuenta un conjunto de pasos fundamentales, como son:

- Identificar los objetivos generales del proyecto.
- Clasificar y jerarquizar los objetivos.
- Definir los objetivos de forma operacional en términos observables.
- Identificar las situaciones donde el logro de los objetivos pueda demostrarse.
- Diseñar los instrumentos de medición y observación.
- Recolectar la información sobre el desempeño
- Comparar el desempeño con los objetivos planteados.

### **6.9.1 OBJETIVOS DEL PROYECTO DE AUTOEVALUACIÓN.**

En general, el objetivo fundamental de la autoevaluación está orientado a que las instituciones de educación superior reajusten por sí mismas sus procesos, con pertinencia y oportunidad, en busca de una más efectiva contribución al desarrollo nacional, sobre la base de una cultura de evaluación y de mejoramiento continuo.

Los principales objetivos a lograr son:

- Generar procesos permanentes de mejoramiento de la calidad académica y de gestión.
- Servir de referente para que la comunidad pueda tomar decisiones, respecto a la oferta académica.
- Hacer visibles las competencias y características de las instituciones ante las necesidades y demandas de la comunidad.
- Ser un incentivo para que los miembros del ISTPET puedan hacer público el sentido y la credibilidad de su trabajo.
- Servir de estímulo para que el ISTPET verifique permanentemente el cumplimiento de la Misión, propósitos y objetivos en el marco de la Constitución y la Ley, de acuerdo con sus propios estatutos.

### **6.9.2 PROYECTO DE AUTOEVALUACIÓN**

Se concibe un Proyecto de Evaluación que integra diversas concepciones teóricas, ya que articula procedimientos cuantitativos y cualitativos, se considera la evaluación con un carácter sumatorio y a la vez integrador; se evalúa el desarrollo de los procesos de trabajo pero también los resultados; también se armoniza la autoevaluación, con la coevaluación y la heteroevaluación. El proyecto integra con carácter de sistema los componentes siguientes:



- a) La autoevaluación parte de considerar a la ISTPET como un ente sistémico que se interrelaciona dinámicamente con el medio externo y cuyas funciones sustantivas interactúan sinérgicamente entre si.
- b) La Autoevaluación toma en consideración al elemento básico y obligatorio que son los **referentes de calidad**. Estos referentes son de dos tipos: generales y específicos. Los generales hacen referencia a las características y estándares de calidad; y los específicos a la misión, visión, propósitos y objetivos de la institución.
- c) Los referentes anteriores orientan y facilitan la identificación tanto del **objeto a evaluar** como la **perspectiva desde la cual evaluar**.
- d) La autoevaluación se estructura definiendo el objeto a evaluar: funciones, ámbitos y componentes; por otro lado, la metodología del proceso evaluativo que se concreta a través de criterios de calidad, estándares de desarrollo, indicadores de gestión, técnicas e instrumentos de evaluación.
- e) El sistema considera **datos e información** necesarios para autoevaluar, los cuales se clasifican en dos: hechos y opiniones. Los primeros son documentos, informes, registros, testimonios, noticias, reseñas, referencias, datos cuantitativos, entre otros. Los segundos se refieren a criterios, razonamientos, percepciones etc.
- f) También al responder a la pregunta de **cómo evaluar**, es necesario utilizar una serie de procedimientos para cada una de las fases del proceso. Estos procedimientos se refieren a los pasos que hay que dar para diseñar y aplicar los instrumentos, la recopilación de información, su procesamiento, el análisis para identificar fortalezas y debilidades y la valoración ponderada de los resultados.

- g) Las técnicas más comunes que se utilizan en la recopilación de información, hacen referencia a: encuestas, entrevistas, informes, talleres con grupos focales, la observación, etc. Estas técnicas se complementan con instrumentos como: guías de entrevista, guías de talleres, cuestionarios de encuestas, base de datos, etc. Todo esto da respuesta a la inquietud de **con qué evaluar**.
- h) Intervienen luego las personas que **informan y evalúan**. Las que informan están consideradas como claves tanto en la organización como fuera de ella.. El ente encargado de la autoevaluación es la Comisión de Evaluación Interna de cada institución de educación.
- i) Seguidamente se elaboran los borradores de **informes** tanto parciales como final, los cuales deben ser socializados y validados por toda la comunidad universitaria, de acuerdo a procedimientos diseñados por la Comisión.

