

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO



FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E INDUSTRIAL

MAESTRÍA EN MATEMÁTICA APLICADA

COHORTE 2021

TEMA: MODELOS PARA ESTIMAR LA DINÁMICA DE CRECIMIENTO Y LA DEGRADABILIDAD RUMINAL IN SITU DEL PASTO KING GRASS (*Pennisetum purpureum*) COSECHADO A DIFERENTES EDADES

Trabajo de titulación previo a la obtención del título de cuarto nivel de

Magíster en Matemática Aplicada

Modalidad De Titulación: Proyecto de Desarrollo

Autor: Ing. Elvia Marlene Reyes Vallejo

Director: Dr. Manuel Antonio Meneses Freire, PhD

Ambato – Ecuador

2023

A la unidad académica de titulación de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial.

El Tribunal receptor del Trabajo de Titulación presidido por Ingeniera Elsa Pilar Urrutia Urrutia, Magíster e integrado por los señores Ingeniero Marcelo Vladimir García Sánchez, PhD e Ingeniero Fabián Rodrigo Salazar Escobar, PhD designados por la Unidad Académica de Titulación de la Facultad de Ingeniería en Sistemas, Electrónica e Industrial de la Universidad Técnica de Ambato, para receptar el Trabajo de Titulación con el tema: “Modelos para estimar la dinámica de crecimiento y la degradabilidad ruminal in situ del pasto king grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a diferentes edades”, elaborado y presentado por el señora Ingeniera, Elvia Marlene Reyes Vallejo, para optar por el Título de Cuarto Nivel de Magister en Matemática Aplicada; una vez escuchada la defensa oral del Trabajo de Titulación el Tribunal aprueba y remite el trabajo para uso y custodia en las bibliotecas de la UTA.

Ing. Elsa Pilar Urrutia Urrutia, Mg.
Presidente y Miembro del Tribunal

Ing. Marcelo Vladimir García Sánchez, PhD.
Miembro del Tribunal

Ing. Fabián Rodrigo Salazar Escobar. PhD.
Miembro del Tribunal

AUTORÍA DEL TRABAJO DE TITULACIÓN

La responsabilidad de las opiniones, comentarios y críticas emitidas en el trabajo de titulación presentado con el tema: **“Modelos para estimar la dinámica de crecimiento y la degradabilidad ruminal in situ del pasto king grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a diferentes edades”**, le corresponde exclusivamente a: la Ingeniera, Elvia Marlene Reyes Vallejo, autora bajo la dirección del Dr. Manuel Antonio Meneses Freire, PhD Director del Trabajo de Titulación; y el patrimonio intelectual a la Universidad Técnica de Ambato.

Ing. Elvia Marlene Reyes Vallejo
C.C.: 0501459911
AUTORA

Dr. Manuel Antonio Meneses Freire, PhD
C.C.: 1802515849
DIRECTOR

DERECHOS DE AUTOR

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que el Trabajo de Titulación, sirva como un documento disponible para su lectura, consulta y procesos de investigación, según las normas de la Institución.

Cedo los Derechos de mi trabajo, con fines de difusión pública, además apruebo la reproducción de este, dentro de las regulaciones de la Universidad Técnica de Ambato.

Ing. Elvia Marlene Reyes Vallejo
C.C. 0501459911

ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

Portada	i
A la unidad académica de Titulación	ii
Capítulo 1:	16
1.1 Introducción	16
1.2 Justificación	18
1.3 Objetivos	20
1.3.1 Objetivo General	20
1.3.2 Objetivos Específicos:	20
Capítulo 2:	21
2.1 Características productivas y composición química de las especies de pastos en función de la edad y estado fisiológico	21
2.2 King Grass (<i>Pennisetum purpureum</i> Schum y <i>P. typhoides</i>)	21
2.3 Métodos y estrategias para estimar la dinámica de crecimiento de los pastos y especies forrajeras	23
2.4 Modelos matemáticos para el estudio del comportamiento productivo de especies agrícolas, forestales y pecuarias	24
2.4.1 Tipos de modelos	25
2.4.2 Modelos lineales	26

2.5 Modelos no lineales	28
Capítulo 3:	33
3.1 Ubicación	34
3.2 Equipos y materiales	34
3.3 Procedimiento experimental, variables en estudio y análisis estadístico	35
Capítulo 4:	40
4.1 Efecto de la edad de cosecha sobre la dinámica de crecimiento forra- jero (Biomasa, t MS ha ⁻¹) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>)	40
4.2 Efecto de la edad de cosecha sobre la dinámica de crecimiento forrajero (Altura de la planta, cm) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>)	43
4.3 Efecto de la edad de cosecha sobre el contenido de materia seca (MS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>)	46
4.4 Efecto de la edad de cosecha sobre el contenido de proteína total (Prot., %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>)	49
4.5 Efecto de la edad de cosecha sobre el contenido de fibra detergente neutra (FDN, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>)	52
4.6 Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>) cosechado a los 56 días . . .	55
Capítulo 5:	62
5.1 CONCLUSIONES	62
5.2 RECOMENDACIONES	63

Capítulo 6:	64
6.1 Título	64
6.2 Descripción	64
6.3 Desarrollo de la propuesta	69

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 2.1	Clasificación Taxonómica del Pasto King Grass	22
Tabla 4.1	Relación de la edad de cosecha y la biomasa producida (t MS ha ⁻¹) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP- INIAP.	41
Tabla 4.2	Errores para cada modelo matemático usado.	42
Tabla 4.3	Relación de la edad de cosecha (días) y la altura de la planta (cm) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP.	43
Tabla 4.4	Errores para cada modelo matemático usado.	45
Tabla 4.5	Relación de la edad de cosecha y el contenido de materia seca (MS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP- EETP-INIAP	46
Tabla 4.6	Errores para cada modelo matemático usado.	48
Tabla 4.7	Relación de la edad de cosecha y el contenido de proteína total (Prot., %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP- EETP-INIAP	49
Tabla 4.8	Errores para cada modelo matemático usado.	51

Tabla 4.9	Relación de la edad de cosecha y el contenido de fibra detergente neutra (FDN, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP.	52
Tabla 4.10	Errores para cada modelo matemático usado.	54
Tabla 4.11	Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>) cosechado a los 56 días, PGP-EETP-INIAP (Modelo de MITSCHERLINCH). 56	56
Tabla 4.12	Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>) cosechado a los 56 días, PGP-EETP-INIAP (Modelo de MCDONALD). 58	58
Tabla 4.13	Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>) cosechado a los 56 días, PGP-EETP-INIAP (Modelo de MERTENS Y ELY).	60

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 4.1	Relación funcional de la edad de cosecha y la biomasa producida (t MS ha ⁻¹) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP.	42
Figura 4.2	Relación funcional de la edad de cosecha (días) y la altura de la planta (cm) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP.	45
Figura 4.3	Relación funcional de la edad de cosecha y el contenido de materia seca (MS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP.	48
Figura 4.4	Relación funcional de la edad de cosecha y el contenido de proteína total (Prot., %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP.	51
Figura 4.5	Relación de la edad de cosecha y el contenido de fibra detergente neutra (FDN, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP), PGP-EETP-INIAP.	54

Figura 4.6	Relación funcional de la hora de incubación ruminal y la degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (DRISMS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP (Modelo de MITSCHERLINCH).	57
Figura 4.7	Relación funcional de la hora de incubación ruminal y la degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (DRISMS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP (Modelo de MCDONALD).	59
Figura 4.8	Relación funcional de la hora de incubación ruminal y la degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (DRISMS, %) del pasto King grass (<i>Pennisetum purpureum</i>), PGP-EETP-INIAP (Modelo de MERTENS Y ELY).	61
Figura 6.1	Actividades correspondientes al diseño del anteproyecto.	70
Figura 6.2	Actividades correspondientes al desarrollo de la investigación.	70
Figura 6.3	Actividades correspondientes a al desarrollo de la investigación y entrega final del trabajo.	71

AGRADECIMIENTO

Al finalizar este trabajo quiero utilizar este espacio para agradecer a Dios por todas sus bendiciones, a mis Padres que han sabido darme su ejemplo de trabajo y honradez, a mi hijo Juan Carlos por su apoyo y paciencia en este proyecto de estudio.

Mi agradecimiento especial al Dr. Antonio Meneses, Director de Tesis quien me guió académicamente con su experiencia y profesionalismo.

Al Dr. Juan Avellaneda principal colaborador durante el desarrollo de este proyecto, mil gracias por sus conocimientos, apoyo y orientación.

Al INIAP por permitirme utilizar los datos investigativos para la presente investigación. También quiero agradecer a la Universidad Técnica de Ambato, directivos y profesores por la organización del programa de Maestría en Matemática Aplicada.

DEDICATORIA

A ti Dios Mío, por darme la vida, la familia y las oportunidades de salir adelante. A la memoria de mi esposo Juan Alberto Ortiz Sánchez, el amigo incondicional, mi fiel compañero a lo largo de la vida, el impulsor de mis sueños y quién tuvo fe en mí siempre. Aunque ya no pueda abrazarlo físicamente, lo abrazo con el alma, gracias infinitas por todo y, por tanto. Su amor y recuerdo seguirá conmigo siempre.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERÍA EN SISTEMAS, ELECTRÓNICA E
INDUSTRIAL
MAESTRÍA EN MATEMÁTICA APLICADA
COHORTE 2021

TEMA:

MODELOS PARA ESTIMAR LA DINÁMICA DE CRECIMIENTO Y LA DEGRADABILIDAD RUMINAL IN SITU DEL PASTO KING GRASS (PENNISETUM PURPUREUM) COSECHADO A DIFERENTES EDADES

MODALIDAD DE TITULACIÓN: Proyecto de Desarrollo

AUTOR: Ing. Elvia Marlene Reyes Vallejo

DIRECTOR: Dr. Manuel Antonio Meneses Freire, PhD

FECHA: 31 de marzo del 2023

RESUMEN EJECUTIVO

La presente investigación trata de evaluar varios modelos matemáticos para estimar la dinámica de crecimiento y la degradabilidad ruminal in situ del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) a diferentes edades de crecimiento. La investigación profundizó en la aplicabilidad de modelos matemáticos lineales y no lineales que permitan mejorar el manejo de sistemas de producción agropecuarios. En este sentido, las variables

de estudio son la cantidad de biomasa, altura de la planta, contenido de materia seca, contenido de proteína, contenido de fibra detergente neutra y degradabilidad ruminal en función del tiempo. Los datos para la presente investigación fueron proporcionados por el Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias (INIAP). Para todas las variables estudiadas, excepto la degradabilidad ruminal, el modelo que mejor se ajusta fue el modelo lineal cúbico, ya que presentó los mejores coeficientes de determinación (R^2) y los valores más bajos según la métrica de error utilizada en cada caso. Esto nos indica una mejor explicación de la varianza total de la variable estudiada mediante el modelo de regresión. Por otro lado, para la variable de degradabilidad ruminal del pasto King grass (cosechado a los 56 días), el modelo de mejor ajuste asociado a un menor valor del cuadrado medio del error (varianza) fue el de Mitscherlich. Este presenta valores confiables de las fracciones de degradabilidad ruminal (**A**: fracción soluble, **B**: fracción insoluble pero potencialmente degradable, **k**: tasa de degradación y el tiempo de **Lag**: de retraso de degradación). En síntesis, podemos deducir que el modelo lineal cúbico es el que mejor se ajusta para predecir el comportamiento de las variables estudiadas en este trabajo, con la excepción de la degradabilidad ruminal. Para esta última, se empleó el modelo de Mitscherlich, el cual es de tipo no lineal, con el fin de estudiar su comportamiento.

Descriptor: Modelos matemáticos, dinámica de crecimiento, composición química, degradabilidad ruminal, estimación, inferencia.

Capítulo I

PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

1.1. Introducción

Según Friedrich (2014), la ganadería se considera una fuente de progreso importante para el desarrollo económico, por ser este un sector dinámico y en fuerte crecimiento. Por su parte los pastos ocupan aproximadamente, 60 % de las tierras agrícolas del mundo y se utilizan para pastorear 360 millones de cabezas de ganado, y más de 600 millones de ovejas y cabras. El pastoreo proporciona, aproximadamente, 10 % de la producción mundial de carne de bovino, y cerca del 30 % de la carne de ovino y caprino. Así, entre la denominación general de pastizales, se incluyen ecosistemas sometidos a condiciones ambientales y de manejo muy variadas. Con respecto a esto, no se han realizado suficientes estudios que establezcan las bases ecológicas para el manejo de estos ecosistemas (Rebollo & Gómez, 2004).

Para la producción de forraje empleado en la ganadería ecuatoriana, se han utilizado diversas especies y variedades de hábito de crecimiento rastrero o erecto (Avellaneda, y otros, 2008; Barrera, y otros, 2015). Para la producción de forrajes, en gramíneas rastreras y de porte bajo. En esta misma variedad, se estimó un modelo para describir el crecimiento en condiciones de pastoreo, pero en función del tiempo de reposo.

La especie *Pennisetum purpureum* Schum variedad King grass es una de la más estudiada en América (Barrera y otros, 2015). Y es una de las más utilizadas en la producción de forraje por sus elevados rendimientos de materia seca. Por otra parte,

el potencial productivo del King grass asociado a su calidad, vigor y perennidad de la especie han estimulado no solo su cultivo, sino también su mejoramiento genético para el desarrollo de cultivares mejorados (Salabert y otros, 2009).

Dentro de las nuevas variedades obtenidas a partir del King grass se encuentra el *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-115 y *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-169 desarrollados por Martínez et al (1986, citado por Salabert y otros, 2009), las que se destacan por su utilización en el pastoreo y corte, respectivamente. Sin embargo, los estudios de Forte (2010) fueron encaminados en la búsqueda de pastos con mayor resistencia a factores ambientales como la sequía y la salinidad, obteniendo nuevos clones a partir de del *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-115 que supera al testigo en cuanto al rendimiento de materia seca y cantidad de hojas en condiciones de seca.

Con lo anterior, es importante decir que el conocimiento del comportamiento de estos materiales forrajeros que sirven para la alimentación de los rumiantes de interés zootécnico (bovinos, caprinos y ovinos) permitirá aplicar la acción racional del hombre sobre los mismos, además se hace necesario estudiar los principales factores que influyen en su producción y calidad. Sin embargo, en Ecuador son escasas las investigaciones que evalúan sus rendimientos productivos, así como los factores que inciden en su potencial, aunque, se debe puntualizar que el Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias (INIAP) es el referente de mayor importancia en torno a la experimentación de pastos y forrajes de uso animal, por lo que, el empleo de herramientas estadísticas sería de gran utilidad para desarrollar estudios sobre esta variedad, de ahí que los modelos matemáticos y de simulación surgen como alternativa para dar respuesta a esta situación.

