

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y MECÁNICA

CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

TRABAJO EXPERIMENTAL PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE

INGENIERO MECÁNICO

TEMA:

VALIDACIÓN DEL SOFTWARE LIBRE DE CÁLCULO FLUIDODINÁMICO OPENFOAM APLICADO A FLUJO INCOMPRESIBLE LAMINAR Y TURBULENTO MEDIANTE COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES DE REFERENCIA.

Autor: Edissón David Valdospin Córdova

Tutor: Ing. Javier García del Valle, PhD.

AMBATO-ECUADOR

2017

APROBACIÓN DEL TUTOR

En mi calidad de Tutor del trabajo de investigación sobre el tema: "VALIDACIÓN DEL SOFTWARE LIBRE DE CÁLCULO FLUIDODINÁMICO OPENFOAM APLI-CADO A FLUJO INCOMPRESIBLE LAMINAR Y TURBULENTO MEDIANTE COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES DE REFERENCIA.", ejecutado por el señor Edissón David Valdospin Córdova, egresado de la carrera de Ingeniería Mecánica de la Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica, de la Universidad Técnica de Ambato, CERTIFICO que el presente trabajo de investigación fue elaborado en su totalidad por el autor, revisado en todos sus capítulos y ha sido concluido.

Ambato, 22 Marzo de 2015

Ing. Javier García del Valle PhD

Tutor del Proyecto

AUTORÍA DEL TRABAJO

Expongo que el contenido del actual trabajo experimental: "VALIDACIÓN DEL SOFT-WARE LIBRE DE CÁLCULO FLUIDODINÁMICO OPENFOAM APLICADO A FLUJO INCOMPRESIBLE LAMINAR Y TURBULENTO MEDIANTE COMPA-RACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES DE REFERENCIA", de la misma forma la autenticidad de las ideas, procesos, opiniones, resultados, conclusiones, los que son de responsabilidad de mi persona en calidad de autor del proyecto.

Ambato, 22 Marzo de 2017

Edissón David Valdospin Cordova

C.I 180432203-8

AUTOR DEL TRABAJO EXPERIMENTAL

DERECHOS DE AUTOR

Autorizo a la Universidad Técnica de Ambato, para que haga de este Trabajo Experimental o parte de él como un documento aprovechable para la lectura, consulta y procesos de investigación, según las normas de la institución. Cedo los derechos en línea patrimonial de mi Trabajo Experimental con fines de difusión pública, además apruebo la reproducción de este Trabajo Experimental, dentro de las regulaciones de la Universidad, esperando que esta reproducción no contenga una ganancia en fines de lucro y se realice respetando mis derechos de autor.

20 Datos

Edissón David Valdospin Cordova

APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO

Los miembros del Tribunal de Grado aprueban el informe del trabajo experimental realizado por el estudiante Edissón David Valdospin Cordova de la carrera de Ingeniería Mecánica, bajo el tema: "VALIDACIÓN DEL SOFTWARE LIBRE DE CÁLCULO FLUIDODINÁMICO OPENFOAM APLICADO A FLUJO INCOMPRESIBLE LA-MINAR Y TURBULENTO MEDIANTE COMPARACIÓN CON DATOS EXPERI-MENTALES DE REFERENCIA".

Ambato, Abril de 2017

Ing. Mg Diego Núñez

Ing. Mg César Arroba

DEDICATORIA

El presente trabajo experimental está dedicado principalmente a los dos pilares en mi vida que siempre estuvieron para mi durante todo este tiempo, a mi mamá y a mi papá los cuales siempre me inculcaron valores de responsabilidad, respeto y honestidad en todo, a mis primas que fueron como mis hermanas con las cuales crecí y compartí mucho tiempo, y a Dios por darme fuerzas en todo momento y guiarme por el camino del bien.

AGRADECIMIENTO

Agradezco profundamente a mi tutor de tesis, al Ing. Javier García del Valle PhD por compartir sus conocimientos, valores y ayudarme a llegar a la meta de ser un profesional, a mis amigos por ayudarme ha crecer como persona. A la persona que ha estado a mi lado todo este tiempo apoyándome incondicionalmente dándome apoyo moral y afectivo a mi novia que Dios nos bendiga siempre.

ÍNDICE GENERAL DE CONTENIDOS

PORTADA	Ι
APROBACIÓN DEL TUTOR	II
AUTORÍA DEL TRABAJO	III
DERECHOS DE AUTOR	IV
APROBACIÓN DEL TRIBUNAL DE GRADO	V
DEDICATORIA	VI
AGRADECIMIENTOS	VII
ÍNDICE GENERAL	VII
ÍNDICE DE FIGURAS	Х
ÍNDICE DE TABLAS	XIII
NOMENCLATURA	XV
RESUMEN EJECUTIVO	XVII
ABSTRACT (SUMMARY)	XVIII
CAPÍTULO I	1
1. ANTECEDENTES	1
1.1. TEMA:	1
1.2. ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS:	1
1.3. JUSTIFICACIÓN	2
1.4. OBJETIVOS	2
1.4.1. Objetivo general	2
1.4.2. Objetivos específicos	3
	_
CAPITULO II	4
2. FUNDAMENTACION	4
2.1. FUNDAMENTACION TEORICA	4
2.1.1. Ecuaciones de Navier-Stokes	4
2.1.1.1. La conservación de la masa o ecuación de la conti-	
	4
2.1.1.2. La conservacion del momento cinetico o de la can-	4
udad de movimiento	4
2.1.2. Flujo incompresible: Ecuaciones de Navier-Stokes	4
	3
2.1.3.1. Los modelos promediados de Reynolds de las ecua-	5
clones de Naviei-Stokes (RAINS)	5 5
2.1.3.1.1. El MODELO K- \mathcal{E}	ט ב
2.1.3.1.2. El modelo realizable K- \mathcal{E}	3
2.1.3.1.3. El modelo KNG K- \mathcal{E}	6
2.1.3.1.4. El modelo k- ω	6
2.1.4. Metodo de los volumenes finitos $\dots \dots \dots \dots \dots$	6
2.1.4.1. Ecuación semi-discretizada.	7
2.1.4.2. Métodos de interpolación	7

	2.1.4.2.1. Interpolación lineal	7
	2.1.4.2.2. Interpolación Upwind	8
	2.1.4.2.3. Interpolación Quick	8
	2.1.4.3. Algoritmos de acople presión-velocidad.	8
	2.1.4.3.1. Algoritmo SIMPLE	8
	2.1.4.3.2. Algoritmo SIMPLEC	9
	2.1.4.3.3. Algoritmo PISO	9
	2.1.4.3.4. Interpolación Rhie-Chow	9
	2.1.5. OpenFOAM	9
2.2.	HIPÓTESIS.	10
2.3.	SEÑALAMIENTO DE VARIABLES DE LA HIPÓTESIS.	10
	2.3.1. Variable independiente	10
	2.3.2. Variable dependiente.	10
CAPÍT	ULO III	11
3. M	ETODOLOGÍA	11
3.1.	NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN	11
	3.1.1. Bibliográfica	11
	3.1.2. Experimental	11
3.2.	POBLACIÓN Y MUESTRA	11
	3.2.1. Población	11
	3.2.2. Muestra	11
3.3.	OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES	12
	3.3.1. Variable independiente:	12
	3.3.2. Variable dependiente:	12
3.4.	PLAN DE RECOLECCIÓN DE DATOS.	12
3.5.	PLAN DE PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS.	13
3.6.	PROCEDIMIENTO.	13
	3.6.1. Procedimiento para la simulación	13
	3.6.2. Procedimiento para el análisis de resultados.	23
3.7.	TIEMPO DE CÁLCULO.	24
,		
CAPÍT	ULO IV	25
4. A	NALISIS E INTERPRETACION DE RESULTADOS	25
4.1.	RECOLECCIÓN DE DATOS.	27
4.2.	ANÀLISIS DE RESULTADOS	29
	4.2.1. Caso 1: Incompressible Driven Cavity	29
	4.2.1.1. Análisis de la sensibilidad de la malla.	30
	4.2.1.2. Análisis de los métodos de interpolación	31
	4.2.1.3. Comparación datos obtenidos con datos de referen-	
	cia del artículo científico.	34
	4.2.2. Caso 2: Blasius Incompresible Laminar Flat Plate	41
	4.2.2.1. Análisis de la sensibilidad de la malla.	42

		4.2.2.2. Análisis de los métodos de interpolación	46
	4.2.3.	Caso 3: Driver-Seegmiller Incompressible Backward-Facing	
		Step	51
		4.2.3.1. Análisis Driver-Seegmiller Incompressible Backward-	
		Facing Step para alfa= 0°	52
		4.2.3.1.1. Análisis de los modelos de turbulencia	53
		4.2.3.2. Análisis Driver-Seegmiller Incompressible Backward-	
		Facing Step para alfa= 6°	58
		4.2.3.2.1. Análisis de los modelos de turbulencia	59
	4.2.4.	Caso 4: Fraser Subsonic Conical Diffuser.	66
		4.2.4.1. Análisis de los modelos de turbulencia	67
	4.2.5.	Caso 5: Incompressible, Buice Axisymmetric Diffuser	72
		4.2.5.1. Análisis de los modelos de turbulencia	73
	4.2.6.	Caso 6: Incompressible, Turbulent Flat Plate.	78
		4.2.6.1. Análisis de los modelos de turbulencia	79
	4.2.7.	Caso 7: Laminar Flow Over a Circular Cylinder.	84
		4.2.7.1. Análisis de los métodos de interpolación	85
	4.2.8.	Caso 8:Ejector Nozzle	90
		4.2.8.1. Análisis de los modelos de turbulencia	91
4.3.	VERI	FICACIÓN DE HIPÓTESIS	95
CADÍT	UIOV		07
5 0		ISIONES V RECOMENDACIONES	07
5.1		USIONES	07
5.1.	PECO		97
5.2.	KLCU		90
OTROS	5		99
BIB	LIOGR	AFÍA	99
ANI	EXOS .		101
	ANEX	OS A. RESULTADOS GRÁFICOS DE LAS SIMULACIONES.	102
		Gráficos Caso 1. Driven cavity.	103
		Gráficos Caso 2. Laminar flat plate.	105
		Gráficos Caso 3. Backward-Facing Step para alfa=0°	111
		Gráficos Caso 3. Backward-Facing Step para alfa=6°	114
		Gráficos Caso 4. Fraser Conical Diffuser.	117
		Gráficos Caso 5. Axisymmetric Diffuser.	118
		Gráficos Caso 6. Turbulent Flat Plate.	121
		Gráficos Caso 7. Circular cylinder.	124
		Gráficos Caso 8. Ejector Nozzle	125
	ANEX	COS B. ARTÍCULOS CIENTÍFICOS TRABAJO EXPERIMEN-	
		TAL	128
	ANEX	OS B. ARTÍCULOS CIENTÍFICOS	134

ÍNDICE DE FIGURAS

<i>Figura</i> 2.1.	Método de los volúmenes finitos centrado en las celdas 2D	6
<i>Figura</i> 2.2.	Método de los volúmenes finitos centrado en los vértices 2D.	7
<i>Figura</i> 3.3.	Variables	13
<i>Figura</i> 3.4.	Carpeta Caso 1. Driven cavity.	13
<i>Figura</i> 3.5.	Puntos y bloque geometría Caso 1. Driven cavity	14
<i>Figura</i> 3.6.	Límites de frontera. Caso 1. Driven cavity	14
<i>Figura</i> 3.7.	Creación geometría Caso 1. Driven cavity	15
<i>Figura</i> 3.8.	Tamaño de malla Caso 1. Driven cavity.	15
<i>Figura</i> 3.9.	Verificación geometría	16
<i>Figura</i> 3.10.	Archivo controlDict	16
<i>Figura</i> 3.11.	Archivo fvSchemes	17
<i>Figura</i> 3.12.	Archivo fvSolution	17
<i>Figura</i> 3.13.	Archivo sample	18
<i>Figura</i> 3.14.	Archivo transportProperties	18
<i>Figura</i> 3.15.	Archivo transportProperties	19
<i>Figura</i> 3.16.	Archivo U	19
<i>Figura</i> 3.17.	Convergencia Caso 1. Malla 50- Re 10000	20
<i>Figura</i> 3.18.	Visualización de la simulación	21
<i>Figura</i> 3.19.	Programación C++ para la comparación con los datos de re-	22
Figura 3 20	Figureián cálculo error Caso 1. Driven cavity	22
Figura 3.20.	Caso 1. Geometría Driven Cavity	20
Figura 4.21.	Caso 1. Mallado Driven Cavity 50x50	30
Figura 4.22.	Caso 1. Comparación de los modelos de turbulencia para	50
1 iguru 4.25.	Re=400	32
Figura 4.24.	Caso 1. Comparación de los modelos de turbulencia para	02
	Re=10000	33
<i>Figura</i> 4.25.	Caso 1. Gráfica de velocidades en función del número de	
0	Reynolds según GUIA GUIA [15]	35
<i>Figura</i> 4.26.	Caso 1. Comparación datos de referencia vs numérico para	
	la línea 1 para U	36
<i>Figura</i> 4.27.	Caso 1. Comparación datos de referencia vs numérico para	
	la línea 1 para V	37
<i>Figura</i> 4.28.	Comparación velocidades.	38
<i>Figura</i> 4.29.	Caso 1. Comparación de la re-circulación de flujo	39
<i>Figura</i> 4.30.	Caso 2. Geometría Laminar Flat Plate	41
<i>Figura</i> 4.31.	Caso 2. Mallado Laminar Flat Plate	42
<i>Figura</i> 4.32.	Caso 2. Comparación errores mallas 50-100-200 Línea0	43
<i>Figura</i> 4.33.	Caso 2. Comparación errores mallas 50-100-200 Línea3	44
<i>Figura</i> 4.34.	Caso 2. Comparación errores mallas 50-100-200 Línea6	45