### 6.9.3 DELIMITACIÓN DEL OBJETO A EVALUAR:

FUNCIONES A EVALUAR	ÁMBITOS DE LA EVALUACIÓN
1. El desarrollo del proceso de formación profesional de tecnólogos	1.1. Proceso de enseñanza-aprendizaje en la formación de profesionales Tecnólogos
	1.2. Programas educativos de Tecnólogos
d) El proceso de investigación e innovación tecnológica	2.1. Proyectos de investigación científica

	2.2. Proyectos de innovación tecnológica
e) El proceso vínculo con la colectividad	3.1. Impacto Social
	3.2. Impacto institucional
4. El proceso gestión administrativa.	4.1. Misión y Plan Estratégico de Desarrollo
	4.2. Administración y Gestión
	4.3. Presupuesto y Recursos Financieros
	4.4. Bienestar estudiantil

#### 6.9.4 METODOLOGÍA

El proceso metodológico para concretar la realización de la Auto evaluación, estará caracterizado por el empleo de las categorías:

**Criterios de la valoración de la calidad:** Son aspectos fundamentales de la calidad del trabajo del ISTPET a evaluarse. El análisis de la calidad del trabajo académico-administrativo de las instituciones de educación media y su impacto

en la provincia y región, se hará considerando: los recursos adecuados, la educación y práctica de valores, la relevancia, y la coherencia institucional.

**Características:** Son hipótesis que expresan de forma general un estado de desarrollo de los procesos educativos

**Estándares:** Son expresiones más concretas de orden cuantitativo o cualitativo sobre los estados en que se encuentran las variables (los resultados de los procesos).

**Indicadores:** Un indicador es una expresión cuantitativa o cualitativa del valor o propiedad de una acción del trabajo estudiantil. Los diferentes criterios de calidad requieren de una definición operacional que les proporcione significado, especificando las actividades u operaciones necesarias para verificarlos.

El indicador es quizá, la categoría más importante dentro del proceso de autoevaluación porque a más de sintetizar y reflejar el comportamiento de los referentes de calidad como son las características y estándares, contienen también la información de la perspectiva a través de la cual se evalúa como son las dimensiones y variables. Estos indicadores a su vez están distribuidos por funciones y ámbitos que responden a la necesidad de qué evaluar. Adicionalmente, al construir los indicadores, se debe tomar en cuenta su pertenencia al proceso sistémico, esto es, identificando su ubicación en entradas

**Técnicas e instrumentos:** La técnica es la vía que vamos a emplear para obtener informaciones que nos permitan hacer valoraciones y posteriormente concretar juicios de valor. Entre las técnicas más importantes están: la encuesta, la entrevista, la observación y los talleres con grupos focales.

Los instrumentos son formatos que nos permiten obtener información respondiendo a estructuras lógicas, organizadas, en correspondencia con los objetivos de las técnicas seleccionadas

**Valoración y ponderación de resultados:** A partir de las informaciones logradas en el proceso de evaluación se requiere dar una valoración numérica y ponderarla de acuerdo con la significación de cada indicador de calidad.

**Informes de evaluación:** Resumen los resultados de todo el proceso ejecutado; estos deben ser objetivos e imparciales. El informe final del resultado del Proceso de Autoevaluación será enviado a la Dirección de Educación Técnica.

**Plan de mejoras:** Planificación de las medidas correctivas que permitan cambiar, transformar, mejorar los resultados logrados. En este plan se precisan los responsables de la ejecución y las fechas de cumplimiento.

#### **6.9.5 ORGANIZACIÓN:**

a) La Comisión de Evaluación está conformada de la forma siguiente:

- Presidente: Rector
- Coordinador General: Vicerrector

Miembros: 5 Profesores seleccionados por su experiencia docente y desempeño profesional

b) Recursos:

Se dispondrá de una oficina para el trabajo de la Comisión, computadoras, soportes magnéticos y ópticos, así como las bases de datos del Sistema Académico informatizado del ISTPET.

c) Cronograma para el diseño del proyecto y su ejecución

EVENTOS	PERÍODO O FECHA
1. Diseño del Proyecto de Autoevaluación	Año 2010
2. Ejecución del Proyecto en una 1era. Fase	Año 2010
3. Realización y ejecución del Plan de Mejoras Institucional	Año 2011
4. Aplicación del proceso de evaluación institucional en una 2da. fase	Año 2011
5. Concretar perfeccionamiento de todos los procesos  a través de nuevos planes de mejoras	Año 2012
6. Enviar a la Dirección informe final del proceso de autoevaluación institucional y solicitar evaluación externa	Al final del año 2011
6. Realización de la Evaluación externa	Año 2012