En los últimos años los modelos matemáticos han tenido amplia utilización en diferentes investigaciones, con el objetivo de describir los procesos biológicos. Son instrumentos muy comunes en estudios de sistemas con diversas características. Estos se utilizan en diferentes ramas del conocimiento por la posibilidad de expresar matemáticamente las relaciones entre los fenómenos (Jay, 2012, citado por Rodríguez y otros, 2018). De igual manera proveen información que permite realizar programaciones de alimentación y de capacidad de carga, así como medir cambios genéticos de una generación a otra relacionados con el nivel de producción (Agudelo y otros, 2008). El uso de los modelos matemáticos se viene extendiendo en la agricultura y constituye una herramienta, para la investigación, así como para los productores y asesores técnicos, que ahora pueden definir, en el universo virtual de una computadora, cual es la mejor práctica de manejo para un cultivo en determinada campaña y sitio productivo. (FAUBA. Citado el 14 de febrero de 2018).

1.2. Justificación

El crecimiento continuo de la población mundial requiere de la producción de más alimentos con finitos recursos naturales. Los rumiantes, como el ganado lechero, están bien posicionados para llenar este déficit de nutrientes a través de la capacidad de utilizar celulosa como fuente de energía, permitiéndoles convertir material vegetal en proteína de alta calidad como la leche, que es una fuente adecuada para su inclusión en la cadena alimentaria humana (Morgavi y otros, 2010). Lo anterior hace importante el que desarrollen investigaciones, y sirve de estímulo para renovar cada día el interés de identificar estrategias para lograr una mayor eficiencia alimentaria en el ganado

lechero, enfatizando en identificar el potencial genético a través de la cría selectiva de los animales (VandeHaar y otros, 2016).

La actividad ganadera se ha caracterizado por ser un renglón de gran importancia económica en el Ecuador por su contribución al crecimiento y desarrollo de la población agropecuaria económicamente activa, a la satisfacción continua de la demanda de alimento dado el crecimiento demográfico y además por tener como característica ser un país con mega diversidad biológica, lo cual lo favorece para la explotación de este sector primario. En este contexto, se puede indicar que el conocimiento de los patrones de producción, la distribución anual de estas producciones y sobre todo la predicción del comportamiento de estas a través del tiempo, son de vital importancia para hacer de la ganadería una empresa cada vez más eficiente, sustentada en las posibilidades de pronosticar matemáticamente el perfil anual de producción de leche por parte de los animales, acción que permite la toma de decisión en tiempo y forma.

Por lo anterior, el conocer los patrones de comportamiento de las variables asociadas a la dinámica de crecimiento de los pastos y de la degradabilidad ruminal de los mismos, es de suma importancia para tener datos que permitan una mejor toma de decisiones y hacer una empresa ganadera más eficiente. Los pastos, representan la manera más económica de alimentar a los rumiantes de interés zootécnico (bovinos, caprinos y ovinos), los cuales con un buen manejo, permiten aumentar la producción de leche y carne, por lo cual, es de suma importancia determinar sus patrones de comportamiento productivo en función del tiempo, siendo por ello significativo el evaluar **“Modelos para estimar la dinámica de crecimiento y la degradabilidad ruminal in situ del pasto King grass (pennisetum purpureum) cosechado a diferentes eda-**

des”, ya que conocer el crecimiento de las plantas en el momento actual y predecirlo a futuro es una ventaja que proporciona información útil para programar actividades de manejo en fincas ganaderas, debido a la importancia del pasto como recurso en la producción.

1.3. Objetivos

1.3.1. Objetivo General

Modelizar la dinámica de crecimiento y la degradabilidad ruminal in situ del pasto King Grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a diferentes edades.

1.3.2. Objetivos Específicos:

- Evaluar seis modelos de regresión para seleccionar el de mejor ajuste en la dinámica de crecimiento del pasto King Grass cosechado a diferentes edades, según sus características agronómicas y de producción (biomasa seca).
- Comparar la bondad de ajuste de cuatro modelos matemáticos para estimar la cinética de degradación ruminal de tres fracciones nutricionales del pasto King Grass cosechado a diferentes edades.

Capítulo II

MARCO TEÓRICO

2.1. Características productivas y composición química de las especies de pastos en función de la edad y estado fisiológico

Según Leon et al. (2018) mencionan que las especies pertenecientes al género *Pennisetum* son unas de las principales especies en la producción de biomasa. El principal uso es para corte y eventualmente se emplea como ensilaje, y en nuestro medio las especies de King Grass de este género se encuentran ampliamente distribuidas.

2.2. King Grass (*Pennisetum purpureum* Schum y *P. typhoides*)

(a) Características productivas del pasto King Grass

El pasto King Grass es una planta perenne, crece en macollas, en algunas ocasiones se confunden con la caña de azúcar por su similitud, puede llegar a medir hasta 2 metros de altura. Sus hojas son largas y anchas de color verdes claro cuando son jóvenes y se tornan verde oscuro cuando están maduras con suaves vellosidades. Se caracteriza por tener un alto rendimiento productivo en forraje (Rivera y Reyes, 2017).

Tabla 2.1: Clasificación Taxonómica del Pasto King Grass

Nivel	Categoría Taxonómica
Reino	Plantae
Clase	Angiospermae
Orden	Glumiflorae
Familia	Graminaceae
Género	Pennisetum
Especie	<i>P. purpureum</i> cv

El pasto King Grass presenta un ciclo de corte de 60 días, lo que hace que a lo largo del año presente diversos periodos de crecimiento y tenga necesidades hídricas que van de acuerdo a la edad entre cada corte y la época del año. Presentando así una mejor calidad de cosecha del forraje a los 60 días, debido a que a más días de crecimiento la calidad de este pasto se ve más afectada. La época de cosecha y el ritmo de hojas en el material cosechado perjudican la composición del pasto king grass (Rivera y Reyes, 2017).

Sin embargo, considera como uno de los cultivos más resistentes a las sequias, pero es capaz de lograr rendimientos de hasta 45 t/ms/año en condiciones extremas de lluvias y en suelos que poseen una textura media. La producción puede verse perjudicada dentro del periodo de sequía si no se aplican riegos suficientes que promuevan su desarrollo (Alarcón et al., 2014). Los cultivares de *Pennisetum violaceum* llegan a producir entre 30.7 y 37.9 toneladas de forraje verde cortado a los 45 días de edad, lo que lleva a deducir que mientras más tierno sea el pasto

menor es la cantidad de producción de biomasa (Cerde, 2015).

(b) Calidad nutricional del pasto King Grass

Dentro de las características que tiene el pasto es su alta calidad nutricional, que demuestra al poseer requerimientos nutritivos de gran calidad para la alimentación animal gracias a su alta producción, posee un 12 % (proteína cruda) , mientras que en sus hojas posee una diferenciación de 8-10 %, en sus tallos es de 4-5 %; También presenta una digestibilidad de MS de un 62 % a los 60 días del rebrote luego del corte, esta medida de calidad está conectada directamente con el manejo y prácticas que se realicen en las diferentes etapas fisiológicas (Corrales Lerma et al., 2017).

2.3. Métodos y estrategias para estimar la dinámica de crecimiento de los pastos y especies forrajeras

Los factores que actúan sobre la productividad de la pastura están representados esquemáticamente. El conocimiento de la dinámica de crecimiento de los pastos es indispensable para saber cómo optimizar los procesos de crecimiento de las pasturas (León et al., 2018).

El ciclo de vida de los pastos comprende las siguientes etapas:

- Germinación y formación del macollo principal (implantación)
- Desarrollo vegetativo (generación macollos con su follaje)
- Floración (aparecimientos de tallos, formación de inflorescencias)

- Maduración (formación y llenado de granos, madurez) (León et al., 2018)

Del ciclo de vida de los pastos, la fase más importante es la de desarrollo vegetativo ya que la productividad y la vida útil de la pastura depende de la capacidad de los pastos para recuperar el área foliar después de la defoliación (León et al., 2018). Los factores internos pueden ser estudiados a partir de la morfogénesis y de la ecofisiología:

- Morfogénesis: mecanismos de generación, desarrollo y muerte del área foliar
- Ecofisiología: efecto de los factores del ambiente sobre el crecimiento y desarrollo de los pastos (León et al., 2018)

2.4. Modelos matemáticos para el estudio del comportamiento productivo de especies agrícolas, forestales y pecuarias

Podemos decir que un modelo matemático consiste en la descripción de un sistema utilizando conceptos y lenguaje matemáticos, y que su importancia radica en una mejor comprensión del fenómeno estudiado, para predecir cualitativa y cuantitativamente el comportamiento del sistema bajo ciertas condiciones o en situaciones de interés. Muchas veces el modelo utilizado es muy complejo y se hace necesario la simulación. En este caso hay que utilizar análisis numérico y tecnología digital para aproximar las soluciones numéricas de los modelos utilizados

y simular, es decir, reproducir aproximadamente las principales características de su comportamiento. Una simulación por computador es un programa que intenta reproducir, con fines pedagógicos o científicos, un fenómeno natural a través de la visualización de los distintos estados que dicho fenómeno puede representar (Campos, 2016).

Es común el interés de estudiar la existencia de relaciones entre variables. Por ejemplo, podemos preguntarnos si hay alguna relación entre el consumo de electricidad, las horas de trabajo, la eficiencia de las calderas y el tiempo de vida de los engranajes de las máquinas del taller, el consumo de alimento y la ganancia de peso de cerdos, la fertilización y la producción de biomasa de los pastos. La primera aproximación sería representar pares de variables en un plano. Así, obtendríamos una nube de puntos la cual podría indicarnos visualmente la existencia o no de algún tipo de relación entre las variables (de Torres, 2015; García & Maheut, 2021).

2.4.1. Tipos de modelos

Existen diferentes clasificaciones de los modelos (Novales, 2016). según la cual un modelo puede ser una réplica del objeto que representa. Cambiando la escala o el material con el que se construye se denomina isomórfico y cuando tiene algún grado de abstracción del objeto que representa, teniendo en cuenta solamente las variables más relevantes, se denomina homomórfico. Un modelo matemático es la representación de un sistema mediante ecuaciones matemáticas o distribuciones estadísticas de valores aleatorios que permiten obtener en tiempo real cono-

cimientos científicos verificados en la práctica social. Los modelos matemáticos más utilizados en agronomía se pueden clasificar en dos categorías: solo modelos predictivos o experimentales y modelos causales o mecanicistas (Rodríguez y otros, 2018).

2.4.2. Modelos lineales

Según Metelli (2021), se define como modelo una ecuación matemática que incluye variables aleatorias, variables matemáticas y parámetros. Si está dada la distribución de las variables aleatorias, ésta puede ser considerado como parte del modelo y puede haber parámetros desconocidos en la distribución que, en consecuencia, deban ser estimados. En forma análoga, se define como ‘modelo lineal’ a una ecuación que incluye variables aleatorias, variables matemáticas y parámetros y que, además, es lineal tanto en los parámetros como en las variables. Por ejemplo, si a_0 , a_1 y a_2 son parámetros desconocidos, entonces $a_0 + a_1X + a_2Y = 0$, es un modelo lineal.

Las siguientes expresiones $a_0 + a_1X + a_2Y \cos X = 0$ $a_0Y + a_1 \sin X + a_2 = 0$ no responden en forma completa a la definición de modelo lineal dado que no son lineales en las variables. Se considera entonces el siguiente modelo lineal:

$$a_0 + a_1X + a_2Y = 0. \tag{2.1}$$

Donde X e Y pueden ser variables matemáticas o aleatorias, observables o no

observables. Este modelo puede escribirse como:

$$Y = -\frac{a_0}{a_2} - \frac{a_1}{a_2}X \quad \text{si } a_2 \neq 0, \quad (2.2)$$

o como

$$X = -\frac{a_0}{a_1} - \frac{a_2}{a_1}Y \quad \text{si } a_1 \neq 0. \quad (2.3)$$

En (2.1), X e Y actúan de la misma forma en la ecuación. En (2.2), Y se denomina variable dependiente, X variable independiente. En la ecuación (2.3) la variable dependiente es X , mientras que la variable Y es independiente. Si X e Y pudieran ser medidas sin error y un experimentador deseara predecir Y a partir del conocimiento de X , entonces tendría que usar la ecuación (2.2). Como los valores de a_i son desconocidos, deben ser observados al menos tres pares de valores (X, Y) y resolver las ecuaciones resultantes donde las a_i serán las incógnitas. Supóngase ahora que se quiere efectuar una predicción en el modelo dado por la siguiente expresión:

$$Y^x = -\frac{a_0}{a_2} - \frac{a_1}{a_2}X. \quad (2.4)$$

Donde $-\frac{a_0}{a_2}$ y $-\frac{a_1}{a_2}$ son desconocidos e Y^* es no observable. Entonces, si se pudiera observar Y , donde $Y = Y^* + u$, el modelo anterior puede escribirse como:

$$Y = -\frac{a_0}{a_2} - \frac{a_1}{a_2}X + u. \quad (2.5)$$

Como no hay una relación funcional exacta entre X e Y no se pueden obtener los

valores exactos de los coeficientes $\frac{a_0}{a_2}$ y $-\frac{a_1}{a_2}$ sino estimarlos mediante la aplicación de métodos estadísticos. Existen cinco tipos de modelos lineales que se usan comúnmente, a saber:

- 1) Modelos relacionados funcionalmente
- 2) Modelos relacionados en promedio
- 3) Modelos de regresión
- 4) Modelos experimentales
- 5) Modelos de componente varianza

Una vez seleccionado el tipo de modelo y habiendo obtenido los datos necesarios, se pueden usar las técnicas estadísticas para llevar a cabo el correspondiente análisis.

2.5. Modelos no lineales

La regresión no lineal genera una ecuación para describir la relación no lineal entre una variable de respuesta continua y una o más variables predictoras y predice nuevas observaciones. Utilice la regresión no lineal en lugar de la regresión de mínimos cuadrados ordinarios cuando no pueda modelar adecuadamente la relación con parámetros lineales. Los parámetros son lineales cuando cada término del modelo es aditivo y contiene solo un parámetro que multiplica el término (Novales, 2016).

