



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y MECÁNICA

CARRERA: INGENIERÍA CIVIL

MODALIDAD: TESIS DE GRADO

TESIS DE GRADO PREVIO LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO
CIVIL

TEMA:

APLICACIÓN DEL CÓDIGO ACI-318-2008 PARA EL DISEÑO DE LOSAS
ALIVIANADAS Y LOSAS MACIZAS BIDIRECCIONALES Y LA
IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO

AUTOR:

JOSÉ LUIS PUNGAÑA MANZANO

DIRECTOR DE TESIS:

Patricio M. Vasco L., Ing. Civil

AMBATO-ECUADOR

2015

CERTIFICACION

CERTIFICO:

Que la presente tesis de grado bajo el tema “APLICACIÓN DEL CÓDIGO ACI-318-2008 PARA EL DISEÑO DE LOSAS ALIVIANADAS Y LOSAS MACIZAS BIDIRECCIONALES Y LA IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO”, es trabajo personal del Sr. José Luis Pungaña Manzano, el mismo que realizo en su totalidad bajo mi dirección.

Ambato, 01 de Abril del 2015

M. L. Ing. Civil Patricio Vasco

DIRECTOR DE TESIS

AUTORIA DE LA TESIS

Yo, **JOSE LUIS PUNGAÑA MANZANO**, con C.I. 180433626-9, indico que los criterios, ideas, resultados y propuestas expuestas en el presente trabajo de graduación “**APLICACIÓN DEL CÓDIGO ACI-318-2008 PARA EL DISEÑO DE LOSAS ALIVIANADAS Y LOSAS MACIZAS BIDIRECCIONALES Y LA IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO**”, son de absoluta responsabilidad de mi persona a excepción de las citas bibliográficas.

Ambato, Mayo del 2015

Egdo. José Luis Pungaña Manzano

AUTOR

Aprobación Profesores Calificadores

Los suscritos Profesores Calificadores una vez revisado, aprueban el informe de investigación, sobre el tema: ““APLICACIÓN DEL CÓDIGO ACI-318-2008 PARA EL DISEÑO DE LOSAS ALIVIANADAS Y LOSAS MACIZAS BIDIRECCIONALES Y LA IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO”, de la carrera de Ingeniería Civil, el mismo que guarda conformidad con la disposiciones reglamentarias emitidas por el centro de Estudios de Pregrado de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica de la Universidad técnica de Ambato.

Ambato, Enero del 2015

Para constancia firman.

Ing. Mg. Juan Garcés

PROFESOR CALIFICADOR

Ing. Mg. Carlos Navarro

PROFESOR CALIFICADOR

DEDICATORIA

A mis padres Napoleón Pungaña y Laura Manzano quienes con mucho sacrificio supieron guiarme en la vida estudiantil, brindándome su apoyo dentro y fuera de las aulas inculcando en mí los mejores valores, con el único afán de lograr mis metas siempre por el camino de bien

A mis hermanos Alexandra Pungaña y Eladio Pungaña quienes han sido un apoyo fundamental en mi vida estudiantil, por haberme enseñado que con la constancia y la perseverancia al final dan sus frutos.

AGRADECIMIENTOS

Mis agradecimientos a la FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL y a los profesores quienes de forma incondicional supieron impartir sus conocimientos dentro y fuera de las aulas.

Al M. L. Ing. Civil Patricio Vasco por el apoyo brindado en el transcurso de la elaboración y culminación de esta tesis

INDICE DE CONTENIDO

CERTIFICACION.....	II
TUTORIA DE LA TESIS.....	III
DEDICATORIA.....	IV
AGRADECIMIENTOS.....	V
INDICE DE CONTENIDOS.....	VI
INDICE DE CUADROS.....	X
RESUMEN EJECUTIVO.....	XI
CAPÍTULO I	
EL PROBLEMA.....	1
1.1 Tema	1
1.2 Planteamiento del problema.....	1
1.2.1 Contextualización.....	1
1.2.2 Análisis critico.....	5
1.2.3 Prognosis.....	5
1.2.4 Formulación del problema.....	6
1.2.5 Interrogantes.....	6
1.2.6 Delimitación del objeto de la investigación	6
1.3 Justificación	6
1.4 Objetivos	7
1.4.1 Objetivo general.....	7
1.4.2 Objetivos específicos	7
CAPÍTULO II	
MARCO TEÓRICO	8

2.1) Antecedente investigativos.....	8
2.2) Fundamentación filosófica	10
2.3) Fundamentación legal.....	10
2.4) Categorías fundamentales.....	10
2.4.1) Supra ordinación.....	10
2.4.2) Infra ordinación.	12
2.5) Hipótesis	27
2.6) Señalamiento de variables de la hipótesis	27
CAPÍTULO III	
METODOLOGÍA.....	28
3.1) Enfoque.....	28
3.2) Modalidad básica de investigación.....	28
3.3) Nivel o tipo de investigación	28
3.4) Población y muestra.....	29
3.5) Operacionalización de las variables.....	30
3.6) Recolección de la información.....	32
3.7) Procesamiento y análisis	
.....	32
3.7.1) Plan de procesamiento de la información.....	32
CAPÍTULO IV	
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS	
4.1 Análisis de los resultados	33
4.2 Interpretación de resultados.....	39
4.3 Verificación de la hipótesis	39

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones	40
5.2 Recomendaciones	41

CAPÍTULO VI

PROPUESTA.....	42
----------------	----

6.1 Datos informativos.....	42
-----------------------------	----

6.2 Antecedentes de la Propuesta.....	42
---------------------------------------	----

6.3. Justificación	43
--------------------------	----

6.4 Objetivos.....	44
--------------------	----

6.4.1 Objetivo General.....	44
-----------------------------	----

6.4.2 Objetivos Específicos.....	44
----------------------------------	----

6.5 Análisis de Factibilidad.....	44
-----------------------------------	----

6.6 Fundamentación	45
--------------------------	----

6.6.1 Losas.....	45
------------------	----

6.6.1.1 Recubrimiento Mínimo para acero de refuerzo.....	48
--	----

6.6.2 Elementos Isoparamétricos bidimensionales	48
---	----

6.6.3 Matriz de rigidez.....	54
------------------------------	----

6.6.4 Análisis de una losa por Elementos Isoparamétricos bidimensionales	57
--	----

6.6.4 Rigidez de una placa	61
----------------------------------	----

6.6.5 Condiciones de borde.....	63
---------------------------------	----

6.6.6 Contorno Apoyado.....	65
-----------------------------	----

6.6.7 Análisis de losas método 3ACI.....	68
--	----

6.6.8 Análisis y diseño de losas usando programa de cálculo ETABS.....	81
--	----

6.7 Metodología	90
6.7.1 Programación	90
6.7.2 Ensamblaje de matrices de rigidez.....	92
6.7.3 Análisis de losa usando programación en matlab.....	94
6.7.4 Código de Matlab.....	98
6.8 Administración.....	103
6.9 Previsión de la evaluación.	103
MATERIALES DE REFERENCIA	
1 Bibliografía.....	104

INDICE DE CUADROS Y GRAFICOS

Tabla 1: Factores de mayoración.....	33
Tabla 2: Coeficientes para chequeo a corte.....	35
Tabla 3: Parámetros para dimensionamiento.....	35
Tabla 4: Parámetros para chequeo a flexión.....	37
Tabla 5: Parámetros para el uso de f_y	38
Tabla 6: Porcentajes de acero mínimo.....	38
Tabla 7: Peso unitario de bloques	47
Tabla 8: Peraltes mínimos.....	48
Tabla 9: Cargas vivas para diferentes efectos de carga.....	69
Tabla 10: Valores de R_u para diseño.....	76

RESUMEN EJECUTIVO

El presente proyecto de investigación bajo el tema **“APLICACIÓN DEL CÓDIGO ACI-318-2008 PARA EL DISEÑO DE LOSAS ALIVIANADAS Y LOSAS MACIZAS BIDIRECCIONALES Y LA IMPLEMENTACIÓN DE UN PROGRAMA DE CÁLCULO”** se enfoca principalmente en la aplicación del códigos ACI para el análisis de losas con el uso de un programa que facilita el análisis de estos elementos estructurales. Para la realización del mencionado proyecto se realizó la siguiente investigación bibliográfica:

El análisis de placas es tan frecuente en la práctica de la construcción por lo que su estudio está plenamente justificado. Clásicos ejemplos de aplicación se pueden encontrar en edificación, cimentación, puentes losa, losas de entrepisos, pavimentos de hormigón, muros etc. Es decir en estructuras tan simples y frecuentes con las que cualquier ingeniero va a encontrarse muchas veces en el ámbito de su vida profesional y por tanto debe poder conocer su respuesta estructural sin necesidad de ser un gran especialista en el cálculo de estructuras.

Se realizó la investigación de la teoría clásica de placas la misma que nos permite entender las fuerzas y los esfuerzos que actúan en el análisis de losas permitiendo elaborar un programa en MATLAB. Adicionalmente se presenta el método de ensamblaje de matrices para elementos planos.

Para la verificación del programa se presenta el análisis de losas a través del método 3ACI de una losa alivianada bidireccional y su respectivo calculo en ETABS

La programación me permite determinar las cargas últimas actuantes en la losa aplicando los códigos, así como la altura de diseño. Presentando resultados deformada del tablero en análisis.

CAPÍTULO I

EL PROBLEMA

1.1 Tema

Aplicación del código ACI 318-2008 para el diseño de losas alivianadas y losas macizas bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo

1.2 Planteamiento del problema

Manejo de las normas ACI 318-2008 para el diseño de losas alivianadas y losas macizas bidireccionales

1.2.1 Contextualización

Contextualización micro

“La losa de concreto armado es un elemento estructural donde dos de sus dimensiones son notoriamente mayores a la tercera”, (ancho y largo). La dimensión menor es su altura (peralte o espesor). Una de sus funciones es separar dos pisos consecutivos de un edificio; por lo es conocida comúnmente como losa de entrepiso (o diafragma) y a la vez tiene por objeto soportar las cargas de ocupación como son cargas vivas: personas, y cargas muertas: muebles, enseres etc. Físicamente se compone de concreto (cemento, agregados y agua) y acero de refuerzo (refuerzo de tracción y de compresión, en losas de cubierta refuerzo por temperatura). El concreto absorbe los esfuerzos de compresión y el acero los de tracción.

Según el tipo de apoyo se pueden distinguir.

- **Losas Sostenidas sobre Vigas:** estas losas están soportadas por vigas compactas de mayor peralte, o por vigas de otros materiales independientes e integrados a la losas.
- **Losas Planas:** estas losas son las que pueden mantenerse directamente sobre las columnas.
- **Losas Planas con Vigas Embebidas:** estos tipos de losas son muy resistentes frente a los sismos ya que estas están incorporadas con vigas banda o embebidas para mejorar su comportamiento frente a los terremotos.

Según la dirección de trabajo.

- **Losas Bidireccionales:** Se considera losa bidireccional cuando su armadura o refuerzo está en dos direcciones ortogonales a modo de parrilla las mismas que se apoyan sobre vigas de igual disposición, transmitiendo las cargas a todos sus lados
- **Losas Unidireccionales:** se consideran unidireccionales cuando los esfuerzos en una dirección son preponderantes sobre los esfuerzos en la dirección ortogonal, Son aquellas en que la carga se transmite en una dirección hacia las vigas

Según la distribución interior del hormigón.

- **Losa Maciza:** se llama así cuando el hormigón ocupa todo el espesor de la losa.

- **Losa Aligerada o Losa Alivianada:** estas losas usan un aligerante para rebajar su peso e incrementar el espesor para darle mayor rigidez transversal a la losa.

Contextualización meso

En todas las construcciones ya sea de viviendas o edificios se puede notar dos subsistemas: los “horizontales o sistemas de pisos” y los verticales o “sistemas resistentes”. Esta sección se enfoca en el estudio de los sistemas de losas de entrepiso.

Las losas son los elementos estructurales encargados de recibir de forma directa las cargas de funcionamiento de una edificación, es decir, (carga viva y carga muerta), etc., que estarán dando uso a la estructura, y así transmitirlo a los demás elementos estructurales (vigas) que llevarán las cargas hasta el suelo de cimentación.

Generalmente son considerados elementos bidimensionales debido a que tienen una dimensión mucho más pequeña que las otras dos. El ancho y el largo, de dimensiones parecidas, forman un plano perpendicular al espesor de dimensión mucho menor.

Las cargas que actúan sobre las losas son esencialmente perpendiculares a su plano principal, es por ello que su comportamiento está dominado por el efecto de flexión de dicho plano. Cumplen un papel muy importante en el desempeño sísmico resistente de la estructura, ya que se deben comportar como un diafragma rígido que no sufre deformaciones en las direcciones paralelas a su plano principal y une a todos los demás elementos en su mismo nivel de manera que se garantice que todos los elementos de un piso tendrán desplazamientos laterales de igual magnitud cuando la estructura sea atacada por un sismo.

Las losas son el primer elemento a ser diseñado y calculado en la estructura y aportan la mayor parte del peso de la misma, tanto por las cargas verticales que resisten, como

por su peso propio por lo que pequeñas diferencias en las dimensiones significan grandes diferencias en el peso.

Durante el proceso constructivo son el último elemento a ser construido por nivel, y la manera como se lleve a cabo su elaboración puede ser determinante en su posterior desempeño, razón por la que se debe ser muy cuidadoso en éste aspecto.

Contextualización macro

En el análisis y diseño de losas hay una gran cantidad de conceptos y fundamentos teóricos involucrados que hemos considerado pertinente mencionarlos para facilitar el entendimiento de los procedimientos que se llevan a cabo durante dicho proceso.

Durante muchos años el cálculo estructural estuvo basado en la Teoría de Línea Recta también conocida como Teoría de los Esfuerzos Admisibles, en la que los elementos se diseñaban para soportar un esfuerzo admisible menor al de rotura (máximo), rango en el cual las relaciones esfuerzos-deformación pueden considerarse lineales (Ley de Hooke, de allí el nombre de “Línea Recta”).

Cargas reales: cargas a las cuales estará sometida las estructuras cuando entre en servicio: por ejemplo el peso propio de los elementos, personas, objetos, etc.

Esta teoría conllevaba a la obtención de dimensiones muy grandes de los elementos debido a que solo se les permitía trabajar a un porcentaje de su resistencia máxima y no dejaba un rango de seguridad debido a la incertidumbre que existe en el cálculo de algunas de las cargas que actúan sobre una estructura

En la actualidad se ha adoptado la Teoría de Rotura como patrón de trabajo en el ámbito de la Ingeniería Estructural, en ésta los materiales se diseñan en base a su máxima capacidad (a la rotura) pero para cargas ya no reales, sino mayoradas, lo que le aporta un rango de seguridad más amplio al cálculo estructural.

$$\text{Materiales} \left\{ \begin{array}{l} \text{Concreto.....}\sigma = f'c \\ \text{Acero.....}\sigma = Fy \end{array} \right.$$

Cargas mayoradas: (“últimas”): Cargas reales multiplicadas por un cierto factor de mayoración determinados en forma probabilística.

Los factores de mayoración de cargas y de minoración de resistencias dependerán del estado límite para el que se esté diseñando, y de los efectos que se consideran en el cálculo estructural, los mismos están contenidos en la Norma ACI 318-2008

1.2.2 Análisis crítico

El código ACI 318-2008 presenta modificaciones con respecto al análisis y diseño de las estructuras, por lo que es necesario que se aplique este código para el análisis de la losa alivianada como la losa maciza bidireccional.

El estudiante de Ingeniería civil como el profesional necesita un programa para facilitar el cálculo de dichas losas de tal manera que reduzca el tiempo y facilite tanto el análisis como el diseño

Por lo que el presente proyecto se busca realizar un programa de cálculo y diseño de losas aplicando el código ACI 318

1.2.3 Prognosis

Las dificultades que se presentarían son la interpretación del código y su aplicación para el diseño de losa alivianada como la losa maciza bidireccional tanto en los factores de mayoración como en las combinaciones de carga.

El tiempo empleado en el análisis cálculo y diseño es otro de los problemas a los que enfrenta el profesional ya que el cálculo manual resulta un tanto extenso y de consulta bibliográfica

1.2.4 Formulación del problema

¿Qué cambios ha tenido el código ACI 318 para el diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo?

1.2.5 Interrogantes

- ¿Cuáles son las variaciones en los factores de mayoración de carga?
- ¿Qué tipos de combinaciones de carga se deben aplicar?
- ¿Cuáles son las variaciones en los porcentajes mínimos y máximo en la cuantía del acero?

1.2.6 Delimitación del objeto de la investigación

Delimitación temporal

El presente estudio de Aplicación del código ACI 318 para el diseño de losas alivianadas y losas macizas bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo se realizará en el periodo de Marzo 2014 a Mayo del 2015

Delimitación de contenido

La investigación estará encaminada en el diseño estructural, para dicho estudio será necesario el conocimiento de análisis de estructuras de hormigón y conocimientos varios de ingeniería.

1.3 Justificación

Todo método de cálculo de estructuras de hormigón se inserta en un proceso general de proyecto.

La funcionalidad, durabilidad, economía y cualidades estéticas de la estructura están fuertemente condicionadas por la eficacia con que se resuelvan las etapas de uso de la estructura, selección de materiales, cálculo de las fuerzas q que actúan sobre ella y el dimensionamiento. En los últimos años se han realizado avances importantes en las etapas de concepción de la estructura y dimensionamiento. Sin embargo no debe

olvidarse que la concepción general y el desarrollo de los detalles constructivos, ya que tienen una importancia medular sobre la calidad final de la estructura.

Anteriormente se ha estudiado el proceso de cálculo destinado a conocer los esfuerzos actuantes en una sección cualquiera, cuyo conjunto forma la sollicitación actuante en la sección. La sollicitación actuante en una sección debe ser menor o igual que la capacidad resistente de dicha sección.

Por lo que es necesario revisar todas las especificaciones para el diseño y armado de losa alivianada y losa maciza bidireccional y la implementación de un programa de cálculo según el código ACI 318 aplicando así los conocimientos adquiridos en la Universidad Técnica de Ambato a través de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo general

- Aplicar los cambios que ha tenido el código ACI para el diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo

1.4.2 Objetivos específicos

- Investigar los cambios del código ACI para el diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccional
- Implementación de un programa de cálculo para el diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccional
- Analizar e interpretar los resultados

CAPÍTULO II

MARCO TEÓRICO

2.1) Antecedente investigativos

Primera fuente de información

Tomado de la tesis de grado de Roberto Castro Rivadeneira y Hernán Santiago Ochoa Ulloa, Ambato-Ecuador. Bajo el tema “Análisis y diseño de losas por teoría al límite”, el mismo que presenta las siguientes conclusiones:

- Los métodos de análisis y diseño plásticos para sistemas de losas se los estudia desde los puntos de vista, Teoría al Límite Inferior (Fajas de Hillerborg) y Teoría al Límite Superior (Líneas de Fluencia)
- Otro aspecto que ha sido considerado, es el comportamiento de las losas bajo cargas de servicio, las que adquieren singular importancia en el método de diseño al límite superior, cuya comprobación se hace necesaria para la aplicabilidad del mismo
- Para su solución se aplica la Ecuación de Lagrange, utiliza series doblemente infinitas de Fourier, o mediante métodos de diferencias finitas con la ayuda de un ordenador

Segunda fuente de información

Tomado de la tesis de grado de Víctor Hugo Paredes Sandoval, Ambato-Ecuador. Bajo el tema “Ensayo de modelos de losas”, en el mismo que presentas las siguientes conclusiones:

- El método de Marcus también nos presenta 9 tipos de continuidad, nos permite calcular los momentos máximos y mínimos positivos por efecto de la variación, nos entrega además una tabla adicional para losas sin armadura de torsión en los ángulos libres.
- Los coeficientes que nos proporciona el método ACI , nos sirve para determinar los momentos tanto positivos como negativos de un tablero, dichos coeficientes se han obtenido considerando 5 tipos de continuidad
- De los dos métodos analizados anteriormente, el método ACI 3, es el que presenta mayores exigencias ya que considera 9 tipos de continuidad, esto es considerando claros largos y claros cortos, por lo que los momentos obtenidos son más reales

Tercera fuente de información

Tomado de la tesis de grado de Ángel Gonzalo Ortiz Yambay, Ambato-Ecuador. Bajo el tema “Comparación de diseño para losas alivianadas bidireccionales sobre vigas entre los métodos 3ACI-Marcus y aplicando el programa SAP2000”, el mismo que presenta las siguientes conclusiones:

- La resolución espacial de la estructura de losa alivianada bidireccional con sus respectivos nervios o vigas, nos proporciona mayor exactitud de análisis; es por esta razón que los resultados de momentos obtenidos en la presente tesis son bajos en comparación con los métodos tradicionales. (utilizando tablas)
- Si la relación claro largo a claro corto es mayor que dos, se diseñara como losa armada en una sola dirección. Caso contrario se diseñará como losa armada en dos direcciones
- La determinación de los momentos flexionantes, así como sus áreas de acero utilizando el método de Marcus, el método 3 del ACI se ajustan a los requerimientos del método de Última Resistencia

2.2) Fundamentación filosófica

Paradigma crítico propositivo

Finalidad de la investigación.- De acción socio económica porque una vez realizada la investigación se tendrá una mejor visión acerca de la aplicación del código y de sus alcances por lo que se obtendrá diseños económicos y eficientes

Visión de la realidad.- Se realizará un análisis de todos los aspectos que intervienen en el diseño estructural.