### 6.9.6 PRODUCTO E IMPACTO:

Los resultados más relevantes, que se esperan del proceso de Autoevaluación son:

- Mejoramiento del nivel académico de la institución.
- Mejoramiento del nivel de desempeño y satisfacción de los integrantes de la institución.
- Incremento de los niveles de eficiencia, eficacia y **productividad institucional**.
- Reconocimiento y aceptación de la formación profesional a nivel nacional e internacional.
- Garantía de formación profesional integral de excelencia.
- Ventaja competitiva que permita participar en proyectos que generen beneficios para la institución.
- Preferencia de los sectores productivos por contratar servicios profesionales Tecnólogos Electrónicos del ISTPET.

## MATERIALES DE REFERENCIA

### Bibliografía

Herrera, Luis (1999). Investigación científica en Educación. UTA, Ambato

Herrera, Luis y Otros (2004).Tutoría de la Investigación Científica. Edit. Diemerino

Ontoria, Antonio y Gómez, Juan. (2006). Potenciar la Capacidad de Aprender a Aprender. Edit. Alfaomega, México.

Villarroel, Cesar (2005).Orientaciones Didácticas para el trabajo Docente.

Van Valkenburg, ""Network Analysis", Pentrice Hall.

2. Norman Balabanian,"Electric Circuits", Mc. Graw Hill 1994

3. Leon O. Chua, C. A. Desoer, E. S. Kuh., "Linear and Nonliner Circuits", Mc Graw Hill 1987.

### 4.6 Infografía

[www.concejoeducativo.org](http://www.concejoeducativo.org)

[www.comojustificareometria.com](http://www.comojustificareometria.com)



## ANEXO 1

### UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

#### CENTRO DE ESTUDIO DE POSGRADO

#### PROGRAMA DE MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICAS

#### ENTREVISTA A LOS DOCENTES DEL ISTPET

Objetivos: Verificar la factibilidad de la aplicación de un manual de las aplicaciones de los números complejo que facilite el aprendizaje del análisis de circuitos en corriente alterna en los Estudiantes de Tecnología Eléctrica.

Señores profesores existe el interés de parte de las autoridades del Instituto Tecnológico Superior Mayor Pedro Traversari la aplicación de un manual de la aplicación de los números complejos para la enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Análisis de circuitos en corriente alterna y de esta manera mejorar el proceso educativo del ISTPET.

Datos Generales:

Título Académico:

Años de experiencia:

Asignatura a cargo:

Datos Específicos:

#### INSTRUCCIONES:

- Lea detenidamente cada uno de los ítems correspondiente.

- Marque con una X en la respuesta que usted crea conveniente:

1.- El bajo rendimiento académico y la repitencia de los estudiantes el segundo nivel de la carrera tecnología en Electrónica y control que toman la materia análisis de circuitos eléctricos en corriente alterna es consecuencia de:

Didáctica en el manejo de la materia.....

Desconocimiento de materia.....

Incorrecta utilización de las aplicaciones matemáticas.....

Ausencia de material didáctico para la enseñanza-aprendizaje de la materia.....

2.- Cree usted factible la aplicación de un manual didáctico de aplicación de números complejos que facilite la enseñanza-aprendizaje la materia análisis de circuitos en corriente alterna.

a.- Si ( )

b.- No ( )

3.- Si se diseñara un manual para el análisis de circuitos en corriente alterna como cree usted que debiera estar estructurado para su aplicación.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Gracias por su colaboración

## ANEXO 2

### UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

### CENTRO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO

#### PROGRAMA DE MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA

#### ENCUESTA A LOS ESTUDIANTES DEL ITP (2.008)

OBJETIVO: Comprobar el aprendizaje efectivo de Análisis de redes eléctricas en los estudiantes del ITP

Señores profesores existe el interés de parte de las autoridades del Instituto Tecnológico Superior Mayor Pedro Traversari la aplicación de un manual de la aplicación de los números complejos para la enseñanza-aprendizaje de la asignatura de Análisis de redes Eléctrica y de esta manera mejorar el proceso educativo del ITP.