<i>Figura</i> 4.35. Caso 2. Comparación velocidades solución clásica vs Open- FOAM para la línea 0	47
Figura 4.36. Caso 2. Comparación velocidades solución clásica vs Open-	.,
FOAM para la línea 3	48
Figura 4.37. Caso 2. Comparación velocidades solución clásica vs Open-	
FOAM para la línea 6	49
<i>Figura</i> 4.38. Caso 2. Gradiente de velocidad Laminar Flat Plate	50
<i>Figura</i> 4.39. Caso 3. Geometría Backward-Facing Step	51
<i>Figura</i> 4.40. Caso 3. Mallado Backward-Facing Step	52
<i>Figura</i> 4.41. Caso 3.1 Geometría Backward-Facing Step - alfa= 0°	52
<i>Figura</i> 4.42. Caso 3.1 Mallado Facing Step para alfa= 0°	53
<i>Figura</i> 4.43. Caso 3.1 Comparación errores Línea 0 para alfa= 0°	55
<i>Figura</i> 4.44. Caso 3.1 Comparación errores Línea 11 para alfa= 0°	56
<i>Figura</i> 4.45. Caso 3.1 Comparación errores Línea21 para alfa= 0°	57
Figura 4.46. Caso 3.1 Simulación Backward facing step, velocidad cuan-	
do alfa= 0°	58
<i>Figura</i> 4.47. Caso 3.1 Re-circulación de flujo	58
<i>Figura</i> 4.48. Caso 3.2 Geometría Backward-Facing Step - alfa=6°	59
<i>Figura</i> 4.49. Caso 3.2 Mallado Backward Facing Step para alfa= 6°	59
<i>Figura</i> 4.50. Caso 3.2 Comparación errores Línea 0 para alfa= 6°	61
<i>Figura</i> 4.51. Caso 3.2 Comparación errores Línea11 para alfa= 6°	62
<i>Figura</i> 4.52. Caso 3.2 Comparación errores Línea21 para alfa=6°	63
Figura 4.53. Caso 3.2 Simulación Backward facing step, velocidad cuan-	
do alfa=6	64
<i>Figura</i> 4.54. Caso 3.2 Re-circulación de flujo	64
Figura 4.55. Caso 4. Geometría Fraser Subsonic Conical Diffuser	66
<i>Figura</i> 4.56. Caso 4. Mallado Fraser Subsonic Conical Diffuser	67
Figura 4.57. Caso 4. Comparación errores Conical Diffuser Línea0	68
Figura 4.58. Caso 4. Comparación errores Conical Diffuser Línea1	69
Figura 4.59. Caso 4. Comparación errores Conical Diffuser Línea2	70
Figura 4.60. Caso 4. Simulación Conical Diffuser para la velocidad	71
Figura 4.61. Caso 4. Geometría Buice Axisymmetric Diffuser	72
Figura 4.62. Caso 5. Mallado Buice Axisymmetric Diffuser	73
Figura 4.63. Caso 5. Comparación errores Buice Axisymmetric Diffuser	
Línea0	74
Figura 4.64. Caso 5. Comparación errores Buice Axisymmetric Diffuser	
Línea4	75
Figura 4.65. Caso 5. Comparación errores Buice Axisymmetric Diffuser	
Línea7	76
Figura 4.66. Caso 5. Simulación Buice Axisymmetric Diffuser para la ve-	
	77
Figura 4.67. Caso 6. Geometría Turbulent Flat Plate.	78
<i>Figura</i> 4.68. Caso 6. Mallado Turbulent Flat Plate.	79
Figura 4.69. Caso 6. Comparación errores Turbulent Flat Plate-Línea0.	80

Figura 4.70. Caso 6. Comparación errores Turbulent Flat Plate-Línea2.	81
Figura 4.71. Caso 6. Comparación errores Turbulent Flat Plate-Línea4.	82
Figura 4.72. Caso 6. Simulación Turbulent Flat Plate para la velocidad.	83
<i>Figura</i> 4.73. Caso 7. Geometría Circular Cylinder	84
<i>Figura</i> 4.74. Caso 7. Mallado Circular Cylinder	85
Figura 4.75. Caso 7. Circular cylinder-Comparación Frecuencia.	87
Figura 4.76. Caso 7. Circular cylinder- Comparación coeficiente de Fourier.	88
<i>Figura</i> 4.77. Caso 7. Simulación Circular cylinder	89
Figura 4.78. Caso 8. Geometría Ejector Nozzle	90
Figura 4.79. Caso 8. Mallado Ejector Nozzle	91
Figura 4.80. Caso 8. Comparación errores Línea 0	92
Figura 4.81. Caso 8. Comparación errores Línea 3	93
Figura 4.82. Caso 8. Comparación errores Línea 6	94
Figura 4.83. Caso 8. Simulación Ejector Nozzle.	95

ÍNDICE DE TABLAS

<i>Tabla</i> 3.1.	Operacionalización de la variable independiente	12
Tabla 3.2.	Operacionalización de la variable dependiente	12
<i>Tabla</i> 4.3.	Casos	26
<i>Tabla</i> 4.4.	Resumen tiempos de cálculo casos simulados	27
<i>Tabla</i> 4.6.	Caso 1.Condiciones de contorno	29
Tabla 4.7.	Caso 1. Error análisis de la sensibilidad de mallado en $\%$	30
<i>Tabla</i> 4.8.	Caso 1. Error métodos de interpolación en %	31
<i>Tabla</i> 4.9.	Caso 1. Error datos calculados vs datos de referencia	34
<i>Tabla</i> 4.10.	Resumen Caso 1. Driven Cavity	40
<i>Tabla</i> 4.11.	Caso 2. Condiciones de contorno.	41
<i>Tabla</i> 4.12.	Caso 2. Error análisis de la sensibilidad de mallado en %	42
<i>Tabla</i> 4.13.	Caso 2. Error análisis del método de interpolación vs Solu-	
	ción clásica Blasius en %	46
<i>Tabla</i> 4.14.	Resumen Caso 2. Laminar Flate Plate	50
<i>Tabla</i> 4.15.	Caso 3. Condiciones de contorno.	51
<i>Tabla</i> 4.16.	Caso 3.1 Error análisis modelos de turbulencia vs Datos de	
	referencia en $\%$.	54
<i>Tabla</i> 4.17.	Caso 3.2 Error análisis modelos de turbulencia vs Datos de	
	referencia en $\%$	60
<i>Tabla</i> 4.18.	Resumen Caso 3. Backward-Facing Step	65
<i>Tabla</i> 4.19.	Caso 4. Condiciones de contorno.	66
<i>Tabla</i> 4.20.	Caso 4. Error análisis modelos de turbulencia	67
<i>Tabla</i> 4.21.	Resumen Caso 4. Conical Diffuser	71
<i>Tabla</i> 4.22.	Caso 5. Condiciones de contorno.	72
<i>Tabla</i> 4.23.	Caso 5. Error análisis modelos de turbulencia	73
<i>Tabla</i> 4.24.	Resumen Caso 5. Buice Axisymmetric Diffuser	77
<i>Tabla</i> 4.25.	Caso 6. Condiciones de contorno.	78
<i>Tabla</i> 4.26.	Caso 6. Error análisis modelos de turbulencia	79
<i>Tabla</i> 4.27.	Resumen Caso 6. Flat Plate	83
<i>Tabla</i> 4.28.	Caso 7. Condiciones de contorno.	84
<i>Tabla</i> 4.29.	Caso 7. Análisis métodos de interpolación	86
<i>Tabla</i> 4.30.	Resumen Caso 7. Circular cylinder	89
<i>Tabla</i> 4.31.	Caso 8. Condiciones de contorno.	90
<i>Tabla</i> 4.32.	Caso 8. Error análisis modelos de turbulencia	91
<i>Tabla</i> 4.33.	Resumen Caso 8. Ejector Nozzle	95

NOMENCLATURA

Notación

- A_{ij} : Área de la celda i cara j.
- *a_{ij}*: Coeficientes de la ecuación linealizada.
- b_{ij} : Términos fuentes de la ecuación linealizada.
- *f*: Propiedad fluidodinámica genérica de un fluido.
- f_{mi} : Fuerzas externas sobre el volumen de control.
- *p*: Presión.
- *pI*: Suma de la parte hidrostática.
- *u*: Velocidad vectorial.
- *u_f*: Velocidad promedio.
- V: Volumen.

Símbolos griegos

- ∇: Operador Nabla.
- ρ : Densidad.
- ∂ : Derivada parcial de un vector.
- Φ: Propiedad fluidodinámica interpolada.
- μ: Viscosidad dinámica.
- \triangle : Laplaciano.
- τ : Tensor de esfuerzos.
- Γ : Coeficiente de difusión.

Subíndices

• \int : Integral.

- Σ : Sumatorio.
- *: Corrección.

Acrónimos

- CFD: Computational fluid dynamics.
- DNS: Direct Numerical Simulation.
- LES: Large Eddy simulation.
- OpenFOAM: Open Field Operation and Manipulation.
- QUICK: Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinematics.
- RANS: Reynolds Averaged Navier-Stokes.
- *Re*: Número de Reynolds.

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO

FACULTAD DE INGENIERÍA CIVIL Y MECÁNICA

CARRERA DE INGENIERÍA MECÁNICA

"VALIDACIÓN DEL SOFTWARE LIBRE DE CÁLCULO FLUIDODINÁMICO OPENFOAM APLICADO A FLUJO INCOMPRESIBLE LAMINAR Y TURBULENTO MEDIANTE COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES DE REFERENCIA."

Autor: Edissón David Valdospin Córdova

Tutor: Ing. Javier García del Valle PhD

RESUMEN EJECUTIVO

- El presente Trabajo Experimental se basa en el análisis y comparación de datos de referencia experimentales con datos calculados con el solver de operación de campo abierto y manipulación o por sus siglas en ingles OpenFOAM. Se investigó la influencia de diversos modelos de interpolación y modelos de turbulencia, en función de que el flujo sea laminar o flujo turbulento respectivamente.
- Para la comparación de los datos experimentales con los obtenidos mediante el software, se programaron diferentes rutinas en C++ con el objeto de automatizar el proceso de lectura, obtención de errores y graficado de los mismos para los casos estudiados.
- Una vez analizados los patrones de flujo se determinó que para flujo laminar el método lineal y QUICK predicen el flujo con mayor precisión y estabilidad que el método UPWIND. Para flujo turbulento se empleó modelos de interpolación lineal para los tres modelos de turbulencia estudiados, k-epsilon, realizable k-epsilon y RNG k-epsilon. Se ha comprobado que la idoneidad del modelo de turbulencia depende del caso a estudiar, habiendo diferencias considerables a la hora de predecir el desprendimiento de la capa límite.

TECHNICAL UNIVERSITY OF AMBATO

FACULTY OF CIVIL ENGINEERING AND MECHANICS

MECHANICAL ENGINEERING CAREERS

"VALIDATION OF THE OPENFOAM FLUIDODYNAMIC FREE CALCULATION SOFTWARE APPLIED TO INCOMPRESSIBLE LAMINAR AND TURBULENT FLOW THROUGH COMPARISON WITH EXPERIMENTAL REFERENCE DATA."

Author: Edissón David VAldospin Córdova

Tutor: Ing. Javier García del Valle, PhD.

ABSTRACT (SUMMARY)

- The present experimental project is based on the analysis and comparison of reference data with the data calculated with the solver of the open field operation and the manipulation by the acronym in English OpenFOAM. The influence of the different interpolation methods and turbulence models was investigated, depending on whether the flows is laminar or turbulent flow respectively.
- For the comparison of the experimental data with those obtained with the software, different routines were programmed in C ++ automate the process of reading, obtaining errors and graphing the same for the cases studied.
- After analyzing the flow patterns it was determined that for laminar flow the linear and QUICK methods predict the flow with greater precision and stability than the UPWIND method. For turbulent flow, linear interpolation models were used for the three turbulence models studied, k-epsilon, realizable k-epsilon and RNG k-epsilon. It has been proven that the suitability of the turbulence model depends on the case to be studied, with considerable differences in the prediction of the boundary layer detachment.