Diseño de la investigación.- Dicho proyecto será participativo ya que requiere de consultas bibliográficas

2.3) Fundamentación legal

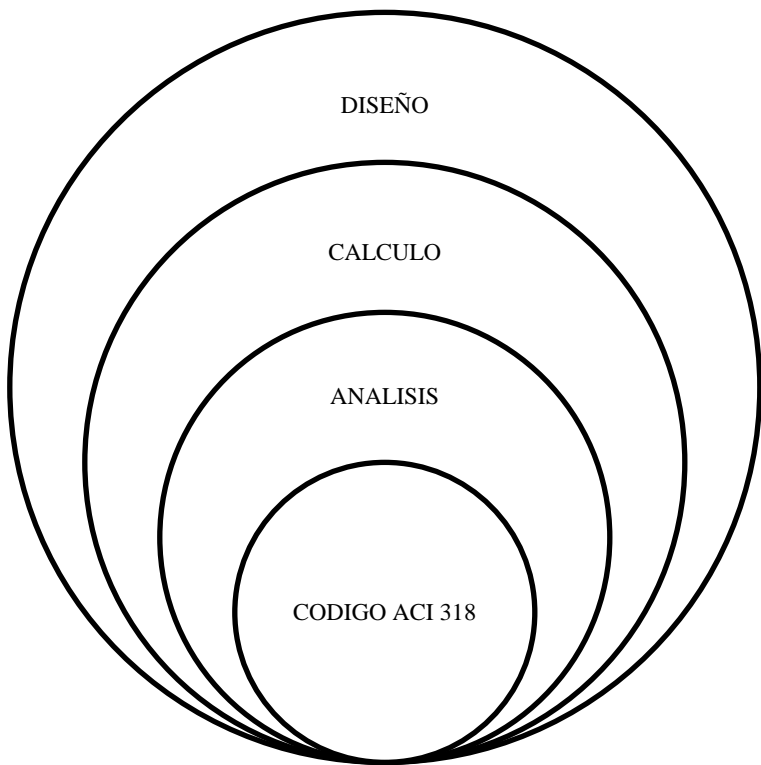
En la presente investigación se utilizara como base legal el código ACI y todos los documentos necesarios para la investigación

2.4) Categorías fundamentales

2.4.1) Supra ordinación

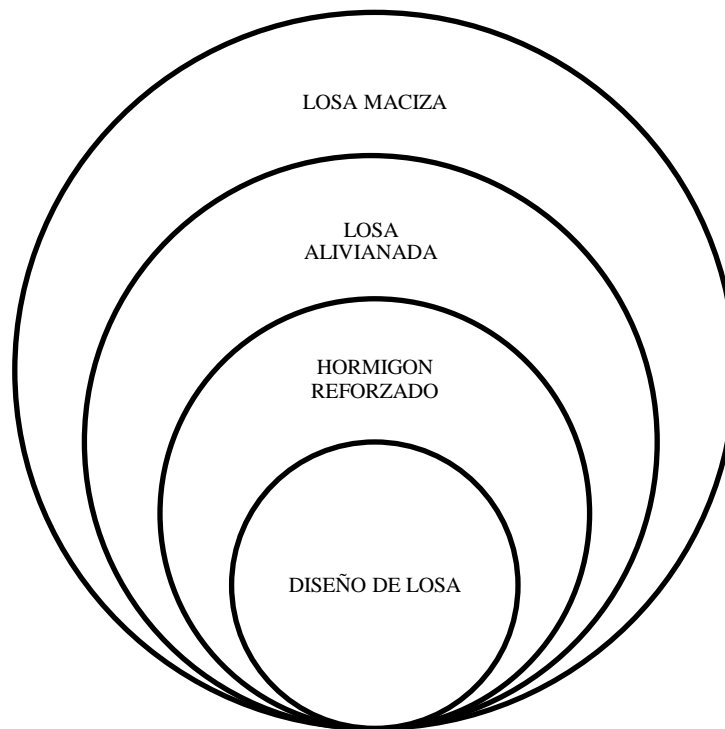
Variable independiente

Aplicación del código ACI 318-2008



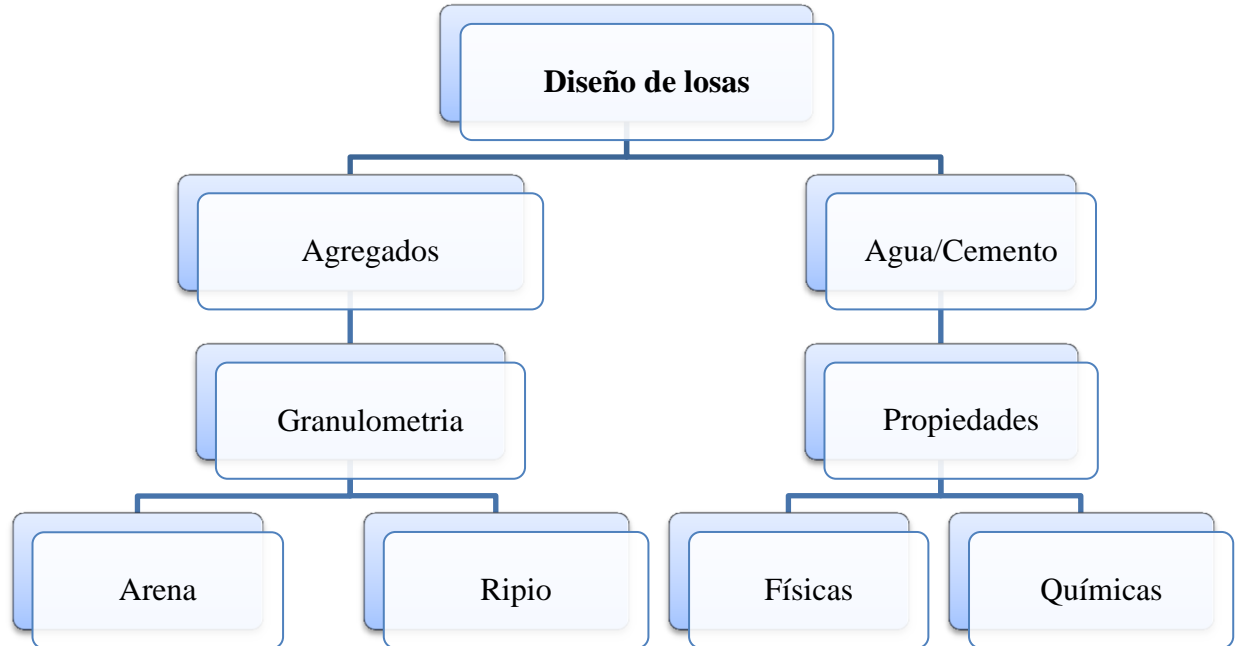
Variable dependiente

Diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccional



2.4.2) Infra ordenación

Variable independiente



Código ACI

Este código proporciona los requisitos mínimos para el diseño y la construcción de elementos de hormigón estructural, según los requisitos de la ordenanza general de construcción legalmente adoptada, de la cual este código forma parte. En áreas en donde no se cuente con una ordenanza de construcción legalmente adoptada, este código define las disposiciones mínimas aceptables en la práctica del diseño y la construcción.

Análisis estructural

Se refiere al uso de las ecuaciones de la resistencia de materiales para encontrar los esfuerzos internos, deformaciones y tensiones que actúan sobre una estructura, como edificaciones o esqueletos resistentes de maquinaria. Igualmente el análisis dinámico estudiaría el comportamiento de dichas estructuras y la aparición de posibles vibraciones dentro la estructura.

Determinación de esfuerzos

El tipo de método empleado difiere según la complejidad y precisión requerida por los cálculos:

Métodos clásicos:

Para estructuras muy sencillas entre las que se encuentran la teoría de vigas de Euler-Bernoulli es el método más simple, es aplicable sólo a barras esbeltas sometidas a flexión y esfuerzos axiales. Naturalmente no todas las estructuras se pueden analizar por este método. Cuando existen elementos estructurales bidimensionales en general deben emplearse métodos basados en resolver ecuaciones diferenciales.

El hormigón armado

Es un material estructural en el que se integran las propiedades del hormigón simple y del acero de refuerzo. Para que se produzca ese trabajo integrado es necesario que ambos materiales básicos estén íntimamente unidos e interaccionen a través de las fuerzas de adherencia que se desarrollan en sus superficies de contacto permitiendo que estos elementos funcionen como uno solo con la capacidad de absorber esfuerzos de compresión y tracción.

Para favorecer esa adherencia, la superficie del acero debe ser rugosa por lo que estructuralmente se utilizan varillas de acero corrugado, y el hormigón debe ser vibrado luego de ser colocado en los moldes.

Por aspectos de costo, el acero de refuerzo representa un pequeño porcentaje del volumen total del hormigón armado de la estructura (generalmente alrededor del 2%, aunque en casos especiales puede superar el 5%). Para lograr un comportamiento unificado en el hormigón armado (como si fuera un único material), el hormigón simple debe recubrir totalmente a las varillas de acero.

Losas Bidireccionales

Estas losas son conocidas por este nombre ya que la geometría de esta y el tipo de apoyo determina la magnitud de los esfuerzos en dos direcciones ortogonales, o sea, que se sustentan en dos direcciones ortogonales, que se desarrollan esfuerzos y deformaciones en ambas direcciones.

Las más comunes son construidas con bloque, de diferentes medidas de acuerdo al diseño. Antes que nada debemos entender que una primera opción siempre es la losa maciza, pero cuando el peralte de esta sobrepasa los 15 cm ya no están recomendable económicamente hablando, pues requiere un consumo mucho mayor de concreto, además del exceso de peso que le consignaría a las vigas las cuales se tendrían que diseñar para soportar una mayor sobrecarga debido al peso propio de la losa. Por estos dos puntos importantes es que se recomienda utilizar losas aligeradas que permiten un gran peralte y un consumo menor de concreto, trayendo una sobrecarga muerta mucho menor a las vigas, teniendo en cuenta que las dos serian igual de seguras.

Losa maciza

Una losa maciza es aquella que cubre tableros rectangulares o cuadrados cuyos bordes, descansan sobre vigas a las cuales les transmiten su carga y éstas a su vez a las columnas. Se supone que los apoyos de todos sus lados son relativamente rígidos, con flechas muy pequeñas comparadas con las de la losa. El refuerzo para estas losas, se coloca en dos direcciones ortogonales para soportar los momentos desarrollados en cada uno de ellos. Este tipo de losa es comúnmente usado en la construcción de casas, edificios entre otras estructuras por ser sencillo de construir, económico y por ser fácilmente adaptable a diseños irregulares

TEORÍA CLÁSICA DE PLACAS

Se define como placa al elemento sólido en el que una de sus dimensiones (espesor o altura) es mucho menor que las otras. La superficie plana equidistante de las dos caras con mayores dimensiones se denomina plano medio de la placa.

Por otra parte se define como estado de placa al sistema de cargas en el que sólo actúan fuerzas exteriores normales al plano medio de la placa y momentos contenidos en planos perpendiculares al mismo

El análisis de placas es tan frecuente en la práctica de la construcción por lo que su estudio está plenamente justificado. Clásicos ejemplos de aplicación se pueden encontrar en edificación, cimentación, puentes losa, losas de entrepisos, pavimentos de hormigón, muros etc. Es decir en estructuras tan simples y frecuentes con las que cualquier ingeniero va a encontrarse muchas veces en el ámbito de su vida profesional y por tanto debe poder conocer su respuesta estructural sin necesidad de ser un gran especialista en el cálculo de estructuras.

Las placas son estructuras tridimensionales sin embargo su comportamiento se lo puede analizar mediante un modelo bidimensional.

Si se pudiera considerar que la variación de las variables significativas a lo largo del espesor es una función conocida de los valores que las mismas toman en el plano medio. En estas condiciones sería suficiente analizar el plano medio para encontrar una solución tensodeformacional compatible y equilibrada.

Una estructura está bien definida cuando se conoce su geometría, el material con el que está hecha y las respectivas solicitaciones que actúan sobre ella, tomando en cuenta estas tres condiciones, dicha estructura presenta un comportamiento que puede ser expresado matemáticamente.

Hipótesis Básicas

La respuesta tensodeformacional de una placa puede obtenerse por degeneración de la teoría de la elasticidad tridimensional suponiendo que la variación, de las distintas magnitudes que intervienen en el proceso a lo largo del espesor, es una función conocida de los valores que toman en el plano medio de la misma.

Para generar la teoría de Placas clásica bajo estas condiciones es necesario establecer las siguientes hipótesis:

- El material de la Placa se supone elástico, homogéneo e isótropo.
- Se supone válida la teoría de las pequeñas deformaciones. Una flecha del 10% del espesor puede ser considerada como un límite máximo para satisfacer la hipótesis de flechas pequeñas.
- Todos los puntos situados sobre una recta normal al plano medio de la placa sin deformar, permanecen después de la deformación sobre una recta (Hipótesis de Navier) normal al plano medio deformado. Hipótesis de Normalidad.
- Los puntos del plano medio sólo se mueven en la dirección perpendicular al mismo. Es decir sólo se considera la deformación provocada por la flexión.
- Todos los puntos situados sobre una normal al plano medio tienen la misma flecha. Es decir que se puede considerar que $w(x, y, z) = w(x, y)$. ya que los esfuerzos normal en el eje z se consideran despreciables.
- La tensión normal al plano medio de la placa se considera despreciable.

Estas hipótesis permiten expresar los desplazamientos, deformaciones, tensiones y esfuerzos en el plano medio sólo en función de la flecha $w(x, y)$ que caracteriza cada punto de la placa transformando así un problema inicialmente tridimensional en bidimensional.

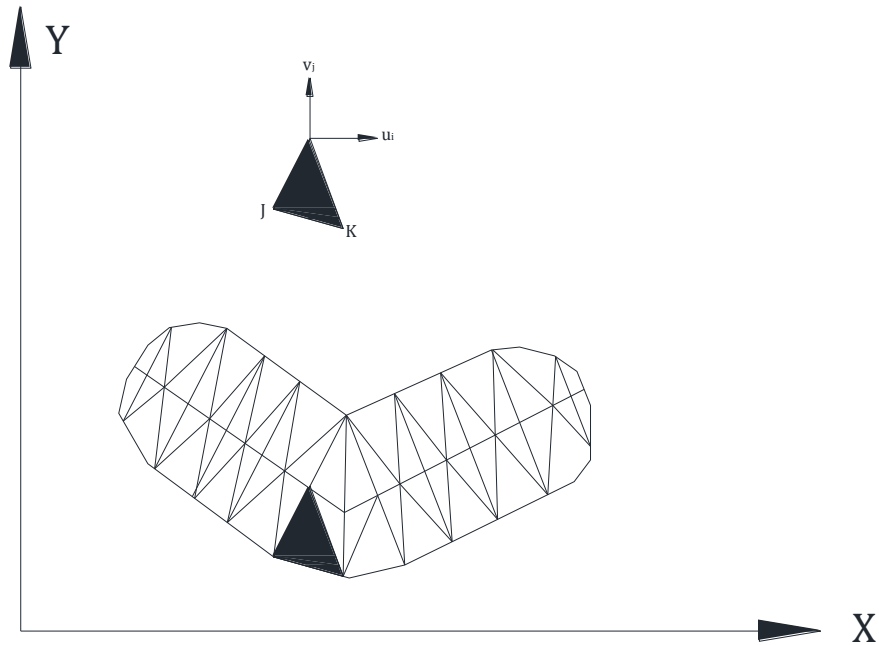


Figura 2.1

Los componentes del vector de desplazamiento asociado a cualquier punto del elemento son dos;

$$u = u(x, y, t) \rightarrow \text{Paralelodeleje } X$$

$$v = v(x, y, t) \rightarrow \text{Paralelodeleje } Y$$

Donde la representación vectorial es:

$$u = \begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = u(x, y, t) \quad \text{Ec : 2.10}$$

Bravo L., & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Los elementos finitos se supone que están interconectados en un número finito de puntos nodales, situados sobre la frontera de los elementos. Los desplazamientos de los puntos nodales son las incógnitas básicas del problema. De acuerdo a esto los puntos nodales del elemento finito se etiquetan con las letras i, j, k (sentido contrario a las manecillas del reloj) que pueden representar a cualquier dígito entero con los que se muestran los puntos nodales de la estructura.

Entonces los vectores de desplazamiento de los puntos nodales son:

$$u_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix} = u_i(t); \quad u_j = \begin{bmatrix} u_j \\ v_j \end{bmatrix} = u_j(t); \quad u_k = \begin{bmatrix} u_k \\ v_k \end{bmatrix} = u_k(t); \quad Ec: 2.11$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Con estas ecuaciones se puede formar un solo vector denominado vector de desplazamiento nodal del elemento, indicado a continuación:

$$u^e = \begin{bmatrix} u_i \\ u_j \\ u_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{bmatrix} = u^e(t) \quad Ec: 2.12$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Así mismo, para el elemento triangular de la figura las ecuaciones correspondientes serian:

$$\tilde{u} = N_i u_i + N_j u_j + N_k u_k = \tilde{u}(x, y, t) \quad Ec: 2.13$$

$$\tilde{v} = N_i v_i + N_j v_j + N_k v_k = \tilde{v}(x, y, t) \quad Ec: 2.14$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Dónde los valores N dependen de la las coordenadas x e y donde se ubican

$$N_i = N_i(x, y)$$

$$N_j = N_j(x, y)$$

$$N_k = N_k(x, y)$$

Dichas ecuaciones se las conoce como funciones de forma.

Las ecuaciones del elemento triangular, anterior se pueden escribir en forma matricial como se indica a continuación:

$$\begin{bmatrix} \tilde{u} \\ \tilde{v} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ u_j \\ v_j \\ u_k \\ v_k \end{bmatrix} \quad Ec: 2.15$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Dónde:

$$N_i = \begin{bmatrix} N_i & 0 \\ 0 & N_i \end{bmatrix}; \quad N_j = \begin{bmatrix} N_j & 0 \\ 0 & N_j \end{bmatrix}; \quad N_k = \begin{bmatrix} N_k & 0 \\ 0 & N_k \end{bmatrix} \quad Ec: 2.16$$

$$N = \begin{bmatrix} N_i & N_j & N_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N_i & 0 & N_j & 0 & N_k & 0 \\ 0 & N_i & 0 & N_j & 0 & N_k \end{bmatrix} \quad Ec: 2.17$$

Hurtado E. (2002). Introduccción al análisisestructural porelementos finitos. Universidad Nacionalde Colombia, Colombia.

Donde B es la matriz de deformaciones, que escrita en forma explícita el elemento en cuestión es:

$$B = \begin{bmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x} & 0 & \frac{\delta N_j}{\delta x} & 0 & \frac{\delta N_k}{\delta x} & 0 \\ 0 & \frac{\delta N_i}{\delta y} & 0 & \frac{\delta N_j}{\delta y} & 0 & \frac{\delta N_k}{\delta y} \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} & \frac{\delta N_i}{\delta x} & \frac{\delta N_j}{\delta y} & \frac{\delta N_j}{\delta x} & \frac{\delta N_k}{\delta y} & \frac{\delta N_k}{\delta x} \end{bmatrix} \quad Ec: 2.18$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Conociendo la matriz de constantes elásticas que se obtienen a partir de las propiedades del material del elemento, para un elemento elástico isotrópico.

$$D = \frac{E * t^3}{12 * (1 - \nu^2)} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1 - \nu) / 2 \end{bmatrix} \quad Ec : 2.19$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Donde E es el módulo de elasticidad del hormigón y ν es el coeficiente de poisson.

Funciones de forma

Las ecuaciones del elemento finito se obtienen mediante el uso de los métodos variacionales (Rayleigh-Ritz) o de los residuos pesados (Galerkin), que gobiernan, en forma aislada a todos los elementos finitos.

El paso más importante en el método de elementos finitos consiste en la selección de funciones de interpolación adecuadas, debiendo satisfacer los criterios correspondientes para lograr la convergencia de la solución aproximada a la exacta de la ecuación diferencial en cuestión

La interpolación en elementos finitos se caracteriza por la forma del elemento elegido y el orden de aproximación deseada. Para una buena selección de un elemento finito de debe tomar en cuenta:

- a.) La geometría del dominio global
- b.) El grado de aproximación deseado para la solución
- c.) La facilidad de integración sobre el dominio del elemento

Las funciones de forma o de interpolación son polinomios de varios grados que pueden ser integrados en un dominio global unidimensional, bidimensional o tridimensional.

Pueden ser polinomios lineales, en donde solo se requiere conocer los puntos nodales de los extremos de los elementos finitos; para un polinomio cuadrático se adiciona un punto nodal comprendido dentro de la frontera del elemento finito, además de sus extremos.

Elementos Isoparamétricos

Para cualquier geometría, relativamente compleja, se puede representar con un número pequeño de elementos. Se necesitan elementos finitos con formas más complejas que las descritas anteriormente. En este apartado se tratan geometrías distorsionadas (lados y superficies curvas) de los elementos de forma simple que conduzcan a geometrías arbitrarias según se puede observar en la figura 2.2, donde los puntos asociados a las regiones regulares mapean a puntos de las regiones irregulares. En este mapeo, la referencia original del elemento se transforma en una referencia curvilínea.

Si el mapeo es uno a uno, se puede establecer una correspondencia entre coordenadas cartesianas y curvilíneas de la forma mostrada en la figura 2.2.

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = f \begin{pmatrix} \xi \\ \eta \end{pmatrix} \qquad \text{Ec : 2.20}$$

Una vez establecida la relación dada por la ecuación anterior, las ecuaciones de forma se pueden especificar en las coordenadas locales y , mediante una serie de transformación, determinar los elementos correspondientes a una referencia arbitraria

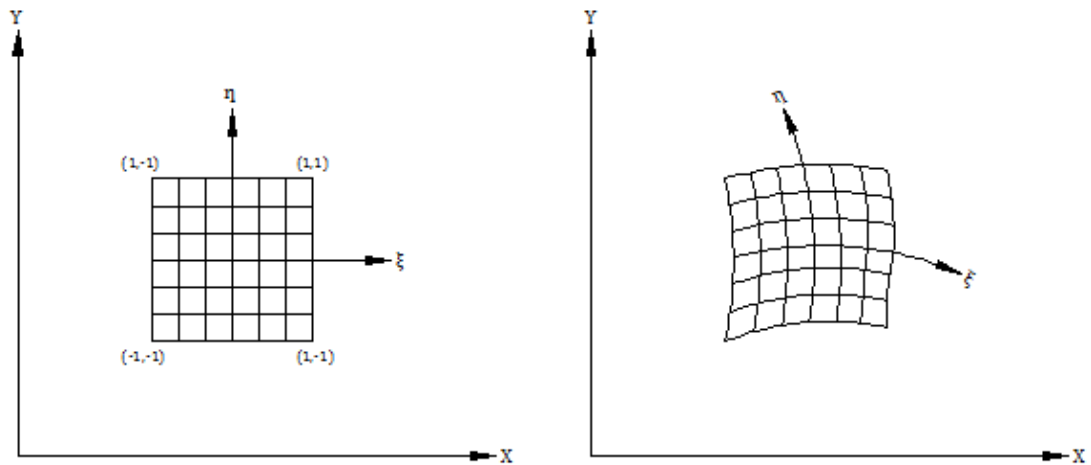


Figura 2.2

Si $N_i = N_i(\xi, \eta)$ son las funciones de forma del elemento en las coordenadas locales (no deformadas), se puede realizar la transformación de coordenadas mediante las relaciones siguientes.

$$x = N_1 x_1 + \dots + N_m x_m = N_i x_i = (N_1 \dots N_m) \begin{pmatrix} x_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ x_m \end{pmatrix} \quad \text{Ec : 2.21}$$

$$y = N_1 y_1 + \dots + N_m y_m = N_i y_i = (N_1 \dots N_m) \begin{pmatrix} y_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ y_m \end{pmatrix} \quad \text{Ec : 2.22}$$

Hurtado E. (2002). Introducción al análisis estructural por elementos finitos. Universidad Nacional de Colombia, Colombia.

Donde

x e y Son las coordenadas en la referencia cartesiana de cualquier punto localizado en el elemento deformado.

x_i e y_i Son las correspondientes coordenadas cartesianas de los m puntos seleccionados sobre la frontera del elemento.

Para asegurar la continuidad entre las fronteras de los elementos mapeados basta con asegurar las funciones de forma N_i , garanticen la continuidad de los elementos en la configuración no deformada.

La representación de la variable de campo, función u , definida en la región del elemento en término de las coordenadas curvilíneas (ξ, η) y las funciones de forma resulta ser:

$$u = N_i(\xi, \eta) u_i = (N_1 \dots \dots \dots N_m) \begin{pmatrix} u_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ u_m \end{pmatrix} \quad Ec : 2.23$$

Hurtado E. (2002). Introducción al análisis estructural por elementos finitos. Universidad Nacional de Colombia, Colombia.