#### INSTRUCCIONES:

- Lea detenidamente cada uno de los ítems correspondiente.

- Marque con una X en la respuesta que usted crea conveniente:

1.- ¿Qué materia de segundo semestre considera que tiene mayor dificultad de aprendizaje esto implica el bajo rendimiento?

Análisis de circuitos en CA.....

Matemáticas.....

Física.....

Electrónica II.....

Digitales II.....

2.- Cuando recibe usted la materia de Análisis de circuitos eléctricos en CA (en análisis sinusoidal) que aplicación matemática le parece más fácil de aplicar

El campo de los números complejos ( )

El análisis matemático ( )

3.- Para calcular la impedancia de un circuito RCL que herramienta utilizaría:

Análisis con números complejos ( )

Análisis matemático ( )

4.- Usted cree que si se aplica el fasor que es una expresión de los números complejos como herramienta para el estudio de redes eléctricas se simplificaría el análisis de un circuito complejo.

Si ( )

No ( )

Gracias por su colaboración

**ANEXO 3****UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO****CENTRO DE ESTUDIOS DE POSTGRADO****PROGRAMA DE MAESTRÍA EN DOCENCIA MATEMÁTICA****LISTADO DE ESTUDIANTE DE PRIMER NIVEL DEL ITSMPET**

CÉDULA	APELLIDOS_NOMBRES	GENERO	NACIONALIDAD
1717986228	ALMACHI TENORIO ALEX FERNADO	MASCULINO	ECUATORIANO
171800101-7	CAIZA DIAZ DARWIN RAUL	MASCULINO	ECUATORIANO
171932145-5	CALDERON VITERI MARIA ALEJANDRA	FEMENINO	ECUATORIANO
172004465-8	ESCOBAR VIMOS ANGEL HUMBERTO	MASCULINO	ECUATORIANO
172307563-4	GALARRAGA TAPIA HENRY FABIAN	MASCULINO	ECUATORIANO
172011984-9	GUALLPA LPALA DIEGO FERNANDO	MASCULINO	ECUATORIANO
172147124-9	IMACAÑA ZAPATA LUIS JAVIER	MASCULINO	ECUATORIANO
172029397-4	MARCATOMA CALDERON ZOILA ALEXANDRA	FEMENINO	ECUATORIANO

172163837-5	MEDINA VARGAS BAYRON ALFONSO	MASCULINO	ECUATORIANO
172176296-9	MOROCHO MOROCHO LUIS FRANKLIN	MASCULINO	ECUATORIANO
172298963-7	OCHOA CUEVA CHRISTIAN JOSE	MASCULINO	ECUATORIANO
172235099-6	OCHOA CUEVA PEDRO EDISON	MASCULINO	ECUATORIANO
171564798-6	OROZCO APOLO JAIME IVAN	MASCULINO	ECUATORIANO
172042175-7	PILCO INGA NORMA JEANNETH	FEMENINO	ECUATORIANO
172152903-8	TORRES OCHOA ALEXANDRA YESSENIA	FEMENINO	ECUATORIANA
172162384-9	DUCHI GUAMAN AMANDA ROSARIO	FEMENINO	ECUATORIANA
060338261-5	YUMI YEPEZ CRISTINA DE LOURDES	FEMENINO	ECUATORIANA
120474778-4	ZAPATA ARANA KATTY ROCIO	FEMENINO	ECUATORIANA
172120365-9	PULLAS MUÑOZ MARTHA ANGELICA	FEMENINO	ECUATORIANA
172381264-8	BONE VELASQUEZ MONICA FERNANDA	FEMENINO	ECUATORIANA

171558739-8	NARVAEZ GARCIA ROBERTO VLADIMIR	MASCULINO	ECUATORIANO
172126268-9	LUZURIAGA PONCE RUTH AMELIA	FEMENINO	ECUATORIANA
171716613-4	GALARRAGA YANEZ CHRISTIAN JAVIER	MASCULINO	ECUATORIANO
171279471-6	ARAUJO OBANDO MARIA EUGENIA	FEMENINO	ECUATORIANA
172345854-1	VARGAS NARANJO FRANCISCO JAVIER	MASCULINO	ECUATORIANO
172217411-5	SIMBAÑA GUALOTO MAYRA ELIZABETH	FEMENINO	ECUATORIANA
172254739-3	REINOSO CHICAIZA TATIANA WENDY	FEMENINO	ECUATORIANA
172272900-9	PILLIZA JIMENEZ JOHANA MARCELA	FEMENINO	ECUATORIANA
050313506-3	JIMENEZ VELASCO HENRY WLADIMIR	MASCULINO	ECUATORIANO
172179744-5	GUZMAN CASTILLO GLENDA ARACELY	FEMENINO	ECUATORIANA