CAPÍTULO I

1. ANTECEDENTES

1.1 TEMA:

VALIDACIÓN DEL SOFTWARE LIBRE DE CÁLCULO FLUIDODINÁMICO OPEN-FOAM APLICADO A FLUJO INCOMPRESIBLE LAMINAR Y TURBULENTO MEDIANTE COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES DE REFEREN-CIA.

1.2 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS:

Existen varios estudios donde se ha aplicado la simulación con los solvers, muchas veces solvers de pago, pero para una pequeña referencia se han tomado los siguientes: En un estudio realizado por el Ing. Dr. Bruno Pereiras García, Universidad de Valladolid, Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales Departamento de Ingeniería Energética y Fluidomecánica, bajo el tema: "OPTIMIZACIÓN DE UNA TURBINA DE IMPULSO RADIAL PARA EL APROVECHAMIENTO DE LA ENERGÍA DEL OLEAJE" concluye:

El modelo ha sido validado satisfactoriamente con los resultados experimentales obtenidos de la bibliografía. Existen diferencias importantes en los resultados estacionarios para los valores de φ altos, aunque estas diferencias entre resultados numéricos y experimentales están en la línea de lo obtenido por otros autores.

Se ha puesto especial cuidado en la creación del mallado pues se considera que es una parte fundamental del modelo numérico. El mallado resultante es de tipo no estructurado, pero se ha generado de forma muy regular a base de paralelepípedos, gracias a lo cual tiene una gran calidad.[1]

En un estudio realizado por el Ing. Dr. Katia María Argüelles Díaz, Universidad de Oviedo, Área de Mecánica de Fluidos, bajo el tema: "RUIDO AERODINÁMICO TO-NAL RADIADO POR UN VENTILADOR AXIAL EN CAMPO LEJANO: MECA-NISMOS DE GENERACIÓN Y PROPAGACIÓN DEL MISMO" concluye:

Los resultados numéricos obtenidos de una inspección preliminar con el esquema de turbulencia LES y con el esquema de turbulencia RSM ha puesto de manifiesto que las características aerodinámicas no estacionarias de la interacción estator-rotor (definición de las estelas, efecto del paso del rotor, etc.) quedan mucho mejor definidas con el modelo LES a la vista de su comparación con los resultados experimentales de hilo caliente. Además, la comparación de los niveles SPL radiados al campo lejano que se han calculado numéricamente tomando como datos de partida resultados CFD obtenidos con el esquema LES y con el RSM, ha sido concluyente: el modelo LES ha resultado ser muy superior a la hora de caracterizar los fenómenos de propagación aeroacústicos, como es lógico puesto que también ha demostrado ser superior para caracterizar aerodinámicamente la interacción no estacionaria estator-rotor. Como consecuencia de lo anterior, todas las simulaciones numéricas CFD han sido ejecutadas con el esquema de turbulencia LES.[2]

1.3 JUSTIFICACIÓN

El presente trabajo a desarrollarse se realizará para probar que en la actualidad el mercado mundial cuenta con gran cantidad de software tanto de pago como libres, estos software son utilizados para en análisis en diversos campos como son la fluidodinámica, análisis por elementos finitos, entre otros. La necesidad que se tiene por el desarrollo de este trabajo es validar el software de cálculo libre OpenFOAM debido a su coste nulo y la posibilidad de tener acceso al código fuente.

El estudio de esta investigación será de gran importancia para la comunidad universitaria ya que en la facultad no se ha usado OpenFOAM, este será utilizado por su potencial ya que tiene código abierto lo que permite programar nuevos modelos y entender o mejorar el funcionamiento de los existentes. Se empleará para el cálculo y análisis de cualquier tipo, obteniéndose así la disponibilidad para obtener un código fuente el cual se podrá utilizar para automatizar los procesos de cálculo de otros estudios que se requieran analizar.

Existe una gran cantidad de solvers gratuitos para el análisis de elementos a estudiar con lo cual se buscará comprobar y comparar que los resultados CFD que estos arrojan serán muy parecidos con los datos de referencias obtenidos. Como este software concede el libre acceso al código abierto, esto permitirá programar nuevos modelos y entender o mejorar el funcionamiento de los existentes.

1.4 OBJETIVOS.

1.4.1 Objetivo general

Validar el solver OpemFoam para flujos incompresibles para varias geometrías y modelos de turbulencia para casos experimentales de referencia [nparc].

1.4.2 Objetivos específicos

- Recopilar antecedentes informativos para determinar la influencia de los métodos de interpolación y modelos de turbulencia en la predicción de los cómputos numéricos.
- Automatizar el análisis de resultados mediante C++, para tener mayor fiabilidad en el proceso de validación de datos.
- Validar para modelos laminares (influencia del tamaño de la malla y esquema de interpolación).
- Validar para modelos turbulentos (influencia del tamaño del modelo de turbulencia, tamaño de la malla y esquema de interpolación).

CAPÍTULO II

2. FUNDAMENTACIÓN

2.1 FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

2.1.1 Ecuaciones de Navier-Stokes

Las ecuaciones de Navier-Stokes son modelos matemáticos utilizados para describir y estudiar el movimiento de fluidos viscosos, incluyendo fenómenos tan complicados como el flujo turbulento. De hecho, las ecuaciones de Navier-Stokes han sido validadas por numerosas comparaciones entre los resultados analíticos o computacionales y las mediciones experimentales. Estas ecuaciones son:**[3]**

- La conservación de la masa o ecuación de la continuidad.
- La conservación del momento cinético o de la cantidad de movimiento.
- La conservación de la energía.

2.1.1.1. La conservación de la masa o ecuación de la continuidad.

La primera ecuación de Navier-Stokes es de la conservación de la masa. Esta ecuación está basada en la continuidad de la masa de un volumen en donde la masa permanece constante en el tiempo, es decir la masa que entra menos la que sale es igual a la variación en el interior.[1]

$$\nabla . u = 0 \tag{2.1}$$

2.1.1.2. La conservación del momento cinético o de la cantidad de movimiento.

La segunda ley de Newton es la base para esta ecuación de Navier-Stokes, aplicado para un volumen fluido es:[1]

$$\rho\left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + v_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = \rho f_{mi} - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j}$$
(2.2)

2.1.2 Flujo incompresible: Ecuaciones de Navier-Stokes.

En el flujo incompresible para la obtención de las ecuaciones que gobiernan los flujos turbulentos incompresibles es necesario reemplazar los valores instantáneos de las variables que hay en las ecuaciones de Navier-Stokes por la suma de su valor medio más su valor fluctuante, de forma que si f denota una propiedad del flujo, entonces:[2]

$$f = f' + f''$$
 (2.3)

2.1.3 Modelos de turbulencia.

Los modelos de turbulencia son aquellos que se utilizan para predecir los efectos que produce la turbulencia en un flujo sin tener la necesidad de resolver las pequeñas escalas de fluctuaciones turbulentas.[4]

En los modelos de turbulencia se conoce que los fluidos turbulentos se caracterizan principalmente por las fluctuaciones de velocidad, presión, momento y energía. Debido a estas fluctuaciones el costo de cálculo computacional es relativamente alto ya que además se debe simular directamente estos tipos de flujos en cálculos prácticos.[5]

Las ecuaciones de Navier-Stokes ayudan a eliminar en una pequeña escala las fluctuaciones, de modo que estas puedan ser resueltas por modelos adecuados y no sean tratadas directamente, por lo cual se tuvo la necesidad de una representación computacional para el proceso de turbulencia y se dio lugar a los siguientes:[2][6]

- Los modelos promediados de Reynolds de las ecuaciones de Navier Stokes (RANS).
- Los modelos de Simulación de Grandes Remolinos (LES).
- Los modelos de Simulación Numérica Directa (DNS).

2.1.3.1. Los modelos promediados de Reynolds de las ecuaciones de Navier-Stokes (RANS).

En este modelo la atención se centraliza en el flujo medio y los efectos de la turbulencia sobre las propiedades de flujo promedio. Las ecuaciones de Navier-Stokes son promediados en el tiempo antes de la aplicación de los métodos numéricos. Los términos adicionales aparecen en las ecuaciones de flujo promediadas en el tiempo debido a las interacciones entre diversas fluctuaciones turbulentas.[7]

2.1.3.1.1. El modelo k- ε . – Este es considerado como un modelo estándar en la industria. El modelo $k - \varepsilon$ utiliza el concepto de la viscosidad remolino y asume que esta está ligada a la energía cinética turbulenta y disipación.[8]

2.1.3.1.2. El modelo realizable k- ε . – Este modelo satisface ciertas limitaciones matemáticas sobre los esfuerzos de Reynolds, consistente con los flujos de turbulencia. Este modelo desarrolló una nueva fórmula para la viscosidad de eddy que implica la variable C_{μ} en la relación de viscosidad turbulenta.

2.1.3.1.3. El modelo RNG k- ε . – Este método contiene modificaciones en la ecuación de disipación para describir de mejor manera los flujos con regiones de alta deformación, tales como un flujo alrededor de una curva o adhesión posterior a una zona de recirculación.

2.1.3.1.4. El modelo k- ω . – Este modelo tiende a ser más preciso para flujos de la capa límite con gradientes adversos de presión. Tiene un tratamiento mas natural de la región en las paredes cercanas, esto quiere decir que incluye una extensión de Reynolds baja para la turbulencia de la pared cercana de modo que no requiere funciones de pared.

2.1.4 Método de los volumenes finitos

El método es utilizado en la dinámica computacional de fluidos (CFD), ofrece una forma tradicional de discretizar las ecuaciones de gobierno. La discretización de las ecuaciones consiste en dividir el dominio en volúmenes de control, esto radica en integrar las ecuaciones sobre cada volumen con el teorema de divergencia para convertir algunas de las integrales de volumen en integrales de superficie.**[9]**

Existen dos formas de aplicación de aplicación de los volúmenes finitos, estas son:a.) Método de los volúmenes finitos centrado en las celdas 2D.



Figura 2.1: Método de los volúmenes finitos centrado en las celdas 2D. *Fuente:* [10]

b.) Método de los volúmenes finitos centrado en los vértices 2D.



Figura 2.2: Método de los volúmenes finitos centrado en los vértices 2D. *Fuente: [10]*

2.1.4.1. Ecuación semi-discretizada.

En el proceso de discretización de volumen finito, las ecuaciones de gobierno se integran sobre los elementos en los que se ha subdividido el dominio, entonces se aplica el teorema de Gauss para transformar las integrales de volumen de los términos de convección y difusión en superficies integrales.[11]

$$\int_{V} \left[\frac{\partial}{\partial t}(\rho) + \nabla (\rho u)\right] dV = 0$$
(2.4)

$$\int_{V} \left[\frac{\partial}{\partial t} \left(\rho u\right) + \nabla \left(\rho u u\right)\right] dV = -\int_{V} \nabla \left[\left(-pI + \tau\right)\right] dV$$
(2.5)

2.1.4.2. Métodos de interpolación

Los métodos de interpolación son métodos de cálculo para encontrar aproximaciones a resultados más reales de objetos a analizar. Los métodos de interpolación a utilizar en la presente investigación son:

- Interpolación lineal.
- Interpolación UPWIND.
- Interpolación QUICK.

2.1.4.2.1. Interpolación lineal.- La interpolación lineal es una interpolación que utiliza una función lineal que conecta dos puntos. La interpolación lineal es utilizada cuando se conoce que la tendencia de los datos es lineal o el intervalo entre los dos puntos es bastante estrecho.[12]

2.1.4.2.2. Interpolación Upwind.- Este tipo de interpolación es utilizada para aproximar el valor de una variable en la cara de un volumen de control, está dada por:[13]

$$\mathcal{O}_{e} = \begin{cases} \mathcal{O}_{p} if (u \otimes n)_{e} \succ 0\\ \mathcal{O}_{E} if (u \otimes n)_{e} \succ 0 \end{cases}$$
(2.6)

Este esquema de interpolación es equivalente a usar una aproximación de diferencia finita hacia atrás o hacia adelante, dependiendo de la dirección del flujo. Es de orden preciso, y es numéricamente difusivo con un coeficiente de difusión numérica.

$$\Gamma_e^{num} = (\rho u)_e \Delta x/2 \tag{2.7}$$

2.1.4.2.3. Interpolación Quick.- El esquema cuadrático de interpolación de viento (QUICK) puede ser derivado usando un ajuste polinomial. La interpolación QUICK en una rejilla cartesiana uniforme que está representada por:[13]

$$\mathcal{Q}_{e} = \frac{6}{8}\mathcal{Q}_{U} + \frac{3}{8}\mathcal{Q}_{D} - \frac{1}{8}\mathcal{Q}_{UU}$$
(2.8)

Donde D, U y UU denotan corriente abajo, el primero corriente arriba y el segundo corriente abajo respectivamente (E, P y W o P, E y EE dependiendo de la dirección del flujo). El esquema QUICK es de tercer orden exacto, pero propenso a oscilaciones.