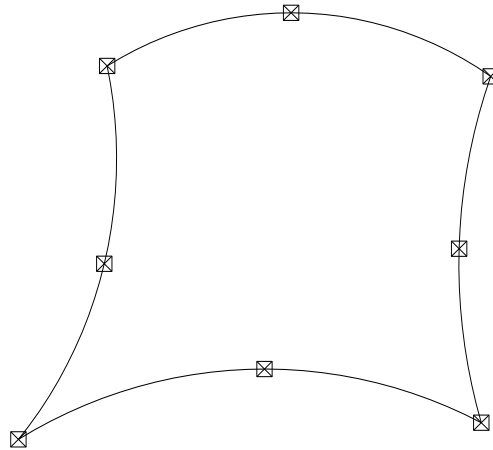
Dónde:

u_i Son los valores de la variable u en los n puntos del elemento $i = 1, \dots, n$

Para asegurar la continuidad de la función u , basta con asegurar que las funciones de forma $N_i(\xi, \eta)$ usadas, garanticen la continuidad de u en las coordenadas del elemento no deformado

Los puntos nodales n usados para definir la interpolación de la función u puede estar o no relacionados con los m puntos empleados para definir la geometría del elemento.

En la figura 2.3 muestra la relación que se puede representar para un elemento plano (cuadrilátero con lados curvos) en donde la función de forma $N_i = 1, \dots, 8$; para definir la geometría del elemento son cuadráticas.



ISOPARAMÉTRICO

Figura 2.3

Considerando el sistema de referencia local ζ, η y su correspondiente sistema de referencia global x, y ; las derivadas parciales de las funciones de forma N_i respecto a las variables locales, para la regla de la cadena, se puede expresar, en forma matricial como:

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial \xi} \\ \frac{\partial N_i}{\partial \eta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\partial x}{\partial \xi} & \frac{\partial y}{\partial \xi} \\ \frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial y}{\partial \eta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} = J \begin{pmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} \\ \frac{\partial N_i}{\partial y} \end{pmatrix} \quad \text{Ec : 2.24}$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Donde J es la denominada matriz jacobiana; se puede cuantificar explícitamente con base a las ecuaciones 2.20, ya que, por la ecuación 2.23, se conocen las funciones de forma en la referencia local (elementos isoparamétricos). La expresión de J resulta ser:

$$J = \begin{pmatrix} \sum \frac{\delta N_i}{\delta \xi} & \sum \frac{\delta N_i}{\delta \xi} \\ \sum \frac{\delta N_i}{\delta \eta} & \sum \frac{\delta N_i}{\delta \eta} \end{pmatrix} \quad Ec : 2.25$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). *Metodo del Elemento Finito Aplicado al análisis Estructural*. Universidad de Puebla, Mexico.

Dónde:

$$\begin{pmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta x} \\ \frac{\delta N_i}{\delta y} \end{pmatrix} = J^{-1} \begin{pmatrix} \frac{\delta N_i}{\delta \xi} \\ \frac{\delta N_i}{\delta \eta} \end{pmatrix} \quad Ec : 2.26$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). *Metodo del Elemento Finito Aplicado al análisis Estructural*. Universidad de Puebla, Mexico.

Para que exista J^{-1} es necesario que el jacobiana (determinante de J) de la transformación sea diferente de cero.

$$dt J = |J| = \begin{vmatrix} \frac{\delta x}{\delta \xi} & \frac{\delta y}{\delta \xi} \\ \frac{\delta x}{\delta \eta} & \frac{\delta y}{\delta \eta} \end{vmatrix} = \left| \frac{\delta(x, y)}{\delta(\delta, \eta)} \right| \neq 0 \quad Ec : 2.27$$

Bravo L, & Huitzil C. (1998). *Metodo del Elemento Finito Aplicado al análisis Estructural*. Universidad de Puebla, Mexico.

En el método de elementos finitos es muy frecuente cuantificar integrales sobre regiones de los diversos elementos finitos, como las indicadas a continuación.

$$A_i = \int_A G_A \delta A = \int_A G_A(x, y) \delta x \delta y \quad Ec : 2.28$$

$$L_i = \int_L G_L \delta X = \int_A G_L(x) \delta x \quad Ec : 2.29$$

Bravo L., & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

Debido a la complejidad, tanto de los integrandos, como de las regiones de integración, es conveniente establecer las integrales anteriores en función de las coordenadas naturales, y quedan como se indica.

$$A_i = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 G_A(\xi, \eta) \delta \xi \delta \eta \quad Ec : 2.30$$

$$L_i = \int_{-1}^1 G_L(\xi) \delta \xi \quad Ec : 2.31$$

Bravo L., & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

En las ecuaciones 2.29 y 2.30 están bien definidas, las funciones G_A y G_L resultan, en general, sumamente complejas de tal manera que para llevar a cabo las integraciones es necesario un método numérico que sea una aproximación al problema.

Para realizar la integración para el elemento finito rectangulares el método numérico recomendable es la cuadrática gaussiana en donde el error es del orden $O(\Delta^{2n})$.

Con esta cuadratura las ecuaciones 2.29 y 2.30 se transforman en las siguientes:

$$A_i = \sum_{i=j}^n \sum_{i=j}^n H_i H_j G_A(\xi_i, \eta_i) \quad Ec : 2.32$$

$$L_i = \sum_{i=j}^n H_i G_L(\xi_i) \quad Ec : 2.33$$

Bravo L., & Huitzil C. (1998). Metododel Elemento Finito Aplicadoal análisis Estructural. Universidad de Puebla, Mexico.

2.5) Hipótesis

Hipótesis de trabajo

Los factores de mayoración de carga han variado en el código ACI para el diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo

2.6) Señalamiento de variables de la hipótesis

Variable independiente

Aplicación del código ACI

Variable dependiente

Diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo

CAPÍTULO III

METODOLOGÍA

3.1) Enfoque

Esta investigación ofrecerá la posibilidad de aplicar eficientemente las consideraciones del código ACI para el análisis, cálculo y diseño de losas macizas y alivianadas bidireccionales, para un mejor funcionamiento estructural y de manera económica.

3.2) Modalidad básica de investigación

Investigación aplicada

La presente investigación será aplicada ya que con la misma se busca agilizar el cálculo y diseño de losas tanto alivianadas como macizas bidireccionales

3.3) Nivel o tipo de investigación

Los niveles de investigación para realizar el presente trabajo de investigación será:

- Nivel Exploratorio
- Nivel Descriptivo
- Nivel Explicativo

Nivel exploratorio

Se efectúa normalmente cuando el objeto a investigar es un tema o problema el mismo que no a sido abordado con anterioridad. Estos estudios nos permiten conocer o familiarizarnos con el tema o problema desconocido y que se desea investigar

Nivel descriptivo

Busca especificar las propiedades importantes de los materiales a emplear o cualquier otro fenómeno que sea sometido a análisis

Nivel explicativo

Están dirigidos a responder todas las interrogantes producidas durante la investigación así como los eventos físicos y sociales

3.4) Población y muestra

Para las presentes investigaciones Aplicación del código ACI 318-2008 para el diseño de losas alivianadas y losas macizas bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo es necesario indagar en los códigos que controlan el análisis y diseño de losas, actualizando los parámetros de control para las diferentes solicitaciones a los que estarán sometidos. Por lo que se omite la población y muestra.

3.5) Operacionalización de las variables

Variable Independiente	Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Técnicas
Aplicación del código ACI	Proporciona los <u>requisitos mínimos para el diseño</u> y la construcción así como los <u>procedimientos de calculo</u>	<u>requisitos mínimos para el diseño</u>	Esfuerzos de flexión	¿Cuáles es la resistencia requerida?	Bibliografía Códigos ACI
			Esfuerzos de corte	¿Cuáles son los requisitos mínimos de corte?	Bibliografía Códigos ACI
		<u>procedimientos de calculo</u>	Cálculo manual	¿Qué consideraciones se debe tomar para el cálculo manual?	Bibliografía Códigos ACI
			Utilización de programas de cálculo	¿Qué programa es el más adecuado para el cálculo de losas?	Bibliografía Códigos ACI

Variable Independiente	Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Técnicas
Diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccional y la implementación de un programa de cálculo	Losa Densa es el sistema estructural uní o bidireccional de concreto armado que junto con las vigas forma parte del entrepiso. Estas pueden ser <u>alivianadas</u> o <u>macizas</u> las mismas que puede estar apoyada sobre vigas metálicas o vigas de concreto.	Losa alivianada	Resistencia del hormigón	¿Cuál es la resistencia adecuada del hormigón?	Bibliografía Códigos ACI
			Tipo de armado	¿De qué depende el tipo de armado de las losas?	Bibliografía Códigos ACI
		Losa maciza	Tipo de armado	¿De qué depende el tipo de armado de las losas?	Bibliografía Códigos ACI
			Resistencia del hormigón	¿Cuál es la resistencia adecuada del hormigón?	Bibliografía Códigos ACI

3.6) Recolección de la información

Preguntas Básicas	Explicación
1.) ¿Para qué?	Para resolver los objetivos y la hipótesis de la investigación
2.) ¿De qué personas u objetos?	La investigación se realizara para futuras generaciones como material de consulta
3.) ¿Sobre qué aspectos?	Aplicación del código ACI 318 para el diseño de losas alivianadas y macizas y la implementación de un programa de cálculo
4.) ¿Quién?	José Luis Pungaña Manzano
5.) ¿Cuándo?	La recolección de la investigación iniciara en Enero del 2015
6.) ¿Dónde?	En la Biblioteca de la Universidad Técnica de Ambato
7.) ¿Número necesario de instrumentos?	Bibliográficos

3.7) Procesamiento y análisis

3.7.1) Plan de procesamiento de la información

- Revisión crítica de la información recogida, es decir descartar información que sea contradictoria, incompleta y que afecte a los resultados finales de la investigación
- Tabulación de los resultados para un fácil acceso y comprensión de la misma según las variables de la hipótesis
- Estudio estadístico de los datos para la presentación de resultados
- Codificación de los resultados con sus respectivas alternativas

CAPÍTULO IV

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS

Es importante conocer las disposiciones vigentes del código ACI 318 para combinaciones de carga, factores de reducción y mayoración de carga así como las ecuaciones para el pre diseño de losas alivianadas y losas macizas, por lo que se realizó la investigación bibliográfica de los códigos ACI 318-1999, ACI 318-2005, ACI 318-2008, ACI 318-2011.

4.1 Análisis de los resultados

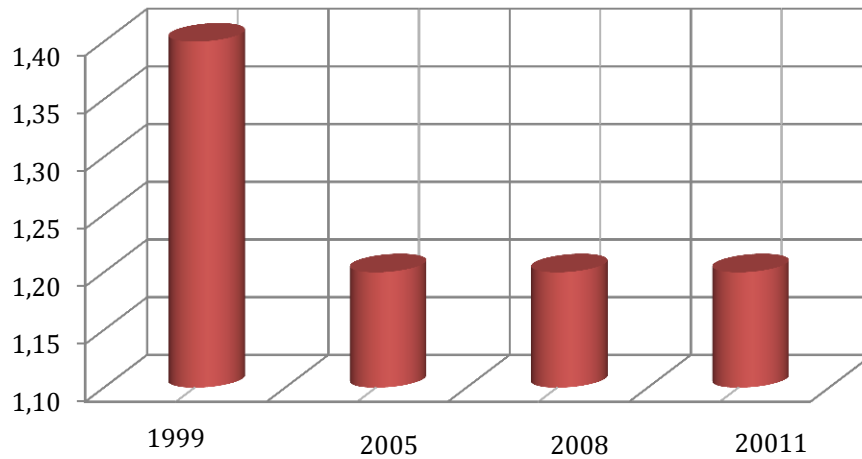
1.) ¿Cuáles es la resistencia requerida?

La resistencia requerida U debe ser por lo menos igual al efecto de las cargas mayoradas en las siguientes ecuaciones.

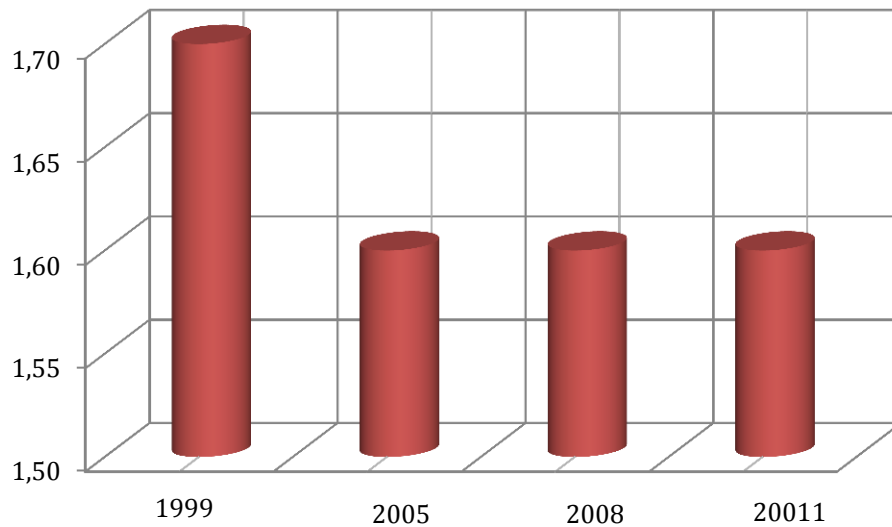
CODIGO	FACTORES DE MAYORACION
ACI-318-99	$U=1.40D+1.70L$
ACI-318-2005	$U=1.20(D+F+T)+1.60(L+H)+0.50(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R)$
ACI-318-2008	$U=1.20(D+F+T)+1.60(L+H)+0.50(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R)$
ACI-318-2011	$U=1.20(D+F+T)+1.60(L+H)+0.50(L_r \text{ ó } S \text{ ó } R)$

**Tabla 1: Factores de mayoración
Valores tomados de los códigos ACI**

RESISTENCIA REQUERIDA CARGA MUERTA(D)



RESISTENCIA REQUERIDA CARGA VIVA



2.) ¿Cuáles son los requisitos mínimos de corte?

La resistencia de diseño proporcionada por un elemento, sus conexiones con otros elementos, así como sus secciones transversales, en términos de flexión, carga axial,

cortante y torsión, deben tomarse como la resistencia nominal calculada de acuerdo con los requisitos y suposiciones de este reglamento, multiplicada por los factores ϕ de reducción de resistencia

RESISTENCIA DE DISEÑO	1999	2005	2009	2011
	COEFICIENTES			
Flexión sin carga axial	0,90	0,90	0,90	0,90
Tensión axial y tensión axial con flexión	0,90	0,90	0,90	0,90
Elementos con refuerzo en espiral según la sección	0,75	0,70	0,75	0,75
Otros elementos reforzados	0,70	0,65	0,65	0,65
Cortante y torsión	0,85	0,75	0,75	0,75
Zonas de anclaje y potenzados	0,85	0,85	0,85	0,85

Tabla 2: Coeficientes para chequeo a corte
Valores tomados de los códigos ACI

3.) ¿Qué consideraciones se debe tomar para el cálculo?

La losa nervada consiste en una combinación monolítica de viguetas regularmente espaciadas, y una losa colocada en la parte superior que actúa en una dirección o en dos direcciones ortogonales.

CONDICION	1999	2005	2009	2011
	COEFICIENTES			
Ancho de nervadura	No debe ser menor que 10cm y no mayor a 3.50 veces su ancho mínimo	No debe ser menor que 10cm y no mayor a 3.50 veces su ancho mínimo	No debe ser menor que 10cm y no mayor a 3.50 veces su ancho mínimo	No debe ser menor que 10cm y no mayor a 3.50 veces su ancho mínimo
Espaciamiento libre	No debe exceder de 75cm	No debe exceder de 75cm	No debe exceder de 75cm	No debe exceder de 75cm
Espesor de la losa	No menor que 1/12 de su distancia libre ni menor que 5cm	No menor que 1/12 de su distancia libre ni menor que 4cm	No menor que 1/12 de su distancia libre ni menor que 5cm	No menor que 1/12 de su distancia libre ni menor que 4cm

Tabla 3: Parámetros para el dimensionamiento
Valores tomados de los códigos ACI

4.) ¿Cuáles son los parámetros para el Pre diseño de losas alivianadas?

El espesor mínimo h para losas con vigas que se extienden entre los apoyos en todos los lados debe ser:

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{fy}{14000}\right)}{36 + \beta}$$

Ecuación 9.12: Código ACI 318 – 1999

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{fy}{1500}\right)}{36 + \beta}$$

Ecuación 9.13: Código ACI 318 – 2005

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{fy}{1400}\right)}{36 + \beta}$$

Ecuación 9.13: Código ACI 318 – 2008

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{fy}{1400}\right)}{36 + \beta}$$

Ecuación 9.13: Código ACI 318 – 2011

5.) ¿Cuáles son los parámetros para chequeo de deflexiones?

Tabla 9.5.(B)		
Tipo de elemento	Deflexión considerada	Límite de deflexión
Cubiertas planas que no soporten ni estén ligadas a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	L/180 *
Entrepisos que no soporten ni estén ligados a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	Deflexión inmediata debida a la carga viva, L	L/360
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.	La parte de la deflexión total que ocurre después de la unión de los elementos no estructurales (la suma de la deflexión a largo plazo debida a todas las cargas permanentes, y la deflexión inmediata debida a cualquier carga viva adicional)	L/480
Sistema de entepiso o cubierta que soporte o esté ligado a elementos no estructurales no susceptibles de sufrir daños debido a deflexiones grandes.		L/240

**Tabla 4: Parámetros para chequeo a flexión
Valores tomados de los códigos ACI**

6.) ¿Cuáles es la resistencia de diseño para el acero de refuerzo?

Los valores de f_y y f_{yt} usados en los cálculos de diseño no deben exceder de:

CODIGO	f_y PARA ACERO DE REFUERZO
ACI-99	5600 kg/cm ²
ACI-05	5600 kg/cm ²
ACI-08	5500 kg/cm ²
ACI-11	5500 kg/cm ²

**Tabla 5: Parámetros para el uso del f_y
Valores tomados de los códigos ACI**

7.) ¿Cuáles es la cuantía de acero para losas de cubierta por contracción y temperatura?

CODIGO	DETALLE	ρ
ACI-99	En losas donde se empleen varilla corrugada o malla soldada de alambre (corrugado o liso) Grado 42	0,0018
ACI-05	En losas donde se empleen barras corrugadas o refuerzo electro soldado de alambre Grado 42	0,0018
ACI-08	En losas donde se empleen barras corrugadas Grado 420 o refuerzo electro soldado de alambre	0,0018
ACI-11	Losas donde se utilicen barras corrugadas de grado 60 barras corrugadas o refuerzo electro soldado de alambre	0,0018

**Tabla 6: Porcentaje de acero mínimo
Valores tomados de los códigos ACI**

4.2 Interpretación de resultados

De las preguntas planteadas podemos decir que los valores obtenidos del código ACI 318-2008 deben ser aplicados para el análisis de losas así como para los diferentes elementos estructurales.

Dentro de estos valores obtenidos presenta los factores de mayoración así como los parámetros de control para chequeos a flexión y corte.

Por otro lado recomiendan la cuantía de acero para diferentes elementos estructurales

Por último se presenta la formula la el pre diseño o dimensionamiento de la altura de la losa mismo que posterior a la obtención de los resultados se realizaran los cheques respectivos

4.3 Verificación de la hipótesis

Como podemos observar los coeficientes para la mayoración de cargas y la obtención de la carga ultima ha cambiado con respecto a los códigos antecesores cumpliendo la hipótesis planteada.

Por otro lado no lo los coeficientes de mayoración son los que han cambiado ya que como se puede observar se presentan variaciones en el pre diseño de losas así como los parámetros de control para flexión y corte y flechas máximas.

CAPÍTULO V

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 Conclusiones

5.1.1 Para el análisis de una estructura es necesario que las cargas a ser consideradas sean mayoradas con el objeto de proveer al edificio mayor seguridad ante algunas eventualidades como son los sismos o sobrecargas. Es por esto que el código ACI presenta los porcentajes de mayoración tanto para carga viva como para carga muerta siendo en su versión ACI-318-2011 el 20% para carga muerta y el 60% para carga viva.

5.1.2 Con el objeto de brindar un óptimo funcionamiento de las estructuras el código ACI presenta factores de reducción de carga para elementos sometidos a flexión, carga axial, cortante y torsión, presentando cambios en el ACI 318-2011 para elementos sometidos a esfuerzos cortantes igual a 0.75 como factor de reducción de carga

5.1.3 Los parámetros a seguir para el pre diseño de losas bidireccionales tanto para nervaduras como para espesor de la loseta se definen en al ACI 318-2011 siendo el nervio no menor que 10cm y no mayor a 3.50 veces su ancho mínimo. Para la loseta indica que no debe ser menor que 1/12 de su distancia libre ni menor que 4cm

5.1.4 El código ACI presenta ecuaciones para el pre diseño de losas alivianadas bidireccionales siendo en su última versión ACI 318-2011

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{f_y}{1400}\right)}{36 + \beta}$$

Ecuación 9.13: Código ACI 318 – 2011

5.1.5 Para la realización de los chequeos de flexión en ACI presenta parámetros de deflexiones máximas a considerar en función de la longitud siendo para losas alivianadas bidireccionales $L/180$

5.1.6 El ACI 318 sugiere que el valor de f_y no debe exceder de 5500kg/cm^2 para refuerzos a flexión como para corte

5.1.7 El cuantía de acero de refuerzo en losas sometidas a temperaturas moderadas debe ser 0.0018 del área en análisis, valor que no ha cambiado desde al ACI 318-99 a la actualidad

5.2 Recomendaciones

5.2.1 En las diferentes versiones del ACI presenta la ecuación para el pre diseño de losas bidireccionales las cuales dependiendo del año de edición cambian las unidades por lo que se debe tener mucha atención al momento de la aplicación de dicha ecuación.

CAPÍTULO VI

PROPUESTA

6.1 Datos informativos

Tema:

Aplicación del código ACI 318-2008 para el diseño de losas alivianadas y losas macizas bidireccionales y la implementación de un programa de cálculo.

Institución Ejecutora

La propuesta se ejecutara con el apoyo de Ing. Patricio Vasco como director de Tesis y José Luis Pungaña como proponente del presente Proyecto de investigación

6.2 Antecedentes de la Propuesta

En la actualidad el avance investigativo en el campo de la ingeniería civil ha avanzado razonablemente, motivo por el cual es necesario la aplicación de dichos avances en el diseño de elementos estructurales. En el análisis y diseño de losas alivianadas bidireccionales y losas macizas ha habido modificaciones en los códigos que rigen su análisis

El presente proyecto de investigación busca aplicar las modificaciones que se han dado a lo largo de estos años como las modificaciones en los factores de mayoración de carga, ecuaciones para el pre diseño, factores de reducción de carga, constantes para el chequeo de flechas y control de momentos y cortantes que actúan en la losa

El método para el análisis de losas alivianadas bidireccionales y macizas es muy importante por lo que en la presente investigación presenta el análisis por el método de elementos finitos y definiéndola como “Teoría de Placas”, en la que se considera a la losa como un elemento sólido de tres dimensiones en el que una de sus dimensiones es mucho menor que las otras dos. La superficie plana equidistante de las dos caras con mayores dimensiones se denomina plano medio de la placa.