172275136-7	CHANGOLUISA CAJAS CARLOS EDUARDO	MASCULINO	ECUATORIANO
172338917-5	CHASI ENCALADA LESLY KATERINE	FEMENINO	ECUATORIANA
050314163-2	BONILLA GOMEZ VERONICA ELIZABETH	FEMENINO	ECUATORIANA
171920202-8	ANRANGO ROJAS CATALINA ALEXANDRA	FEMENINO	ECUATORIANA
172233538-5	PALLO CAJAMARCA JORGE DARIO	MASCULINO	ECUATORIANO
171952402-5	ALMEIDA LEIVA CARLA ALEXANDRA	FEMENINO	ECUATORIANA
172022275-9	CAIZA PILATASIG CARMEN ELIZABETH	FEMENINO	ECUATORIANA
172274918-9	PILLAJO SULCA KARINA ELIZABETH	FEMENINO	ECUATORIANA
171701844-2	ALCACIEGA QUINAUCHO MARITZA JAQUELINE	FEMENINO	ECUATORIANA
171923013-6	ALBUJA TOAPANTA LEONARDO JAVIER	MASCULINO	ECUATORIANO
171792677-6	ALVAREZ VINUEZA ALEJANDRA ELIZABETH	FEMENINO	ECUATORIANA



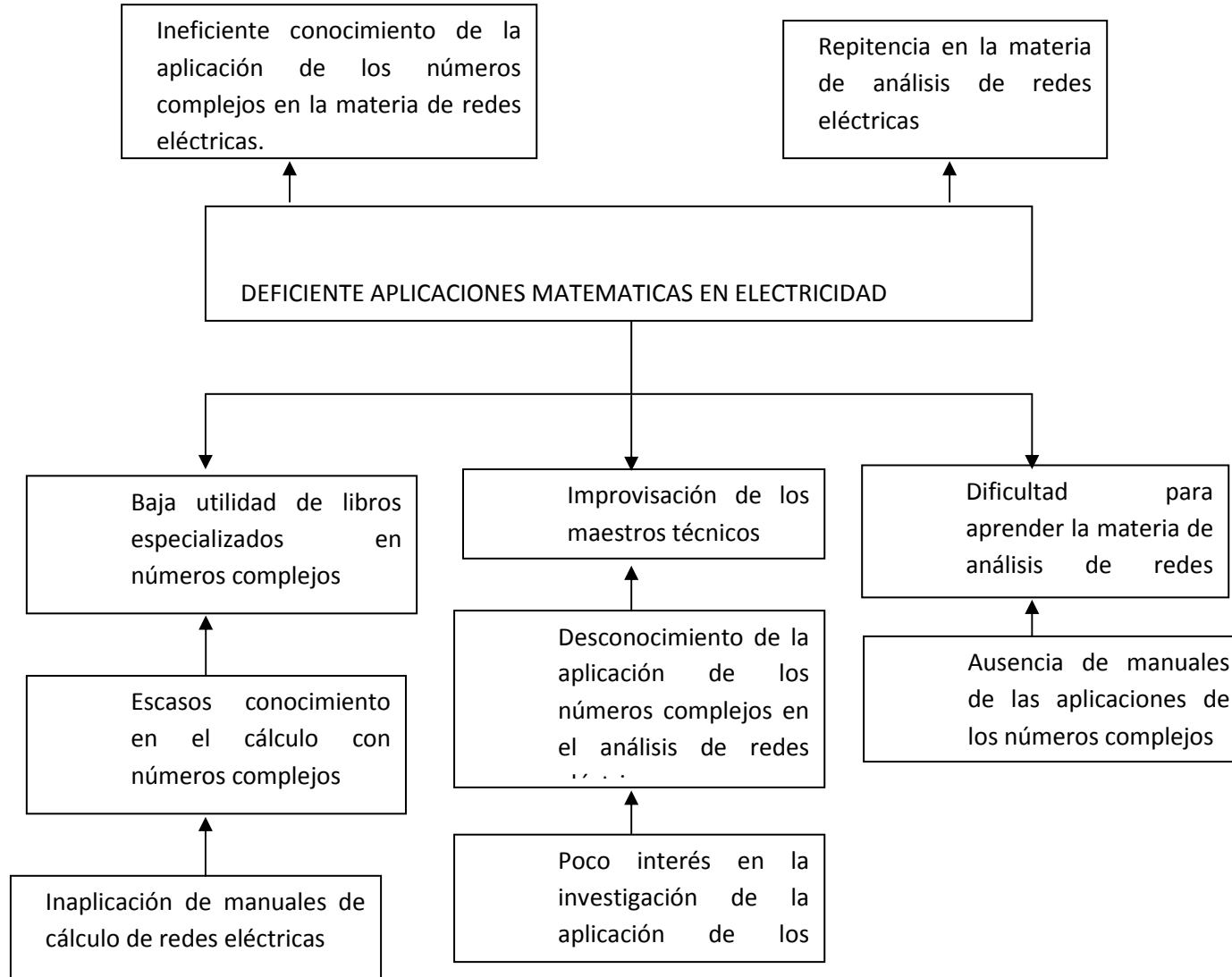
172217971-8	AGUAIZA MASABANDA MARIA ISABEL	FEMENINO	ECUATORIANA
172029398-2	CALDERON CURICHO SILVIA PATRICIA	FEMENINO	ECUATORIANA
100296485-4	CASAREZ MONTEROS WILLAN XAVIER	MASCULINO	ECUATORIANO
190040233-8	CORREA BRICEÑO ZULY NOEMI	FEMENINO	ECUATORIANA
172114994-4	GUERRERO ALMEIDA MARIA CRISTINA	FEMENINO	ECUATORIANA
172105468-0	HERRERA PEREZ LIZBETH CAROLINA	FEMENINO	ECUATORIANA
172168278-7	MARQUEZ CABRERA JESSICA FERNANDA	FEMENINO	ECUATORIANA
172274720-9	MONTUFAR PASTRANO CARINA VIVIANA	FEMENINO	ECUATORIANA
210051763-6	QUIJANO VELIZ ROSA ELENA	FEMENINO	ECUATORIANA