Según el autor anterior (Novales, 2016), la diferencia fundamental entre las regre-

siones lineal y no lineal, y la base para los nombres de los análisis, son las formas funcionales aceptables del modelo. Específicamente, la regresión lineal requiere parámetros lineales mientras que la no lineal no. Utilice la regresión no lineal en lugar de la regresión lineal cuando no pueda modelar adecuadamente la relación con parámetros lineales. Una función de regresión lineal debe ser lineal en los parámetros, lo cual restringe la ecuación a una sola forma básica. Los parámetros son lineales cuando cada término del modelo es aditivo y contiene solo un parámetro que multiplica el término:

Respuesta = constante + parámetro * predictor + ... + parámetro * predictor

o

$$y = \beta_0 + \beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \cdots + \beta_k X_k.$$

Sin embargo, una ecuación no lineal puede adoptar muchas formas diferentes. De hecho, debido a que el número de posibilidades es infinito, usted debe especificar la función de expectativa que Minitab utiliza para realizar la regresión no lineal. Estos ejemplos ilustran la variabilidad (las θ representan los parámetros):

- $y = \theta^x$ (Convexa 2, 1 parámetro, 1 predictor)
- $y = \theta_1 * X_1 / (\theta_2 + X_1)$ (ecuación de Michaelis-Menten, 2 parámetros, 1 predictor)
- $y = \theta_1 - \theta_2 * (\ln(X_1 + \theta_3) - \ln(X_2))$ (ecuación de Nernst, 3 parámetros, 2 predictores)

La función que se elige suele depender del conocimiento previo de la forma de la curva de respuesta o del comportamiento de las propiedades físicas y químicas del sistema. Las formas no lineales posibles incluyen curvas cóncavas, convexas, de crecimiento o descenso exponencial, sigmoidales (S) y asintóticas. Usted debe especificar la función que satisfaga tanto los requisitos que dicte el conocimiento previo como los supuestos de la regresión no lineal. Aunque la flexibilidad para especificar muchas funciones de expectativa diferentes es muy conveniente, también es cierto que puede requerirse un gran esfuerzo para determinar la función que proporcione el ajuste óptimo para los datos. Esto, con frecuencia, requiere investigación adicional, conocimiento del área de estudio y análisis de ensayo y error. Además, en el caso de las ecuaciones no lineales, determinar el efecto que tiene cada predictor sobre la respuesta puede ser menos intuitivo que para las ecuaciones lineales. La regresión no lineal utiliza un procedimiento diferente del que usa la regresión lineal para minimizar la suma de los cuadrados del error residual (SSE) (Novales, 2016). Los modelos evaluados en la presente investigación fueron los siguientes, por lo cual se da una corta definición de cada uno de ellos:

(a) **Modelo lineal simple** La estructura del modelo de regresión lineal es la siguiente:

$$Y = \beta_0 + \beta_1 X + \epsilon.$$

En esta expresión estamos admitiendo que todos los factores o causas que influyen en la variable respuesta Y pueden dividirse en dos grupos: el primero contiene a una variable explicativa X y el segundo incluye un conjunto amplio de factores no controlados que englobaremos bajo el nombre de perturbación

o error aleatorio, ϵ , que provoca que la dependencia entre las variables dependiente e independiente no sea perfecta, sino que esté sujeta a incertidumbre. Por ejemplo, en el consumo de gasolina de un vehículo (Y) influyen la velocidad (X) y una serie de factores como el efecto conductor, el tipo de carretera, las condiciones ambientales, etc., que quedarían englobados en el error.

- (b) **Modelo lineal cuadrático** La regresión cuadrática es el proceso por el cuál encontramos los parámetros de una parábola que mejor se ajusten a una serie de datos que poseemos, ya sean mediciones hechas o de otro tipo. Bueno, pero por que habríamos de querer ajustar nuestros datos precisamente a una parábola y no a otra función. Una función cuadrática o de segundo grado se puede representar de manera genérica como:

$$W(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2$$

- (c) **Modelo de Mitscherlinch**

Este modelo sugiere que el incremento de cosecha de grano obtenido por unidad de incremento en el suministro de un nutriente disminuye a medida que la cosecha se aproxima al máximo obtenible. A su vez, estos incrementos son proporcionales al decrecimiento respecto al máximo, es decir, incrementos decrecientes. A nivel experimental, se demostró que existen algunas limitantes en la ecuación de Mitscherlich. Éstas surgen en el cálculo del “factor de proporcionalidad” cuando se utilizan distintas fuentes de un mismo nutriente o una misma fuente en distintos suelos. Una segunda limitante es el carácter

asintótico a un máximo, en dónde no se producen decrecimientos de la respuesta vegetal bajo condiciones de suministro excesivo del nutriente (D' Alessandro, 2014).

$$D = a + b \left(2 - e^{-kd(t)} \right)^c .$$

(d) ***McDonald***

McDonald describieron un modelo exponencial no lineal para estimar la degradabilidad ruminal de los nutrientes en función del tiempo de permanencia en el rumen, con base en datos obtenidos por la técnica de degradación in situ de donde se busca establecer los cambios de las muestras a evaluar, como una relación del tiempo de permanencia en el rumen y su desaparición por efecto del ataque de los microorganismos ruminales (Domínguez y otros, 2019).

$$D = a + b \left(1 - e^{-kd(t)} \right) .$$

(e) ***Modelo de Mertens y Ely***

Otro de los modelos para establecer la degradabilidad ruminal de las fuentes forrajeras, es el de Mertens y Ely, estos autores indican que la digestibilidad de la dieta por parte del rumiante depende, entre otros factores, de la cinética ruminal, y que a medida que aumenta el consumo del rumiante, la velocidad de pasaje de los alimentos por el tracto digestivo también aumenta, resultando en una menor digestibilidad de los nutrientes (Rosado & Saavedra, 2017).

$$D = a \left(1 - e^{-bd(t)} \right)^c e^{-d(t)} .$$

Capítulo III

MARCO METODOLÓGICO

En las investigaciones científicas relacionadas con la producción vegetal, se está volviendo común el uso de diferentes Modelos Matemáticos, pues estos constituyen un apoyo en la solución de problemas complejos, además permiten describir, el comportamiento morfofisiológico de los cultivos en condiciones de explotación, por otra optimizan los sistemas de manejo de manera eficiente. La literatura científica muestra diferentes definiciones de modelos, autores como Thornley & France (2007) y (Rykov y otros, 2010) coinciden en que un modelo es la representación simplificada del mundo real, en los cuales se destacan características relevantes del fenómeno en estudio. Un modelo es la representación ideal de un sistema y la forma en que este opera, cuyo objetivo es analizar o predecir el comportamiento futuro. Un caso particular lo constituyen los modelos matemáticos. Un modelo matemático es la expresión formal, mediante el uso del lenguaje matemático, de las relaciones entre los componentes de un sistema e informan que estas relaciones pueden ser descritas por una ecuación sencilla o por una red de ecuaciones interconectadas. Es la representación matemática de una realidad o fenómeno donde tienen cabida diferentes elementos que le dan forma, como pueden ser los conceptos matemáticos implicados, las representaciones simbólicas de la realidad, así como los procedimientos matemáticos asociados a su uso (Ferrando y otros, 2017).

3.1. Ubicación

El área experimental y los datos experimentales y tuvieron origen de las investigaciones ejecutadas en el Programa de Ganadería y Pastos (PGP) de la Estación Experimental Tropical Pichilingüe (EETP) del Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias (INIAP), ubicado en el kilómetro 7 de la vía Quevedo-El Empalme, cantón Mocache, provincia de Los Ríos.

3.2. Equipos y materiales

Los recursos para la ejecución y elaboración de la presente investigación fueron los siguientes:

- Información primaria (datos de investigaciones) y secundaria (artículos científicos)
- Computadora
- Impresora
- Internet
- Programas computacionales (función Solver del Excel, Python y R)

3.3. Procedimiento experimental, variables en estudio y análisis estadístico

Con la propuesta “Modelos para estimar la dinámica de crecimiento y la degradabilidad ruminal in situ del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a diferentes edades”, se buscó en primer momento, modelar la dinámica de crecimiento del pasto King Grass (*Pennisetum purpureum*), según sus características agronómicas presentadas y registradas cada 14 días (14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112), para lo cual, se buscó evaluar, seis modelos de regresión para seleccionar el de mejor ajuste en cada una de las variables propuestas, a medida que aumentó la edad del pasto. Las variables experimentales estudiadas fueron, para la dinámica de crecimiento (Producción de biomasa seca, en toneladas de materias seca por hectárea (t MS ha⁻¹); y la altura de la planta, en cm), de composición química (Porcentaje de materia seca, % MS; proteína, en % Prot.; y, fibra detergente neutra, % FDN), y de valor nutritivo (Degradabilidad de la materia seca a los 56 días de cosecha, expresada en %).

La selección del modelo de mejor bondad de ajuste para cada variable se realizó a partir de cuatro criterios estadísticos informados por Gómez, Vivó, & Soria (2001), (Kaps & Lamberson, 2004). Por otra parte, también se espera modelar la degradabilidad ruminal in situ del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) como mecanismo de establecimiento de la calidad de uso de los recursos forrajeros por parte de los bovinos, para lo cual, se utilizarán para modelización los

datos provenientes de ocho (0, 3, 6, 12, 24, 48, 72 y 96 horas) periodo incubación ruminal del forraje (pasto), mismos que serán sometidos a la evaluación en cuatro modelos con el fin de establecer cuál es el de mejor ajuste.

a) ***Determinación de la altura por el método del plato medidor de forraje (PMF)***

Inicialmente se registró el valor que se encuentra en el contador de altura ubicado en la parte inferior del bastón (X1). Dicho valor corresponde al valor inicial y sirvió para obtener la diferencia al final del proceso del muestreo. Seguido, se colocó el plato medidor de forraje (PMF) en el centro del cuadrante, previo al corte del material vegetal ubicado dentro del cuadrante. Sujutando el equipo por la parte superior del bastón se depositó sobre la superficie de la pradera, el PMF comprimió el forraje que se encontró debajo, el vástago central continuó hasta tomar contacto con la superficie del terreno. Una vez que los “clics” del PMF dejaron de escucharse, se procedió a registrar el valor del contador de altura ubicado en la parte inferior del bastón (X2).

b) ***Determinación de Materia Seca y Biomasa***

Se arrojó el cuadrante totalmente al azar sobre la pradera. Posteriormente se procedió a cortar a ras de suelo toda la fitomasa que se encuentra dentro del área del cuadrante. Se recolectó el forraje cortado en una bolsa plástica y una vez obtenido todo el material vegetal se procedió a pesa la bolsa que contenía dicho material. Al valor obtenido se le restó el peso de la bolsa plástica, para obtener solamente el peso del forraje. El valor obtenido fue registrado en la hoja de datos correspondiente. Para realizar una buena estimación de la cantidad de forraje disponible, las mediciones se ejecutaron siguiendo un patrón

de zig-zag o en doble W, dependiendo de la extensión de la pradera. Se determinó el porcentaje de materia seca a cada tratamiento después de la incubación sometiendo a las muestras al secado en estufa de aire forzado a 65° C por 48 horas, el porcentaje se calculó con la siguiente formula, ese valor sirvió para reportar el valor de la biomasa forrajera:

$$\%MS = \frac{M.inicial - M.final}{M.inicial} \times 100,$$

donde

- **% MS:** Porcentaje de Materia Seca.
- **M. Inicial:** Muestra inicial antes del secado.
- **M. Final:** Muestra final posterior al secado.

c) *Determinación de Proteína*

Este procedimiento fue realizado mediante la técnica de Kjeldahl en el que la materia orgánica se convierte en dióxido de carbono (CO_2) y agua (H_2O), mientras que el amoniaco se reduce a amonio $(NH_4)_2SO_4$.

Cálculos:

$$Nt(\%bs) = \frac{(T_1 - T_{bco.}) \times \times NSO_4H_2}{MH_1 \times MS},$$

$$PB(\%bs) = Nt(\%bs) \times 6,25,$$

donde:

- **Tl(ml)** : Titulación con H_2SO_4 de la muestra

- **Tbco. (ml):** Titulación con H_2SO_4 del blanco
- **H_2SO_4 (N) :** Normalidad del H_2SO_4 de titulación
- **MH1(g):** Peso de la muestra
- **MS(g/g):** Coeficiente de materia seca
- ***6.25:** El valor asume que todo el nitrógeno del alimento se encuentra en forma de proteína y que está presente en ella en un 16 %

d) ***Determinación de Fibra Detergente Neutra (FDN)***

La determinación de FDN se realizó en digestor ANKON 200/220 FIBER ANALYZER, por un tiempo de 60 minutos a una temperatura de 90 – 100 °C y se la obtuvo mediante la siguiente fórmula:

$$FDN(\%bs) = 100 \times \frac{(T + FDN) - \left\{ T_1 \times \left(\frac{Tbco2}{Tbco1} \right) \right\}}{MH_1 \times MS},$$

donde:

- **% bs:** Porcentaje sobre base seca
- **MH₁:** Peso de la muestra
- **MS:** Coeficiente de materia seca
- **T+FDN:** Peso de la bolsa+muestra post digestión
- **T₁:** Peso de la bolsa vacía
- **Tbco₁:** Peso de la bolsa blanco pre digestión
- **Tbco₂:** Peso de la bolsa blanco post digestión

e) ***Determinación de Degradación Ruminal***

Se determinó la degradación ruminal *in situ* de la Materia Seca (*MS*), Materia Orgánica (*MO*) y Materia Inorgánica (*MI*) de cada tratamiento en los siete tiempos de incubación con la siguiente fórmula:

$$\%DIS_{MS;MO;MI} = \frac{M_{pre} - M_{post}}{M_{pre}} \times 100,$$

donde $\%DIS_{MS;MO;MI}$ es el porcentaje de degradación *in situ* de la *MS*.
 M_{pre} : Materia pre-incubada, M_{post} : Materia post-incubada.

f) ***Preparación del pasto para la Degradación Ruminal***

Se realizó el corte de igualación al lote de King Grass donde fue cosechado para extraer el material a evaluar, el cual fue secado en una estufa a 65 °C por 48 horas para determinar su materia seca parcial, posteriormente fue molido a 2 mm. Para la prueba de digestibilidad *in situ* se depositaron 10 gramos de muestra molida a 2 mm en el interior de bolsas de nylon de 10 x 20 cm con un tamaño de poro de $50 \pm 3 \mu m$ (previamente secadas a 65 °C por 48 horas determinando su peso seco), incubando el material en el interior del rumen en periodos de tiempo de 0, 3, 6, 12, 24, 48, 72 y 96 horas. Finalmente se retiraron las muestras y fueron lavadas con agua corriente, y secadas en una estufa a 65 °C por 48 horas. Para los análisis concernientes en término de su inserción y análisis bajo cada modelo en evaluación.