Por otra parte se define como estado de placa al sistema de cargas en el que sólo actúan fuerzas exteriores normales al plano medio de la placa y momentos contenidos en planos perpendiculares al mismo, lo que es lo mismo momentos cuyos ejes están contenidos en el plano medio.

6.3. Justificación

El avance en la ingeniería civil en cuanto a códigos como es el ACI 318 en estos años y sus respectivas actualizaciones requieren que estas normativas sean aplicadas el análisis y diseños de elementos estructurales

Existen diversos métodos de análisis y diseño de hormigón tanto manual como con el uso de programas de cálculo, dichos métodos nos permiten obtener resultados fáciles y prácticos al momento de tomar decisiones sobre proyectos de ingeniería civil.

El análisis de estructuras o elementos estructurales (Columnas, Vigas, Losas) se las puede realizar por el método de elementos finitos el mismo que nos permite obtener resultados del elementos en cualquier punto del elemento.

Para el análisis de losas alivianadas y losas macizas bidireccionales por el método de elementos finitos se lo realiza con el empleo de matricial de manera que se la debe realizar con el uso de programas de cálculo para la resolución de dichas matrices que dependiendo de la estructura estas serán bastante extensas

El código ACI en su última versión presenta modificaciones con respecto a sus versiones anteriores por lo que es necesario que dichas modificaciones sean

implementadas en el análisis y diseño de estructuras, para el diseño de losas alivianadas y losas macizas bidireccionales presenta modificaciones para el pre diseño, disminuyen los factores de seguridad para carga viva y para carga muerta, y se han mantenido los factores para el control de las deformaciones y flechas máximas permisibles.

6.4 Objetivos

6.4.1 Objetivo General

- Realizar el diseño de losa alivianada y losa maciza bidireccional usando las modificaciones que presenta el código ACI 318

6.4.2 Objetivos Específicos

- Indagar sobre las actualizaciones que ha tenido el código ACI
- Aplicar las actualizaciones que presenta el código ACI
- Verificar resultados con un programa de calculo

6.5 Análisis de Factibilidad

La presente trabajo de investigación es aplicable en base a las siguientes consideraciones

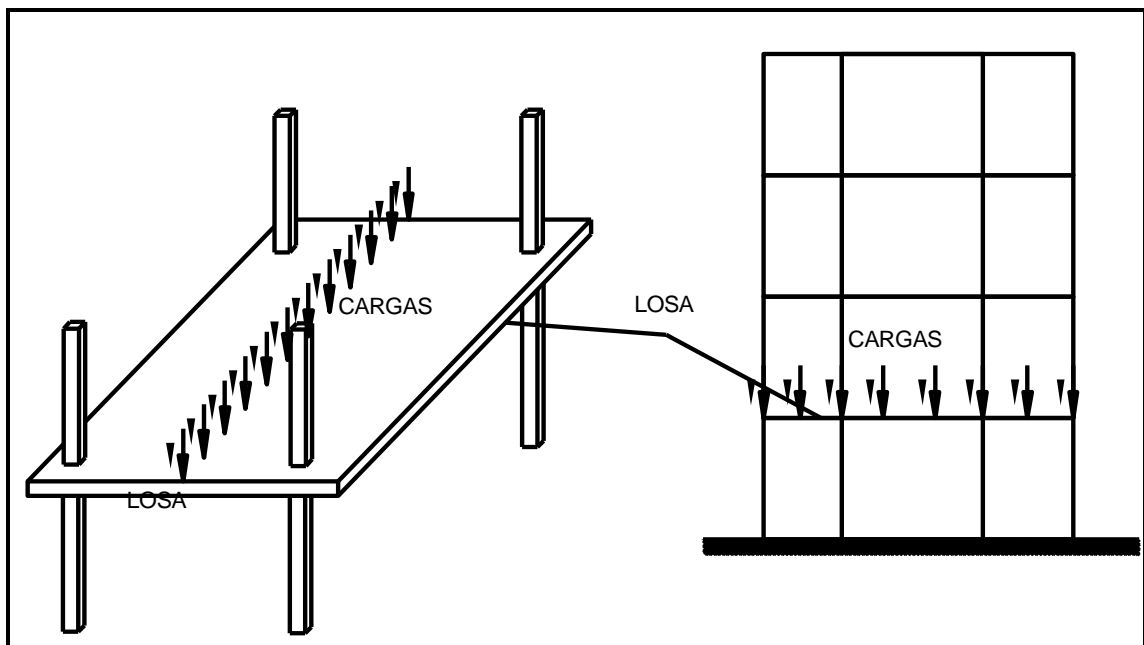
- Se deberán aplicar el código ACI 318 en su versión más actual y otras normas para el cálculo y diseño del proyecto, como respaldo realizamos la descripción de los procedimientos de análisis, aplicando para el análisis de losas alivianadas y losa maciza bidireccional
- Se obtendrán los resultados esperados una vez aplicado los cambios que se presentan el al ACI

6.6 Fundamentación

6.6.1 Losas

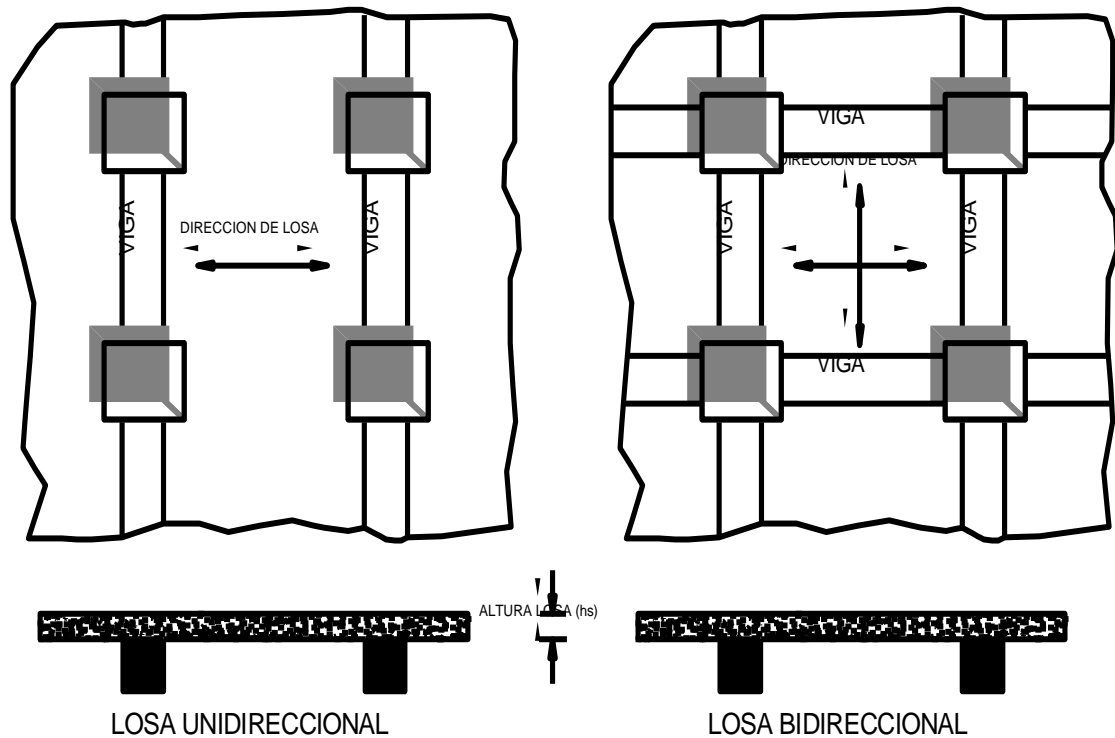
Las losas son elementos estructurales bidimensionales, en los que su altura es considerablemente pequeña en relación a las otras dos dimensiones (longitud y ancho). Las cargas que actúan sobre las losas perpendiculares al plano principal de las mismas, por lo que su comportamiento estructural predomina la flexión.

En las edificaciones de hormigón armado las losas son aquellos elementos estructurales planos que permiten en primer lugar suministrar superficies de apoyo a las cargas verticales sean estas vivas o muertas y en segundo término actuar como elemento de amarre (diafragma) al sistema de columnas y muros que es en definitiva el que soporta la estructura.



La losa puede apoyarse directamente sobre columnas o descansar sobre muros cargueros, vigas de hormigón o de acero generando así diferentes condiciones de apoyo que indican formas especiales de trabajo estructural. Si la losa se apoya en solo dos vigas o muros cargueros se tiene la “losa en una dirección”. Igualmente una

losa puede ser completamente sólida o contener cavidades vacías, en el primer caso de tiene la “Losa maciza “y en el segundo “la losa aligerada “. La losa aligerada es la más utilizada en los edificios, porque al permitir disminuir el peso propio se presenta un ahorro de hormigón en la construcción



Las edificaciones disminuyen el costo utilizando alivianamientos o casetones. La losa maciza es utilizada en los tableros de Puentes por su alta capacidad estructural.

Las losas bidireccionales se sustentan en dos direcciones ortogonales, desarrollan esfuerzos y deformaciones en ambas direcciones. Las losas alivianadas en dos direcciones son las más construidas en el país, los alivianamientos se pueden conseguir mediante mampuestos de hormigón o a su vez casetones que una vez fundida la losa esta pueden ser retiradas.

Dimensiones de Bloques			Peso Unitario Kg
A (m)	B (m)	C (m)	
0.20	0.40	0.10	8.00
0.20	0.40	0.15	10.00
0.20	0.40	0.20	12.00
0.20	0.40	0.25	14.00

Tabla 7: Peso unitario de bloque

Fuente: Publicaciones de Diseño de Losas de Hormigón Armado (ESPE)

Para que una losa pueda ser considerada armada en dos direcciones debe satisfacer la siguiente condición:

$$\beta = \frac{\text{Claro largo}}{\text{Claro corto}} \leq 2 \rightarrow \text{Losa armada en dos direcciones}$$

Para el caso de losas rectangulares bidireccionales alivianadas apoyadas sobre vigas de mayor peralte cuya relación lado largo/lado corto sea menor a 2, el cálculo de los peraltes se realiza con dos ecuaciones propuestas:

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{f_y}{1400}\right)}{36 + 5\beta(\alpha_{fm} - 0.20)} \quad \text{Ecuación 9.12: Código ACI 318 – 2011}$$

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{f_y}{1400}\right)}{36 + 9\beta} \quad \text{Ecuación 9.13: Código ACI 318 – 2011}$$

Dónde:

h= Peralte o espesor de la losa alivianada

ln= Claro Libre en la dirección larga del panel, medido de cara a cara de las columnas

Fy= Esfuerzo de fluencia del acero en kg/cm²

β= Relación formal del panel=panel largo libre/panel corto libre.

Para el caso de losas bidireccional macizas la altura de equivalente de estas no deben ser menor que los siguientes valores:

DETALLE	PERALTE(cm)
Losas sin vigas o ábacos	12,50
Losas sin vigas pero con ábacos que cubran al menos un sexto de la luz centro a centro y se proyecten por debajo de la losa al menos $h/4$, o losas con vigas	10,00
Losas que tengan vigas en los cuatro bordes, con un valor de αm por lo menos igual a 2.0	9,00

Tabla 8: Peralte mínimo

Fuente: Publicaciones de Diseño de Losas de Hormigón Armado (ESPE)

6.6.1.1 Recubrimiento Mínimo para acero de refuerzo:

- El acero de refuerzo en losas fundidas in situ debe tener un recubrimiento mínimo de 2.5 cm.
- El acero de refuerzo en losas prefabricadas debe tener un recubrimiento mínimo de 1.5 cm.

Para pre dimensionar el peralte de la losa debemos tomar en cuenta las normas del ACI 318, definimos si es conveniente una losa unidireccional o bidireccional, con los datos de claro largo, corto, f_y , f'_c , las longitudes de las longitudes libres de las losas.

6.6.2 Elementos Isoparamétricos bidimensionales

Los elementos Isoparamétricos y sus aplicaciones en el análisis de esfuerzos. Estos elementos resulta una solución óptima y de gran variedad en los problemas que se presentan en la ingeniería estructural para los elementos bidimensionales y tridimensionales. Para entender estos elementos se presenta en cuadrilátero bidimensional con cuatro nodos en detalle.

Cuadrilátero de cuatro nodos

Se considera un elemento de cuatro lados general mostrado en la figura 6.1. Los nodos locales se numeran en sentido opuesto a las manecillas del reloj como se indica, y son las coordenadas del nodo i . El vector $q = [q_1, q_2, \dots, q_8]^T$ el mismo que denota el vector de desplazamiento del elemento. El desplazamiento de un punto P ubicado en (x, y) se representa como $u = [u(x, y), v(x, y)]^T$.

Funciones de forma

Se define las funciones de forma sobre un elemento maestro mostrado en la figura 6.2. El elemento maestro se define en coordenadas ξ, η (o coordenadas naturales), y es de forma cuadrada. Las funciones de forma de Lagrange N_i , donde $i = 1, 2, 3, 4$ como se indica a continuación.

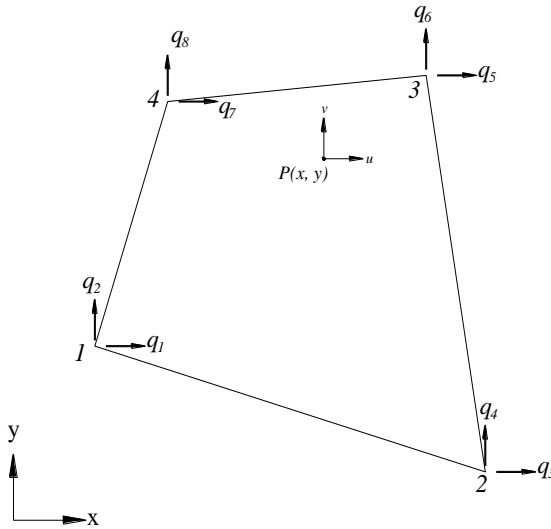


Figura 6.1
Elemento cuadrilátero de cuatro lados

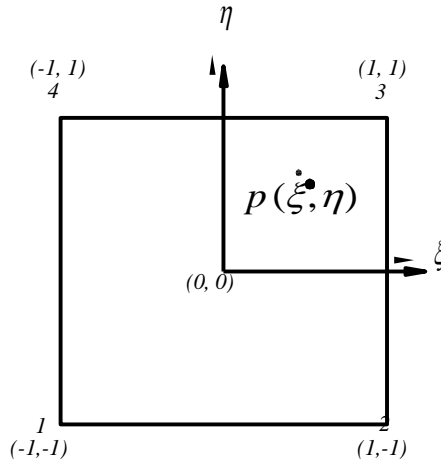


Figura 6.2

Elemento cuadrilátero en el espacio ξ, η (elemento maestro)

Se define de manera N_i es igual a la unidad en el nodo i y es cero en los demás puntos. En particular considere la definición N_1 .

$$N_1 = 1 \text{ (En el nodo 1)}$$

$$N_1 = 0 \text{ (En los nodos 2, 3, 4)}$$

Ahora bien el requisito de que $N_1=0$ en los nodos 2, 3, 4, equivale a decir que $N_1=0$ a lo largo de los bordes: como se indica en la figura 6.2. Considerando esto N_1 debe ser de la forma:

$$N_1 = c(1-\xi)(1-\eta) \quad \text{Ec. 6.1}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Donde c es constante. La misma que se define partiendo de la condici3n $N_i=1$ en el nodo 1. Como $\xi = -1, \eta = -1$ en nodo 1, entonces tenemos:

$$N_1 = c(1-\xi)(1-\eta)$$

$$1 = c(1-(-1))(1-(-1))$$

$$1 = c(2)(2)$$

$$c = \frac{1}{4} \quad \text{Ec. 6.2}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Entonces tenemos que:

$$N_1 = \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \quad \text{Ec. 6.3}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

De esta ecuaci3n podemos describir las funciones de los nodos del cuadril3tero como:

$$\begin{aligned} N_1 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 - \eta) \\ N_2 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 - \eta) \\ N_3 &= \frac{1}{4}(1 + \xi)(1 + \eta) \\ N_4 &= \frac{1}{4}(1 - \xi)(1 + \eta) \end{aligned} \quad \text{Ec. 6.4}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Dichas funciones ser3n utilizadas para un programa de computadora de la siguiente forma:

$$N_i = \frac{1}{4}(1 + \xi_i \xi_i)(1 + \eta_i \eta_i) \quad \text{Ec. 6.5}$$

Donde ξ_i y η_i son las coordenadas del nodo i .

Ahora dichos desplazamientos del elemento en t3rminos de los valores nodales. Tal que $u = [u, v]^T$ representa los componentes del desplazamiento de un punto localizado en (ξ, η) de dimensiones (8×1) , mismo que depender3 de los grados de libertad. Este vector de desplazamiento entonces es:

$$\begin{aligned} u &= N_1 q_1 + N_2 q_3 + N_3 q_5 + N_4 q_7 \\ v &= N_1 q_2 + N_2 q_4 + N_3 q_6 + N_4 q_8 \end{aligned} \quad \text{Ec. 6.6}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Dichas funciones se las puede escribir de forma matricial:

$$N = \begin{bmatrix} N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 & 0 \\ 0 & N_1 & 0 & N_2 & 0 & N_3 & 0 & N_4 \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6.7}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

En la formulaci3n Isoparam3tricos, usamos las mismas funciones de forma N_i para tambi3n expresar las coordenadas de un punto dentro del elemento en t3rminos de coordenadas locales, por lo que tenemos:

$$\begin{aligned} x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 + N_3 x_3 + N_4 x_4 \\ y &= N_1 y_1 + N_2 y_2 + N_3 y_3 + N_4 y_4 \end{aligned} \quad \text{Ec. 6.8}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

En consecuencia tenemos que expresar las derivadas de una funci3n en coordenadas x, y en t3rminos de sus derivadas en coordenadas ξ, η . Esto se hace de manera siguiente partiendo de las ecuaciones anteriores, una funci3n $f=f(x, y)$ puede considerarse como una funci3n impl3cita de ξ y η , es decir $f = f[x(\xi, \eta), y(\xi, \eta)]$. Usando la regla de la cadena de diferenciaci3n, tenemos:

$$\frac{\partial f}{\partial \xi} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \xi} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad \text{Ec. 6.9}$$

$$\frac{\partial f}{\partial \eta} = \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial \eta} + \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \eta}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

O bien:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = J \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. 6.10}$$

Chandrupata R. (1999). Introducción al estudio de elementos finitos en ingeniería

Donde J es la matriz jacobiana:

Matriz Jacobiana

La matriz jacobiana es una matriz formada por las derivadas parciales de primer orden de una función. Una de las aplicaciones más interesantes de esta matriz es la posibilidad de aproximar linealmente a la función en un punto. En este sentido, el jacobiano representa la derivada de una función multivariable.

Propiamente deberíamos hablar más que de matriz jacobiana, de diferencial jacobiana o aplicación lineal jacobiana ya que la forma de la matriz dependerá de la base o coordenadas elegidas.

En vista de la matriz 6.4 y 6.8 tenemos:

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-\eta)x_1 + (1-\eta)x_2 + (1+\eta)x_3 - (1+\eta)x_4 & -(1-\eta)y_1 + (1-\eta)y_2 + (1+\eta)y_3 - (1+\eta)y_4 \\ -(1-\xi)x_1 - (1+\xi)x_2 + (1+\xi)x_3 + (1-\xi)x_4 & -(1-\xi)y_1 - (1+\xi)y_2 + (1+\xi)y_3 + (1-\xi)y_4 \end{bmatrix}$$

$$\equiv \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6.11}$$

Chandrupata R. (1999). Introducción al estudio de elementos finitos en ingeniería

La ecuación 6.11 puede escribirse de manera inversa:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix} = J^{-1} \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. 6.12}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

O m1s bien

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{\text{Det. } J} \begin{bmatrix} J_{22} & J_{12} \\ J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial f}{\partial \xi} \\ \frac{\partial f}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad \text{Ec. 6.13}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Estas expresiones se usaran para la obtenci3n de la matriz de rigidez del elemento. Un resultado adicional que se requerir1 en la relaci3n

$$dx dy = \text{Det. } J d\xi d\eta \quad \text{Ec. 6.14}$$

6.6.3 Matriz de rigidez

La matriz de rigidez para los elementos cuadril1teros se puede obtener de la energ1a de deformaci3n unitaria del cuerpo, la misma que est1 dada por:

$$U = \int_a B^T D B da \quad \text{Ec. 6.15}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Donde:

U = Matriz de rigidez

B = Matriz de deformaci3n de los nodos

D = Constante de rigidez de la placa

da = Diferencial del área

Considerando que $f \equiv U$ en la ecuación 6.13, entonces tenemos:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{Det. J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad Ec. 6.16$$

Chandrupata R. (1999). Introducción al estudio de elementos finitos en ingeniería

O que es lo mismo:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{Det. J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} \\ -J_{21} & J_{11} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad Ec. 6.17$$

Chandrupata R. (1999). Introducción al estudio de elementos finitos en ingeniería

Donde **A** está determinada por:

$$A = \frac{1}{Det. J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \quad Ec. 6.18$$

Chandrupata R. (1999). Introducción al estudio de elementos finitos en ingeniería

Ahora de la ecuación 6.6 de interpolación tenemos:

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial \xi} \\ \frac{\partial u}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial \xi} \\ \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{Bmatrix} = Gq \quad \text{Ec. 6.19}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Donde G es igual a:

$$G = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) & 0 \\ -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) & 0 \\ 0 & -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) \\ 0 & -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6.20}$$

Chandrupata R. (1999). Introducc3n al estudio de elementos finitos en ingenieria

Donde:

$$B = A * G \quad \text{Ec. 6.20}$$

B es la relaci3n $\varepsilon = Bq$, que es el resultado deseado. La deformaci3n unitaria en el elemento se expresa en t3rminos de su desplazamiento nodal. El esfuerzo la da ahora

$$\sigma = D * B * q \quad \text{Ec. 6.21}$$

Donde:

B = Matriz de deformaci3n de los nodos

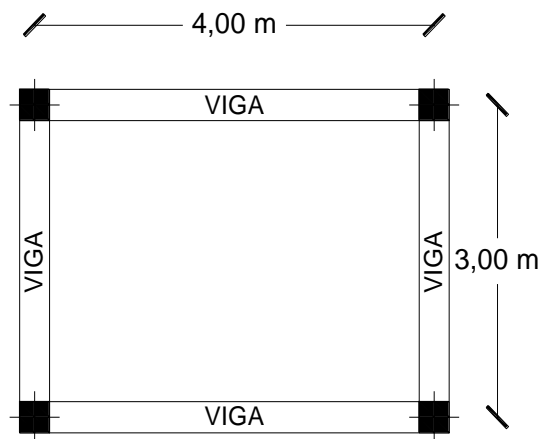
D = Constante de rigidez de la placa

q = Vector de fuerzas

6.6.4 Análisis de una losa por Elementos Isoparamétricos bidimensionales

Los esfuerzos $\sigma = DBq$ en el elemento cuadrilátero no son constantes dentro del elemento, ellos son funciones de ξ, η , y en consecuencia varían dentro del elemento. En la práctica los esfuerzos se evalúan en los puntos de Gauss, que también son los puntos usados para la evaluación numérica de K^e , donde se encuentra que estos valores son exactos. Para un cuadrilátero con integración de 2×2 , esto da cuatro grupo de valores de esfuerzos, para generar menos datos, pueden evaluarse los esfuerzos en un solo punto por elemento, digamos en $\xi = 0, \eta = 0$.