SECRETARIO:

EC. FRANKLIN VILLALBA

**ANEXO 4**

**ÁRBOL DE PROBLEMAS**



ANEXO 5

**INTRUMENTOS PARA VERIFICACIÓN DE HIPOTESIS**

**Lista de Cotejo**

Corresponde a un listado de aseveraciones referidas a características, comportamientos, actuaciones, procesos o productos del aprendizaje que observamos, sobre los que interesa determinar su presencia o ausencia.

Medición. Lista de control sí (1) punto No (0)

Lista de jóvenes Indicadores	CANCHI GÑA IZA LUIS FERNA NDO	CAND O LOND O WILLI AN JAVIE R	CAMP AÑA YANE Z WILIN TON NOE	GORDI LLO HIDAL GO DANIE L JONHA TAN	GUEPUD AYALA FRANKL IN ALEXAN DER	GUN ZA COL CHA CRIS TIAN HUG O
Rapidez en el cálculo						
Fácil manipulación						
Entiende-razona						
simplificación del circuito						
Interpretación de resultados						
Puntaje						

Medición. Lista de control sí 1 punto No 0

Estudiantes	Indicadores						Frecuencia
Puntaje							

2. Análisis: El profesor realiza un análisis de los resultados obtenidos de acuerdo a la frecuencia de puntaje.

3. Evaluación: El profesor emite un juicio respecto de los resultados obtenidos (buena, mala, regular, u otro criterio que considere)

4. Sugerencias para la toma de decisiones:

Que sugiere El profesor para superar o potenciar los resultados.

Unidad de la materia a verificar:

OBJETIVO DE LA UNIDAD A EVALUAR
---------------------------------

Ejercicio

Resolución del ejercicio RCL en el dominio del Tiempo aplicando números complejos y cálculo.