2.1.4.3. Algoritmos de acople presión-velocidad.

Los algoritmos de acople presión-velocidad son técnicas de solución para las ecuaciones de conservación de masa y momento, entre los principales algoritmos que se utilizará en la presente investigación son:

- **1.**) Algoritmo SIMPLE.
- 2.) Algoritmo SIMPLEC.
- 3.) Algoritmo PISO.
- 4.) Algoritmo Rhie-Chow.

2.1.4.3.1. Algoritmo SIMPLE. El algoritmo SIMPLE o método semi-implícito es una solución que se encuentra de forma iterativa generando campos de presión y velocidad que consecutivamente satisfacen las ecuaciones de momento y continuidad, mientras se aproxima a la solución final en cada iteración.[11]

$$a_{i,J}u_{i,J}^* = \sum a_{nb}u_{nb}^* + \left(p_{I-1,J}^* - p_{I,J}^*\right)A_{i,J} + b_{i,J}$$
(2.9)

2.1.4.3.2. Algoritmo SIMPLEC. Es similar al algoritmo SIMPLE con la diferencia de que las ecuaciones de momento son manipuladas para que las ecuaciones de corrección de velocidad omitan los términos que son menos significativos que los del algoritmo SIMPLE. La ecuación de corrección de velocidad (u) del modelo SIMPLEC es:[7]

$$u'_{i,J} = d_{i,J} \left(p'_{I-1,J} - p'_{I,J} \right)$$
(2.10)

El algoritmo PISO (Presión Implícita con la División de Operadores) es un procedimiento de cálculo de la presión y la velocidad. Se ha adaptado con éxito para la solución iterativa de problemas de estado estacionario. Este modelo PISO implica un paso predictor y dos pasos corrector y puede ser visto como una extensión de SIMPLE, con un paso corrector adicional para mejorarlo.[7]

- Predictor. Es el encargado de resolver con un campo de presión adivinando o intercambiando p* para dar componentes de velocidad u* y v* usando el mismo método SIMPLE.
- Corrector 1.- Es el mismo paso corrector que el modelo SIMPLE, así:

$$p* = p* + p' \tag{2.11}$$

$$u^* = u^* + u' \tag{2.12}$$

2.1.4.3.4. Interpolación Rhie-Chow. Este tipo de interpolación contiene un término de disipación el cual sirve para representar la diferencia entre dos estimaciones del gradiente de presión de la cara de la celda, a la velocidad de la cara de la celda interpolada linealmente. [14]

2.1.5 OpenFOAM.

El software de Operación de Campo Libre y Manipulación de Código Abierto Open-FOAM es un entorno de trabajo de C ++ orientado a objetos que se pueden usar para construir una variedad de soluciones computacionales en problemas en mecánica continua con un enfoque en la discretización de volumen finito. Este software incluye un gran número de solucionadores, utilidades y aplicaciones que pueden ser usados directamente. El núcleo de estas bibliotecas posee un conjunto de clases de objetos que permiten al programador manipular geometrías, mallas y técnicas de discretización a un alto nivel de codificación.[11]

2.2 HIPÓTESIS.

Comprobar la aplicabilidad del solver OpenFOAM servirá para la comparación de datos de referencia para casos de cálculo experimental del flujo laminar y turbulento.pequeño

2.3 SEÑALAMIENTO DE VARIABLES DE LA HIPÓTESIS.

2.3.1 Variable independiente.

La aplicabilidad del Solver OpenFOAM.

2.3.2 Variable dependiente.

Comparación datos de referencia.

CAPÍTULO III

3. METODOLOGÍA

3.1 NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN

3.1.1 Bibliográfica

Esta investigación es de modalidad bibliográfica, debido a que el desarrollo del estudio se basara en los artículos científicos y en investigaciones para la comparación con los resultados del análisis de cada caso analizado.

3.1.2 Experimental

La investigación es de modalidad experimental, debido a que los resultados obtenidos de las simulaciones de cada caso se comparará con los datos experimentales de referencia obtenidos.

3.2 POBLACIÓN Y MUESTRA

3.2.1 Población

En el presente trabajo experimental, la población con la que se cuenta es de 33 casos presentados en la página NPARC **[15]**, de donde se tomo una muestra de 8 casos entre flujo laminar y turbulento incompresible, de los cuales se tiene 5 artículos científicos con los que se va a trabajar.

3.2.2 Muestra

En el presente estudio se a tomado la muestra de 8 casos en los que se realizara el análisis fluidodinámico tomando en cuenta su origen ya sea laminar o turbulento según sea el caso, ademas se utilizaran métodos y modelos de interpolación y turbulencia respectivamente.

3.3 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES.

3.3.1 Variable independiente:

La aplicabilidad del Solver OpenFOAM.

Tabla 3.1: Op	peracionalización	de la	variable	independiente.
---------------	-------------------	-------	----------	----------------

Conceptualización	Categoría	Indicadores	Ítems	Técnicas e Instrumentos
La posibilidad de		Configuración	ز Cual es el	
ser aplicado para		de la	mejor solver	
análisis	Anólicia	geometría.	de acuerdo al	Simulación
fluidodinámicos	CED	Velocidad de	caso ya sea de	Solver
para casos de flujo	CFD	entrada.	flujo laminar o	OpenFOAM.
laminar y		Presión de	turbulento in-	
turbulento.		entrada.	compresible?	

Fuente:[Autor]

3.3.2 Variable dependiente:

Comparación datos de referencia.

Conceptualización	Categoría	Indicadores	Ítems	Técnicas e Instrumentos
Comparación de los datos obtenidos mediante la simulación de cada caso con los datos de referencia de la página NPARC.	Comparación de datos.	Velocidad. Presión. Frecuencia de despren- dimiento.	 ¿ Cual es el mejor tamaño de malla? ¿Cual es el mejor método de interpolación? ¿Cual es el mejor modelo de trubulenica? 	Paraview. Gnuplot.

	Tabla	3.2:	Operaciona	alización de	la variable d	ependiente
--	-------	------	------------	--------------	---------------	------------

Fuente: [Autor]

3.4 PLAN DE RECOLECCIÓN DE DATOS.

En el desarrollo del trabajo, la recolección de datos se realizó a través de la página web NPARC en de donde se tomo los 8 casos a analizar en el presente estudio. Estos casos fueron tomados para el análisis con flujo laminar y turbulento incompresible con distintas configuraciones y datos tanto de velocidad como de presión.

3.5 PLAN DE PROCESAMIENTO Y ANÁLISIS.

Para el desarrollo adecuado de la investigación, se realizó el siguiente procedimiento:

- Descargar los artículos científicos de los casos de la página web NPARC.[15]
- Analizar dichos artículos científicos, para caso casos según su orden a analizar.
- Simular, analizar e interpretar los resultados obtenidos en el trabajo experimental.

3.6 PROCEDIMIENTO.

3.6.1 Procedimiento para la simulación.

En el presente trabajo experimental para el análisis, recolección y comparación de los datos obtenidos con los datos experimentales de referencia de la página [15], como se observa en la Tabla 3.3 se realizará los siguientes pasos:





 Crear una carpeta con el nombre del caso a analizar para evitar confusiones con los casos posteriores.





- Abrir la carpeta system.
- Editar archivo con el nombre blockMeshDict.
- Analizar la geometría, y encontrar los puntos para crearla, crear el bloque y realizar el mallado deseado en el archivo blockMeshDict.



Figura 3.5: Puntos y bloque geometría Caso 1. Driven cavity *Fuente:* [Autor]

 Crear los límites de frontera según los vértices y el bloque en el archivo block-MeshDict.

```
boundary
(
     pared_movil
           type wall;
           faces
           (
                (4 5 6 7)
           );
     }
     pared
           type wall;
           faces
                (0 4 7 3)
(0 3 2 1)
(1 2 6 5)
           );
     }
     alante_atras
     {
           type empty;
           faces
           (
                (1 5 4 0)
(3 7 6 2)
           );
     }
```

Figura 3.6: Límites de frontera. Caso 1. Driven cavity. *Fuente:*[Autor]

 Crear la geometría bidimensional ejecutando el comando blockMesh en la terminal, esto para visualizar si la geometría fue creada exitosamente.



Figura 3.7: Creación geometría Caso 1. Driven cavity. *Fuente:*[Autor]

 Ejecutar el comando checkMesh en la terminal para observar el tamaño de malla del bloque.

Terminal - javier@uta: ~/OpenFOAM/run/Cavidad/SensibilidadMalla/Re10000/Malla50	• -	. • ×
<u>File Edit View Terminal Tabs H</u> elp		
Create polyMesh for time = 0 Time = 0		•
Mesh stats points: 5202 internal points: 0 faces: 10100 internal faces: 4900 cells: 2500 faces per cell: 6 boundary patches: 3 point zones: 0 face zones: 0 cell zones: 0		
Overall number of cells of each type: hexahedra: 2500 prisms: 0 wedges: 0 pyramids: 0 tet wedges: 0 tet medges: 0 tetrahedra: 0 polyhedra: 0		
Checking topology Boundary definition OK. Cell to face addressing OK.		
Point usage OK. Upper triangular ordering OK. Face vertices OK. Number of regions: 1 (OK).		

Figura 3.8: Tamaño de malla Caso 1. Driven cavity. *Fuente:*[Autor]

 Verificar si la geometría fue creada, ejecutar el comando paraFoam desde la terminal para iniciar paraview.

M	ParaView 5.0.1 64-bit (Legacy Rendering Backend)	• . @ ×
Ble Edit View Sources Biters Jools Catalyst Macros	Help	
😥 🖉 🖉 🖉 🕫 🔍 📍 🕷 👧 🖂	4 🕨 🕪 🖏 🖏 Time: 💿 0 🤤 of 5	
🚦 🎴 🛱 🗱 🍓 VtkBlockColors 🔻	🔹 Surface 💽 👻 🔀 🛤 🗱 🗱 🚑 🖉 🖉 🎯 🕃	
i 🛛 🐿 🕸 🕫 🖗 🏝 🍠 🔞	🔽 🏩 💓 🛞	
Pipeline Browser	yout #1 × +	
🛔 builtin: 🥔 🕫	30 卷 四 四 四 原 等 等 等 示 入 入 ? 言	RenderView1 🗆 🖯 🗗 🗙
👁 💼 Maila50.0penFOAM		
Properties Information		
Properties		
(d ^a Apply) (@ Beset) ¥ Delete) ?		
Search (use Esc to clear text)		
_		
Update GUI		
Use VTKPolyhedron		
Mesh Parts		
wall - group	#	
empty - group pared_movil - patch		
alante atras - patch		



 Editar archivo con el nombre controlDict, este sirve para colocar las instrucciones generales de como ejecutar el caso a analizar.

application	icoFoam;				
startFrom	<pre>startTime;</pre>				
startTime	0;				
stopAt	endTime;				
endTime	20000;				
deltaT	0.003;				
writeControl	timeStep;				
writeInterval	200;				
purgeWrite	0;				
writeFormat	ascii;				
writePrecision	6;				
writeCompression off;					
timeFormat	general;				
timePrecision	6;				
maxCourant	0.6;				
runTimeModifiable true;					
<pre>type sets; libs ("libsampling.so");</pre>					

Figura 3.10: Archivo controlDict *Fuente:*[Autor]

 Editar el archivo con el nombre fvSchemes, este debe contener los esquemas de discretización para la resolución de ecuaciones, en este caso se escogió el esquema Gauss Seidel.

ddtSchemes {					
default	Euler;				
gradSchemes					
{					
default	Gauss linear;				
divSchemes					
{					
default	none:				
div(phi II)	Gauss limited inearV 1:				
div(phi,b)	Gauss limited inear 1:				
div(phi_ensilon)	Gauss limited inear 1				
div(phi_epsicon)	Gauss limited incar 1;				
div(phi P)	Gauss limitedLinear 1,				
div(P)	Gauss linear:				
div(chi puTilda)	Gauss timear,				
div(pni,nufitua) Gauss (imiteutinear 1; div((puEff*dov2(T(grad(U))))) Gauss linear					
1	(grad(o))))) dauss cinear,				
/ laplacianSchomor					
r					
1 default	Gauss linear corrected;				
}					
interpolationSchemes					
{					
default	linear:				
}					
snGradSchemes					
{					
default	corrected:				
}	·· ···				
,					



- Seleccionar el solver, este depende del tipo del caso físico que se pretenda resolver, sus características, ya sean incompresible o compresible, estacionario o transitorio, laminar o turbulento.
- Editar el archivo con el nombre fvSolution, esta contiene el solver con el cual se resolverá el sistema de ecuaciones.



Figura 3.12: Archivo fvSolution *Fuente:*[Autor]

 Editar el archivo con el nombre sample, este archivo sirve para la extracción de datos, para su posterior graficación.