Consideremos un elemento rectangular como se muestra a continuación:



Consideremos una losa con esfuerzos planos partiendo de los datos:

$$E = 2.10 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{Modulo de elasticidad del hormigón})$$

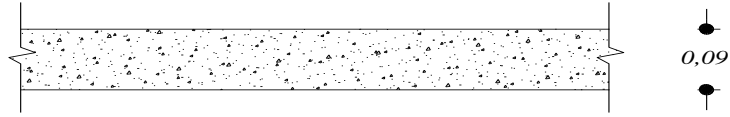
$$\nu = 0.20 \quad (\text{Coeficiente de Poisson del hormigón})$$

Pre diseño

$$h_{Losa} = 3 \frac{c}{m} \text{ de longitud} = 3 * 4.0m = 12cm$$

$$h_{Asumido} = 9.0cm$$

Detalle de losa y cargas



Detalle		Observaciones	
Peso propio de loseta	$0,090m * 1,0m * 1,0m * 2400kg/m^3$	$216kg/m^2$	
Alisado y cielo raso	$0,05m * 1,0m * 1,0m * 1900kg/m^3$	$95kg/m^2$	
Acabado de piso	$0,05m * 1,0m * 1,0m * 1200kg/m^3$	$18kg/m^2$	
	Carga Muerta	$329kg/m^2$	
	Carga Muerta de Pared <small>(Asumida)</small>	$220kg/m^2$	Se determinara para cada proyecto
	Carga Viva	$290kg/m^2$	NEC para Bibliotecas

$$U = 1.2 * D + 1.6 * L$$

ACI 318 – 2011

$$U = 1.2 * D + 1.4 * L$$

$$U = 1.2 * (329.0kg/m^2 + 220kg/m^2) + 1.4 * (290kg/m^2)$$

$$U = 768.60kg/m^2 + 406.0kg/m^2$$

$$U = 1174.60kg/m^2$$

Una vez que tenemos la carga última la repartimos para cada nudo distribuyéndola según el área de aportación de cada nudo, para este caso será de 3m².

$$q_1 = 3.52 \text{ ton}$$

$$q_5 = 3.52 \text{ ton}$$

$$q_2 = 0.00 \text{ ton}$$

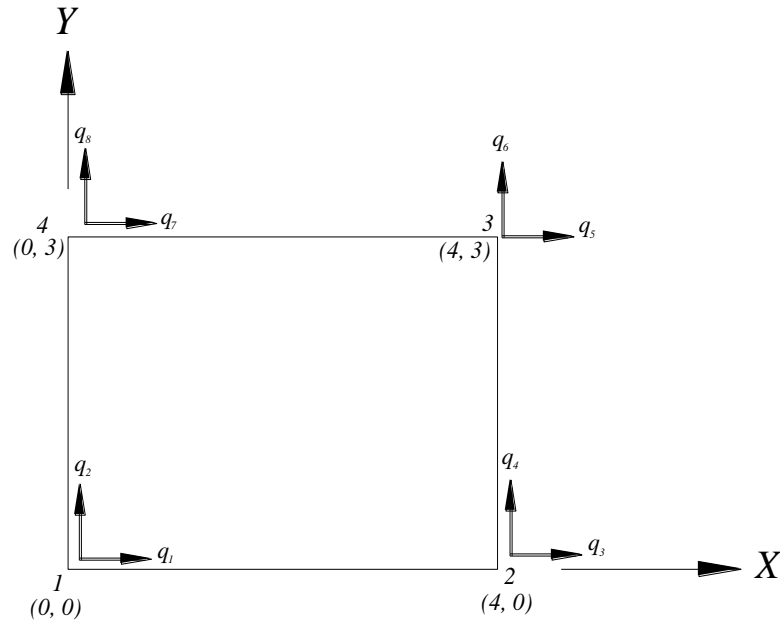
$$q_6 = 0.00 \text{ ton}$$

$$q_3 = 3.52 \text{ ton}$$

$$q_7 = 3.52 \text{ ton}$$

$$q_4 = 0.00 \text{ ton}$$

$$q_8 = 0.00 \text{ ton}$$



De la ecuación 6.11 tenemos:

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-\eta)x_1 + (1-\eta)x_2 + (1+\eta)x_3 - (1+\eta)x_4 & -(1-\eta)y_1 + (1-\eta)y_2 + (1+\eta)y_3 - (1+\eta)y_4 \\ -(1-\xi)x_1 - (1+\xi)x_2 + (1+\xi)x_3 + (1-\xi)x_4 & -(1-\xi)y_1 - (1+\xi)y_2 + (1+\xi)y_3 + (1-\xi)y_4 \end{bmatrix}$$

Se evaluara para $\xi = 0$ y $\eta = 0$, por lo que tenemos:

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (1-\eta) * 4 + (1+\eta) * 4 & (1+\eta) * 3 - (1+\eta) * 3 \\ -(1+\xi) * 4 + (1+\xi) * 4 & (1+\xi) * 3 + (1-\xi) * 3 \end{bmatrix}$$

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} (1-0) * 4 + (1+0) * 4 & (1+0) * 3 - (1+0) * 3 \\ -(1+0) * 4 + (1+0) * 4 & (1+0) * 3 + (1-0) * 3 \end{bmatrix}$$

$$J = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} 8 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix}$$

De la ecuación 6.17 tenemos:

$$A = \frac{1}{\text{Det. } J} \begin{bmatrix} J_{22} & -J_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -J_{21} & J_{11} \\ -J_{21} & J_{11} & J_{22} & -J_{12} \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6.17}$$

$$\text{Det. } J = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1.5 \end{vmatrix} = (2 * 1.5) - (0 * 0)$$

$$\text{Det. } J = 3.0$$

Entonces tenemos:

$$A = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1.5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1.5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0.50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.67 \\ 0 & 0.67 & 0.50 & 0 \end{bmatrix}$$

De la ecuación 6.19 tenemos

$$G = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) & 0 \\ -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) & 0 \\ 0 & -(1-\eta) & 0 & (1-\eta) & 0 & (1+\eta) & 0 & -(1+\eta) \\ 0 & -(1-\xi) & 0 & -(1+\xi) & 0 & (1+\xi) & 0 & (1-\xi) \end{bmatrix} \quad \text{Ec. 6.19}$$

$$G = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -(1-0) & 0 & (1-0) & 0 & (1+0) & 0 & -(1+0) & 0 \\ -(1-0) & 0 & -(1+0) & 0 & (1+0) & 0 & (1-0) & 0 \\ 0 & -(1-0) & 0 & (1-0) & 0 & (1+0) & 0 & -(1+0) \\ 0 & -(1-0) & 0 & -(1+0) & 0 & (1+0) & 0 & (1-0) \end{bmatrix}$$

$$G = \frac{1}{4} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

De la ecuación 6.20 tenemos:

$$B = A * G \quad \text{Ec. 6.20}$$

Donde:

$$A = \begin{bmatrix} 0.50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.67 \\ 0 & 0.67 & 0.50 & 0 \end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & -0.25 & 0 \\ -0.25 & 0 & -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & -0.25 \\ 0 & -0.25 & 0 & -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}$$

Entonces tenemos:

$$B = \begin{bmatrix} 0.50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.67 \\ 0 & 0.67 & 0.50 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & -0.25 & 0 \\ -0.25 & 0 & -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 \\ 0 & -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 & 0 & -0.25 \\ 0 & -0.25 & 0 & -0.25 & 0 & 0.25 & 0 & 0.25 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} -0.125 & 0.000 & 0.125 & 0.000 & 0.125 & 0.000 & -0.125 & 0.000 \\ 0.000 & -0.168 & 0.000 & -0.168 & 0.000 & 0.168 & 0.000 & 0.168 \\ -0.168 & -0.125 & -0.168 & 0.125 & 0.168 & 0.125 & 0.168 & -0.125 \end{bmatrix}$$

6.6.4 Rigidez de una placa

Para una placa delgada (modelo de Love-Kirchhoff) de espesor constante la única rigidez relevante es la que da cuenta de las deformaciones provocadas por la flexión bajo carga perpendicular a la placa. Esta rigidez se conoce como rigidez flexional de placas y viene dada por:

$$D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)} * \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-\nu}{2} \end{bmatrix}$$

Entonces tenemos:

$$D = \frac{2.10 * 10^6 \text{ ton} / \text{m}^2 * (0.09\text{m})^3}{12 * (1 - 0.20^2)} * \begin{bmatrix} 1 & 0.20 & 0 \\ 0.20 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1-0.20}{2} \end{bmatrix}$$

$$D = \begin{bmatrix} 132.90 & 26.57 & 0 \\ 26.57 & 132.92 & 0 \\ 0 & 0 & 53.16 \end{bmatrix} \text{ ton} - \text{m}$$

De la ecuación 6.21 tenemos:

$$\sigma = D * B * q \quad \text{Ec. 6.21}$$

El vector q es igual a:

$$q = \begin{bmatrix} 3.52 \\ 0.00 \\ 3.52 \\ 0.00 \\ 3.52 \\ 0.00 \\ 3.52 \\ 0.00 \end{bmatrix} \text{ ton}$$

Entonces tenemos que:

$$\sigma = D * B * q$$

$$\sigma = \begin{bmatrix} 15.72 \\ 78.59 \\ -23.39 \end{bmatrix} \text{ ton/m}^2$$

Los esfuerzos de un elemento de cuatro nodos son variables en relación a los ejes nodales por lo que varían dentro del elemento, estos esfuerzos dependerán del punto nodal que se tome en consideración. En el ejemplo anterior se realizó el análisis para el punto $\xi=0, \eta=0$, encontrando los esfuerzos a los que está sometido dicho punto.

6.6.5 Condiciones de borde

Al resolver la ecuación diferencial de una placa es necesario imponer unas determinadas condiciones de borde. Esto es obvio tanto desde el punto de vista físico como matemático ya que la respuesta de una placa, o la solución de la ecuación diferencial que la presenta, es distinta según su contorno de apoyo, sea este empotrado, libre o apoyado

Un sistema de ecuaciones: $U = K^{-1} \cdot Q$ correspondiente a una estructura completa antes de aplicarse las condiciones de contorno es indeterminado, pues K es singular.

La razón de esta singularidad es el resultado de no haberse considerado las vinculaciones o apoyos de la estructura en el exterior. Al introducirse las condiciones de vínculo desaparece la indeterminación, siempre que el número de vínculos sea por lo menos el mínimo necesario para eliminar los movimientos de cuerpo rígido de la estructura.

El conocimiento de determinados movimientos nodales, disminuye el número de incógnitas, siendo innecesarias las ecuaciones correspondientes a estos movimientos. La eliminación de la ecuación de un desplazamiento implica la destrucción de la banda de la matriz, lo cual exigirá un reacomodamiento de las incógnitas del problema.

Se puede expresar el sistema de ecuaciones $U = K^{-1} \cdot Q$, de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 \\ \mu_Y \end{bmatrix}$$

Siendo:

F_X : Reacciones de apoyo con desplazamiento impedido ($X_H = 0$), reacciones que por el momento se desconocen.

F_Y : Agrupa las fuerzas externas sobre nodos con desplazamientos desconocidos.

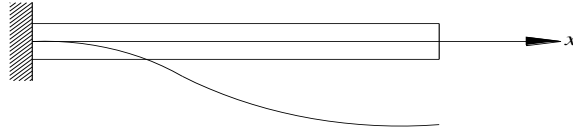
K : Matriz de rigidez que relaciona fuerzas conocidas (cargas externas) con desplazamientos desconocidos.

Por lo que el sistema de ecuaciones reducido que tenemos que plantear finalmente es:

$$F_Y = K_{22} * \mu_Y$$

6.6.6 Contorno Apoyado

Si el borde $x=a$ esta empotrado, la flecha y el giro de dicho borde son nulos. Se tiene por tanto las siguientes condiciones que debe satisfacer la función $W(x, y)$.



$$[w(x, y)]_{x=a} = 0$$

$$\left[\frac{\partial w(x, y)}{\partial x} \right]_{x=a} = 0$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Lo que no inca que el desplazamiento en el eje Z con respecto al eje X es igual a cero.

Contorno apoyado

Si el borde $x=a$ esta simplemente apoyado, la flecha $w(x, y)$ es nula a lo largo del borde. Como en el borde simplemente apoyado introduce las siguientes condiciones para la flecha.



$$[w(x, y)]_{x=a} = 0$$

$$[Mx]_{x=a} = 0$$

$$\left[\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right]_{x=a} = 0$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Lo que no inca que el desplazamiento en el eje Z con respecto a los ejes X , Y es igual a cero, así como el momento en dicho punto

Si el borde está apoyado de forma continua, la curvatura según el eje Y a lo largo de la línea es nula.

$$\left[\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial y^2} \right]_{x=a} = 0$$

$$\left[\frac{\partial^2 w(x, y)}{\partial x^2} \right]_{x=a} = 0$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Contorno libre

Si el borde $x=a$ esta libre a lo largo de él. Los momentos flectores, torsores y esfuerzos cortantes son nulos.

$$[M_x]_{x=a} = 0 \quad [M_{xy}]_{x=a} = 0 \quad [Q_x]_{x=a} = 0$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Todo borde libre incorpora tres condiciones o restricciones que debe satisfacer la ecuación diferencial que representa el comportamiento de la placa estudiada. Kirchoff en su del comportamiento de las placas delgadas probo que estas tres condiciones son excesivas y son suficiente dos para determinar correctamente la flecha $w(x, y)$. Kirchoff puso de manifiesto que las condiciones relativas al momento torsor y al esfuerzo cortante pueden omitirse por una condición única.

Los esfuerzos que actúan sobre la placa no varían si el momento torsor M_{xy} que actúa sobre un elemento diferencial de longitud dy del borde $x=a$, por lo que se sustituye por dos fuerzas verticales de valor M_{xy} y brazo dy . Es decir la distribución de

momentos torsores M_{xy} en el borde libre $x=a$ es estáticamente equivalente a una distribución de esfuerzos cortantes.

$$Q'x = \left[\frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right]_{x=a}$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Por lo tanto la condición conjunta relativa al momento torsor M_{xy} y el esfuerzo cortante Q_x en un borde $x=a$ libre puede escribirse como:

$$[V_x]_{x=a} = [Q'x + Q_x]_{x=a} = \left[Q_x + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} \right]_{x=a} = 0$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Condición que expresada en función de la flecha $w(x, y)$ toma la forma:

$$\left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - V) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right]_{x=a} = 0$$

Dicha condición es tomada en cuenta para los dos ejes tanto para el eje x como para el eje y

Este razonamiento conduce a que en cualquier borde libre o no, debe satisfacerse esta condición conjunta de torsión y cortante de forma que ambos esfuerzos son estáticamente equivalentes a una fuerza vertical V_x o V_y dadas por:

$$V_x = D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + (2 - V) \frac{\partial^3 w}{\partial x \partial y^2} \right]$$

$$V_y = D \left[\frac{\partial^3 w}{\partial y^3} + (2 - V) \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial y} \right]$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Si el borde estudiado tiene el movimiento vertical impedido, estas expresiones cambiadas de signo, una vez determinada la flecha $w(x, y)$ es función de los condicionantes del tipo de apoyo considerado, permiten obtener las reacciones en la sustentación.

En las esquinas de la placa se producen dos fuerzas concentradas del mismo sentido V_x y V_y de valores M_{xy} (debido al signo diferente de M_{xy}) de forma que si la placa está apoyada en los bordes aparece una reacción igual a:

$$R = 2 M_{xy} = -2 (1 - \nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}$$

Grupode Mecánica Aplicada (GMAp)

Es decir la placa sometida a una carga vertical se levanta en las esquinas y es necesario en la práctica realizar el anclaje correspondiente para soportar este efecto. Si la placa tiene unas condiciones de apoyo tales que el momento torsor es nulo, en el borde este efecto no aparece.

6.6.7 Análisis de losas método 3ACI

Para el análisis de losas bidireccionales y macizas el código ACI 318 presenta el método 3ACI mismo que a través de coeficientes para cargas positivas y negativas nos permite calcular sus respectivos momentos.

Se aplica a losas apoyadas en sus cuatro bordes, por muros o vigas de concreto o acero lo suficientemente rígidas, cuya altura no sea menor que 3 veces el espesor de la losa.

Los momentos máximos se encuentran en las franjas centrales de las dos direcciones.

Partiremos entonces del ejemplo solucionado por el método de elementos finitos considerando nuevamente:

Estimación de cargas

Para determinar las cargas actuantes en una losa se debe tomar en cuenta:

- Las condiciones de uso del edificio
- Carga viva
- Carga muerta
- Carga por mampostería

Dentro de la carga muerta se deberá tomar en cuenta el peso propio de la losa, así como los acabados que vaya a tener.

Dentro de la carga viva se debe tomar en cuenta las actividades a ejercer dentro del edificio y por ende las actividades que soportará la losa.

El código NEC 2011 propone pesos por carga viva sugeridas a utilizar dependiendo del uso de la edificación.

Tabla tomada del NEC

Ocupación o Uso	Carga Uniforme (KN/m ²)	Carga Concentrada KN
Almacenes		
Venta al por mayor		
Primer piso	4.80	4.50
Pisos superiores	3.60	4.50
Venta al por mayor. Todos los pisos	6.00	4.50
Armerías y salas de instrucción militar	7.20	

Áreas de reunión y teatro		
Asientos fijos	2.90	
Áreas de recepción	4.80	
Asientos móviles	4.80	
Plataformas de reunión	4.80	
Escenarios	7.20	
Áreas de almacenamiento sobre techos	1.00	
Barreras vehiculares	Ver sección 4.5 ASCE/SEI 7-10	
Balcones	4.80	
Bibliotecas		
Salas de lectura	2.90	4.50
Estanterías	7.20	4.50
Corredores en pisos superiores a planta baja	4.00	4.50
Bodegas de almacenamiento (serán diseñadas para mayor carga prevista)		
Livianas	6.00	
Pesada	12.00	

**Tabla 9: Cargas vivas para diferentes efectos de carga
Tomado de NEC 2011**

Combinación de cargas

Consiste en unificar las cargas actuantes en la losa tanto la carga viva y la carga muerta. El código ACI 318 propone la ecuación para determinar la carga última empleando factores de mayoración para dichas cargas.

Estos factores de mayoración brindan a la estructura mayor seguridad brindando protección a la misma por defectos constructivos, posibles ampliaciones entre otras.

$$U = 1.20(D + F + T) + 1.60(L + H) + 0.50(Lr \text{ ó } S \text{ ó } R)$$

Donde:

D = Carga Muerta (Peso propio de los elementos estructurales)

F = Carga debida a la presión de fluidos

T = Efectos acumulados por efecto de temperatura

L = Carga viva (Dependerá del uso)

H = Carga debida al peso y empuje de suelo

Lr = Carga viva de cubierta

S = Cargas por nieve

R = Carga por lluvia

O de manera simplificada para losas:

$$U = 1.20D + 1.60L$$

Pre Diseño

Comúnmente, las estructuras se analizan para cargas laterales suponiendo que el sistema de piso actúa como un diafragma infinitamente rígido en su propio plano, que distribuye las fuerzas horizontales a los elementos resistentes a las cargas laterales. Esta suposición no es válida para todas las configuraciones y geometría de los sistemas de piso. Los análisis que toman en cuenta la flexibilidad en su plano de los sistemas de piso, pueden dar por resultado una distribución muy diferente de las fuerzas horizontales entre los diversos elementos elásticos lateralmente resistentes, respecto de la que se obtendría con un modelo estructural que supusiese pisos rígidos.

Una vez establecido las cargas así como el tipo de losa se procede a realizar el pre diseño o dimensionamientos estimados para que la losa soporte las cargas ya mayoradas que sobre esta actúan. Para lo cual usamos la ecuación que nos indica el código ACI para el pre diseño de osas alivianadas bidireccionales y losas macizas bidireccionales.

$$h = \frac{\ln\left(0.80 + \frac{f_y}{1400}\right)}{36 + 9\beta}$$

Ecuación 9.13: Código ACI 318 – 2011

Dónde:

h = Altura de la losa

ln = Longitud libre entre ejes

f_y = Límite de fluencia del acero

β = Relación de la dimensión larga con la corta de las luces libres para losas en dos direcciones

Este método puede ser usado según la disposición del código ACI en donde nos permita diseñar losas cumpliendo con las condiciones de equilibrio y de seguridad en su geometría, demostrando que la resistencia de la losa sea igual o mayor a la solicitada, cumpliendo los límites permisibles especificados para las deformaciones mínimas en losas.

Diseño de losas

El método 3ACI Se aplica a losas apoyadas en sus cuatro bordes, por muros o vigas de concreto o acero lo suficientemente rígidas, cuya altura no sea menor que 3 veces el espesor de la losa.

Los momentos máximos se encuentran en las franjas centrales de las dos direcciones, y están dados por las siguientes ecuaciones:

$$M_A = C_A * W * (L_A)^2$$

$$M_B = C_B * W * (L_B)^2$$

Dónde:

C_A y C_B = Coeficientes de momentos tabulados (Método 3ACI)

W = Carga uniforme que actúa sobre la losa, kg/cm²

L_A y L_B = Longitud en el claro corto y largo respectivamente

Los coeficientes que presenta el método 3 del ACI en sus respectivas tablas nos permiten determinar los momentos producidos en las losas por los esfuerzo que sobre el actúan.

Este método nos presenta tres tablas las mismas que nos permite determinar los momentos dependiendo de la carga en análisis; la carga con la que se determina el momento deberá ser la carga ya mayoradas según al código 3ACI

Las tres tablas permite establecer las posibles condiciones de carga a las que va estar sometida la estructura tales como:

- Momentos negativos
- Momentos positivos producidos por carga muerta
- Momentos positivos producidos por carga viva

El momento positivo final será igual a la suma de los momentos producidos por la carga viva más la carga muerta.