## FICHA RESUMEN

Estudiante	CANCHIGÑ A IZA LUIS FERNANDO	CANDO LONDO WILLIAN JAVIER	CAMPAÑA YANEZ WILINTON NOE	GORDILLO HIDALGO DANIEL	GUEPUD FRANKLIN AYALA	GUNZA COLCHA CRISTIAN
indicadores    A. Matemáticas	Rapidez	Rapidez	Rapidez	Rapidez	Rapidez	Rapidez
	Manipulación	Manipulación	Manipulación	Manipulación	Manipulación	Manipulación
	Entiende	Entiende	Entiende	Entiende	Entiende	Entiende
	Simplifica	Simplifica	Simplifica	Simplifica	Simplifica	Simplifica
	Interpreta	Interpreta	Interpreta	Interpreta	Interpreta	Interpreta
RCL (aplicando números complejos)						
RCL(aplicando calculo)						

Criterios didácticos y curriculares	CRITERIOS
Progresión: (indicar en qué medida se produce progresivamente los logros esperado)	

Evaluación	
Clara:	
Precisa:	
Evalúa lo que se trabaja:	
Permite tomar decisiones:	

<p>Recurrencia:</p> <p>(presentar 2 o tres actividades que permitan el logro del A. Esperado)</p>	
<p>Integración:</p> <p>(Permiten la integración con otros ámbitos – núcleos- saberes ¿cuáles?)</p>	
<p>Contextualización:</p> <p>Es pertinente la propuesta conforme al contexto del Estudiante</p>	
<p>Problematización:</p> <p>Permiten al Estudiante cuestionarse</p>	
<p>Generalización:</p>	