.ng.so");						
surfaceFormat vtk;						
<pre>// optionally define extra controls for the output for formatOptions {</pre>						
ensight						
{						
}						
}						
// Fields to sample. fields						
(
uniform;						
distance;						
(0.5 0.05 1);						
1000;						
	<pre>ng.so"); e extra controls i; i; distance; (0.5 0.05 0.0); (0.5 0.05 1); 1000;</pre>	<pre>ng.so"); e extra controls for the i; i; distance; (0.5 0.05 0.0); (0.5 0.05 1); 1000;</pre>	<pre>ng.so"); e extra controls for the output i; i; uniform; distance; (0.5 0.05 0.0); (0.5 0.05 1); 1000;</pre>			

Figura 3.13: Archivo sample *Fuente:*[Autor]

- Abrir la carpeta constant.
- Editar el archivo con nombre transportProperties, este contiene el valor de nu el cual es la viscosidad cinemática.





 Editar el archivo con nombre turbulenceProperties, en este se coloca el tipo de turbulencia con la cual se va a trabajar según sea el caso. En esta ocasión al ser el régimen laminar, la turbulencia está desactivada.




 Abrir la carpeta 0, en esta editar los archivos de presión, velocidad, epsilon, nut y k y colocar los valores según el caso a analizar.

/*	F ield 0 O peration V A nd W M anipulation	*- C++ -**\ penFOAM: The Open Source CFD Toolbox ersion: 4.0 leb: www.OpenFOAM.org
<pre>FoamFile { version format class object } // * * * * * dimensions internalFiele boundaryFiele {</pre>	2.0; ascii; volVectorField; U; * * * * * * * * * * [0 1 -1 0 0 0 0 uniform (0 0 0)	* * * * * * * * * * * * * * * * * * *
pared_mov { type value }	vil fixedVa e uniform	lue; (1 θ θ);
pared { type value }	fixedVa e uniform	lue; (0 0 0);
alante_at { type } }	tras empty;	

Figura 3.16: Archivo U Fuente: [Autor]

 Una vez editados todo los datos, regresar a la carpeta del caso, abrir la terminal y ejecutar el comando ypisoFoam, este comenzará con la simulación. Este solver es una transformación del solver estándar pisoFoam incluido en OpenFOAM en el que se a añadido el ajuste automático de la diferencia de tiempo en función del numero de Courant.

 Verificar la convergencia tanto de velocidad como de presión en función del error relativo, abriendo una ventana de la terminal y ejecutando el comando gnuplot, este se encarga de la graficación, con lo cual se puede observar si el caso converge o no converge.



Figura 3.17: Convergencia Caso 1. Malla 50- Re 10000 *Fuente:*[Autor]

- Luego de verificar que el caso ha convergido, parar la simulación y ejecutar el comando "ypisoFoam -postProcess -func sample -latestTime ", este extrae los datos de las líneas colocadas en el archivo sample con lo cual se crean archivos en la carpeta postProcessing/sample con los nombres line0_p.xy y line0_U.xy dependiendo del número de líneas colocadas.
- Ejecutar el comando paraFoam para visualizar la simulación.



Figura 3.18: Visualización de la simulación. *Fuente:*[Autor]

Crear un carpeta con el nombre comparación, en esta carpeta crear un archivo con el nombre de main.cpp, en donde estará la ejecución directa de la programación en C++ mostrada en la Figura 3.19. Dicha programación depende del caso analizar, pero esencialmente el proceso requiere la lectura de perfiles de velocidad y/o presión obtenidos mediante el comando "ypisoFoam -postProcess -func sample -latestTime ", lectura de los datos experimentales, interpolación de los primeros de forma a obtener el valor calculado para los puntos de medida y obtención del error.

```
void sacar_error_U_p(std::string file1, std::string file2)
              Sacar error velocid
          std::string fool=get_latest_time_postprocessing(file1)+"line0_U.xy";
std::vector<std::vector<double> > malla1;
           leer(malla1, foo1);
           std::string foo2=get_latest_time_postprocessing(file2)+"line0_U.xy";
           std::vector<double> > malla2;
leer(malla2, foo2);
           //Imprime los directorios:
std::cout<<"Directorio 1 = "<<foo1<<std::endl;
std::cout<<"Directorio 2 = "<<foo2<<std::endl;</pre>
           std::cout<<"Error relativo U [%] = "<<calcular_error_U(malla1, malla2)<<std::endl;</pre>
           //Sacar curvas de error.
std::ofstream file;
           file.open("curvas_error_U_p.txt");
//file<<"\"Teórico, error = "<<std::setprecision(2)<<errorU<<"\\\\%\""<<std::endl;</pre>
           for(unsigned int i=0; i<mallal.size(); i++)</pre>
                 file<<modulo_U(malla1[i])<<" "<<modulo_U(malla2[i])<<std::endl;</pre>
           }
file.close();
           //Sacar error presion
std::string fool=get_latest_time_postprocessing(file1)+"line0_p.xy";
std::vector<std::vector<double> > malla1;
           leer(malla1, foo1);
          std::string foo2=get_latest_time_postprocessing(file2)+"line0_p.xy";
std::vector<std::vector<double> > malla2;
leer(malla2, foo2);
           std::cout<<"Error relativo p [%] = "<<calcular_error_p(malla1, malla2)<<std::endl;
//Sacar curvas de error.
           std::ofstream file;
           file.open("curvas_error_U_p.txt", std::ios::app);
//file<<"\"Teórico, error = "<<std::setprecision(2)<<errorp<<"\\\\%\""<<std::endl;</pre>
           //file<<"\"Teórico, error = "<<std::setprec.
file<<std::endl<<std::endl;
for(unsigned int i=0; i<mallal.size(); i++)</pre>
           {
                 file<<malla1[i][1]<<" "<<malla2[i][1]<<std::endl;
           file.close();
```

Figura 3.19: Programación C++ para la comparación con los datos de referencia. *Fuente:*[Autor]

```
1 #include
                              funciones error p U cavity.h
 2 int main()
 3 {
             std::string nuestro="../../.CalculoComparacionExperimental/Re100/";
std::string articulo="../datos_paper";
std::cout<<"U Error relativo % Re 100 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,1,"U",1)<<std::endl;
std::cout<<"V Error relativo % Re 100 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,1,"V",3)<<std::endl;</pre>
  4
 5
 6
 8
             nuestro="../../CalculoComparacionExperimental/Re400/";
std::cout<<"U Error relativo % Re 400 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,2,"U",1)<<std::endl;
std::cout<<"V Error relativo % Re 400 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,2,"V",3)<<std::endl;</pre>
 9
10
11
12
                                      ./../../CalculoComparacionExperimental/Re1000/";
13
14
15
16
             nuestro=
             std::cout<"U Error relativo % Re 1000 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,3,"U",1)<<std::endl;
std::cout<"V Error relativo % Re 1000 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,3,"V",3)<<std::endl;
             nuestro="../../CalculoComparacionExperimental/Re3200/";
std::cout<<"U Error relativo % Re 3200 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,4,"U",1)<<std::endl;
std::cout<<"V Error relativo % Re 3200 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,4,"V",3)<<std::endl;</pre>
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
30
31
                                       /../../CalculoComparacionExperimental/Re5000/
             nuestro="
             std::cout<<"U Error relativo % Re 5000 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,5,"U",1)<<std::endl;
std::cout<<"V Error relativo % Re 5000 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,5,"V",3)<<std::endl;
             nuestro="../../CalculoComparacionExperimental/Re7500/";
std::cout<<"U Error relativo % Re 7500 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,6,"U",1)<<std::endl;
std::cout<<"V Error relativo % Re 7500 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,6,"V",3)<<std::endl;</pre>
              nuestro="../../.CalculoComparacionExperimental/Re10000/";
std::cout<<"U Error relativo % Re 10000 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,7,"U",1)<<std::endl;
std::cout<<"V Error relativo % Re 10000 = "<<sacar_error_U_articulo(nuestro, articulo,7,"V",3)<<std::endl;</pre>
32
33 }
               return 0:
34
```

Figura 3.20: Ejecución cálculo error Caso 1. Driven cavity. *Fuente:*[Autor]

- Graficar los archivos resultantes de la comparación que se crearon en la carpeta comparación posterior a la ejecución de main.cpp
- Observar los gráficos creados.

3.6.2 Procedimiento para el análisis de resultados.

- Descripción del caso: En esta sección se realizará una pequeña descripción del caso a simular con las características principales y sus condiciones de frontera a la que esta sometida dicha geometría.
- Análisis de la sensibilidad de malla: Cada caso será analizado con distintos tamaños de malla para obtener un datos más precisos para la comparación a realizarse, pero primeramente se analizará un análisis entre mallas hasta obtener el menor error posible entre estas con lo cual se procederá a elegir la malla con la cual se aplicará para la comparación mencionada.
- Análisis de los métodos de interpolación para los casos 1 y caso 2: Los métodos de interpolación a aplicar en estos dos casos son el lineal, UPWIND y QUICK, con estos tres métodos de interpolación se buscará comparar los resultados entre lineal-UPWIND, lineal-QUICK y UPWIND-QUICK para obtener resultados

más precisos ya sea con la interpolación lineal que se obtengas mejores resultados o ya sean con los otros dos modelos.

 Análisis de los modelos de turbulencia: Los modelos de turbulencia a aplicar en cada uno de los casos con sus respectivas geometrías son: k-epsilon, Realizable k-Epsilon y el RNG k-Epsilon. Con estos se busca obtener resultados muy cercanos a los datos de referencia para cada caso a analizar experimentalmente.

3.7 TIEMPO DE CÁLCULO.

El tiempo de cálculo para cada caso depende en gran parte del tamaño de mallado hexaédrico, este mallado es diferente para cada geometría a simular, por lo el tiempo de cálculo es diferente para todos. Este tiempo se observa en los datos de velocidad y presión medidos a lo largo del dominio computacional mediante una representación de ploteo con el software gnuplot el cual muestra el error en los campos de presión y velocidad entre dos iteraciones.

La convergencia no es otra cosa mas que la constancia o valores uniformes tanto de velocidades como de presión a lo largo de la geometría propuesta en cada caso a simular experimentalmente.

CAPÍTULO IV

4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS.

En este capítulo se simuló, analizó e interpretó los datos obtenidos en cada unas de las simulaciones de los casos propuestos. Para la recolección de datos se utilizó el software de cálculo fluidodinámico OpenFOAM con el cual se procedió a el análisis de las distintas geometrías propuestas en la presente tesis experimental. Los datos obtenidos fueron tabulados para cada uno de los casos con la finalidad de verificar si los datos obtenidos del análisis son iguales a los artículos científicos o si tienen algún margen de error, los datos de referencia se obtuvieron en la página NPARC [15].

<i>Tabla</i> 4.3: Caso

Casos a Simular						
Caso	Nombre	Descripción	Geometría			
1	Driven Cavity	Incompressible Laminar	L=1 m z y x y			
2	Flat Plate	Incompressible Laminar	Linea0 Linea1 Linea2 Linea3 Pared 1-desliza Linea5 Linea5 Linea5 V Y Leo.3048 m			
3	Backward-Facing Step	Incompressible Turbulent	$u_x=44.2 \text{ m/s}$ L=2 m L=2 m L=2			
4	Fraser Conical Diffuser	Turbulent Subsonic	$\begin{array}{c c} u_x = 52 \\ \hline L = 0.5 \text{ m} \\ \hline L = 0.5 \text{ m} \\ \hline L = 0.145 \text{ m} \\ \hline L = 0.145 \text{ m} \\ \hline Pared \\ Axis \\ Salida \\ Linea0 - Linea1 \\ \end{array}$			
5	Axisymmetric Diffuser	Incompressible Turbulent	Entrada Pared_arriba www.salida Line0-Line			
6	Flat Plate	Incompressible Turbulent	$\begin{array}{c} L=3 m\\ \\ \underline{ux=68.791 \ m/s}\\ \end{array} \qquad $			
7	Circular Cylinder	Incompressible Laminar	u _x =66.82 m/s			
8	Ejector Nozzle	Incompressible Turbulent	z z y y y y y y y y			

Fuente:[Autor]