Para este tipo de losas se deberán determinar los momentos en las franjas centrales con las ecuaciones que se indican a continuación:

- Momentos negativos en borde continuos (Método 3, Tabla 1)

$$M_{A(-)} = C_A * W * (L_A)^2$$

$$M_{B(-)} = C_B * W * (L_B)^2$$

- Momentos positivos carga viva (Método 3, Tabla 1)

$$M_{A(L+)} = C_A * W_L * (L_A)^2$$

$$M_{B(L+)} = C_B * W_L * (L_B)^2$$

- Momentos positivos carga muerta (Método 3, Tabla

$$M_{A(D+)} = C_A * W_D * (L_A)^2$$

$$M_{B(D+)} = C_B * W_D * (L_B)^2$$

- Momentos positivos totales

$$M_{A(+)} = M_{A(L+)} + M_{A(D+)}$$

$$M_{B(+)} = M_{B(L+)} + M_{B(D+)}$$

En caso de que los tableros a diseñar tengan secciones discontinuas y que por definición estos momentos son iguales a cero, el momento negativo se debe diseñar para un momento mínimo o a su vez se debe tomar el tercio del momento positivo máximo.

$$M_{A(-)} = \frac{1}{3} M_{A(+)}$$

$$M_{B(-)} = \frac{1}{3} M_{B(+)}$$

$$Ru = f'c * \omega * (1 - 0.59 * \omega)$$

$$\omega = \frac{fy * \rho}{f'c}$$

Una vez obtenido los momentos procedemos a realizar el diseño por lo que partiendo de las ecuaciones:

El Código ACI 318-2011 en el capítulo X nos indica que el factor β_1 se deberá tomar igual a 0.85 para resistencias f'_c de hasta 280 kg/cm² y se deberá disminuir de forma progresiva en 5% por cada 70 kg/cm² de resistencia en exceso de 280 kg/cm², pero β_1 no se deberá tomarse menor que 0.65.

$$\rho_b = \frac{0.85 * \beta_1 * f'_c}{f_y} * \frac{6100}{6100 + f_y} \quad \text{Ec.8.1 ACI}$$

Donde:

f'_c = Resistencia a la compresión del hormigón

f_y = Límite de fluencia del acero

β_1 = Índice que depende de f'_c

ρ = Cuantía del refuerzo A_s evaluada sobre el área

ω = Índice de refuerzo a la tracción

Aplicando dichas ecuaciones se determina la siguiente tabla:

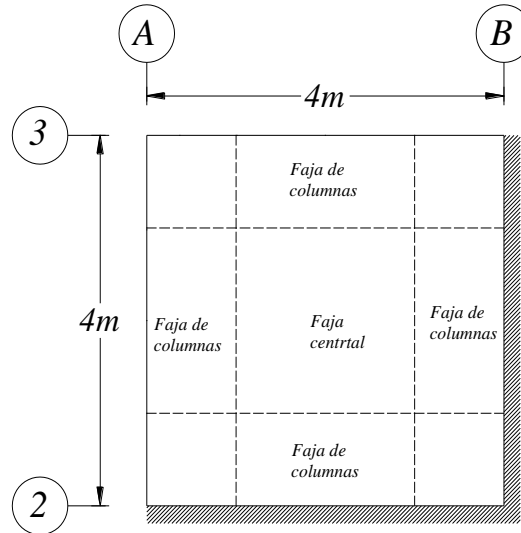
Tabla 6.2 (Valores de Ru para diseño)

fy (kg/cm2)	f'c (kg/cm2)	β_1	Balanceado			Dúctil			Sísmico		
			ρ_b	ω	Ru	$0,75*\rho_b$	ω	Ru	$0,50*\rho_b$	ω	Ru
2800	210	0,850	0,0371	0,4952	73,61	0,0279	0,37140	60,90	0,0186	0,24760	44,40
	240	0,850	0,0424	0,4952	84,12	0,0318	0,37140	69,60	0,0212	0,24760	50,74
	280	0,850	0,0495	0,4952	98,14	0,0371	0,37140	81,20	0,0248	0,24760	59,20
	300	0,836	0,0522	0,4869	104,11	0,0391	0,36516	85,95	0,0261	0,24344	62,54
	350	0,800	0,0583	0,4661	118,27	0,0437	0,34955	97,11	0,0291	0,23303	70,35
	400	0,764	0,0636	0,4453	131,32	0,0477	0,33395	107,26	0,0318	0,22263	77,35
3500	210	0,850	0,0275	0,4591	70,30	0,0207	0,34432	57,62	0,0138	0,22954	41,68
	240	0,850	0,0315	0,4591	80,34	0,0236	0,34432	65,85	0,0157	0,22954	47,63
	280	0,850	0,0367	0,4591	93,73	0,0275	0,34432	76,82	0,0184	0,22954	55,57
	300	0,836	0,0387	0,4514	99,35	0,0290	0,33853	81,27	0,0193	0,22569	58,69
	350	0,800	0,0432	0,4321	112,68	0,0324	0,32406	91,74	0,0216	0,21604	65,98
	400	0,764	0,0472	0,4128	124,90	0,0354	0,30960	101,22	0,0236	0,20640	72,51
4200	210	0,850	0,0214	0,4279	67,17	0,0160	0,32092	54,63	0,0107	0,21394	39,26
	240	0,850	0,0245	0,4279	76,77	0,0183	0,32092	62,44	0,0122	0,21394	44,87
	280	0,850	0,0285	0,4279	89,56	0,0214	0,32092	72,84	0,0143	0,21394	52,34
	300	0,836	0,0300	0,4207	94,88	0,0225	0,31552	77,04	0,0150	0,21035	55,27
	350	0,800	0,0336	0,4027	107,46	0,0252	0,30204	86,88	0,0168	0,20136	62,10
	400	0,764	0,0366	0,3847	118,96	0,0275	0,28855	95,77	0,0183	0,19237	68,21

Tabla 6.2

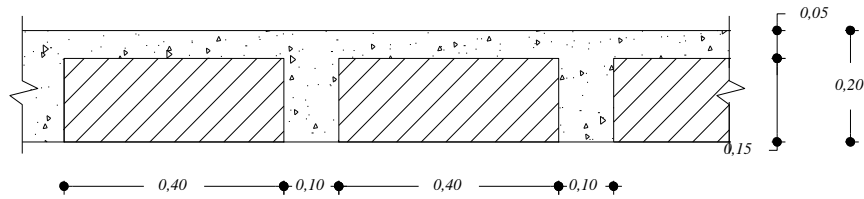
Los datos que se indican en esta tabla se usarán posteriormente en el diseño

A continuación presentamos un ejercicio de aplicación para mejor entendimiento del método.



Método 3 ACI

Detalle de losa



Detalle		Observaciones	
Peso propio de loseta	$0,05m * 1,0m * 1,0m * 2400kg/m^3$	$120kg/m^2$	
Peso propio de nervadura	$0,10m * 0,10m * 3,60m * 2400kg/m^3$	$86,40kg/m^2$	
Peso propio de alivianamiento	$8,0 * 7,0kg$	$56,0kg/m^2$	
Alisado y cielo raso	$0,05m * 1,0m * 1,0m * 1900kg/m^3$	$95kg/m^2$	
Acabado de piso	$0,05m * 1,0m * 1,0m * 1200kg/m^3$	$18kg/m^2$	
	Carga Muerta	$375,40kg/m^2$	
	Carga Muerta de Pared <small>(Asumida)</small>	$220kg/m^2$	<i>Se determinara para cada proyecto</i>
	Carga Viva	$200kg/m^2$	<i>CEC Pág. 2 tomo 1</i>

Formula 9.1 del ACI 318-99 capítulo 9

$$U = 1.2 * D + 1.4 * L$$

$$U = 1.2 * D + 1.4 * L$$

$$U = 1.2 * (375.40 \text{ kg/m}^2 + 220 \text{ kg/m}^2) + 1.4 * (200 \text{ kg/m}^2)$$

$$U = 596.60 \text{ kg/m}^2 + 280.00 \text{ kg/m}^2$$

$$U = 876.60 \text{ kg/m}^2$$

$$m = \frac{\text{Claro corto}}{\text{Clarol argo}} = \frac{A}{B}$$

$$m = \frac{4.0m}{4.0m}$$

$$m = 1.0$$

Método 3 tabla 1 caso 4(Coeficientes para momentos negativos en las losas)

$$Mu = \text{Coeficiente} * \text{Carga} * L^2 \Rightarrow \text{Formula General}$$

$$Mu = \text{Coef} * W * L^2$$

$$\text{Coef} = 0.050$$

$$Mu_{(-)} = 0.050 * 876.60 \text{ kg/m}^2 * (4.0m)^2$$

$$Mu_{(-)} = 701.12 \text{ Kg} - m$$

Método 3 tabla 2 caso 4(Coeficientes para momentos positivos en las losas por carga muerta)

$$Mu = \text{Coef} * W * L^2$$

$$\text{Coef} = 0.027$$

$$Mu_{(+)} = 0.027 * 596.60 \text{ kg/m}^2 * (4.0m)^2$$

$$Mu_{(+)} = 257.73 \text{ Kg} - m$$

Diagrama de momentos

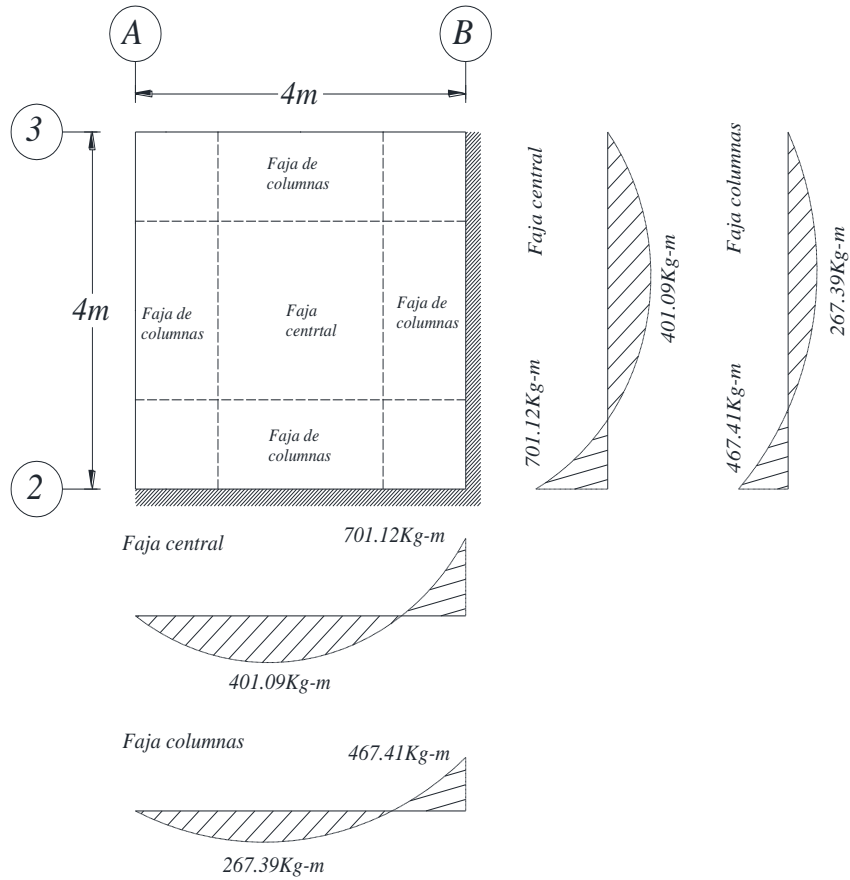
Método 3 tabla 3 caso 4(Coeficientes para momentos positivos en las losas por carga muerta)

$$Mu = Coef * W * L^2$$

$$Coef = 0.032$$

$$Mu_{(+)} = 0.032 * 280kg/m^2 * (4.0m)^2$$

$$Mu_{(+)} = 143.36 Kg - m$$



Chequeo a flexión

El valor de R_u tomaremos de la tabla 6.2 para hierro con límite de fluencia 4200= kg/cm² y un $f'_c = 240$ kg/cm²

$$d_B = \sqrt{\frac{M * 100}{R_u * b}}$$

$$d_B = \sqrt{\frac{701.12 \text{ kg} - m * 100 \text{ cm}}{44.61 * 20 \text{ cm}}}$$

$$d_B = 8.86 \text{ cm}$$

$$d_B \leq d_{\text{Asumido}}$$

$$8.86 \text{ cm} < 12.50 \text{ cm} \Rightarrow \text{OK}$$

Chequeo a corte

$$V_{\text{total}} = \frac{\text{Area} * U}{L}$$

$$V_{\text{total}} = \frac{4.0 \text{ m}^2 * 876.60 \text{ kg} / \text{m}^2}{4.0}$$

$$V_{\text{total}} = 876.60 \text{ kg}$$

$$V = \frac{Vu}{\phi * b * d}$$

$$V = \frac{876.60 \text{ kg}}{0.85 * 20 \text{ cm} * 12.50 \text{ cm}}$$

$$V = 4.13 \text{ kg} / \text{cm}^2$$

$$v_{\text{admissible}} = 5.3 * \sqrt{f'c}$$

$$v_{\text{admissible}} = 5.3 * \sqrt{240 \text{ kg} / \text{cm}^2}$$

$$v_{\text{admissible}} = 8.21 \text{ Kg} / \text{cm}^2$$

$$v_{\text{admissible}} \geq V$$

$$8.21 \text{ kg} / \text{cm}^2 > 4.13 \text{ kg} / \text{cm}^2 \Rightarrow \text{OK}$$

Diseño

$$As = \frac{Mu}{fy * \phi * d}$$

$$As = \frac{Mu * 100}{4200 \text{ kg} / \text{cm}^2 * 0.90 * 12.50 \text{ cm}}$$

$$As = 2.116 * 10^{-3} * Mu$$

$$A_s = 2.116 * 10^{-3} * 938.4 \text{ kg} - m$$

$$A_s = 1.99 \text{ cm}^2 = 1\phi 10 \text{ mm} @ N$$

$$A_s = 2.116 * 10^{-3} * 533.94 \text{ kg} - m$$

$$A_s = 1.13 = \text{ cm}^2 1\phi 10 \text{ mm} @ N$$

$$A_s = 2.116 * 10^{-3} * 625.60 \text{ kg} - m$$

$$A_s = 1.32 \text{ cm}^2 = 1\phi 10 \text{ mm} @ N$$

$$A_s = 2.116 * 10^{-3} * 355.96 \text{ kg} - m$$

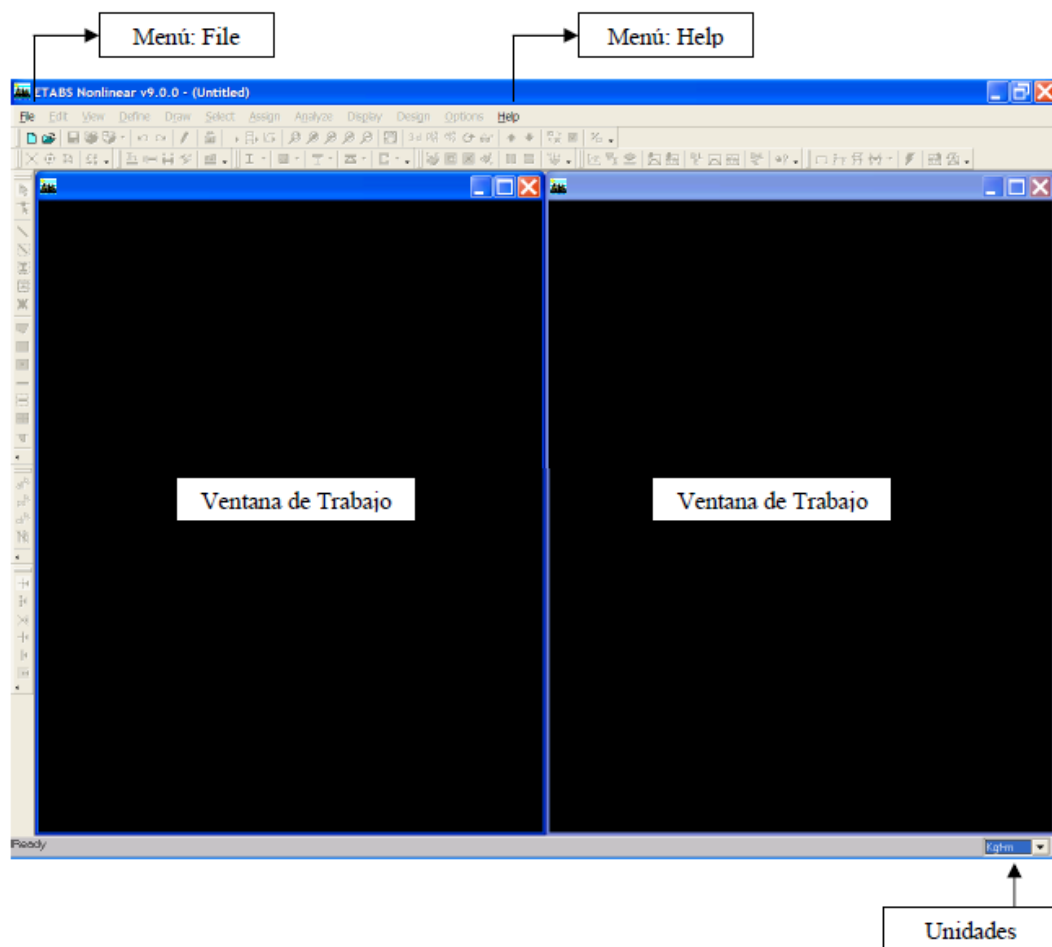
$$A_s = 0.75 \text{ cm}^2 = 1\phi 10 \text{ mm} @ N$$

6.6.8 Análisis y diseño de losas usando programa de cálculo ETABS

ETABS es un programa de análisis y diseño con un propósito de brindar facilidad de modelación así como obtener resultados de manera rápida y eficiente, ETABS fue desarrollado específicamente para sistemas de edificaciones, el mismo que posee una poderosa e intuitiva interfaz gráfica con procedimientos de modelaje, análisis y diseño, usando una base de datos común. ETABS también puede manejar los más grandes y complejos modelos de edificios, incluyendo comportamientos no lineales.

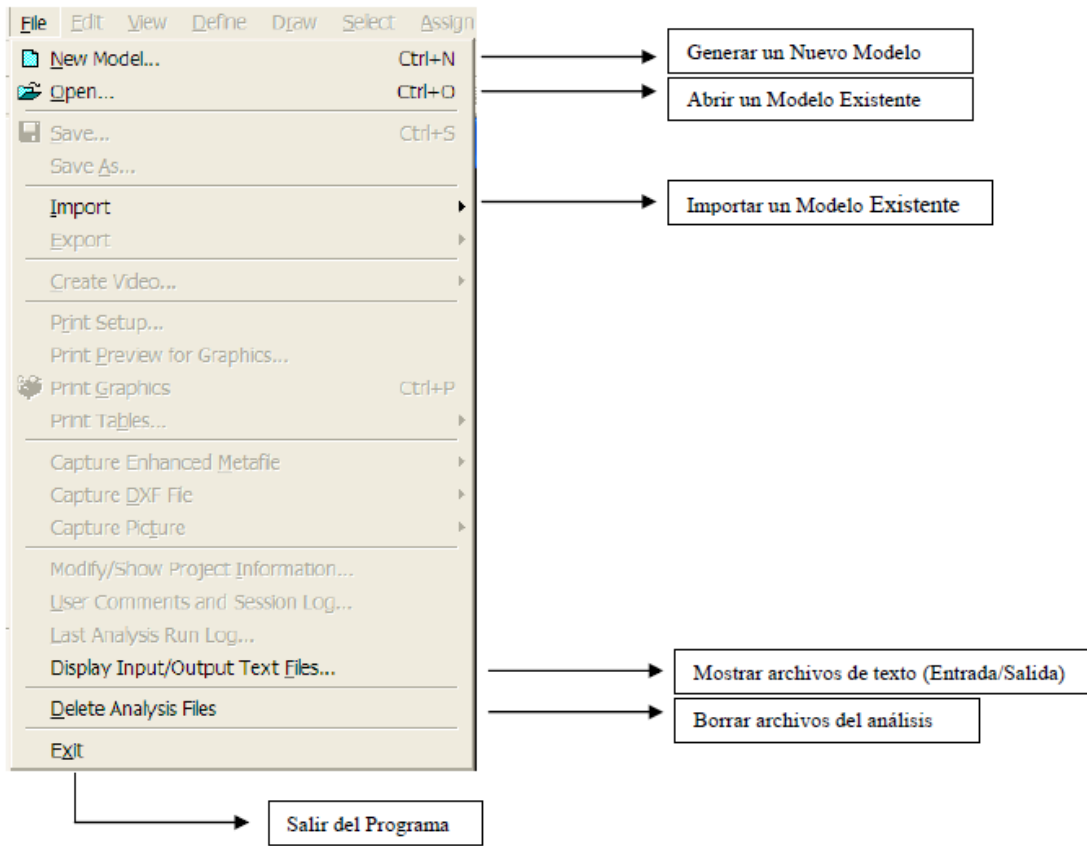
Ventana Principal

Al entrar al programa se nos presenta una pantalla de fondo negro con dos ventanas separadas verticalmente. Allí en la parte inferior derecha se despliega un menú con las unidades a utilizar en la generación del modelo estructural, mientras que en la parte superior izquierda se encuentra activo el menú File donde se puede abrir o importar un modelo existente, o bien, generar un nuevo modelo.