Capítulo IV

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

4.1. Efecto de la edad de cosecha sobre la dinámica de crecimiento forrajero (Biomasa, t MS ha⁻¹) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*)

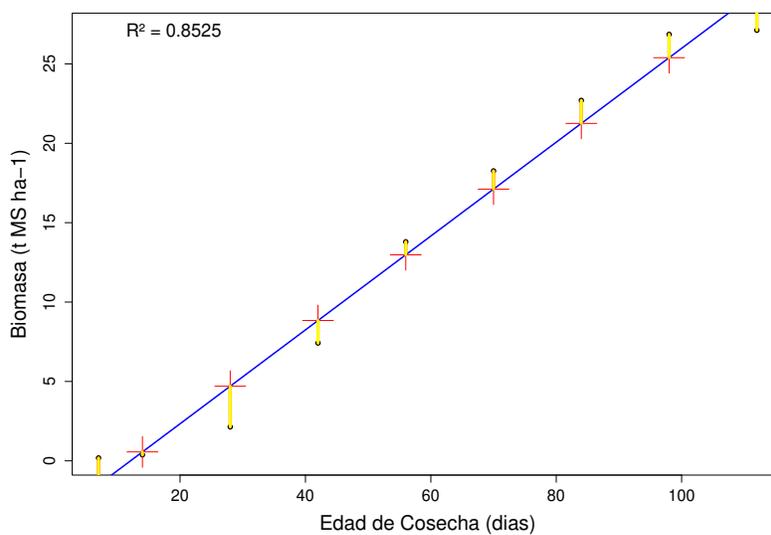
Basado en los datos (Figura 4.1), en el mayor coeficiente de determinación ($R^2 = 0,9941$) y errores (Tabla 4.2) del modelo matemático obtenido, se puede indicar que el mejor ajuste, queriendo con esto indicarse que los datos en su totalidad se ajustaron a línea de tendencia en asocio de la relación funcional de la edad de cosecha (variable independiente) y la biomasa producida (variable dependiente), la biomasa tiene un comportamiento cúbico (Figura 4.1(c)), con relación a comportamiento cuadrático (Figura 4.1(b)) o lineal (Figura 4.1(a)) de la línea de tendencia.

En relación a esta variable Rodríguez y otros (2013), observaron que los modelos lineales como los no lineales mostraron buena bondad de ajuste a los datos¹ de rendimiento de MS acumulado.

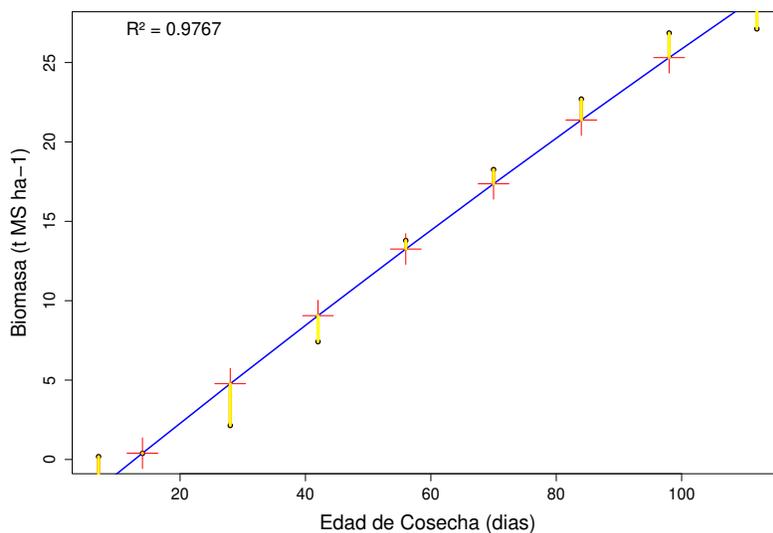
¹Medida a través del coeficiente de determinación R^2 y las métricas MSE, MAE y SSE.

Tabla 4.1: Relación de la edad de cosecha y la biomasa producida (t MS ha⁻¹) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP.

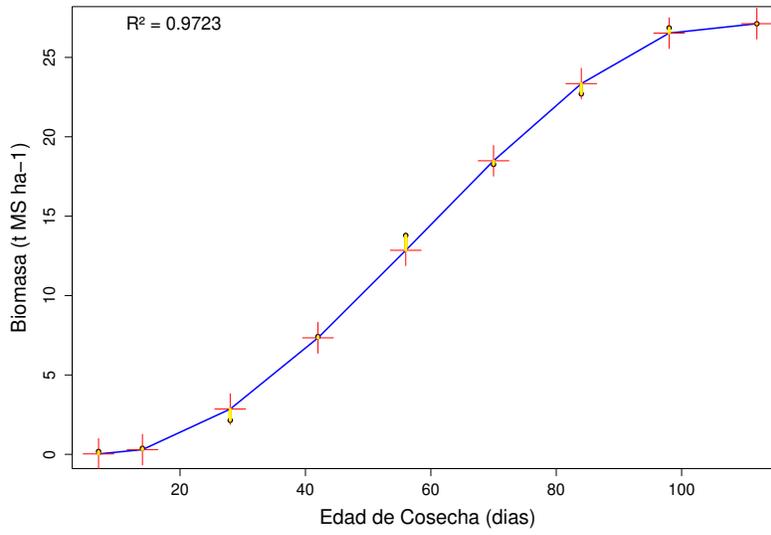
Edad de cosecha (días)	Biomasa (t MS ha ⁻¹)
7	0.18
14	0.38
28	2.14
42	7.42
56	13.79
70	18.26
84	22.70
98	26.86
112	27.12



(a) Modelo Lineal



(b) Modelo Cuadrático



(c) Modelo Cúbico

Figura 4.1: Relación funcional de la edad de cosecha y la biomasa producida (t MS ha-1) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP.

Observemos que la relación funcional de la edad de la cosecha (medida en días) y la biomasa (medida en t MS ha-1) producida tiene un comportamiento cúbico (Figura 4.1(c)). Lo cual nos indica que para predecir (aproximadamente) la cantidad de la biomasa a través de la edad de la cosecha debemos utilizar un polinomio de orden 3 considerando los supuestos del modelo utilizado.

Tabla 4.2: Errores para cada modelo matemático usado.

Modelo	MSE	MAE	SSE
Lineal	2.6084	1.4593	23.4754
Cuadrático	2.5537	1.4024	22.9836
Cúbico	0.2234	0.3540	2.0102

La Tabla 4.2 nos muestra que el modelo cúbico presenta valores de errores más bajos en relación con los otros modelos usados usando las métricas MSE², MAE

²- MSE (Error Cuadrático Medio) = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$
 - MAE (Error Absoluto Medio) = $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \bar{y}|$
 - SSE (Suma de Errores Cuadrados) = $\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$
 Donde n es el número de observaciones, y_i el valor real y \bar{y} es la media.

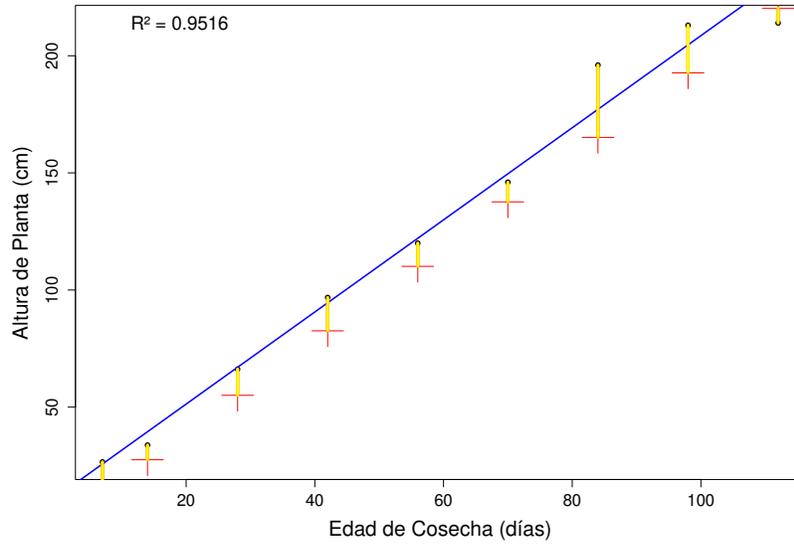
y SSE. Lo cual junto con el valor del coeficiente de determinación hacen que elijamos el modelo cúbico para estudiar la relación funcional entre la Biomasa y edad de la cosecha para el pasto King Grass.

4.2. Efecto de la edad de cosecha sobre la dinámica de crecimiento forrajero (Altura de la planta, cm) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*)

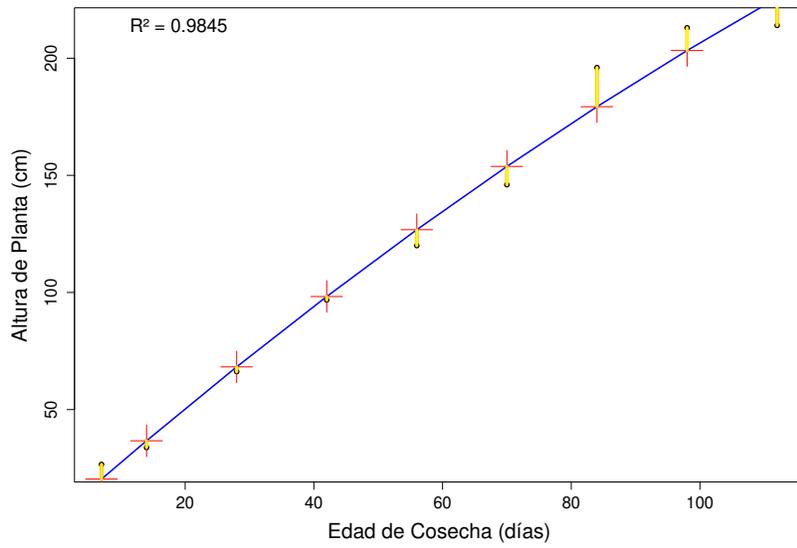
En el mismo sentido que la respuesta de la variable biomasa forrajera, los modelos matemáticos usados para estudiar la relación entre la edad de la cosecha y la altura de la planta (Tabla 4.3) presentaron un alto coeficiente de determinación. Se puede indicar que el mejor ajuste para la relación funcional de la edad de cosecha (variable independiente) y la altura de la planta (variable dependiente) tiene un comportamiento cúbico (Figura 4.2(c)), con relación a comportamiento cuadrático (Figura 4.2(b)) o lineal (Figura 4.2(a)) de la línea de tendencia.

Tabla 4.3: Relación de la edad de cosecha (días) y la altura de la planta (cm) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP.

Edad de cosecha (días)	Altura de la planta (cm)
7	26.60
14	33.80
28	66.20
42	96.80
56	120.00
70	146.20
84	196.00
98	213.00
112	214.00



(a) Modelo Lineal



(b) Modelo Cuadrático

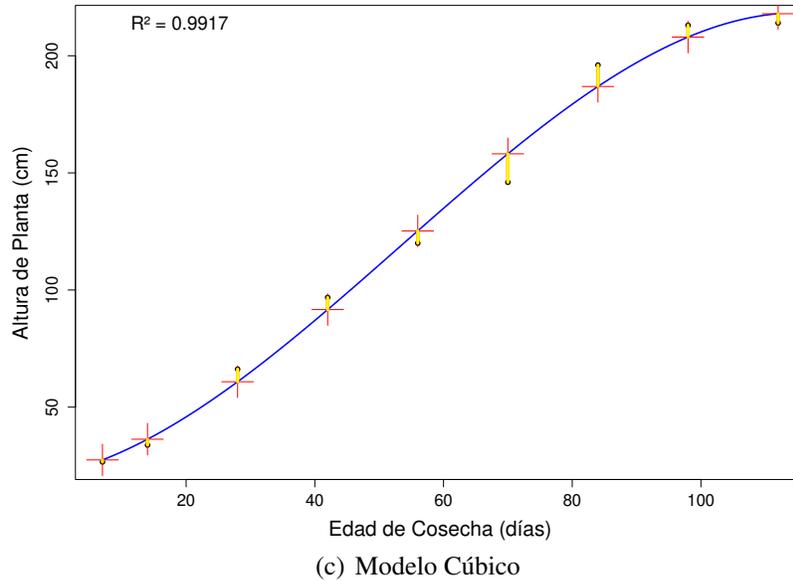


Figura 4.2: Relación funcional de la edad de cosecha (días) y la altura de la planta (cm) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP.

Notemos que la relación funcional de la edad de la cosecha y la altura de la planta puede ser estudiada a través de un modelo cúbico (Figura 4.1(c)). Esto nos indicia que para predecir (aproximadamente) la altura de la planta (medida en cm) en relación con la edad de la cosecha (medida en días) debemos utilizar un polinomio de orden 3 considerando los supuestos del modelo utilizado.

Tabla 4.4: Errores para cada modelo matemático usado.

Modelo	MSE	MAE	SSE
Lineal	90.2846	6.7454	812.5612
Cuadrático	74.6968	7.2663	672.2715
Cúbico	40.1328	5.4838	361.1956

Al observar la Tabla 4.4 el modelo cúbico presenta los valores de error más bajos (usando las métricas MSE, MAE y SSE) en relación con el modelo lineal y cuadrático. Lo cual, junto con el valor de determinación que presenta el modelo cúbico, hace que lo seleccionemos para estudiar la relación funcional entre la

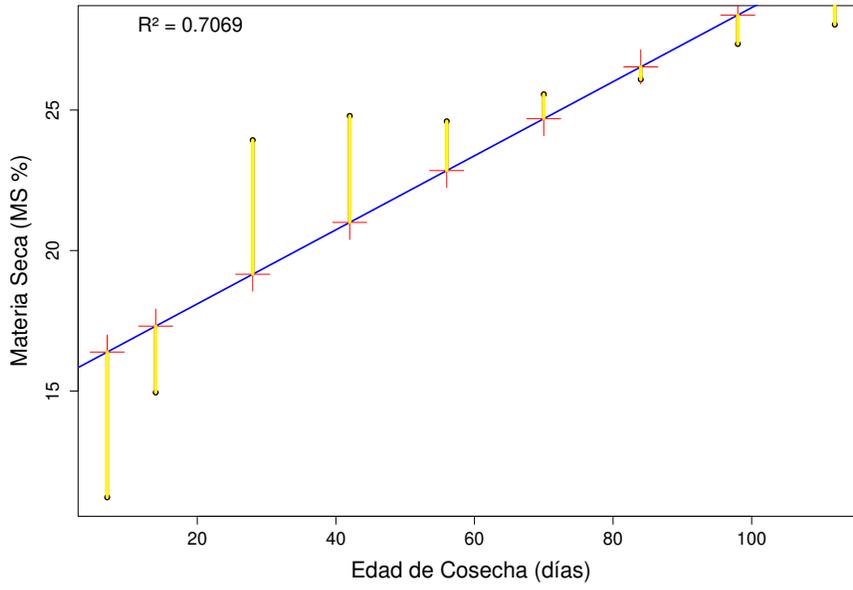
altura de la planta y la edad de cosecha.