4.1 RECOLECCIÓN DE DATOS.

Resumen de los tiempos de cálculo								
Caso	Método ó modelo	Descr	ipción	Tamaño Malla	Iteraciones	Tiempo [h][m]		
			Malla 50	2500	22400	3m		
		$D_{2}400$	Malla 100	10000	86600	1h.10m		
		Re400	Malla 200	40000	650400	82h		
	Sensibilidad		Malla 400	160000	131800	165h		
	de malla		Malla 50	2500	83600	10m		
		D-10000	Malla 100	10000	76200	1h		
		Ke10000	Malla 200	40000	300600	6h.15m		
Caso 1.			Malla 400	160000	250600	44h		
			Lineal	40000	69400	9h.38m		
Caso 1.	Sonsibilidad	Re400	QUICK	40000	22000	2h		
Driven	mátodos do		UPWIND	40000	26800	2h.13m		
cavity	interpolación		Lineal	40000	121000	13h		
		Re10000	QUICK	40000	45000	4h.33m		
			UPWIND	40000	58000	4h.23m		
		Re100		40000	75000	10h		
	Comparación datos de referencia	Re400		40000	51000	6h.40m		
		Re1000		40000	64000	8h.4m		
		Re3200	Malla 200	40000	61200	7h.26m		
		Re5000		40000	59400	6h.47m		
		Re7500		40000	56800	5h.55m		
		Re10000		40000	13000	1h.38m		
	Sensibilidad	Mal	Malla 50		6000	7m		
	de malla Mal		a 100	32500	70000	5h.49m		
Caso 2.			a 200	130000	44000	37h		
Flat Plate	Sensibilidad		Lineal	32500	70000	7h.4m		
	métodos de	Malla 100	QUICK	32500	64000	5h.55m		
	interpolación		UPWIND	32500	356000	28h		
			KE	112660	26000	22h		
Caso 3 B	Sensibilidad	Alfa=0	RKE	46660	80000	19h		
Facing	modelos de		RNGKE	46660	92000	17h		
Step	turbulencia		KE	83500	80000	61h		
	turbureneru	Alfa=6	RKE	59500	116000	21h		
			RNGKE	59500	58000	16h		
Caso 4 F	Sensibilidad	K	E	80460	21000	90h		
C Diffuser	modelos de	RI	KE	56760	18400	23h		
C. Dilluser	turbulencia	RNO	GKE	56760	32800	48h		

Tabla 4.4: Resumen tiempos de cálculo casos simulados

Casa 5 A	Sensibilidad	KE	33000	19600	4h.4m	
Diffuser	modelos de	RKE	33000	14200	2h.45m	
	turbulencia	RNGKE	33000	12200	2h.18m	
Caso 6	Sensibilidad	KE	32500	174000	9h.40m	
Casu U. Flat Plato	modelos de	RKE	32500	214000	17h	
r lat I late	turbulencia	RNGKE	32500	210000	16h	
Caso 7.	Sensibilidad	Lienal	80400	34097	5h.24m	
Circular	métodos de	QUICK	80400	45588	5h.25m	
Cylinder	interpolación	UPWIND	80400	19776	3h.18m	
Caso 8.	Sensibilidad	KE	264579	51200	135h	
Ejector	modelos de	RKE	264579	48800	142h	
Nozzle	turbulencia	RNGKE	247517	1200	3h	
Tiempo total de cálculo en horas						
	Tie	empo de cálculo en días			47 días	

4.2 ANÁLISIS DE RESULTADOS.

4.2.1 Caso 1: Incompressible Driven Cavity.

En este caso se estudió el flujo dentro de una cavidad bidimensional en la que la pared superior se desplaza a una velocidad constante y el resto de superficies son paredes fijas. De los estudios realizados por **[16]**, existen datos de referencia tanto de velocidad como presión para distintas posiciones a lo largo del dominio cumputacional. Las condiciones de contorno que aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.21 son:

Condiciones de contorno Driven Cavity.						
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]				
Pared-móvil	(100)	Gradiente cero				
Pared	$(0\ 0\ 0)$	Gradiente cero				
Adelante_Atrás Vacío Vacío						
<i>Fuente:</i> [Autor]						

Tabla 4.6: Caso 1.Condiciones de contorno.



Figura 4.21: Caso 1. Geometría Driven Cavity. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.22: Caso 1. Mallado Driven Cavity 50x50. *Fuente:*[Autor]

4.2.1.1. Análisis de la sensibilidad de la malla.

En este caso se analizó para 4 tamaños de malla hexaédricas que se especifican en la Tabla 4.7. Se empezó analizando la malla 50x50 de 2500 celdas la cual fue comparada con la malla de 100x100 de 10000 celdas, se comparó el error tomando medidas de velocidad y de presión en la Línea0 con coordenadas iniciales (0.5 0.05 0.0) y coordenadas finales (0.5 0.05 1) con el fin de obtener la mejor malla para realizar la comparación de datos con los datos de referencia de GUIA GUIA [16].

Análisis sensibilidad de malla								
Malla	Malla N Celdas	Re=	400	Re=10000				
Ivialia		Er % U	Er%p	Er % U	Er%p			
50 - 100	2500-10000	2,72	6,76	19,79	32,61			
100 - 200	10000-40000	0,78	2,04	12,65	22,49			
200 - 400	40000-160000	0,26	0,66	7,54	13,96			

Tabla 4.7: Caso 1.Error análisis de la sensibilidad de mallado en %.

En este caso inicialmente se realizó un análisis de la influencia del tamaño de malla para su posterior selección de la misma como se representa en la Tabla 4.7. En esta se seleccionó el tamaño de malla 200x200 debido ha que no hay mucha diferencia en los resultados de la malla 400x400, por ende tanto los métodos de interpolación como la comparación con los datos de referencia con los distintos números de Reynolds fueron calculadas con este tamaño de malla.

Fuente:[Autor]

4.2.1.2. Análisis de los métodos de interpolación.

Para realizar el análisis de los métodos de interpolación se eligió la malla 200x200 con 40000 celdas en la geometría. En la Tabla 4.8 se comparó los datos obtenidos y la malla de 200x200 esta muy cercana a la malla 400x400 con la diferencia que la malla escogida tarda menos tiempo en calcular por el número de celdas que contiene. La comparación de datos al igual que en el análisis de la sensibilidad de malla se comparó el error tomando medidas de velocidad y de presión en la Línea0 con coordenadas iniciales (0.5 0.05 0.0) y coordenadas finales (0.5 0.05 1).

Análisis métodos de interpolación							
N Coldos	Re=	400	Re=10000				
IN Celuas	Er % U	Er%p	Er % U	Er%p			
40000-40000	0,08	27,79	2,07	1,70			
40000-40000	6,05	37,43	20.58	16.17			
40000-40000	6,09	17,59	21,44	15,08			
	Análisis métod N Celdas 40000-40000 40000-40000 40000-40000	Análisis métodos de inter N Celdas Re= Er % U 40000-40000 0,08 40000-40000 6,05 40000-40000 6,09	Análisis métodos de interpolación Re=400 Re=400 Er % U Er % p 40000-40000 0,08 27,79 40000-40000 6,05 37,43 40000-40000 6,09 17,59	Análisis métodos de interpolación Re=400 Re=1 Er % U Er % U 40000-40000 6,05 37,43 20,58 40000-40000 6,09 17,59 21,44			

Tabla 4.8: Caso 1. Error métodos de interpolación en %.

Fuente:[Autor]

Se simuló esta geometría para los tres casos de interpolación propuestos, estos son el modelo lineal, el modelo UPWIND y el modelo QUICK. Se utilizó dos números de Reynolds para el cálculo de los métodos de interpolación. Para proceder a encontrar los datos a comparar se situó dos líneas en dicha geometría, estos puntos están representados en la Figura 4.21. Estas líneas representan la magnitud de las velocidades en el eje z y en el eje x respectivamente. De la Tabla 4.8 se verifica que el modelo UPWIND tienen un error más grande, por lo que para la comparación con los datos de referencia se utilizó el método de interpolación lineal.



Figura 4.23: Caso 1. Comparación de los modelos de turbulencia para Re=400 *Fuente:*[Autor]



Figura 4.24: Caso 1. Comparación de los modelos de turbulencia para Re=10000 *Fuente:*[Autor]

4.2.1.3. Comparación datos obtenidos con datos de referencia del artículo científico.

Para la comparación de los datos de referencia del artículo científico [16], se utilizó la mallas hexaédrica de 200x200 de 40000 celdas con el método de interpolación lineal ya que realizada la simulación, los resultados de la Tabla 4.7 y la Tabla 4.8 nos afirma que tanto la malla de 200x200 como el método de interpolación lineal dan errores muy pequeños, por consiguiente se procedió a simular para los distintos números de Reynolds con la malla y método de interpolación seleccionados para realizar la comparación con los datos de referencia obtenidos.

A continuación, se anexa la Tabla 4.9 con los errores obtenidos en la comparación de los datos obtenidos con los datos de referencia.

Comparación de los datos calculados vs datos de referencia								
#Reynolds	Número de celdas	Error % U	Error % p					
Re100	40000	2,84	3,25					
Re400	40000	4,46	6,09					
Re1000	40000	5,92	4,00					
Re 3200	40000	5,81	12,078					
Re5000	40000	9,29	13,01					
Re7500	40000	12,27	16,02					
Re10000	Re10000 40000 29,87 29,80							
	Fuente: [A	utor]						

Tabla 4.9: Caso 1. Error datos calculados vs datos de referencia.

Del análisis tabulado en la Tabla 4.9 se puede observar que el error aumenta tanto en la presión como en la velocidad a media que el número de Reynolds es mayor, esto nos dice que el error es directamente proporcional al número de Reynolds el cual aumenta a medida que este sube.



Figura 4.25: Caso 1. Gráfica de velocidades en función del número de Reynolds según GUIA GUIA [15].



Figura 4.26: Caso 1. Comparación datos de referencia vs numérico para la línea 1 para U.



Figura 4.27: Caso 1. Comparación datos de referencia vs numérico para la línea 1 para V.







Figura 4.29: Caso 1. Comparación de la re-circulación de flujo. *Fuente:*[Autor]

Resumen Caso 1. Driven Cavity								
Descripción	Equipo		Tiempo		Er	ror %		
	Toshiba		Re400	Re10000	Re400	Re10000		
Sensibilidad		50	3m	10m	2,72	19,79		
de malla	Satellite	100	1h.10m	1h	0,78	12,65		
uc mana	S55-B5268	200	82h	6h.15m	0,26	7,54		
		400	165h	44h				
			Re400	Re10000	Re400	Re10000		
Método de	Intel Core	Lineal	9h.38m	13h	0,08	2,07		
interpolación	i7 2.0 GHz	QUICK	2h	4h.33m	6,05	20.58		
		UPWIND	2h.13m	4h.23m	6,09	21,44		
		Re100	1	Oh	2	2,84		
	RAM 12GB	Re400	6h.	.40m	4,46			
Comparación		Re1000	8h	.4m	5,92			
con datos de	1TB 5480rpm	Re3200	7h.	.26m	5	,81		
referencia		Re5000	6h.	6h.47m		,29		
	4 Núcleos	Re7500	5h.	.55m	12	2,27		
Re10000 1h.38m 29,87								
		Fuente:[A	utor]			,		

Tabla 4.10: Resumen Caso 1. Driven Cavity

40

4.2.2 Caso 2: Blasius Incompresible Laminar Flat Plate.

En este caso se estudió la solución clásica de Blasius, se realizó un programa para resolver la ecuación diferencial de Blasius con la cual se obtendrán los datos para su posterior comparación con los datos simulados. Se usó un flujo incompresible laminar sobre una placa plana bidimensional que desarrolla una capa límite laminar la cual se desarrolla a lo largo de la placa. La pared 1 se desplaza a una velocidad constante y el resto de superficies son paredes fijas ver Figura 4.30. De la solución clásica de Blasius, se calcularon datos los cuales serán usados como datos de referencia tanto de velocidad como presión para distintas posiciones a lo largo de la placa.

Las condiciones de contorno aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.30 son:

Condiciones de contorno Laminar Flat Plate.				
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]		
Entrada	(10 0 0)	Gradiente cero		
Pared 1_slip	Gradiente cero			
Pared 2	(0 0 0)	Vacío		
Arriba	(0 0 0)	Gradiente cero		
Adelante_Atrás	Vacío	Vacío		
Salida (0 0 0) Gradiente cero				
<i>Fuente:</i> [Autor]				

Tabla 4.11: Caso 2. Condiciones de contorno.



Figura 4.30: Caso 2. Geometría Laminar Flat Plate. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.31: Caso 2. Mallado Laminar Flat Plate. *Fuente:*[Autor]

4.2.2.1. Análisis de la sensibilidad de la malla.

Se analizaron tres tamaños de malla hexaédricas que se especifican en la Tabla 4.12. Se empezó analizando la malla de 11850 celdas la cual fue comparada con los datos obtenidos de la solución clásica de Blasius. Se comparó el error tomando medidas de velocidad y de presión en distintas posiciones desde la Línea0 hasta la Línea6, cada línea con sus respectivas coordenadas.

Análisis sensibilidad de malla vs Solución clásica Blasius								
Malla	Númoro do coldos	Error % U, Línea=Li						
	Tuiller 0 de celuas	Li0	Li1	Li2	Li3	Li4	Li5	Li6
50	11850	4,09	4,42	4,92	5,14	5,43	5,75	6,05
100	32500	3,59	4,46	5,01	5,29	5,67	6,06	6,56
200	130000	1,96	4,13	5,89	9,21	7,02	5,20	5,70

Tabla 4.12: Caso 2. Error análisis de la sensibilidad de mallado en %.