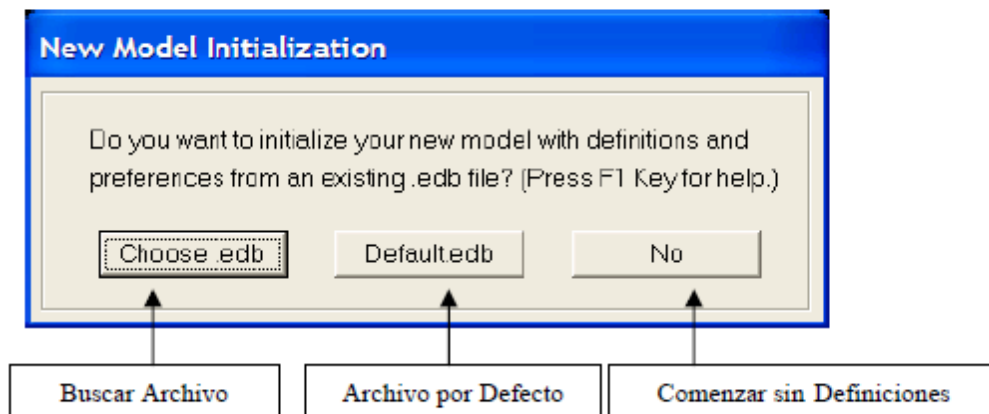


Al entrar al menú File, se presentan las siguientes opciones activas:

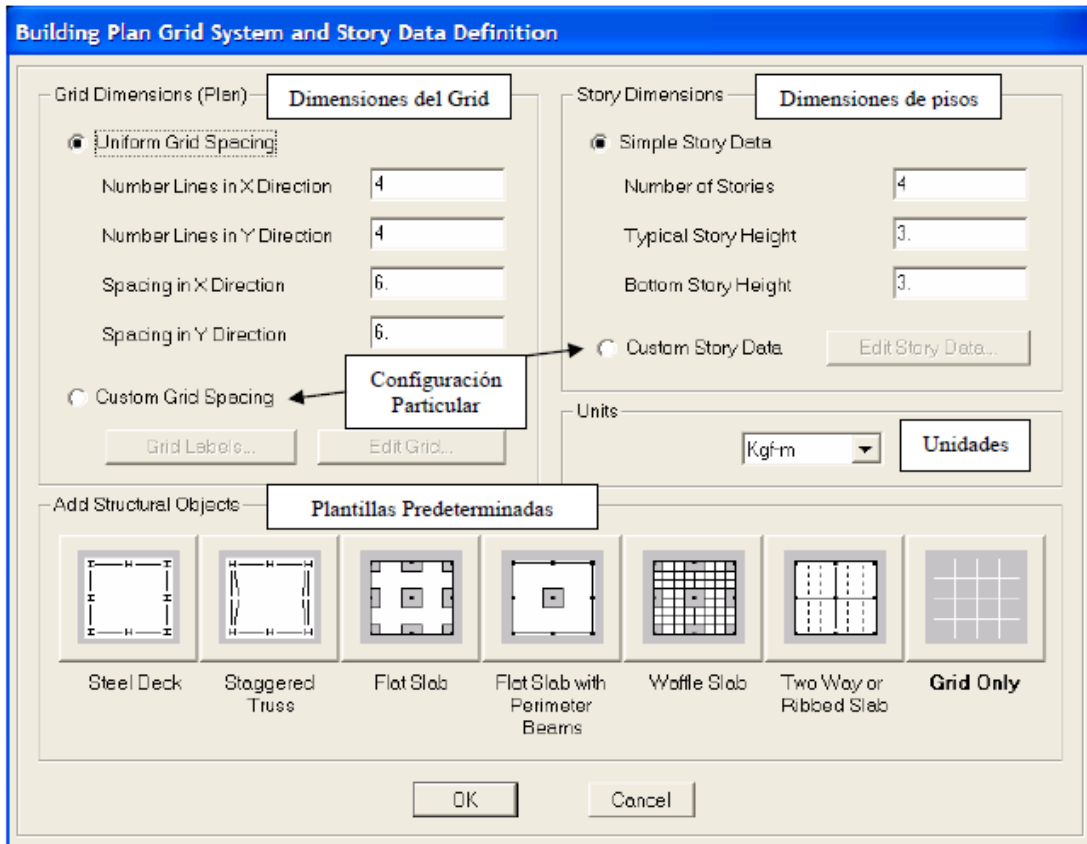
Si se elige iniciar un nuevo modelo, se tiene la opción de comenzar con las definiciones y/o preferencias de algún archivo existente, es decir, sus materiales, secciones, combinaciones, colores, etc.



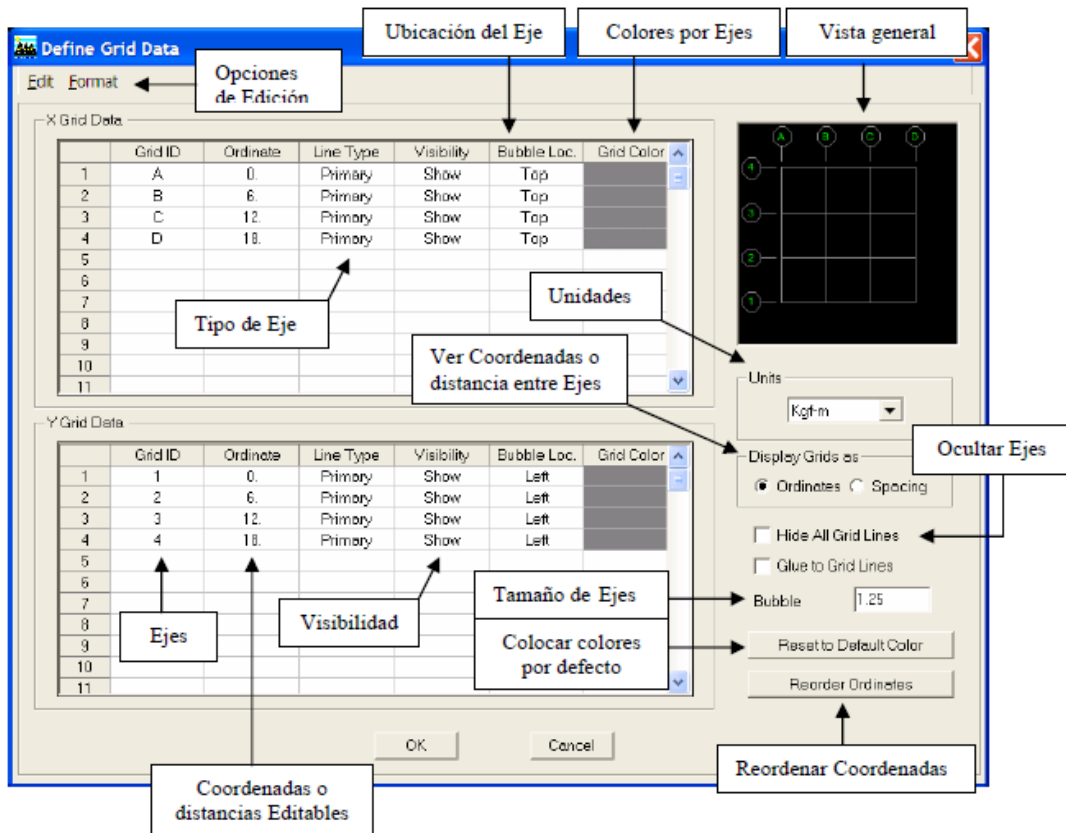
Si se elige iniciar un nuevo modelo, se tiene la opción de comenzar con las definiciones y/o preferencias de algún archivo existente, es decir, sus materiales, secciones, combinaciones, colores, etc.



Una vez seleccionada alguna de las opciones se presenta una ventana con una serie de plantillas predeterminadas con el fin de generar la edificación correspondiente a partir de variables debidamente definidas.

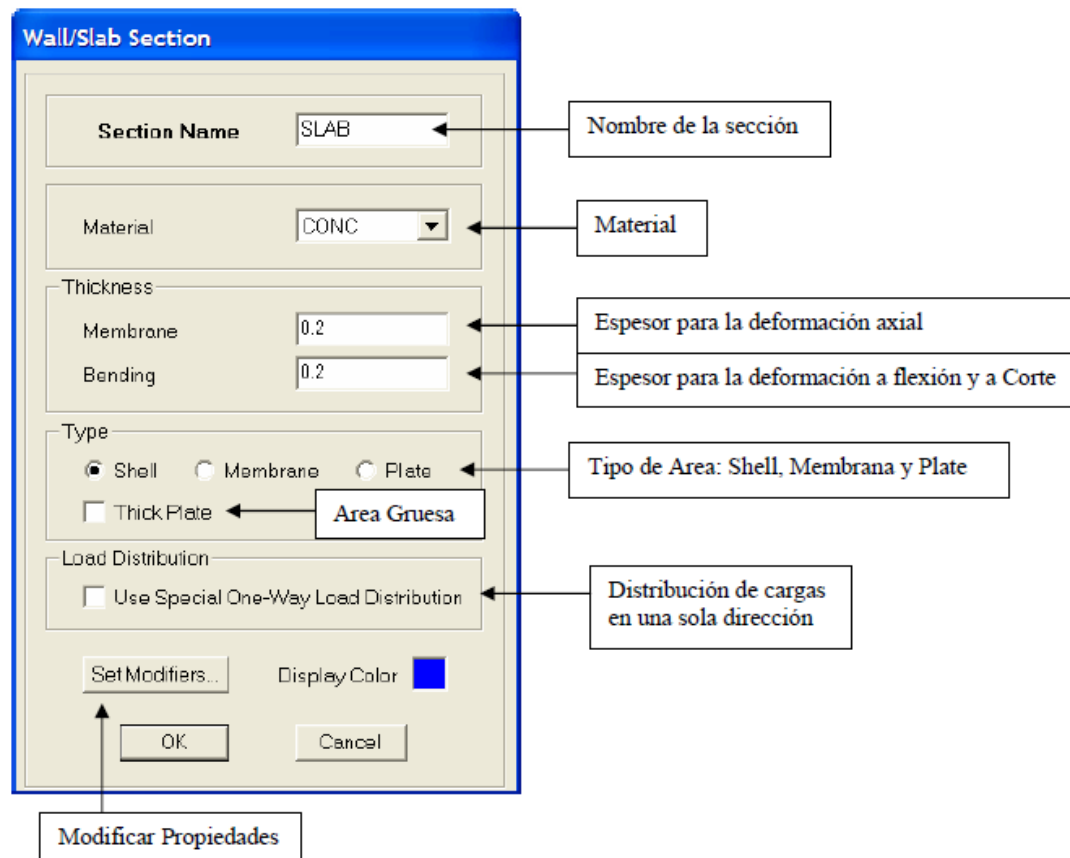


Para definir distancias y/o aplicaciones particulares entre los grid (Ejes) en X e Y, se tiene el siguiente cuadro.



Esto es en cuando a la generación de la malla o grilla, la misma que nos servirá para la modelación del proyecto.

Modelación de elementos Placa o losa

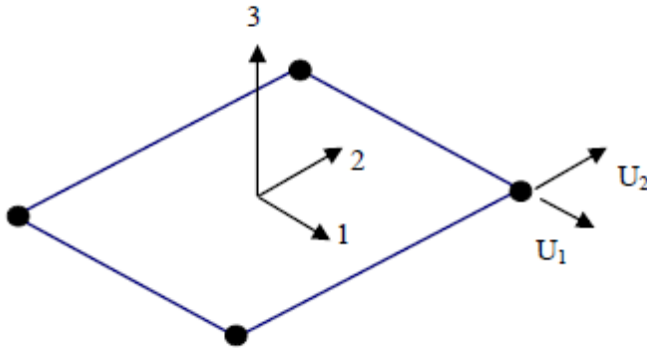


Si se utiliza la opción Thick Plate, se incorpora la deformación por corte en elementos tipo Shell y Plate.

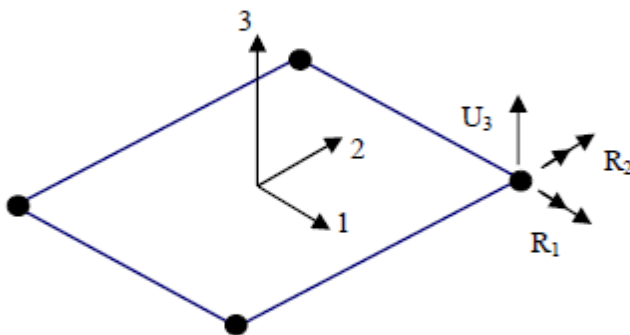
ETABS nos permite modelar 3 tipos de placas o losas los mismos que se indica a continuación:

- **Membrana** es un elemento estructural especial de funcionamiento netamente axial formado de tres o cuatro nudos. Todos estos elementos están diseñados para cargas verticales, sin embargo para cargas horizontales estos pierden estabilidad. Cada uno tiene tres grados de libertad, desplazamientos 1 y 2 y rotación (V_1 , V_2 , R_3) por lo tanto los resultados son (R_1 , R_2 , y no hay momento). La matriz de rigidez en un elemento tipo membrana está en función de su rigidez y su área.

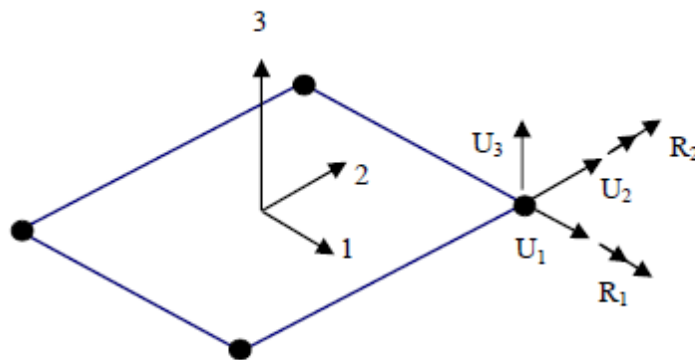
Este tipo de elementos se utiliza para diseñar losas sobre vigas o elementos planos sobre correas sometidas a cargas perpendiculares al plano, transmitiendo a las vigas por el método de área tributaria, estos elementos se puede utilizar para elementos metálicos o muros de contención.



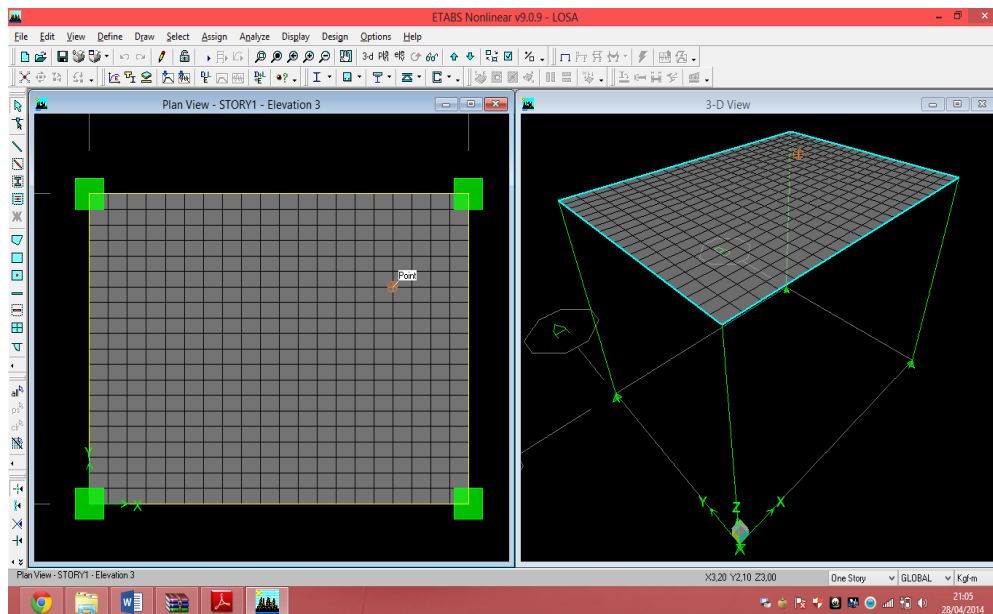
- **Plate.** Son elementos flexionantes que de la misma manera disponen de tres grados de libertad que están conformados por desplazamiento 3, rotación 1 y rotación 2 (V_3 , R_1 y R_2). El elemento Plate es complementario al elemento membrana, las características de este elemento son similares a una parrilla. La matriz de rigidez está en función del módulo de elasticidad y sus inercias. El elemento que se de carga genera deformaciones en el plano, estos esfuerzos que se obtienen en estos elementos son M_x , M_y , F_z



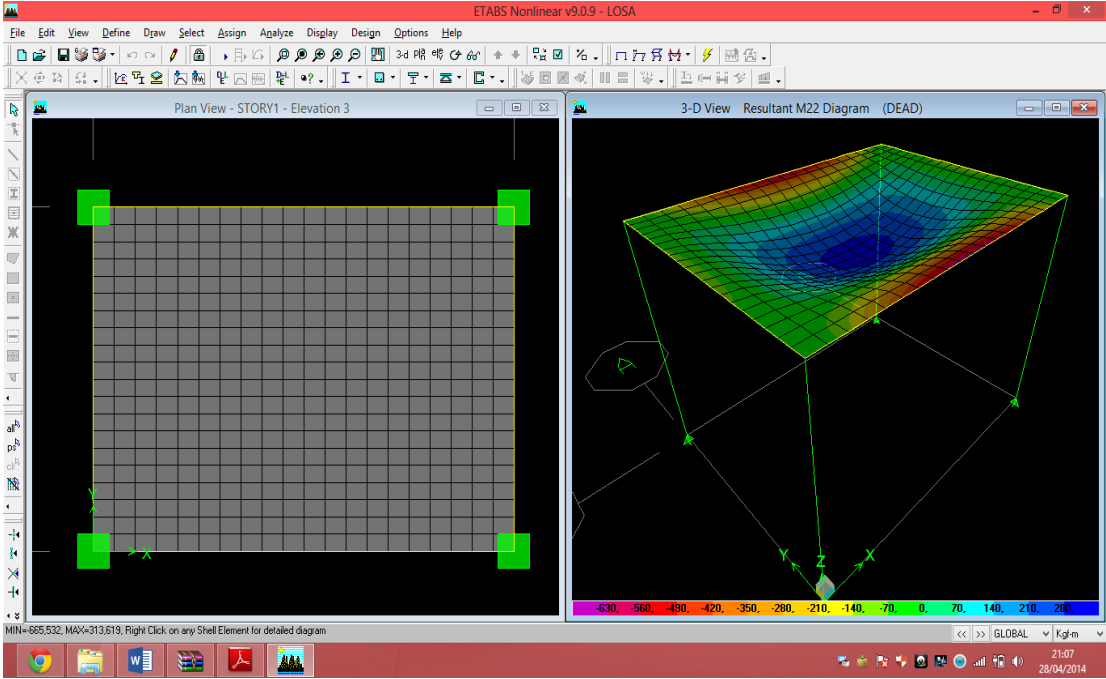
- **Shell.** Sirve para modelar cualquier elemento plano, las acciones o fuerzas pueden ser en cualquier sentido o característica. Ya en un programa el elemento se lo modela como una lámina y posteriormente se da el espesor. Los esfuerzos que se obtienen como resultado son específicos de elementos área que pueden ser transformados a esfuerzos normales de elementos lineales.



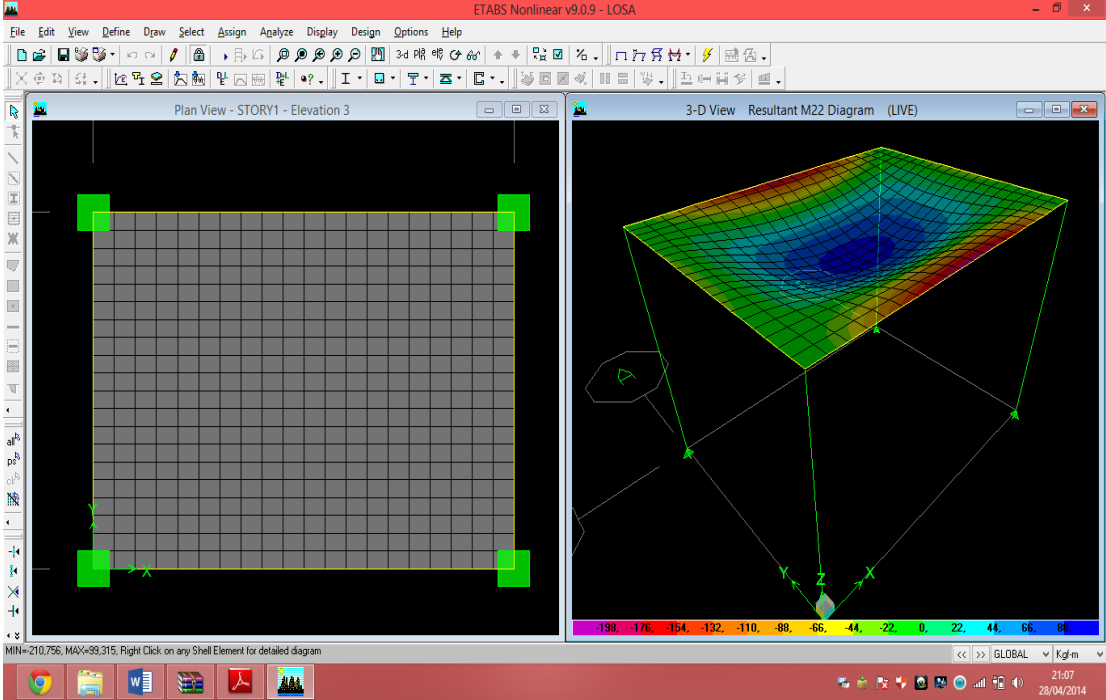
Presentamos una losa modelada en ETABS para familiarizarnos con el entorno y su utilidad.



Deformada por carga muerta (DEAD)



Deformada por carga viva (LIVE)



6.7 Metodología

6.7.1 Programación

MATLAB es un entorno de computación técnica que posibilita la ejecución de cálculo numérico y simbólico de forma rápida y precisa, acompañado de características gráficas y de visualización avanzada aptas para el trabajo en ingeniería entre otros. Matlab es un entorno interactivo para el análisis y el modelado implementando una gran cantidad de funciones para el trabajo en distintos campos.

Por otra parte Matlab presenta un lenguaje de programación de muy alto nivel basado en vectores y matrices, además el entorno básico de Matlab se complementa con una amplia colección de toolboxes que contienen funciones específicas para determinadas aplicaciones en diferentes ramas.

Matlab también permite la operatividad entre plataformas posibilitando trabajar con distintos sistemas operativos siendo un software en crecimiento continuo y adaptable a los trabajos que sobre este se ejecutan.

Generación de malla bidimensional

En este proceso se describen y analizan los métodos de mallado bidimensional desarrollados para la discretización del dominio en problemas bidimensionales o en aquellos que, dada su simetría, se puedan tratar en dos dimensiones. Siguiendo una filosofía de generación de malla multi bloque, se pretende realizar la discretización de geometrías arbitrarias mediante la descomposición de éstas en áreas simples, esto es, triángulos, cuadriláteros y polígonos convexos, cuyos lados sean líneas o polilíneas, en su sentido más general.

En primer lugar se comentan los métodos desarrollados para áreas cuadriláteras y, posteriormente. Se analizan los desarrollados para triángulos y geometrías arbitrarias. Un aspecto común a todos ellos es que están basados o parten de la información referente a la discretización del contorno, es decir, el tamaño de los elementos y la

distribución de éstos en la malla dependen exclusivamente de las aristas del contorno del área que se va a mallar.

Mallas Estructuradas

Por malla estructurada se entiende toda discretización cuya conectividad sigue un patrón reticular. Por esta razón, en este tipo de mallas se utilizan fundamentalmente elementos cuadriláteros (2D), o hexaédricos (3D), aunque a partir de ellos, como se verá posteriormente, se pueden generar triángulos y tetraedros, respectivamente. La creación de esta retícula impone unas fuertes condiciones sobre el contorno del dominio.