4.3. Efecto de la edad de cosecha sobre el contenido de materia seca (MS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*)

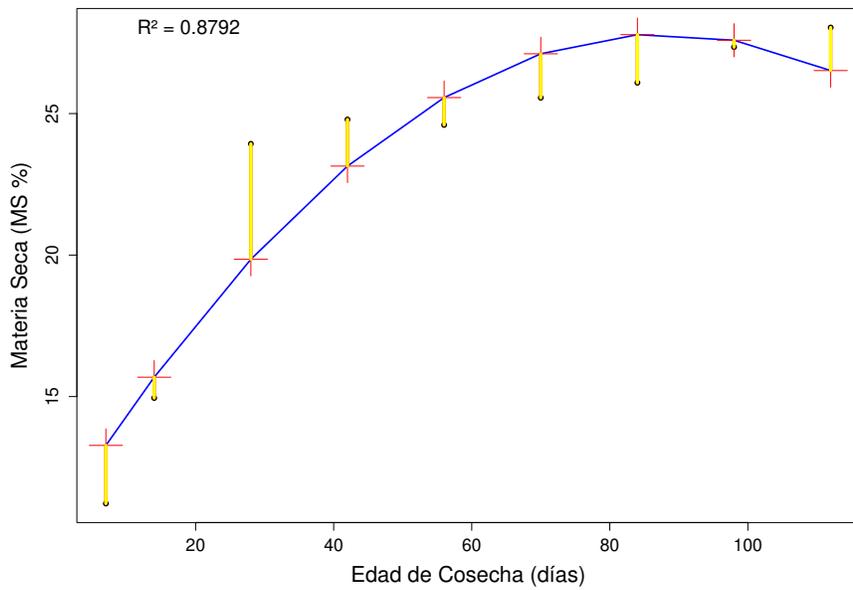
Al establecer la relación funcional entre la edad de cosecha (días) y el contenido de la materia seca (% MS) (Tabla 4.5) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), se puede determinar que, en el presente estudio, el modelo matemático que más se ajusta a los datos reportados por el Programas de Ganadería y Pastos del INIAP, es el que tiene un comportamiento cúbico ya que presente el mayor coeficiente de determinación ($R^2 = 0.9681$, Figura 4.3(c)) y los menores valores de errores (Tabla 4.6), ya que es superior al cuadrático ($R^2 = 0.8792$, Figura 4.3(b)), y lineal ($R^2 = 0.7069$, Figura 4.3(a)).

Tabla 4.5: Relación de la edad de cosecha y el contenido de materia seca (MS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP

Edad de cosecha (días)	% MS
7	11.22
14	14.95
28	22.93
42	24.79
56	24.60
70	25.56
84	26.09
98	27.35
112	28.04



(a) Modelo Lineal



(b) Modelo Cuadrático

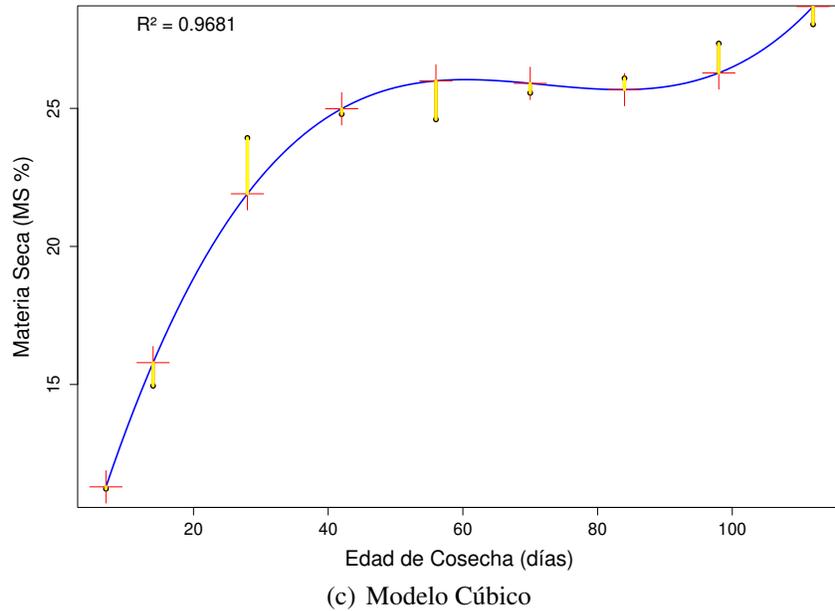


Figura 4.3: Relación funcional de la edad de cosecha y el contenido de materia seca (MS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP.

Observemos que la relación funcional de la edad de la cosecha (días) y materia seca (MS %) tiene un comportamiento cúbico (Figura 4.3(c)). Lo cual nos indica que para predecir (aproximadamente) el porcentaje de materia seca a través de la edad de la cosecha debemos utilizar un polinomio de orden 3 considerando los supuestos del modelo utilizado.

Tabla 4.6: Errores para cada modelo matemático usado.

Modelo	MSE	MAE	SSE
Lineal	8.8119	2.4862	79.3074
Cuadrático	3.6335	1.61	32.7015
Cúbico	0.9601	0.7777	8.641

Usando las métricas MSE, MAE y SSE la Tabla 4.6 nos muestra que el modelo cúbico presenta valores de errores más bajos comparándolo con los modelos lineal y cuadrático. Lo cual junto con el valor del coeficiente de determinación hacen que elijamos el modelo cúbico para estudiar la relación funcional entre la materia seca

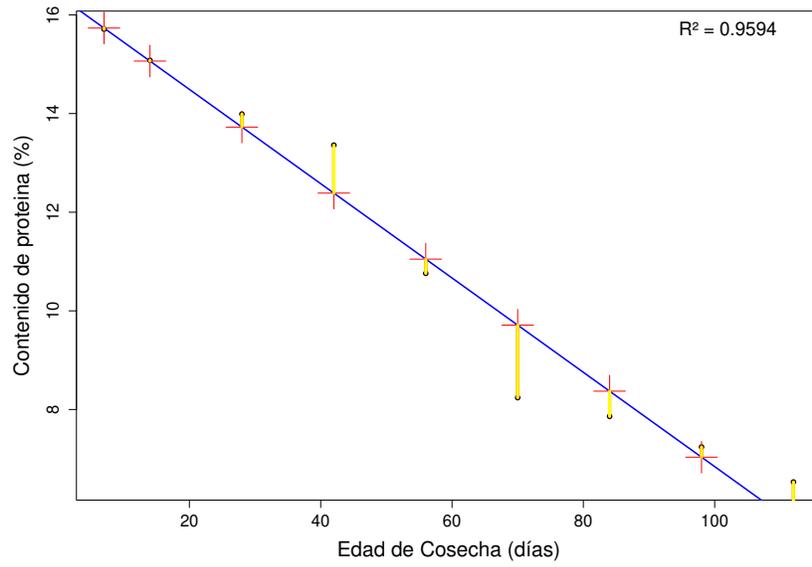
y edad de la cosecha para el pasto King Grass.

4.4. Efecto de la edad de cosecha sobre el contenido de proteína total (Prot., %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*)

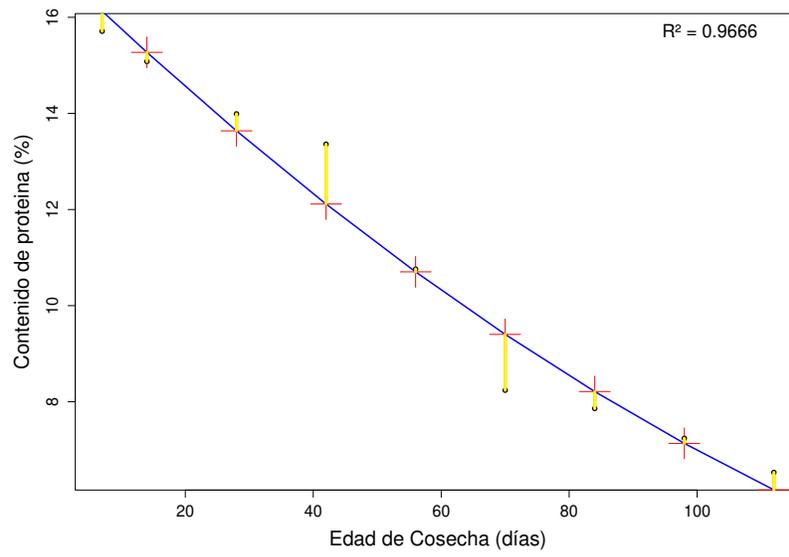
Al estudiar la relación funcional entre la edad de cosecha y el contenido de la proteína (% Prot.) (Tabla 4.7) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), se puede establecer que, de igual manera el modelo matemático que más se ajusta a los datos reportados por el Programas de Ganadería y Pastos del INIAP, es el que tiene un comportamiento cúbico ya que presente el mayor coeficiente de determinación ($R^2 = 0,9841$, figura 4.4(c)) y los menores valores de errores (Tabla 4.8), ya que es superior al cuadrático ($R^2 = 0.9666$, figura 4.4(b)), y lineal ($R^2 = 0.9594$, figura 4.4(a)).

Tabla 4.7: Relación de la edad de cosecha y el contenido de proteína total (Prot., %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP

Edad de cosecha	% Prot.
7	15.71
14	15.08
28	13.99
42	13.36
56	10.76
70	8.24
84	7.86
98	7.24
112	6.53



(a) Modelo Lineal



(b) Modelo Cuadrático

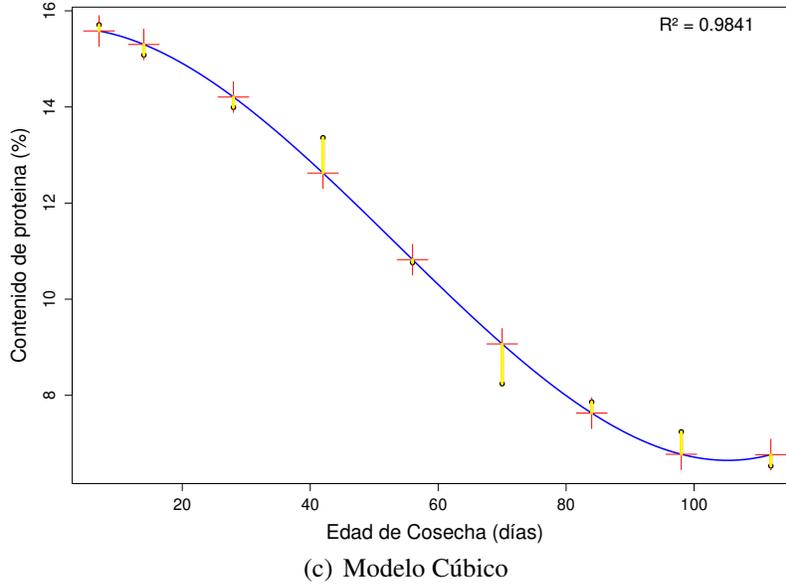


Figura 4.4: Relación funcional de la edad de cosecha y el contenido de proteína total (Prot., %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP.

Observemos que la relación funcional de la edad de la cosecha (días) y el contenido de proteína (%) puede ser estudiada a través de un modelo cúbico (Figura 4.4(c)). Esto nos indicia que para predecir (aproximadamente) el contenido de proteína en relación con la edad de la cosecha debemos utilizar un polinomio de orden 3 considerando los supuestos del modelo utilizado.

Tabla 4.8: Errores para cada modelo matemático usado.

Modelo	MSE	MAE	SSE
Lineal	0.4738	0.5099	4.2642
Cuadrático	0.390	0.4723	3.5098
Cúbico	0.1856	0.3472	1.6707

Al observar la Tabla 4.8 notamos que el modelo cúbico presenta los valores de MSE, MAE y SSE más bajos, comparándolo con el modelo lineal y cuadrático. Esto, junto con el valor de determinación que presenta el modelo cúbico, hace que lo seleccionemos para estudiar la relación funcional entre el contenido de proteína

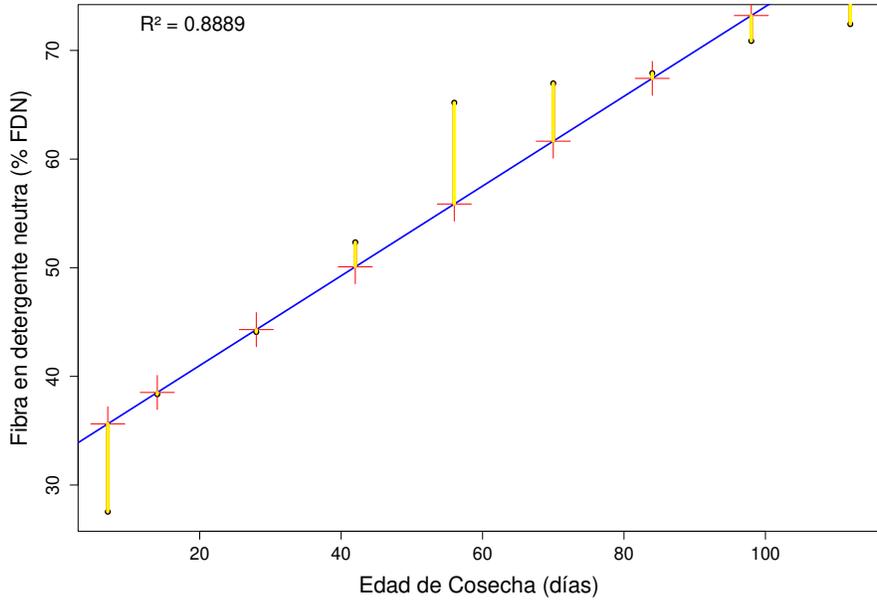
y la edad de cosecha.