**ANEXO 6**  
**FICHA PARA VERIFICAR EL CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DE LA MATERIA**

**ANEXO 7**  
**FICHA PARA VERIFICAR EL CUMPLIMIENTO DE LOS OBJETIVOS DE LA MATERIA**

**ANEXO 8**

**TABLA DE DISTRIBUCIÓN DE JI CUADRADO**

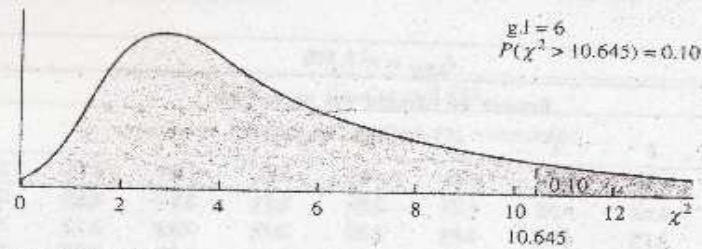


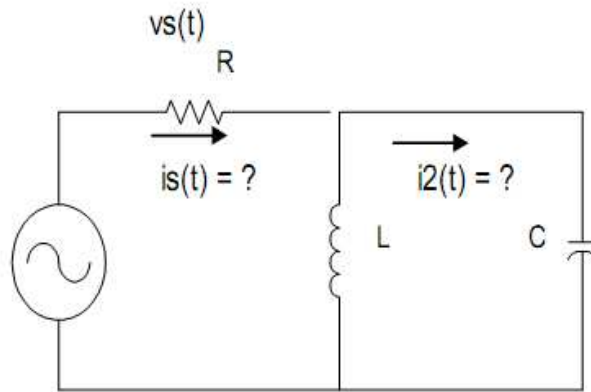
Tabla H. Distribución chi-cuadrado

g.l.	$\chi^2_{0.995}$	$\chi^2_{0.990}$	$\chi^2_{0.975}$	$\chi^2_{0.950}$	$\chi^2_{0.900}$	$\chi^2_{0.750}$	$\chi^2_{0.500}$	$\chi^2_{0.300}$	$\chi^2_{0.200}$	$\chi^2_{0.100}$	$\chi^2_{0.050}$	$\chi^2_{0.025}$	$\chi^2_{0.010}$	$\chi^2_{0.005}$	
1	0.000	0.000	0.001	0.004	0.016	0.148	0.455	1.074	1.642	2.706	3.841	5.024	5.412	6.635	7.879
2	0.010	0.020	0.051	0.103	0.211	0.713	1.386	2.408	3.219	4.605	5.991	7.378	7.824	9.210	10.597
3	0.072	0.115	0.216	0.352	0.584	1.424	2.366	3.665	4.642	6.251	7.815	9.348	9.937	11.345	12.838
4	0.207	0.297	0.484	0.711	1.064	2.195	3.357	4.878	5.989	7.779	9.488	11.143	11.668	13.277	14.860
5	0.412	0.554	0.831	1.145	1.610	3.000	4.351	6.064	7.299	9.236	11.070	12.833	13.388	15.086	16.750
6	0.676	0.872	1.237	1.635	2.204	3.828	5.348	7.231	8.558	10.645	12.592	14.449	15.033	16.812	18.548
7	0.989	1.239	1.690	2.167	2.833	4.671	6.346	8.383	9.903	12.017	14.067	16.013	16.622	18.475	20.278
8	1.344	1.646	2.180	2.733	3.490	5.527	7.344	9.524	11.030	13.362	15.507	17.535	18.168	20.090	21.955
9	1.735	2.088	2.700	3.325	4.168	6.393	8.343	10.656	12.242	14.684	16.919	19.023	19.679	21.666	23.589
10	2.156	2.558	3.247	3.940	4.865	7.267	9.342	11.781	13.442	15.987	18.307	20.483	21.161	23.209	25.188
11	2.603	3.053	3.816	4.575	5.578	8.148	10.341	12.899	14.631	17.275	19.675	21.920	22.618	24.725	26.757
12	3.074	3.571	4.404	5.226	6.304	9.034	11.340	14.011	15.812	18.549	21.026	23.337	24.054	26.217	28.299
13	3.565	4.107	5.009	5.892	7.042	9.926	12.340	15.119	16.985	19.812	22.362	24.736	25.472	27.688	29.819
14	4.075	4.660	5.629	6.571	7.790	10.821	13.339	16.222	18.151	21.064	23.685	26.119	26.873	29.141	31.319
15	4.601	5.229	6.262	7.261	8.547	11.721	14.339	17.322	19.311	22.307	24.996	27.488	28.259	30.578	32.901
16	5.142	5.812	6.908	7.962	9.312	12.624	15.338	18.418	20.465	23.542	26.296	28.845	29.633	32.000	34.267
17	5.697	6.409	7.564	8.672	10.065	13.531	16.338	19.511	21.615	24.769	27.587	30.191	30.995	33.409	35.718
18	6.265	7.015	8.231	9.390	10.865	14.440	17.338	20.601	22.760	25.989	28.869	31.526	32.346	34.805	37.156
19	6.844	7.633	8.907	10.117	11.651	15.352	18.338	21.689	23.900	27.204	30.144	32.852	33.687	36.191	38.582



**ANEXO 9**

Análisis en el dominio del tiempo



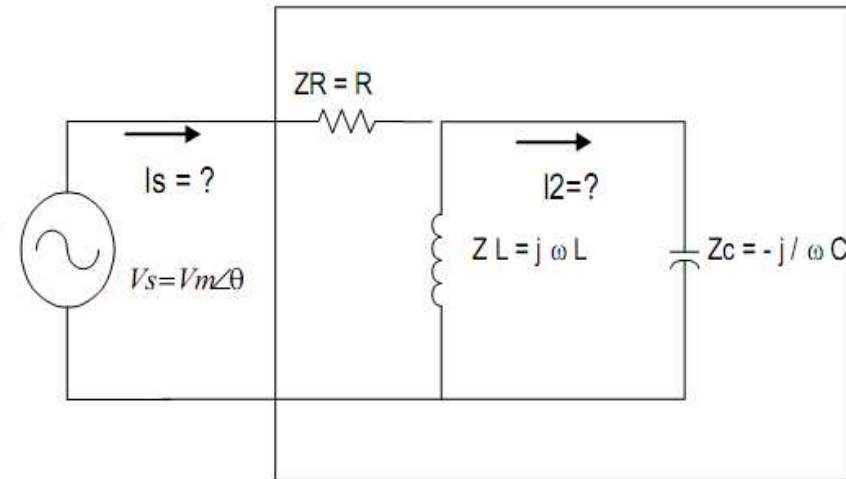
$$v_s(t) = V_m \cos(\omega t + \theta)$$

$$v_s(t) = R i_s(t) + L \left[ \frac{d(is - i_2)}{dt} \right]$$

$$-L \left[ \frac{d(is - i_2)}{dt} \right] + \left[ \frac{1}{C} \int i_2 dt + V_c(0) \right] = 0$$

**Solución de ecn's diferenciales**

Análisis en el dominio de la frecuencia



$$Z_{eq} = Z_R + \left[ \frac{Z_L Z_C}{Z_L + Z_C} \right] \quad I_S = \left[ \frac{V_S}{Z_{eq}} \right]$$

$$I_2 = I_S \left[ \frac{Z_L}{Z_L + Z_C} \right]$$

**Solución de ecn's algebraicas**