Mallas No Estructuradas

Las mallas no estructuradas, al contrario que las estructuradas, no presentan un patrón de conectividad predeterminado, pues ésta viene determinada por el contorno del problema, la situación de los nodos interiores y el método de discretización utilizado. Esta libertad en la conectividad hace posible la discretización de cualquier dominio a partir de una discretización del contorno arbitraria. Son, por tanto, de aplicación más general que las estructuradas, pero esto repercute en un mayor costo computacional. Aunque existe una gran diversidad en los métodos de generación de este tipo de discretizaciones, los más empleados en la práctica se pueden dividir entre aquéllos que parten de una distribución determinada de nodos y únicamente se ocupan de obtener una conectividad adecuada, y aquellos otros en los que nodos, aristas y elementos (en el caso bidimensional) o nodos, aristas, caras y elementos (en el caso tridimensional) se generan conforme la malla va creciendo. En el primer caso, se busca una conexión óptima de modo que los elementos presenten una buena relación de aspecto; esta triangulación óptima está garantizada si se emplea el método de Delaunay-Voronoi. En el segundo caso, estos mismos criterios de regularidad son los que marcan la posición más adecuada para el nuevo nodo generado y su conexión con el resto de la malla. La familia de técnicas que sigue esta última metodología se denomina métodos de frente de avance, pues en ellos la malla se genera iterativamente desde un frente inicial, que coinciden con el contorno del problema y

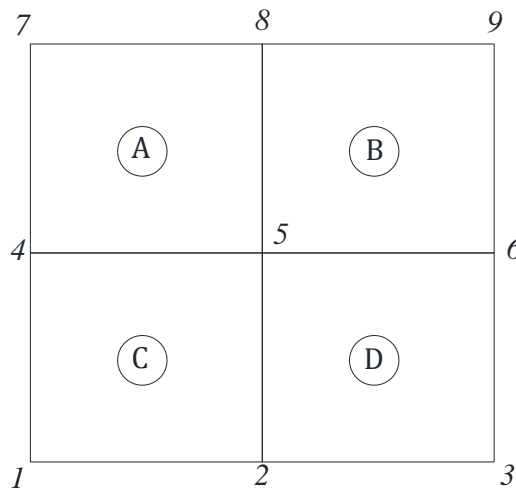
que se va modificando conforme el proceso avanza, hasta que el dominio queda completamente mallado, momento en el que el frente queda vacío. A continuación se describen con mayor detalle estas dos técnicas.

Para la presente investigación se realizara un mallado estructurado de tipo cuadriláteros.

6.7.2 Ensamblaje de matrices de rigidez

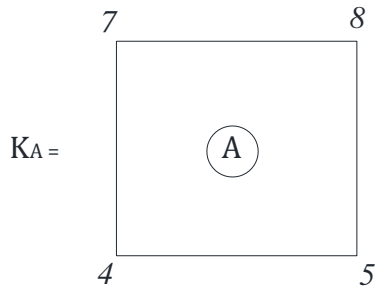
La matriz de rigidez de un elemento está formada por un conjunto de valores que son determinados a partir del equilibrio del elemento, esta matriz relaciona los desplazamientos nodales producidos por las fuerzas aplicadas en los nudos. El ensamble de la matriz de rigidez de los elementos implica la aplicación de equilibrio para la estructura completa.

A continuación se presenta un ejemplo para realizar el proceso de ensamblado de un elemento plano cuadrangular.



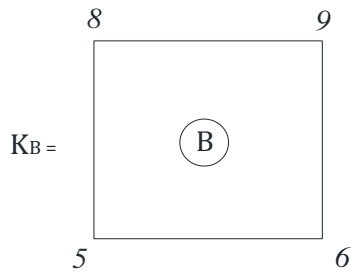
Dado el siguiente elemento plano se lo ha dividido en cuatro partes obteniendo así cuatro matrices de rigidez de los sub elementos elemento, dados de la siguiente forma:

Elemento A



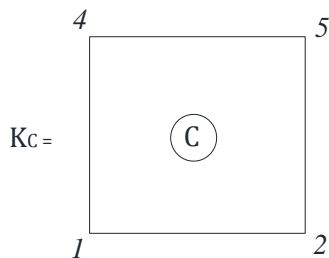
	4	5	8	7
4	K_{A44}	K_{A45}	K_{A48}	K_{A47}
5	K_{A54}	K_{A55}	K_{A58}	K_{A57}
8	K_{A84}	K_{A85}	K_{A88}	K_{A87}
7	K_{A74}	K_{A75}	K_{A78}	K_{A77}

Elemento B



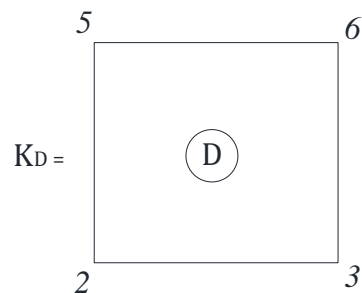
	5	6	9	8
5	K_{B55}	K_{B56}	K_{B59}	K_{B58}
6	K_{B65}	K_{B66}	K_{B69}	K_{B68}
9	K_{B95}	K_{B96}	K_{B99}	K_{B98}
8	K_{B85}	K_{B86}	K_{B89}	K_{B88}

Elemento C



	1	2	5	4
1	K_{C11}	K_{C12}	K_{C15}	K_{C14}
2	K_{C21}	K_{C22}	K_{C25}	K_{C24}
5	K_{C51}	K_{C52}	K_{C55}	K_{C54}
4	K_{C41}	K_{C42}	K_{C45}	K_{C44}

Elemento D



	2	3	6	5
2	K_{D22}	K_{D23}	K_{D26}	K_{D25}
3	K_{D32}	K_{D33}	K_{D36}	K_{D35}
6	K_{D62}	K_{D63}	K_{D66}	K_{D65}
5	K_{D52}	K_{D53}	K_{D56}	K_{D55}

Matriz global del elemento

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	K_{C11}	K_{C12}		K_{C14}	K_{C15}				
2	K_{C21}	$K_{C22} + K_{D22}$	K_{D23}	K_{C24}	$K_{C25} + K_{D25}$	K_{D26}			
3		K_{D32}	K_{D33}		K_{D35}	K_{D36}			
4	K_{C41}	K_{C42}		$K_{A44} + K_{C44}$	$K_{A45} + K_{C45}$		K_{A47}	K_{A48}	
5	K_{C51}	$K_{C52} + K_{D52}$	K_{D53}	$K_{A54} + K_{C54}$	$K_{A55} + K_{B55}$ $K_{C55} + K_{D55}$	$K_{B56} + K_{D56}$	K_{A57}	$K_{A58} + K_{B58}$	K_{B59}
6		K_{D62}	K_{D63}		$K_{B65} + K_{D65}$	$K_{B66} + K_{D66}$		K_{B68}	K_{B69}
7				K_{A74}	K_{A75}		K_{A77}	K_{A78}	
8				K_{A84}	$K_{A85} + K_{B85}$	K_{B86}	K_{A87}	$K_{A88} + K_{B88}$	K_{B89}
9					K_{B95}	K_{B96}		K_{B98}	K_{B99}

6.7.3 Análisis de losa usando programación en matlab

En la ventana de trabajo se seleccionara los materiales que se emplearan en el cálculo así como las cargas actuantes mismas que se tomaron del código NEC 2011 y se las agrupado para diferentes estados de uso.

El Programa en primera instancia calcula la carga última para el diseño misma que se determina aplicando el código ACI 318-2008, posteriormente determina la altura de diseño bajo el mismo código.

Finalmente me presenta los diagramas de corte y momento para sus dos ejes realizando los chequeos a flexión y corte

La codificación de este programa se ha realizado a partir de ANALISIS MATRICIAL DE ESTRUCTURAS, del Ing. Mg. Juan E. Garcés y aplicado para el análisis de losas

Ventana principal del programa



The screenshot shows the 'Analisis' software window. At the top, it displays the university logo and name: 'UNIVERSIDAD TECNICA DE AMBATO', 'FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL Y MECANICA', and 'CARRERA: INGENIERIA CIVIL'. The title of the window is 'Analisis'. Below the header, the main title is 'ANALISIS DE LOSAS'. The interface is divided into two main sections: 'DATOS' and 'DISEÑO'. The 'DATOS' section contains several input fields: 'RESISTENCIA DEL HORMIGON (kg/cm2)' with a dropdown menu showing '210', 'Fy (kg/cm2)' with a dropdown menu showing '4200', 'CARGA VIVA (kg/m2)' with a dropdown menu showing 'Almacenes', 'CARGA MUERTA ADICIONAL (kg/m2)', 'LONGITUD X (m)', and 'LONGITUD Y (m)'. The 'DISEÑO' section contains two input fields: 'CARGA ULTIMA (kg/m2)' and 'ALTURA DE DISEÑO (cm)'. At the bottom of the 'DATOS' section, there are two buttons: 'CALCULAR' and 'EJECUTAR'. To the right of the input fields is a graph with a vertical axis from 0 to 1 and a horizontal axis from 0 to 1. The graph is currently empty.

Se selecciona la resistencia del hormigón (f^c)

This screenshot shows the same 'Analisis' software window, but with the 'RESISTENCIA DEL HORMIGON (kg/cm2)' dropdown menu open. The menu is displaying a list of values: '210', '210', '240', '280', and '300'. The value '240' is currently selected and highlighted in blue. The rest of the interface, including the other input fields and the graph, remains the same as in the previous screenshot.

Se selecciona el límite de fluencia del acero (f_y)

Analysis

 **UNIVERSIDAD TECNICA DE AMBATO**
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL Y MECANICA
CARRERA: INGENIERIA CIVIL 

ANALISIS DE LOSAS

DATOS

RESISTENCIA DEL HORMIGON (kg/cm²) 240

Fy (kg/cm²) 4200

CARGA VIVA (kg/m²) 4200
5600

CARGA MUERTA ADICIONAL (kg/m²)

LONGITUD X (m)

LONGITUD Y (m)

DISEÑO

CARGA ULTIMA (kg/m²)



ALTURA DE DISEÑO (cm)

CALCULAR **EJECUTAR**

0 0.2 0.4 0.6 0.8 1

Se el uso al que va a estar sometido la losa (Carga Viva)

Analysis

 **UNIVERSIDAD TECNICA DE AMBATO**
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL Y MECANICA
CARRERA: INGENIERIA CIVIL 

ANALISIS DE LOSAS

DATOS

RESISTENCIA DEL HORMIGON (kg/cm²) 240

Fy (kg/cm²) 4200

CARGA VIVA (kg/m²) Almacenes

CARGA MUERTA ADICIONAL (kg/m²)

LONGITUD X (m)

LONGITUD Y (m)

DISEÑO

CARGA ULTIMA (kg/m²)

ALTURA DE DISEÑO (cm)

CALCULAR **EJECUTAR**

0 0.2 0.4 0.6 0.8 1

Ingresamos la carga muerta adicional la misma que puede ser el peso de mampostería así como las longitudes respectivas

UNIVERSIDAD TECNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL Y MECANICA
CARRERA: INGENIERIA CIVIL

FICM

ANALISIS DE LOSAS

DATOS

RESISTENCIA DEL HORMIGON (kg/cm2) 240

Fy (kg/cm2) 4200

CARGA VIVA (kg/m2) Viviendas unifamiliares

CARGA MUERTA ADICIONAL (kg/m2) 150

LONGITUD X (m) 2

LONGITUD Y (m) 2

DISEÑO

CARGA ULTIMA (kg/m2)

ALTURA DE DISEÑO (cm)

CALCULAR **EJECUTAR**

Obteniendo como resultado la carga ultima y la altura calculada

UNIVERSIDAD TECNICA DE AMBATO
FACULTAD DE INGENIERIA CIVIL Y MECANICA
CARRERA: INGENIERIA CIVIL

FICM

ANALISIS DE LOSAS

DATOS

RESISTENCIA DEL HORMIGON (kg/cm2) 240

Fy (kg/cm2) 4200

CARGA VIVA (kg/m2) Viviendas unifamiliares

CARGA MUERTA ADICIONAL (kg/m2) 150

LONGITUD X (m) 2

LONGITUD Y (m) 2

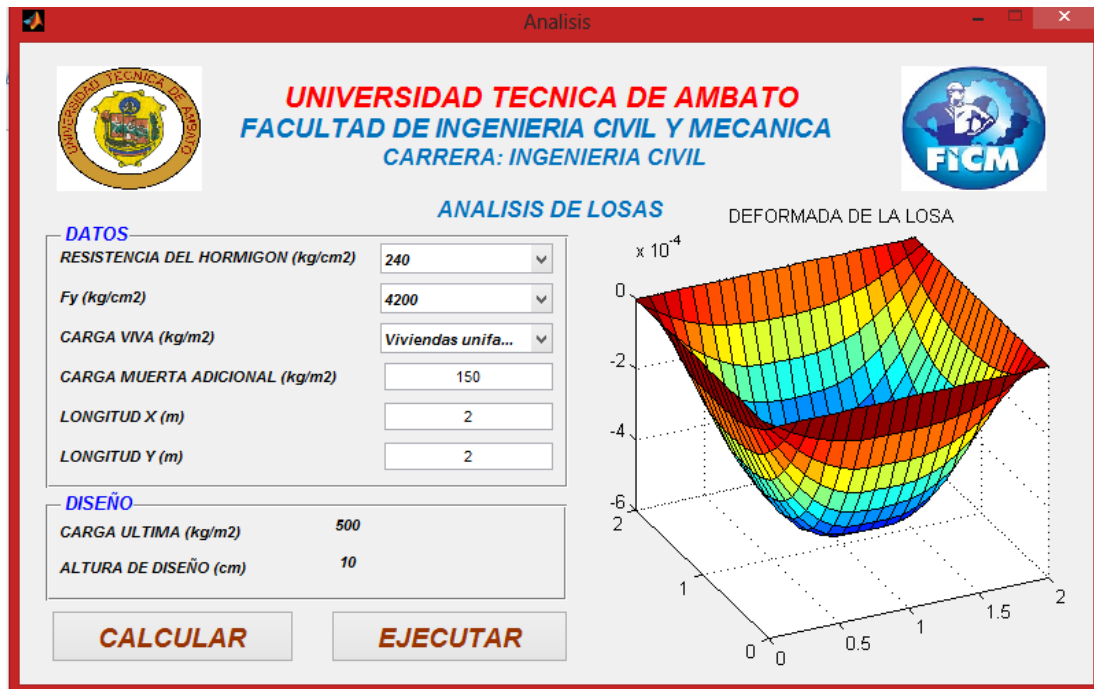
DISEÑO

CARGA ULTIMA (kg/m2) 500

ALTURA DE DISEÑO (cm) 10

CALCULAR **EJECUTAR**

Se presenta la deformada de la losa



6.7.4 Código de Matlab

```
function varargout = Analisis(varargin)
gui_Singleton = 1;
gui_State = struct('gui_Name',       mfilename, ...
                  'gui_Singleton',   gui_Singleton, ...
                  'gui_OpeningFcn', @Analisis_OpeningFcn, ...
                  'gui_OutputFcn',  @Analisis_OutputFcn, ...
                  'gui_LayoutFcn',  [] , ...
                  'gui_Callback',    []);
if nargin && ischar(varargin{1})
    gui_State.gui_Callback = str2func(varargin{1});
end

if nargout
    [varargout{1:nargout}] = gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
else
    gui_mainfcn(gui_State, varargin{:});
end

function Analisis_OpeningFcn(hObject, eventdata, handles, varargin)
handles.output = hObject;
guidata(hObject, handles);

function varargout = Analisis_OutputFcn(hObject, eventdata, handles)
varargout{1} = handles.output;
```

```

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function axes1_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
imagen=imread('Uta.jpg');
image(imagen)
axis off

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function axes2_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
imagen1=imread('Ficm.jpg');
image(imagen1)
axis off

% --- Executes on selection change in Resistencia.
function Resistencia_Callback(hObject, eventdata, handles)
val = get(hObject, 'value');
switch val
case 1
resistencia_hormigon=210;
case 2
resistencia_hormigon=240;
case 3
resistencia_hormigon=280;
case 4
resistencia_hormigon=300;
end
resistencia_hormigon;
global resistencia_hormigon;

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function Resistencia_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUiControlBackgroundColor'))
set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

% --- Executes on selection change in FY.
function FY_Callback(hObject, eventdata, handles)
val = get(hObject, 'value');
switch val
case 1
limite_f=4200;
case 2
limite_f=5600;
end
limite_f;
global limite_f;

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function FY_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)
if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUiControlBackgroundColor'))
set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');

```

```

end

% --- Executes on selection change in cargas.
function cargas_Callback(hObject, eventdata, handles)
val = get(hObject, 'value');
switch val
case 1
carga=480;
case 2
carga=480;
case 3
carga=400;
case 4
carga=1200;
case 5
carga=480;
case 6
carga=480;
case 7
carga=400;
case 8
carga=200;
case 9
carga=200;
end
carga;
global carga;

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function cargas_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function carga_muerta_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles.carga_muerta=str2double(get(hObject, 'String'));
guidata(hObject, handles);

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function carga_muerta_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc && isequal(get(hObject, 'BackgroundColor'),
get(0, 'defaultUiControlBackgroundColor'))
    set(hObject, 'BackgroundColor', 'white');
end

function longitud_x_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles.longitud_x=str2double(get(hObject, 'String'));
guidata(hObject, handles);

% --- Executes during object creation, after setting all properties.

```



```

function longitud_x_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

function longitud_y_Callback(hObject, eventdata, handles)
handles.longitud_y=str2double(get(hObject,'String'));
guidata(hObject, handles);

% --- Executes during object creation, after setting all properties.
function longitud_y_CreateFcn(hObject, eventdata, handles)

if ispc && isequal(get(hObject,'BackgroundColor'),
get(0,'defaultUicontrolBackgroundColor'))
    set(hObject,'BackgroundColor','white');
end

% --- Executes on button press in pushbutton1.
function pushbutton1_Callback(hObject, eventdata, handles)
CM = handles.carga_muerta;
lx= handles.longitud_x;
ly= handles.longitud_y;
global resistencia_hormigon;
global limite_f;
global carga;
FC=resistencia_hormigon;
Fy=limite_f;
CV=carga;
HL= ((lx*100)*(0.80+(Fy/14000)))/36;
HT=(round((round(HL)+5)/5))*5;
set(handles.H, 'string', HT);
CMP=(0.05*1*1*2400)+(0.1*((HT-
5)/100)*3.6*2400)+(8*7)+(0.05*1*1*1900);
CMT=CMP+CM;
UL=(1.60*CV)+(1.20*CM);
set(handles.CU, 'string', UL);
x=0:0.5:lx;
y=0:0.5:ly;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
m=length(x);
n=length(y);
z=ones(n,m);
t=0;
Z=t*z;
surf(X,Y,Z)
global UL;
global x;
global y;
global m;
global n;
global HT;

```

```

% --- Executes on button press in pushbutton2.
function pushbutton2_Callback(hObject, eventdata, handles)
lx= handles.longitud_x;
ly= handles.longitud_y;
global UL;
global HT;
global limite_f;
P=0.20;
A=(lx)/(ly);
B=(ly)/(lx);
x=0:0.5:lx;
y=0:0.5:ly;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
m=length(x);
n=length(y);
ngl=m*n;
nelem=(m-1)*(n-1);
C=1-P;
D=3*(1-P);
E=3*(1-(3*P));
F=(8*A)-(4*B*C);
G=(8*A)+(4*A*C);
H=(4*A)-(4*B*C);
I=(4*B)-(4*A*C);
J=-(8*A)+(2*B*C);
K=-(8*B)+(2*A*C);
CT=(2E5*HT^3)/(12*(1-(P^2)));
MAT=[F J -(F/2) H D -E -D E;J F H -(F/2) E -D -E D;
      -(F/2) H F J -D E D -E;H -(F/2) J F -E D E -D;
      D E -D -E G I -(G/2) K;-E -D E D I G K -(G/2);
      -D -E D E -(G/2) K G I;E D -E -D K -(G/2) I G];
KR=MAT*CT;
KE=KR(1:4,1:4);
MG=[ KE(1:2,1:2), zeros(2,m-2), KE(1:2,3:4)
      zeros(m-2,m+2)
      KE(3:4,1:2), zeros(2,m-2), KE(3:4,3:4)];
c=size(MG,2);
KE=[MG zeros(c,ngl-c);zeros(ngl-c,ngl)];
for i=2:nelem-1;
    a=i-1;
    b=ngl-c+1-i;
    KE(:, :, i)=[zeros(a,ngl);zeros(c,a) MG zeros(c,b);zeros(b,ngl)];
end
KE(:, :, nelem)=[zeros(ngl-c,ngl); zeros(c,ngl-c) MG];
S=0;
for i=1:nelem;
    S=S+KE(:, :, i);
end
S;
kk=S(m+1:ngl-m,m+1:ngl-m);
ki=inv(kk);
c=zeros(1,ngl-m*2);
for i=1:ngl-m*2;

```

```

        z(i)=c(i)-UL;
end
zz=(z(1:1,1:ngl-m*2))';
d=ki*zz;
[I,J]=max(d);
r=(randi([0 10],n-2,m))*I;
d1=[zeros(m,1);d;zeros(m,1)];
a=size(d1,1);
dd=(reshape(d,[n-2,m]));
z=[zeros(1,m);zeros(n-2,1) r(1:n-2,2:m-1) zeros(n-2,1);zeros(1,m)];
grid on
V =abs(z)*-1;
y1=((-UL*x)/(24*2E5*1)).*((x.^3)-(2*lx*x.^2)+(lx^3));
z=((-UL*y)/(24*2E5*1)).*((y.^3)-(2*ly*y.^2)+(ly^3));
[X,Y]=meshgrid(x,y);
[X,Z1]=meshgrid(x,y1);
[X,Z]=meshgrid(x,y1);
ZZ=((Z+Z1')/2);
c=size(ZZ,1);
d2=[zeros(1,c); zeros(c-2,1) ZZ(2:c-1,2:c-1) zeros(c-
2,1);zeros(1,c)];
[Xq,Yq] = meshgrid(0:0.1:lx,0:0.1:ly);
Vq = interp2(X,Y,d2,Xq,Yq,'cubic',0);
% Vq = griddata(X,Y,V,Xq,Yq);
surf(Xq,Yq,Vq)
xlim([0 lx])
ylim([0 ly])
title('DEFORMADA DE LA LOSA')
rotate3d on

```

6.8 Administración.

El programa queda a evaluación y uso de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica para los estudiantes mismo que facilitara en la aplicación del código ACI 318-2008 así como del NEC 2011. Facilitando la comprensión del procedimiento a seguir para el cálculo y aplicando los parámetros de control.

6.9 Previsión de la evaluación.

La presente investigación permitirá evaluar las condiciones de análisis para losas aplicando los códigos y normas para dicho elemento estructural.

A partir de esta codificación queda a consideración la ampliación del mismo para diferentes elementos estructurales así como para la actualización de normas y códigos que no agilitar y obtener resultados de manera fácil y oportuna

MATERIALES DE REFERENCIA

1 Bibliografía

- 1) Diseño de Losas de Hormigón Armado (Febrero - 2015)
<http://www.arqhys.com/construccion/losas-hormigon.html>
- 2) La web del programador, <http://www.lawebdelprogramador.com/>
- 3) Mathworld, <http://www.mathworks.com/>
- 4) Losa (Marzo – 2015). <http://www.civil.cicloides.com/losas/3.4/>
- 5) CASTRO R. 1993, Análisis y Diseño de Losas por Teoría al Límite
- 6) PAREDES V. 1986, Ensayo de modelos de Losas
- 7) ORTIZ A. 2003, Comparación de diseño para Losas alivianadas Bidireccionales Sobre Vigas entre Los Métodos 3ACI-Marcus y Aplicando el Programa SAP 2000
- 8) GARCES J. 2012, Análisis Matricial de Estructuras
- 9) ROMERO J. Desarrollo de Software para el análisis bidimensional de placas mediante método de elementos finitos
- 10) HURTADO J. Introducción al análisis estructural por elementos finitos
- 11) ALVAREZ D. Repaso de análisis estructural matricial (Universidad nacional de Colombia)