4.5. Efecto de la edad de cosecha sobre el contenido de fibra detergente neutra (FDN, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*)

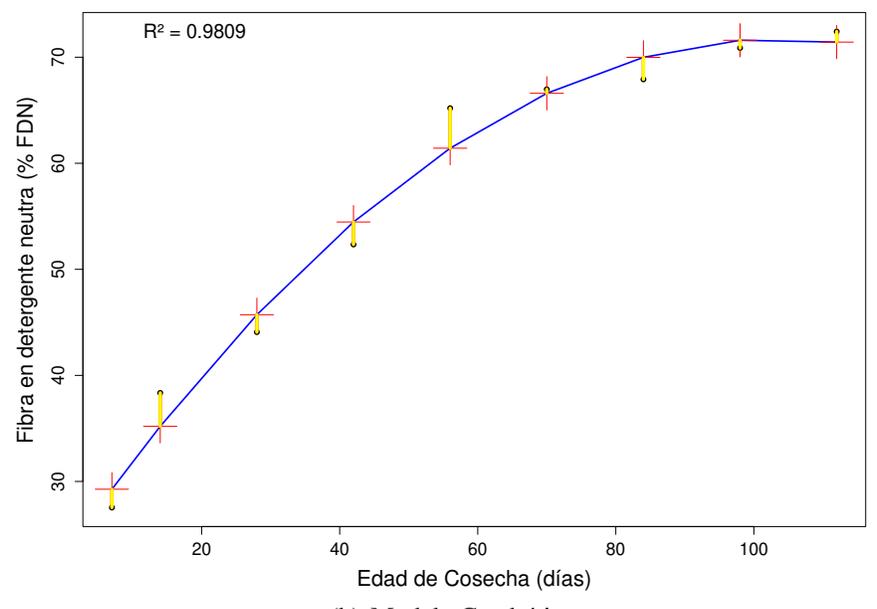
Con base en los datos experimentales, se estableció que la relación funcional entre la edad de cosecha y el contenido de fibra detergente neutra (FDN, %) (Tabla 4.9) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), se presenta bajo un comportamiento cubico en función del tiempo de crecimiento del pasto, se puede establecer que, el modelo matemático que más se ajusta a los datos reportados tiene un comportamiento cúbico ya que presenta el mayor coeficiente de determinación ($R^2 = 0.9815$, Figura 4.5(c)) y los menores valores de errores (Tabla 4.10), ya que es superior al cuadrático ($R^2 = 0.9809$, Figura 4.5(b)), y lineal ($R^2 = 0.8889$, Figura 4.5(a)).

Tabla 4.9: Relación de la edad de cosecha y el contenido de fibra detergente neutra (FDN, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP.

Edad de cosecha	% Prot.
7	27.54
14	38.35
28	44.08
42	52.34
56	65.19
70	66.97
84	67.91
98	70.87
112	72.42



(a) Modelo Lineal



(b) Modelo Cuadrático

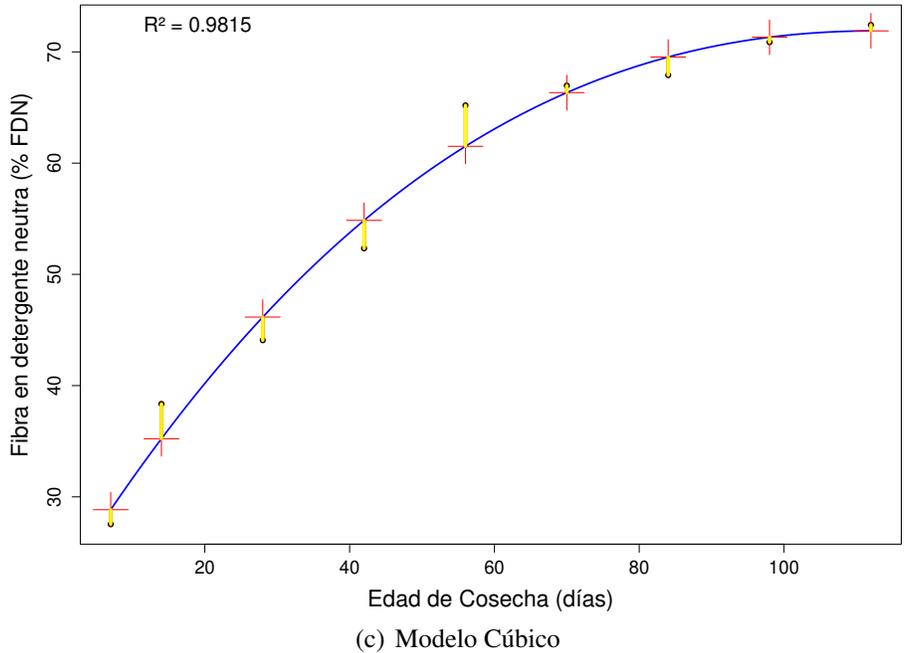


Figura 4.5: Relación de la edad de cosecha y el contenido de fibra detergente neutra (FDN, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP, PGP-EETP-INIAP.

Observemos que la relación funcional de la edad de la cosecha (días) y la fibra en detergente neutra (%) tiene un comportamiento cúbico (Figura 4.5(c)). Lo cual nos indica que para predecir (aproximadamente) la fibra en detergente neutra a través de la edad de la cosecha debemos utilizar un polinomio de orden 3 considerando los supuestos del modelo utilizado.

Tabla 4.10: Errores para cada modelo matemático usado.

Modelo	MSE	MAE	SSE
Lineal	26.0881	3.8644	234.7931
Cuadrático	4.4787	1.843	234.7931
Cúbico	4.3565	1.7718	39.2087

A través del uso de las métricas MSE, MAE y SSE notamos que en la Tabla 4.6 el modelo cúbico tiene valores más bajos para estas métricas en comparación con los modelos lineal y cuadrático. Lo cual junto con el valor del coeficiente

de determinación hacen que elijamos el modelo cúbico para estudiar la relación funcional entre la fibra en detergente neutra y edad de la cosecha para el pasto King Grass.

4.6. Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a los 56 días

Basándose en los resultados de experimentales (Tablas 4.11, 4.7 y 4.8) se puede determinar que el modelo que mejor describe la cinética de degradación ruminal in situ de la presente investigación, fue el de Mitscherlinch por poseer un menor cuadrado medio del error (varianza), ya que presentó un valor de 0.240 al compararse con el de McDonald (0.939) y Mertens y Ely (37.751). Se debe indicar también que, de manera seguida, el modelo que se ajusta y hace referencia a los parámetros de degradabilidad ruminal (A, B y k) de manera concreta, es el de McDonald. La descripción cuantitativa de los procesos biológicos puede realizarse mediante modelaciones que se ajusten óptimamente al conjunto de datos experimentales, ya que entre el modelo matemático y el proceso biológico existe un mecanismo desconocido que puede esclarecerse utilizando herramientas matemáticas, con su correspondiente interpretación biológica (Fernández 1996, citado por Naranjo, Cuartas, & Correa, 2009). El uso de modelos matemáticos permite

describir de forma regular los procesos biológicos, realizar análisis cuantitativos detallados, predecir el comportamiento de los objetos en diversas condiciones y desarrollar técnicas que permitan establecer estrategias de trabajo y lograr producciones óptimas (Dijkstra & Bannink, 2000).

La fermentación de las fracciones nutricionales en el rumen obedece a una fase inicial de digestión lenta, seguida de una fase de aceleración y otra de desaceleración hasta alcanzar un valor asintótico, al que se le ha llamado digestibilidad potencial (Mertens 1993, citado por Naranjo, Cuartas, & Correa, 2009). Este valor puede variar de acuerdo al tipo de forraje, a su estado de madurez y a la naturaleza y nivel de suplementación³.

Tabla 4.11: Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a los 56 días, PGP-EETP-INIAP (Modelo de MITSCHERLINCH).

Hora de incubación ruminal	% Degrad. MS	Valores estimados por el modelo					
		A	B	k	Lag(c)	CE	
0	17.27	16.977	49.260	0.061	1.305	16.977	0.086
3	21.28	16.977	49.260	0.061	1.305	21.780	0.250
6	27.46	16.977	49.260	0.061	1.305	27.562	0.010
12	38.39	16.977	49.260	0.061	1.305	38.009	0.145
24	52.33	16.977	49.260	0.061	1.305	52.031	0.089
48	61.85	16.977	49.260	0.061	1.305	62.880	1.060
72	65.61	16.977	49.260	0.061	1.305	65.462	0.022
96	66.57	16.977	49.260	0.061	1.305	66.059	0.261
		64.332	0.084	0.000			0.240

En la Tabla 4.11 se observa los valores de la fracción soluble (A), fracción insoluble, pero potencialmente degradable (B), tasa de degradación ruminal (k), tiempo

³Para las tablas 4.11, 4.7 y 4.8 consideramos **A**: Fracción soluble, **B**: Fracción insoluble pero potencialmente degradable, **k**: tasa de degradación ruminal, **c**: tiempo lag o de retraso de la degradación, **CE**: Cuadrado medio del error.

de lag o retraso de la de la degradación (c) para los cuales el modelo MITSCHERLINCH funciona adecuadamente.

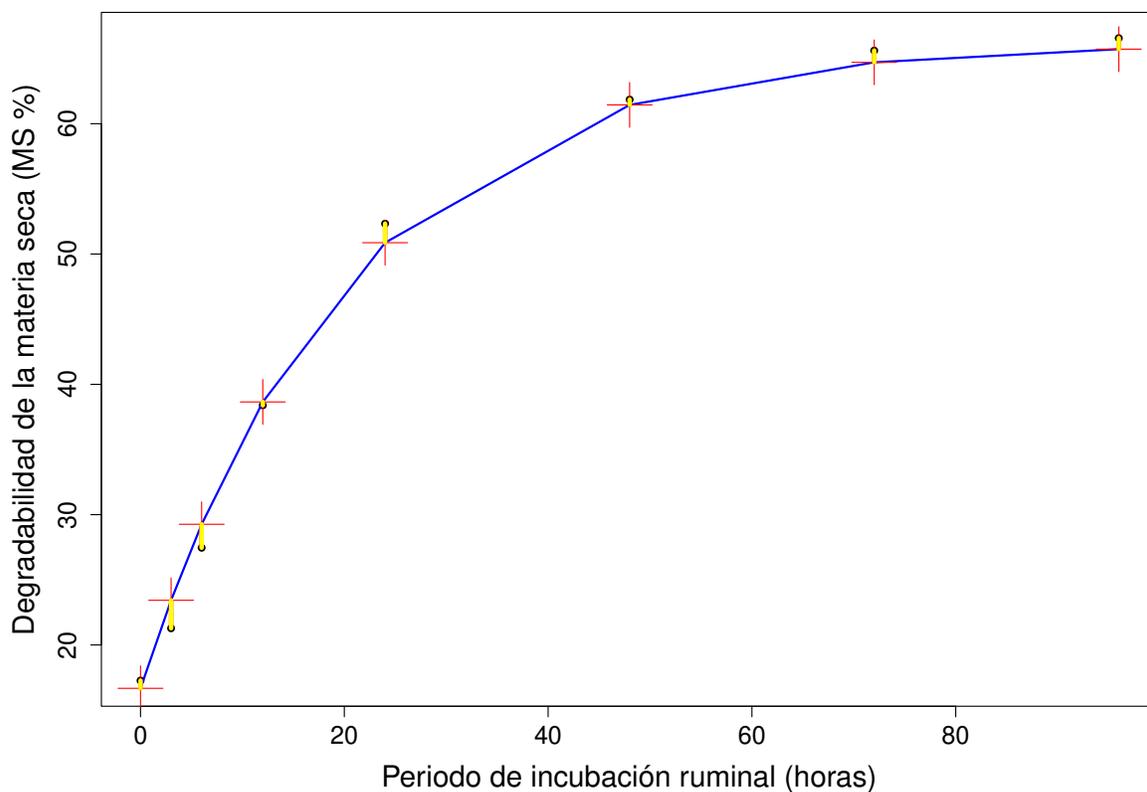


Figura 4.6: Relación funcional de la hora de incubación ruminal y la degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (DRISMS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP (Modelo de MITSCHERLINCH).

En la Figura 4.6 observamos como el modelo MITSCHERLINCH se ajusta de manera adecuada a los datos proporcionados en la Tabla 4.11. El uso de este modelo otorga un valor del cuadrado medio del error de 0.240, lo cual tiene concordancia con la Figura 4.6, ya que los valores aproximados y los reales están muy próximos.

Tabla 4.12: Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a los 56 días, PGP-EETP-INIAP (Modelo de MCDONALD).

Hora de incubación		Valores estimados por					
ruminal	% Degrad. MS	A	B	k	Lag(c)	el modelo	CE
0	17.27	65.970	1.257	0.048	76.977	15.666	2.574
3	21.28	65.970	1.257	0.048	76.977	22.614	1,780
6	27.46	65.970	1.257	0.048	76.977	28.626	1.360
12	38.39	65.970	1.257	0.048	76.977	38.329	0.004
24	5.33	65.970	1.257	0.048	76.977	51.031	1.688
48	61.85	65.970	1.257	0.048	76.977	62.139	0.084
72	65.61	65.970	1.257	0.048	76.977	65.629	0.000
96	66.57	65.970	1.257	0.048	76.977	66.725	0.024
		65.970	1.257	0.048	76.977		0.939

En la Tabla 4.12 se observa los valores de la fracción soluble (A), fracción insoluble, pero potencialmente degradable (B), tasa de degradación ruminal (k), tiempo de lag o retraso de la de la degradación (c) para los cuales el modelo MCDONALD funciona adecuadamente.