Fuente:[Autor]

Se realizó un análisis de la influencia del tamaño de malla la cual esta tabulado en la Tabla4.12 en la cual se observa el número de celdas para cada malla y su error respectivo para cada una de las líneas de velocidad puestas en la geometría. Se eligió el tamaño de malla de 100 con 32500 celdas ya que con este mallado se obtiene unos valores promedios del error de la velocidad entre la malla de 50 y la malla de 200. La malla 50 y de 100 dan errores menores al 6% en todas las líneas en la medición de la velocidad con respecto a la velocidad calcula por la solución clásica de Blasius. La malla de 200 seria la optima debido a que en las primeras líneas los errores son

más bajos que las anteriores mallas, pero a medida que aumenta de longitud la línea el error aumenta, por lo tanto se eligió la malla 100 con la finalidad de obtener datos más precisos y también para disminuir el tiempo de cálculo.



Figura 4.32: Caso 2. Comparación errores mallas 50-100-200 Línea0. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.33: Caso 2. Comparación errores mallas 50-100-200 Línea3. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.34: Caso 2. Comparación errores mallas 50-100-200 Línea6 *Fuente:*[Autor]

4.2.2.2. Análisis de los métodos de interpolación.

Para realizar el análisis de los métodos de interpolación se eligió la malla 100x100 con 32500 celdas en la geometría, esto debido a que en la Tabla 4.12se comparó el error calculado para cada una de las mallas y se observó que no variaba mucho el error entre la mallas 100 con la malla 200. La comparación de datos al igual que en el análisis de la sensibilidad de malla se comparó el error tomando medidas de velocidad y de presión en distintas Líneas que van desde la Línea0 hasta la Línea6 cada una con sus coordenadas iniciales y coordenadas finales, Línea0 coordenadas iniciales (0.30 0.05 0.05) con 1000 puntos de referencia, Línea6 coordenadas iniciales (0.75 0.05 0.0) y coordenadas finales (0.75 0.05 0.05) con 1000 puntos de referencia.

Se aplicó los métodos de interpolación lineal, UPWIND y QUICK, con el fin de comparar los datos obtenidos con los datos obtenidos de la solución clásica Blasius y así encontrar el error como se muestra en la Tabla 4.13.

Tabla 4.13: Caso 2. Error análisis del método de interpolación vs Solución clásica Blasius en %.

Análisis métodos de interpolación vs Solución clásica Blasius										
Método	Número de celdas	Error % U, Línea=Li								
		Li0	Li1	Li2	Li3	Li4	Li5	Li6		
Lineal	32500	3,59	4,46	5,01	5,29	5,67	6,06	6,56		
UPWIND	32500	3,99	4,13	4,87	5,33	5,98	6,60	7,37		
QUICK	32500	3,63	4,50	5,05	5,32	5,69	6,08	6,59		
Fuente:[Autor]										

Se simuló esta geometría de placa plana para los tres casos de interpolación los cuales son modelo lineal, el modelo UPWINDy el modelo QUICK. Como el modelo es laminar se utilizó un número de Reynolds de 200000 para el cálculo de los métodos de interpolación. Para proceder a encontrar los datos a comparar se calculó los datos experimentales mediante la solución clásica de Blasius, luego mediante la simulación de la geometría con el sofware OpenFOAM se encontró los datos en las líneas colocadas en el dominio. Los datos experimentales de la solución clásica de Blasius fue comparada con los datos simulados de los distintos métodos de interpolación como se muestra en la Tabla 4.13. En esta Tabla se verifica que los tres modelos están muy parejos ya que el error no varia mucho en casi todas las líneas.



Figura 4.35: Caso 2. Comparación velocidades solución clásica vs OpenFOAM para la línea 0.



Figura 4.36: Caso 2. Comparación velocidades solución clásica vs OpenFOAM para la línea 3.



Figura 4.37: Caso 2. Comparación velocidades solución clásica vs OpenFOAM para la línea 6.



Figura 4.38: Caso 2. Gradiente de velocidad Laminar Flat Plate. *Fuente:*[Autor]

Resumen Caso 2. Laminar Flat Plate								
Descripción	Descripción Equipo Tiempo							
	Toshiba	50	7m	5,11				
Sensibilidad de malla	Satellite S55-B5268	100	5h.49m	5,23				
	a Satellite S55-B5268 100 Intel Core i7 2.0 GHz 200 RAM 12 GB Lineal	37h	5.58					
	RAM 12 GB	Lineal	Tempo En 7m 5h.49m 37h 1 7h4m 5h.55m ND 28h	5.23				
Métodos de interpolación	1TB 5480 rpm	QUICK	5h.55m	5,47				
	4 Núcleos	UPWIND	28h	5.27				
<i>Fuente:</i> [Autor]								

4.2.3 Caso 3: Driver-Seegmiller Incompressible Backward-Facing Step.

En este caso se estudió el flujo subsónico de un gas perfecto utilizando una cuadricula bidimensional con un pequeño escalón a la salida del túnel que tiene una relación de altura de 1:9 de la altura total. Este escalón ayuda a minimizar el gradiente de presión debido a la expansión repentina de la cuadricula, ya que en este actúan las condiciones turbulentas. Se uso el esquema de interpolación lineal, esto debido a que en los primeros casos se analizó los esquemas de interpolación dando como mejor resultado entre los tres modelos el lineal comparado con el modelo QUICK y el UPWIND. Para la resolución del sistema de ecuaciones lineales con las cuales opera el software se propuso el método GaussSeidel el cual es un método iterativo con el cual se resuelven este tipo de ecuaciones. Se analizó para dos casos, donde el ángulo alfa varia para cada caso. Caso 1 para alfa de cero grados y caso 2 para alfa de 6 grados. De los estudios realizados por David M. [17], existen datos de referencia de velocidad para distintas posiciones a lo largo del dominio cumputacional.

Las condiciones de contorno que aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.39son:

Condiciones de contorno Backward-Facing Step.							
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]					
Entrada	(44.2 0 0)	Gradiente cero					
Arriba	(0 0 0)	Gradiente cero					
Abajo	(0 0 0)	Gradiente cero					
Adelante_Atrás	Vacío	Vacío					
Salida	(0 0 0)	Gradiente cero					
<i>Fuente:</i> [Autor]							

Tabla 4.15: Caso 3. Condiciones de contorno.



Figura 4.39: Caso 3. Geometría Backward-Facing Step. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.40: Caso 3. Mallado Backward-Facing Step. *Fuente:*[Autor]

4.2.3.1. Análisis Driver-Seegmiller Incompressible Backward-Facing Step para alfa=0 $^\circ$

En este caso se analizó para dos ángulos alfa en donde el uno es 0 y el 6 con la finalidad de encontrar cual es mejor, el uno con una pared plana y la otra con una pared angular. Se realizó un refino de malla en base al gradiente de velocidad en la región cercana al escalón. Se llego a valores de yPlus en la pared de arriba de 26.60 min y en la pared de abajo de 1.532 min, lo cual es bueno ya que un valor de yPlus ≤ 5 es excelente para el cálculo. No se realizó un análisis de sensibilidad de malla debido a la geometría la cual necesita tener un mallado mas fino entre el escalón y una parte del dominio, esto con el fin de verificar si el gradiente de velocidad varia en los dos casos así como la velocidad medida en las líneas ubicadas en la geometría.



Figura 4.41: Caso 3.1 Geometría Backward-Facing Step - alfa=0°. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.42: Caso 3.1 Mallado Facing Step para alfa=0° *Fuente:*[Autor]

4.2.3.1.1. Análisis de los modelos de turbulencia. En este caso se analizó la geometría propuesta para 3 modelos de turbulencia los cuales son el k-epsilon, realizable k-psilon y el RNG k-epsilon. Se realizó un mallado hexaédrico de 100x30 con un número inicial de 7000 celdas hasta un número total 112000 celdas conseguidas con un refinamiento utilizando una caja con las coordenadas iniciales (-0.3 -1 -1) y coordenadas finales (0.55 1 1) con el fin de refinar solo la parte en la que el gradiente de velocidad es mas grande, con lo cual se buscó refinar solo la zona necesaria y disminuir el tiempo de cálculo.

Para la comparación de datos se realizó una medición de datos desde la Línea0 hasta la Línea21 a lo largo de la cuadrícula escalonada donde se obtuvieron datos para proceder a la comparación y obtener el error como se detalla en la Tabla 4.16.

Análisis modelos de turbulencia, alfa=0 $^{\circ}$ vs datos de ref.												
Modelo	Celdas	Error % U, Línea0-Línea21										
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k-\varepsilon$	112000	5.5	5.1	3.8	5.1	140	36	24	31	24	31	140
$\mathbf{R}k - \boldsymbol{\varepsilon}$	46660	6.6	5.8	4.6	5.2	23	20	20	20	18	19	83
$RNGk - \varepsilon$	46660	6.3	5.4	4.3	4.9	40	18	15	13	14	15	55
Modelo	Celdas	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$k-\varepsilon$	112000	27	10	11	8.2	6.5	3.7	3.7	3	3.4	3	2.6
$\mathbf{R}k - \boldsymbol{\varepsilon}$	46660	31	23	18	16	12	8.7	6.1	5	5.3	4.1	3.1
$RNGk - \varepsilon$	46660	23	18	14	13	9.7	7.4	5.4	4.4	4.6	3.6	2.9
<i>Fuente:</i> [Autor]												

Tabla 4.16: Caso 3.1 Error análisis modelos de turbulencia vs Datos de referencia en %.

En la Tabla 4.16 se observa que el modelo de turbulencia k-epsilon tienen en las primeras líneas tiene un error aceptable del 5%, pero en las líneas intermedias tienen un error alto siendo uno de ellos del 140% y al final baja otra ves el error siendo aun mas aceptable ya que el error llega al 2.6% en la ultima línea. Esto quiere decir que el patrón de análisis funciona de buena manera en las líneas iniciales y en la finales, pero en las intermedias no funciona de buena manera debido a los errores encontrados. El modelo realizable k-epsilon y RNG k-epsilon presentan errores no muy aceptables pero bajos con respecto al modelo lineal en las línea intermedias del dominio.


Figura 4.43: Caso 3.1 Comparación errores Línea0 para alfa=0° *Fuente:*[Autor]



Figura 4.44: Caso 3.1 Comparación errores Línea11 para alfa=0° *Fuente:*[Autor]



Figura 4.45: Caso 3.1 Comparación errores Línea21 para alfa=0° *Fuente:*[Autor]



Figura 4.46: Caso 3.1 Simulación Backward facing step, velocidad cuando alfa=0°. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.47: Caso 3.1 Re-circulación de flujo. *Fuente:*[Autor]

4.2.3.2. Análisis Driver-Seegmiller Incompressible Backward-Facing Step para alfa=6°

•



Figura 4.48: Caso 3.2 Geometría Backward-Facing Step - alfa=6°. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.49: Caso 3.2 Mallado Backward Facing Step para alfa=6° *Fuente:*[Autor]

4.2.3.2.1. Análisis de los modelos de turbulencia. Al igual que en el caso 1 cuando alfa=0, en este caso se analizó la geometría con la pared superior angulada a 6 grados con los 3 modelos de turbulencia mencionados anteriormente. Se realizó un mallado hexaédrico de 100x30 con un número inicial de7000 celdas hasta un número total 112000 celdas conseguidas con un refinamiento utilizando una caja con las coordenadas iniciales (-0.3 -1 -1) y coordenadas finales (0.55 1 1) con el fin de refinar solo la parte de las perturbaciones de velocidad, con lo cual se buscó refinar solo la zona necesaria y disminuir el tempo de cálculo.

Para la comparación de datos se realizó una medición de datos desde la Línea0 hasta la Línea21 a lo largo de la cuadrícula escalonada donde se obtuvieron datos para proceder a la comparación y obtener el error como se detalla en la Tabla 4.17.

Análisis modelos de turbulencia, alfa=6° vs datos de ref.												
Modolo	Coldas	Error % U, Línea0-Línea21										
	Celuas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$k-\varepsilon$	112000	6.1	7.7	8.4	11	39	150	130	190	95	130	310
$\mathbf{R}k - \boldsymbol{\varepsilon}$	46660	6.7	5.4	4.1	4.4	140	31	26	43	34	45	190
$RNGk - \varepsilon$	46660	7.3	5.3	3.1	3	150	25	13	18	11	16	22
Modelo	Celdas	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
$k-\varepsilon$	112000	91	60	46	43	38	31	24	20	18	17	21
$\mathbf{R}k - \boldsymbol{\varepsilon}$	46660	36	14	13	11	9.9	10	13	17	19	23	34
$RNGk - \varepsilon$	46660	20	18	15	15	14	17	19	21	23	27	39
	<i>Fuente:</i> [Autor]											

Tabla 4.17: Caso 3.2 Error análisis modelos de turbulencia vs Datos de referencia en %.

En la Tabla 4.17 se observa que el modelo de turbulencia k-epsilon no es muy aceptable porque en la mayoría de sus líneas el error calculado es alto, mientras que los modelos realizable k-epsilon y RNG k-epsilon tiene los valores de error relativamente bajos, los errores de estos modelos pasan del 20%, por lo que se diría que son aceptables en comparación con el modelo k-epsilon. Es decir que el patrón de análisis funciona para estos dos modelos mencionados, mientras que para el k-epsilon no lo son.