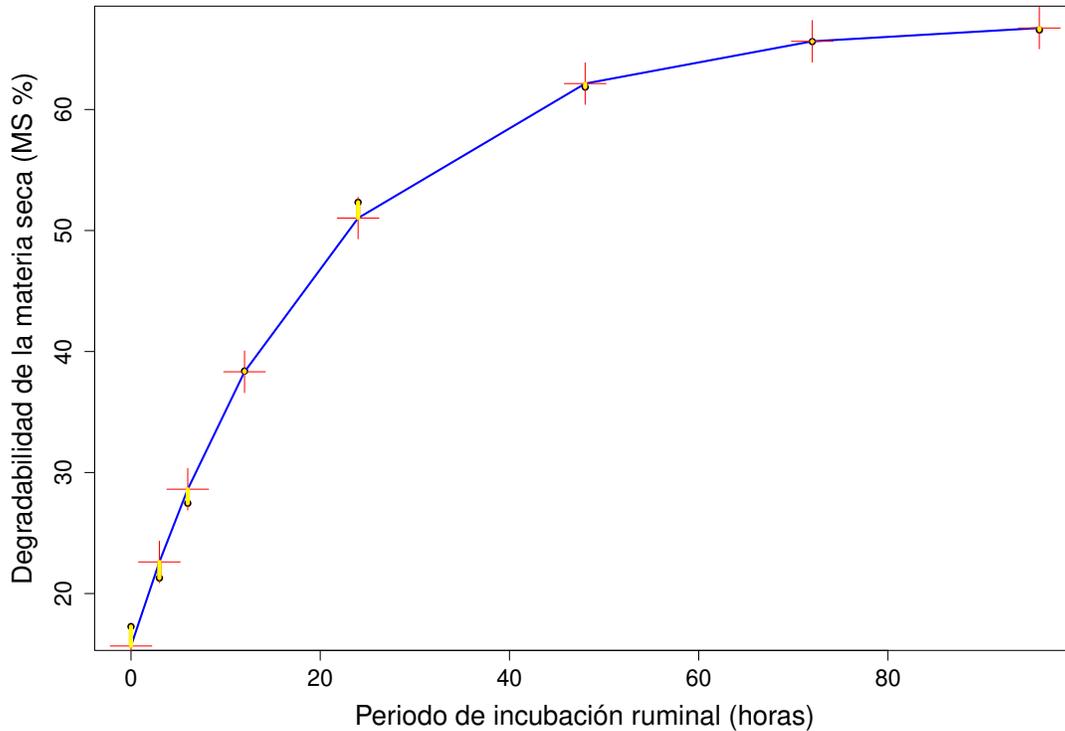


Figura 4.7: Relación funcional de la hora de incubación ruminal y la degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (DRISMS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP (Modelo de MCDONALD).

En la Figura 4.7 observamos como el modelo MCDONALD se ajusta de manera adecuada a los datos proporcionados en la Tabla 4.12. El uso de este modelo otorga un valor del cuadrado medio del error de 0.939, lo cual tiene concordancia con la Figura 4.6, ya que los valores aproximados y los reales están muy próximos.

Tabla 4.13: Comparación de modelos matemáticos para estimar los parámetros de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (Degrad. MS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a los 56 días, PGP-EETP-INIAP (Modelo de MERTENS Y ELY).

Hora de incubación		Valores estimados por el modelo						CE
ruminal	% Degrad. MS	A	B	c	k			
0	17.27	64.332	0.084	0.526	0.001	0.000	298.253	
3	21.28	64.332	0.084	0.526	0.001	20.24	1.08	
6	27.46	64.332	0.084	0.526	0.001	28.451	0.98	
12	38.39	64.332	0.084	0.526	0.001	39.058	0.45	
24	52.33	64.332	0.084	0.526	0.001	51.273	1.12	
48	61.85	64.332	0.084	0.526	0.001	62.137	0.08	
72	65.61	64.332	0.084	0.526	0.001	65.786	0.03	
96	66.57	64.332	0.084	0.526	0.001	66.444	0.02	
		64.332	0.084	0.526	0.001		37.751	

En la Tabla 4.13 se observa los valores de la fracción soluble (A), fracción insoluble, pero potencialmente degradable (B), tasa de degradación ruminal (k), tiempo de lag o retraso de la de la degradación (c) para los cuales el modelo de MERTENS y ELY funciona adecuadamente.

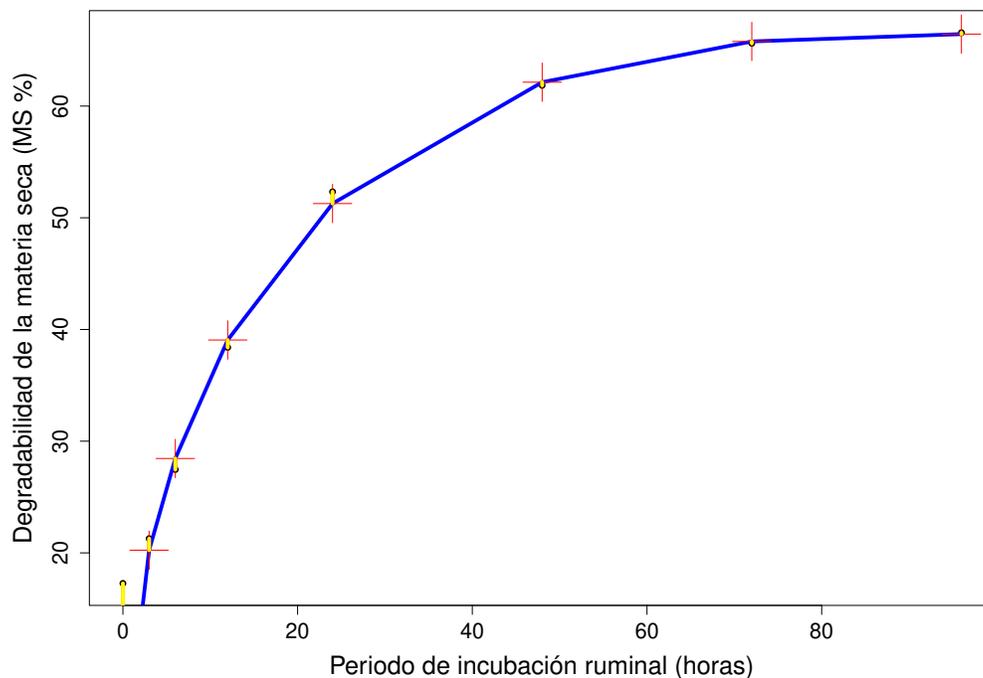


Figura 4.8: Relación funcional de la hora de incubación ruminal y la degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (DRISMS, %) del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*), PGP-EETP-INIAP (Modelo de MERTENS Y ELY).

En la Figura 4.8 observamos como el modelo de MERTENS y ELY se ajusta de manera adecuada a los datos proporcionados en la Tabla 4.13. El uso de este modelo otorga un valor del cuadrado medio del error de 37.751, lo cual tiene concordancia con la Figura 4.6, ya que los valores aproximados y los reales están muy próximos.

Capítulo V

5.1. CONCLUSIONES

Luego del procedimiento experimental, con base en los datos obtenidos se procedió a modelar los datos experimentales, concluyéndose que es factible y aplicable los modelos lineales y no lineales en pruebas de dinámica de crecimiento y calidad nutricional de gramíneas forrajeras. Sin embargo, se concluye que el modelo de mejor bondad de ajuste a los valores reales de rendimiento de MS acumulado (biomasa), altura, contenido de materia seca, proteína y fracciones de fibra (FDN) fue el modelo cúbico, ya que presentó los mejores coeficientes de determinación (R^2) (véase Figuras 4.1(c), 4.2(c), 4.3(c), 4.4(c) y 4.5(c)). Además el modelo cúbico fue el que presento el menor valor en los errores (ver Tablas 4.2, 4.4, 4.6, 4.8 y 4.10).

Se debe indicar que, para la variable de degradabilidad ruminal in situ de la materia seca (MS), del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a los 56 días, el modelo de mejor ajuste asociado a un menor valor del cuadrado medio del error, fue el de Mitscherlinch, el cual presentar valores confiables de las fracciones de degradabilidad ruminal (recordemos que **A**: fracción soluble, **B**: fracción insoluble pero potencialmente degradable, **k**: tasa de degradación y el tiempo de **Lag**: de retraso de degradación).

5.2. RECOMENDACIONES

Se recomienda realizar la modelación matemática de la mayor cantidad de gramíneas forrajeras que se emplean en los sistemas de producción animal de carne y leche en pastoreo, como mecanismo de estimación e inferencia del comportamiento productivo de estos, que permitan dar un mejor manejo de las pasturas y por ende alcanzar una mayor productividad agrícola, asociada a una mayor rentabilidad de las empresas ganaderas. Se sugiere profundizar en el comportamiento de indicadores bromatológicos y validar los modelos propuestos en investigaciones futuras para simular el comportamiento de este pasto en diferentes condiciones. Además, es importante indicar que, como sugerencia se espera que este trabajo sirva como base para el establecimiento de otras investigaciones en otras áreas de influencia del Instituto Nacional de Investigaciones Agropecuarias (INIAP).

Para futuros trabajos de investigación, se recomienda utilizar técnicas estadísticas bayesianas, ya que al emplear el enfoque frecuentista, el número de técnicas aplicables a los datos puede verse reducido debido a que algunas hipótesis de los métodos frecuentistas no se cumplen dada la naturaleza de los datos. No obstante, para futuros trabajos realizados bajo el enfoque frecuentista, se recomienda utilizar modelos lineales generalizados (GLM).

Capítulo VI

PROPUESTA

6.1. Título

MODELOS PARA ESTIMAR LA DINÁMICA DE CRECIMIENTO Y LA DEGRADABILIDAD RUMINAL IN SITU DEL PASTO KING GRASS (*Pennisetum purpureum*) COSECHADO A DIFERENTES EDADES

6.2. Descripción

En las investigaciones científicas relacionadas con la producción de vegetal, se está volviendo común el uso de diferentes Modelos Matemáticos, pues estos constituyen un apoyo en la solución de problemas complejos, además permiten describir, el comportamiento morfofisiológico de los cultivos en condiciones de explotación, por otra optimizan los sistemas de manejo de manera eficiente. La literatura científica muestra diferentes definiciones de modelos, autores como Thornley & France (2007) y (Rykov, Balakrishn, & Nikulin, 2010) coinciden en que un modelo es la representación simplificada del mundo real, en los cuales se destacan características relevantes del fenómeno en estudio. Un modelo es la representación ideal de un sistema y la forma en que este opera, cuyo objetivo es analizar o predecir el comportamiento futuro. Un caso particular lo constituyen los modelos matemáticos. Un modelo matemático es la expresión formal, mediante el uso

del lenguaje matemático, de las relaciones entre los componentes de un sistema e informan que estas relaciones pueden ser descritas por una ecuación sencilla o por una red de ecuaciones interconectadas. Es la representación matemática de una realidad o fenómeno donde tienen cabida diferentes elementos que le dan forma, como pueden ser los conceptos matemáticos implicados, las representaciones simbólicas de la realidad, así como los procedimientos matemáticos asociados a su uso (Ferrando, Albarracín, Gallart, García, & Gorgorió, 2017).

Con la propuesta “Modelos para estimar la dinámica de crecimiento y la degradabilidad ruminal in situ del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) cosechado a diferentes edades”, se busca en primer momento, modelar la dinámica de crecimiento del pasto King Grass (*Pennisetum purpureum*), según sus características agronómicas presentadas y registradas cada 14 días (14, 28, 42, 56, 70, 84, 98, 112), para lo cual, se busca evaluar, seis modelos de regresión para seleccionar el de mejor ajuste en cada una de las variables propuestas, a medida que aumentó la edad del pasto. Los modelos a evaluar serán los siguientes:

$$\text{Lineales} \left\{ \begin{array}{ll} W(t) = \beta_0 + \beta_1 t & \text{simple} \\ W(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 & \text{cuadrático} \\ W(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 t^2 + \beta_3 t^3 & \text{cúbico} \end{array} \right.$$

$$\text{No Lineales} \left\{ \begin{array}{ll} W(t) = \frac{\beta_1}{1 + \beta_2 e^{-\beta_3 t}} & \text{logístico} \\ W(t) = \beta_1 + \beta_2 e^{-\beta_3 t} & \text{exponencial} \end{array} \right.$$

Dónde $W(t)$ = variable que representa el crecimiento o desarrollo, β_i = parámetros de los modelos $i = 1, 2, 3$, t = tiempo (d). La selección del modelo de mejor bondad de ajuste para cada variable se realizará a partir de cuatro criterios estadísticos informados por (Gómez, Vivó, & Soria, 2001), (Kaps & Lamberson, 2004). Se analizarán los siguientes criterios de selección: significación de los parámetros, coeficiente de determinación (R^2), cuadrado medio residual (CMR) y análisis de los residuos (Durbin-Watson).

Por otra parte, también se espera modelar la degradabilidad ruminal in situ del pasto King grass (*Pennisetum purpureum*) como mecanismo de establecimiento de la calidad de uso de los recursos forrajeros por parte de los bovinos, para lo cual, se utilizarán para modelización los datos provenientes de ocho (0, 3, 6, 12, 24, 48, 72 y 96 horas) periodo incubación ruminal del forraje (pasto), mismos que serán sometidos a la evaluación en cuatro modelos con el fin de establecer cuál es el de mejor ajuste. Los modelos a evaluar serán los siguientes:

- Modelo de Mitscherlinch

$$D = a + b \left(2 - e^{-kd(t)} \right)^c$$

- Modelo de McDonald

$$D = a + b \left(1 - e^{-kd(t)} \right)$$

- Modelo de Mertens y Ely

$$D = a \left(1 - e^{-bd(t)}\right)^c e^{-d(t)}$$

Enfoque conceptual de partida

Según Friedrich (2014) la ganadería se considera una fuente de progreso importante para el desarrollo económico, por ser este un sector dinámico y en fuerte crecimiento. Por su parte los pastos ocupan aproximadamente, 60 % de las tierras agrícolas del mundo y se utilizan para pastorear 360 millones de cabezas de ganado, y más de 600 millones de ovejas y cabras. El pastoreo proporciona, aproximadamente, 10 % de la producción mundial de carne de bovino, y cerca del 30 % de la carne de ovino y caprino. Así, entre la denominación general de pastizales, se incluyen ecosistemas sometidos a condiciones ambientales y de manejo muy variadas. Con respecto a esto, no se han realizado suficientes estudios que establezcan las bases ecológicas para el manejo de estos ecosistemas (Rebollo & Gómez, 2004).

Para la producción de forraje empleado en la ganadería ecuatoriana, se han utilizado diversas especies y variedades de hábito de crecimiento rastrero o erecto (Avellaneda y otros, 2008; Barrera y otros (2015). Para la producción de forrajes, en gramíneas rastreras y de porte bajo, Del Pozo (2002) analizó el crecimiento del pasto estrella (*Cynodon nlemfuensis*) en condiciones de corte y pastoreo, con adición de fertilizante nitrogenado y sin él. En esta misma variedad, se estimó un modelo para describir el crecimiento en condiciones de pastoreo, pero en función

del tiempo de reposo.

La especie *Pennisetum purpureum* Schum variedad King grass es una de la más estudiada en América (Barrera y otros, 2015). Es una de las más utilizadas en la producción de forraje por sus elevados rendimientos de materia seca. Por otra parte el potencial productivo del king grass asociado a su calidad, vigor y perennidad de la especie han estimulado no solo su cultivo, sino también su mejoramiento genético para el desarrollo de cultivares mejorados (Salabert, y otros, 2009).

Dentro de las nuevas variedades obtenidas a partir del king grass se encuentra el *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-115 y *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-169 desarrollados por Martínez et al (1986, citado por Salabert y otros, 2009), las que se destacan por su utilización en el pastoreo y corte, respectivamente. Sin embargo, los estudios de Fortes (2012) fueron encaminados en la búsqueda de pastos con mayor resistencia a factores ambientales como la sequía y la salinidad, obteniendo nuevos clones a partir de del *Pennisetum purpureum* vc. Cuba CT-115 que supera al testigo en cuanto al rendimiento de materia seca y cantidad de hojas en condiciones de seca.

Con lo anterior, es importante decir que el conocimiento del comportamiento de los de estos materiales forrajeros que sirven para la alimentación de los rumiantes de interés zootécnico (bovinos, caprinos y ovinos) permitirá aplicar la acción racional del hombre sobre los mismos, además se hace necesario estudiar los principales factores que influyen en su producción y calidad. Sin embargo, en Ecuador son escasas las investigaciones que evalúan sus rendimientos productivos, así como los factores que inciden en su potencial. Por otra parte, la obtención

de nuevos datos mediante la experimentación agronómica es un proceso costoso (Jones, y otros, 2003), por lo que, el empleo de herramientas estadísticas serían de gran utilidad para desarrollar estudios sobre esta variedad, de ahí que los modelos matemáticos y de simulación surgen como alternativa para dar respuesta a esta situación.

En los últimos años los modelos matemáticos han tenido amplia utilización en diferentes investigaciones, con el objetivo de describir los procesos biológicos. Son instrumentos muy comunes en estudios de sistemas con diversas características. Estos se utilizan en diferentes ramas del conocimiento por la posibilidad de expresar matemáticamente las relaciones entre los fenómenos (Jay, 2012, citado por Rodríguez y otros, 2018). De igual manera proveen información que permite realizar programaciones de alimentación y de capacidad de carga, así como medir cambios genéticos de una generación a otra relacionados con el nivel de producción (Agudelo, Cerón, Mario, & Restrepo, 2008).

6.3. Desarrollo de la propuesta

Para el desarrollo de la investigación se estima un presupuesto aproximado de \$ 3000 dólares americanos que serán cubiertos por el investigador, que incluyen gastos de movilización bibliografía, consulta con expertos. El cronograma propuesto para el desarrollo de la investigación se presenta en las Tablas 6.1, 6.2 y 6.3.

ACTIVIDADES		2021				2022																							
ITEM	TEMA	Diciembre				Enero				Febrero				Marzo				Abril				Mayo							
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4				
DISEÑO DEL ANTEPROYECTO	Elección del tema	■																											
	Diagnóstico	■																											
	Planteamiento del problema		■																										
	Formulación de objetivos		■																										
	Justificación		■																										
	Cronograma y recursos		■																										
	Aprobación del anteproyecto			■	■																								

Figura 6.1: Actividades correspondientes al diseño del anteproyecto.

ACTIVIDADES		2021				2022																								
ITEM	TEMA	Diciembre				Enero				Febrero				Marzo				Abril				Mayo								
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4					
DESARROLLO DE LA INVESTIGACIÓN	Consolidación de fundamento teórico					■	■	■	■	■	■	■	■																	
	Recopilación de datos primarios					■	■	■	■																					
	Análisis matemático (estadístico) de los datos primarios								■	■																				
	Identificación del modelo matemático a los que se ajustan los datos primarios											■	■	■																

Figura 6.2: Actividades correspondientes al desarrollo de la investigación.

ACTIVIDADES		2021				2022																							
ITEM	TEMA	Diciembre				Enero				Febrero				Marzo				Abril				Mayo							
		1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4	1	2	3	4				
	Escritura de de resultados, discusión, conclusiones y recomendaciones de proyecto																												
ENTREGA FINAL	Revisión del proyecto																												
	Aprobación el proyecto																												
	Defensa del proyecto																												
	Aprobación																												

Figura 6.3: Actividades correspondientes a al desarrollo de la investigación y entrega final del trabajo.

Bibliografía

Agudelo, D., Cerón, M., Mario, F., & Restrepo, L. (2008). Modelación de las funciones de crecimiento aplicadas a la producción animal. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias*, 21, 39-58. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/2950/295023520005.pdf>

Alarcón, R., Herrera, J., Rey, A., Pérez, J., & Hernández, G. (Junio de 2014). Producción de King Grass como alimento para el ganado vacuno con riego por aspersión de baja intensidad. *Revista Ciencias Técnicas Agropecuarias*, 23(2), 40-44. Recuperado el 4 de Septiembre de 2022, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2071-0054201400020007

Avellaneda, J., Cabezas, F., Quintana, G., Luna, R., Montañez, O., Espinoza, I., Pinargote, E. (2008). Comportamiento agronómico y composición química de tres variedades de Brachiarias en diferentes edades de cosecha. *Revista Ciencia y Tecnología*, 87-94. Recuperado de https://www.uteq.edu.ec/revista_cyt/publico/archivos/C2_articulo_5.pdf

Barrera, A., Avellaneda, J., Tapia, E., Peña, M., Molina, C., & Casanova, L. (2015). Composición química y degradación de cuatro especies de Pennisetum sp. *Revista Ciencia y Tecnología*, 13-27. Recuperado de <https://revistas.uteq.edu.ec/index.php/cyt/article/view/151/165>

Campos, E. (11 de junio de 2016). Modelos matemáticos. Obtenido de <http://funes.uniandes.edu.co/17116/1/DeFaria2016Modelos.pdf>

Cerda, R. (2015). Comportamiento Productivo del Pasto Maralfalfa (*Pennisetum* sp.) con varias dosis de Fertilización Nitrogenada. *Intersedes: Revista de las Sedes Regionales*, 16(33), 123-145. Recuperado el 4 de Septiembre de 2022, de <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=66638602007>

Corrales Lerma, R., Morales Nieto, C., Villarreal Guerrero, F., Santellano Estrada, E., Melgoza Castillo, A., Álvarez Holguín, A., & C, A. A. (2017). Caracterización morfológica y nutricional de pasto rosado [*Melinis repens* (willd.) zizka]. *Agroproductividad*, 10(10), 103-109. Recuperado el 4 de Septiembre de 2022, de <https://www.revista-agroproductividad.org/index.php/agroproductividad/article/view/77/73>

D' Alesandro, M. (2014). Fertilización nitrogenada en sorgo granífero y su ajuste. Obtenido de <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/bitstream/20.500.12008/8796/1/3990dal.pdf>

de Torres, M. (2015). Los reyes de la pasarela, modelos matemáticos en las ciencias. Obtenido de <https://www.fundacionazara.org.ar/img/libros/modelos-matematicos.pdf>

Del Pozo, P. (2002). Bases ecofisiológicas para el manejo de los pastos tropicales. *Pastos*, 109-137. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/277234103_BASES_ECOFISIOLOGICAS_PARA_EL_MANEJO_DE_LOS_PASTOS_TROPICALES

Dijkstra, J., & Bannink, A. (2000). Analyses of modelling whole rumen function. Obtenido de https://www.researchgate.net/publication/40140221_Analyses_of_modelling_whole_rumen_function

Domínguez, J., Canul, E., Rodríguez, F., Burrola, M., Ortega, J., & Castillo, F. (2019). Definición de curvas de crecimiento con modelos no lineales en borregas de siete razas con registro de pureza en México. *Revista Mexicana de Ciencias Pecuarias*. Obtenido de <https://www.scielo.org.mx/pdf/rmcp/v10n3/2448-6698-rmcp-10-03-664.pdf>

Ferrufino, A., Mora Valverde, D., & Villalobos Villalobos, L. A. (2022). Biomasa y bromatología del pasto Estrella Africana (*Cynodon nlemfuensis* Vanderyst) con cinco períodos de rebrote. *Agronomía Mesoamericana*, 33(2), 477-486. Recuperado de http://www.mag.go.cr/rev_meso/v33n02_47746.pdf

Fortes, C., Carciofi, A., Sakomura, N., Kawauchi, I., & Vasconcellos, R. (2010). Digestibility and metabolizable energy of some carbohydrate sources for dogs. *Animal Feed Science and Technology*, 156, 121-125. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.anifeedsci.2010.01.009>

Friedrich, T. (2014). Producción de alimentos de origen animal. Actualidad y perspectivas. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*. Recuperado de <https://www.redalyc.org/pdf/1930/193030122003.pdf>

García, J., & Maheut, J. (2021). Introducción al Modelado Matemático. Recuperado de <https://riunet.upv.es/bitstream/handle/10251/158555/Cap1Modelado.pdf?sequence=3>

Gómez, S., Vivó, M., & Soria, E. (2001). Pruebas de significación en Bioestadística. *Revista de Diagnóstico Biológico*. Recuperado de https://scielo.isciii.es/scielo.php?script=sci_arttextpid=S0034-79732001000400008

Jones, J., Hoogenboom, G., Porter, C., Boote, K., Batchelor, W., Hunt, L., . . . Ritchie, J. (2003). The DSSAT cropping system model. *European Journal of Agronomy*, 18, 235-265. Recuperado de <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S1161030102001077>

Kaps, M., & Lamberson, W. (2004). *Biostatistics for Animal Science*. Recuperado de <https://blog.utp.edu.co/estadistica/files/2016/04/Biostatistics-for-animal-science-Kaps-and-Lamberson.pdf>

León, R., Bonifaz, N., & Gutiérrez, F. (2018). *Pastos y forrajes del Ecuador, Siembra y producción de pasturas*. Cuenca, Ecuador: Universitaria Politécnica Salesiana. Recuperado de

Metelli, M. (2021). *Modelo lineal: desarrollo y análisis con Excel*. Recuperado de <http://bibliotecadigital.econ.uba.ar/download>

Mora, J., & Holguín, V. (2018). Aplicación de modelos matemáticos no lineales para la estimación de biomasa forrajera en *Tithonia diversifolia* (Hemsl.) A. Gray. *Revista U.D.C.A Actualidad Divulgación Científica*, 21(1), 43-50. DOI: <https://doi.org/https://doi.org/10.31910/rudca.v21.n1.2018.661>

Morgavi, D., Forano, E., Martin, C., & Newbold, C. (2010). Microbial ecosystem and methanogenesis in ruminants. Disponible en

Naranjo, J., Cuartas, C., & Correa, H. (2009). Comparación de cuatro modelos matemáticos para la caracterización de la cinética de degradación ruminal de algunos recursos forrajeros. *Livestock Research for Rural Development*. Disponible

en https://www.researchgate.net/publication/326300129_Comparacion_de_cuatro_modelos_matematicos_para_la_caracterizacion_de_la_cinetica_de_degradacion_ruminal_de_algunos_recursos_forrajeros

Novales, A. (enero de 2016). Estimación de modelos no lineales. Disponible en

Parés, P., & Kucherova, I. (2014). Comparación de modelos no lineales para describir curvas de crecimiento en la cabra Catalana. *Revista de Investigaciones Veterinarias del Perú, RIVEP*. Disponible en <https://www.redalyc.org/pdf/3718/371834047007.pdf>

Rebollo, R., & Gómez, A. (2004). Aprovechamiento sostenible de los pastizales. *Ecosistemas*, 12(3). Disponible en <https://www.revistaecosistemas.net/index.php/ecosistemas/article/view/231>

Rivera, R., & Reyes, R. (2017). “Evaluación de dos sistemas y cuatro distancias de siembra del pasto King grass morado (*Pennisetum purpureum*), en la zona de Babahoyo, provincia de Los Ríos”. Tesis, Babahoyo. Recuperado el 4 de Septiembre de 2022, de

Rodríguez, L., Larduet, R., Martínez, O., Torres, V., Herrera, M., Medina, Y., & Noda, A. (2013). Modelación de la dinámica de acumulación de biomasa en *Pennisetum purpureum* vs. *king grass* en el occidente de Cuba. *Revista Cubana de Ciencia Agrícola*. Disponible en: <https://www.redalyc.org/pdf/1930/193028751002.pdf>

Rodríguez, O., Florido, R., & Varela, M. (2018). Aplicaciones de la modela-

ción matemática y la simulación de cultivos agrícolas en Cuba. *Cultivos Tropicales*, 39, 121-126. Disponible en: <http://scielo.sld.cu/pdf/ctr/v39n1/ctr18118.pdf>

Rosado, K., & Saavedra, K. (2017). Tiempo de acceso a un forraje fresco de alta calidad: Efecto sobre la actividad fermentativa ruminal en terneras. Disponible en: <https://www.colibri.udelar.edu.uy/jspui/bitstream/20.500.12008/25050/1/FV-33030.pdf>

Rykov, V., Balakrishn, N., & Nikulin, M. (2010). *Mathematical and Statistical Models and Methods in Reliability*.

Salabert, J., Calderano, C., Pereira, A., Davide, L., Viccini, L., & Santos, M. (2009). Embriogênese somática em híbridos de *Pennisetum sp.* e avaliação de estabilidade genômica por citometria. *Pesquisas Agropecuarias Brasileiras*.

Thornley, J., & France, J. (2007). *Mathematical Models In Agriculture: Quantitative Methods For The Plant, Animal And Ecological Sciences*. CABI. Disponible en: <https://cabidigitallibrary.org/doi/10.1079/9780851990101.0000>

VandeHaar, M., Armentano, L., Weigel, K., Spurlock, D., Tempelman, J., & Veerkamp, R. (2016). Harnessing the genetics of the modern dairy cow to continue improvements in feed efficiency. *Journal of Dairy Science*, 4941-4954.

Villegas, D., Valbuena, N., & Milla, M. (2019). Evaluación de modelos aplicados a la producción de materia seca de *Brachiaria brizantha* en el periodo lluvioso