Figura 4.50: Caso 3.2 Comparación errores Línea0 para alfa=6° *Fuente:*[Autor]



Figura 4.51: Caso 3.2 Comparación errores Línea11 para alfa=6° *Fuente:*[Autor]



Figura 4.52: Caso 3.2 Comparación errores Línea21 para alfa=6° *Fuente:*[Autor]



Figura 4.53: Caso 3.2 Simulación Backward facing step, velocidad cuando alfa=6. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.54: Caso 3.2 Re-circulación de flujo. *Fuente:*[Autor]

Resumen Caso 3. Backward-Facing Step						
Descripción	oción Equipo Tiempo		Error %			
Modelo de	Toshiba	$k-\varepsilon$	22h	23,98		
interpolación	Satellite S55-B5268	$\mathbf{R}k - \boldsymbol{\varepsilon}$	19h	16,25		
para α=0	Intel Core i7 2.0 GHz	$RNGk - \varepsilon$	17h	13,50		
Modelo de	RAM 12 GB	$k-\varepsilon$	61h	67,55		
interpolación	1TB 5480 rpm	$\mathbf{R}k - \boldsymbol{\varepsilon}$	21h	33,16		
para α=6 4 Núcleos		$RNGk - \varepsilon$	16h	22,80		
<i>Fuente:</i> [Autor]						

Tabla 4.18: Resumen Caso 3. Backward-Facing Step

4.2.4 Caso 4: Fraser Subsonic Conical Diffuser.

En este caso se estudió el flujo turbulento incompresible en una geometría tubular unida a una sección de difusión cónica de ángulo medio de 5 grados bidimensional en forma de cuña. La velocidad a la entrada de la geometría es de 52 m/s, el resto de superficies son fijas como se puede observar en la Figura 4.55. El refinamiento de la malla se realizó en base al gradiente de velocidad en la zona cónica, ademas se obtuvieron valores de yPLus de 1.32 min y de 74.05 max, en el cual el valor mínimo es menor a 5, por lo tanto el cálculo esta excelente. Al igual que el caso anterior y los casos posteriores a este se uso el esquema de interpolación lineal, para la resolución de las ecuaciones se uso el método GaussSeidel que es un método iterativo para la resolución de este tipo de ecuaciones. De los estudios realizados por J. Dudek **[18]**, existen datos de referencia de velocidad para distintas posiciones a lo largo de la geometría preestablecida.

Las condiciones de contorno aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.55 son:

Condiciones de contorno Fraser Subsonic Conical Diffuser.					
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]			
Entrada	(52 0 0)	Freestream			
Pared	(0 0 0)	Gradiente cero			
Cuña_frontal	Cuña	Cuña			
Cuña_posterior	Cuña	Cuña			
Salida	Gradiente cero	Gradiente cero			
Eje Vacío		Vacío			
<i>Fuente:</i> [Autor]					

Tabla 4.19: Caso 4. Condiciones de contorno.





Figura 4.55: Caso 4. Geometría Fraser Subsonic Conical Diffuser. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.56: Caso 4. Mallado Fraser Subsonic Conical Diffuser Fuente:[Autor]

4.2.4.1. Análisis de los modelos de turbulencia.

Este caso se analizó con 3 modelos de turbulencia los cuales son el k-epsilon, realizable k-epsilon y el RNG k-epsilon. Se realizó un mallado en el cual se pego mas celdas a la pared donde el gradiente de velocidad es mas grande para la obtención de datos más exactos. La malla fue refinada después de visualizar que tanto la presión como la velocidad converge, es decir cuando la presión y la velocidad son constantes lo largo del dominio computacional. Para el refinado mencionado se utilizó una caja en donde el refinado fue localizado con el fin de no crear muchas celdas y disminuir el tiempo de cálculo.

Para la comparación de datos se realizó una medición de datos desde la Línea0 hasta la Línea2 en la geometría establecida donde se obtuvieron datos para proceder a la comparación y obtener el error como se detalla en la Tabla 4.20.

Análisis de los modelos de turbulencia							
Madala	# Coldac	Error	nea=Li				
Ivioueio	# Celuas	Li0	Li1	Li2			
$k-\varepsilon$	80460	11.10	15.14	37.84			
Realizable $k - \varepsilon$	56760	16.21	11.21	21.21			
$RNGk - \varepsilon$	39960	24.89	13.06	20.72			
Fuente: [Autor]							

Tabla 4.20: Caso 4. Error análisis modelos de turbulencia.

De la Tabla 4.20 se observa que para primera línea el error es bajo para el modelo k-epsilon, pero para los modelos realizable k-epsilon y RNG k-epsilon el error es mayor, pero para las líneas siguientes el error es más grande para k-epsilon mientras que para los otros modelos son un poco mas pequeños, por lo que se puede comentar que el patrón de simulación para los diferentes modelos de turbulencia funcionan de una manera adecuada en las primeras líneas para el modelo k-epsilon mientras que para las últimas líneas los modelos realizable k-epsilon y RNG k-epsilon.



Figura 4.57: Caso 4. Comparación errores Conical Diffuser Línea0. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.58: Caso 4. Comparación errores Conical Diffuser Línea1. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.59: Caso 4. Comparación errores Conical Diffuser Línea2. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.60: Caso 4. Simulación Conical Diffuser para la velocidad. *Fuente:*[Autor]

user
ļ

Resumen Caso 4. Conical Diffuser						
Descripción	Equipo	Tiempo	Error %			
Modelos de	Toshiba	$k-\varepsilon$	90h	21,36		
turbulencia	Satellite S55-B5268	$\mathbf{R}_{k} - \mathbf{c}$	23h 48h	16.21		
turburenera	Intel Core i7 2.0 GHz	$\kappa - c$		10,21		
	RAM 12 GB 1TB 5480	DNCk c		10.56		
	rpm 4 Núcleos	$KINO k - \epsilon$		19,50		
<i>Fuente:</i> [Autor]						

4.2.5 Caso 5: Incompressible, Buice Axisymmetric Diffuser.

En este caso se estudió el flujo turbulento incompresible en una geometría con un difusor axisimétrico. La geometría tiene unos pequeños radios en el difusor, por lo que se a realizado un refino de malla localizado con el fin de refinar en el ensanchamiento del difusor consiguiendo de esta manera disminuir el número de celdas de la malla y también el tiempo de cálculo del elemento. La velocidad a la entrada es de 22.585 m/s, el resto de paredes son fijas. De los estudios realizados de la página NPARC [15], existen datos de referencia de velocidad para distintas posiciones en la geometría del elemento a analizar.

Las condiciones de contorno aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.61 son:

Condiciones de contorno Buice Axisymmetric Diffuser.					
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]			
Entrada	(22.585 0 0)	Freestream			
Pared_arriba	(0 0 0)	Gradiente cero			
Pared_abajo	(0 0 0)	Gradiente cero			
Salida	Gradiente cero	Gradiente cero			
Evente: [Autor]					

Tabla 4.22: Caso 5. Condiciones de contorno.

Fuente:[Autor]

u_x=<u>22.585 m/s</u>



 Entrada
 Pared_arriba
 Pared_abajo
 Salida
Line0-Line

Figura 4.61: Caso 4. Geometría Buice Axisymmetric Diffuser. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.62: Caso 5. Mallado Buice Axisymmetric Diffuser. *Fuente:*[Autor]

4.2.5.1. Análisis de los modelos de turbulencia.

Al igual que los casos anteriores, este caso se analizó con los 3 modelos de turbulencia: k-epsilon, realizable k-epsilon y el RNG k-epsilon. Se realizó un mallado en el cual se pego mas celdas a la entrada para evitar que la velocidad de entrada no varié mucho en su trayecto. La malla fue refinada en la simulación después de visualizar gráficamente que la presión y la velocidad converja a lo largo del difusor axisimétrico. En el refinado se utilizó una caja con coordenadas asignadas tanto en x, y y z con el fin de no crear muchas celdas y disminuir el tiempo de cálculo, estas coordenadas son: coordenadas iniciales (-0.075 - 1 - 1) y coordenadas finales (0.5 1 1). Los valores de yPlus obtenidos después del ultimo refino de malla fueron para la pared de arriba 4.85 min, pared abajo 1 de 2.48 y pared abajo 2 de 3.95.

Para la comparación de datos se realizó una medición de datos desde la Línea0 hasta la Línea en la geometría dada donde se obtuvieron datos para proceder a la comparación y obtener el error como se detalla en la Tabla 4.23.

Análisis de los modelos de turbulencia									
Madala Caldas Error % U, Línea=Li						a=Li			
Wiodelo	Celuas	Li0	Li1	Li2	Li3	Li4	Li5	Li6 Li	Li7
$k-\varepsilon$	102780	9.7	6.8	13.5	149	161.3	208.8	122.6	29.7
$\mathbf{R}k - \boldsymbol{\varepsilon}$	93480	11.2	11.1	14	38.5	46.4	95	61.4	16.9
$RNGk - \varepsilon$	93480	10.4	8.4	10.7	111	125.9	182	110.3	25.8

Tabla 4.23: Caso 5. Error análisis modelos de turbulencia.

De los datos tabulados en la Tabla 4.23 se puede comentar que los errores encontrados en la simulación de la geometría no son tan aceptables ya que el error más bajo da un

Fuente:[Autor]

valor aproximado al 10%. De los tres modelos de turbulencia aplicados en la geometría del elemento y la tabulación de los datos se concluye que el modelo de turbulencia realizable k-epsilon es el modelo que dio errores menores al 100% como es en el caso de k-epsilon y el RNG k-epsilon.



Figura 4.63: Caso 5. Comparación errores Buice Axisymmetric Diffuser Línea0. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.64: Caso 5. Comparación errores Buice Axisymmetric Diffuser Línea4. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.65: Caso 5. Comparación errores Buice Axisymmetric Diffuser Línea7. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.66: Caso 5. Simulación Buice Axisymmetric Diffuser para la velocidad. *Fuente:*[Autor]

Resumen Caso 5. Buice Axisymmetric Diffuser							
Descripción	Equipo	Tiempo		Error %			
Modelos de	Toshiba	$k-\varepsilon$	4h.4m	87,68			
turbulencia	Satellite S55-B5268	$\mathbf{R}^{k} - \mathbf{c}$	2h.45m	36.81			
turbulencia	Intel Core i7 2.0 GHz			50,01			
	RAM 12 GB 1TB 5480	RNGk - c		73.06			
	rpm 4 Núcleos		211.10111	75,00			
<i>Fuente:</i> [Autor]							

Tabla 4.24: Resumen Caso 5. Buice Axisymmetric Diffuser

4.2.6 Caso 6: Incompressible, Turbulent Flat Plate.

En este caso se estudió el flujo turbulento incompresible sobre una placa plana lisa bidimensional que desarrolla una capa límite turbulenta la cual se espesa a lo largo de la placa. La velocidad a la entrada es de 21.754 m/s, la pared_1 se desplaza a una velocidad constante y el resto de superficies son paredes fijas como se visualiza en la Figura 4.30. Los valores de yPlus obtenidos en la geometría de la placa fueron para la pared 1 de 0.40 min y para la pared 2 de 4.24 min, estos dos valores son menores a 5, esto quiere decir que la simulación ya esta en sus finales, ya que mientras más grande es el numero de yPlus se debe refinar y simular hasta que este sea un numero menor igual a 5. De los estudios realizados en la pagina NPARC [15], existen datos de referencia de velocidad para distintas posiciones a lo largo del dominio computacional. Las condiciones de contorno que aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.30 son:

Condiciones de contorno Turbulent Flat Plate.						
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]				
Entrada	(21.754 0 0)	Gradiente cero				
Pared_arriba	Gradiente cero	Gradiente cero				
Pared_1_abajo	Slip	Gradiente cero				
Pared_2_abajo	(0 0 0)	Gradiente cero				
Salida	Gradiente cero	Gradiente cero				
<i>Fuente:</i> [Autor]						

Tabla 4.25: Caso 6. Condiciones de contorno.



Figura 4.67: Caso 6. Geometría Turbulent Flat Plate. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.68: Caso 6. Mallado Turbulent Flat Plate. *Fuente:*[Autor]

4.2.6.1. Análisis de los modelos de turbulencia.

El caso fue analizada con los tres modelos de turbulencia, k-epsilon, realizable k-psilon y el RNG k-epsilon. Se realizó un mallado en el cual se apego las celdas en la unión entre la pared deslizante y la pared fija tanto vertical como horizontalmente, esto con la finalidad de minimizar el gradiente de velocidad entre estas dos caras internas y de disminuir el tiempo de cálculo.

Para la comparación de datos se realizó una medición de datos desde la Línea0 hasta la Línea4 en la geometría dada donde se obtuvieron datos para proceder a la comparación y obtener el error como se detalla en la Tabla 4.26.

Análisis de los modelos de turbulencia								
Madala	# Coldas	Error % U, Línea=Li						
Ivioueio	# Celuas	Li0	Li1	Li2	Li3	Li4		
$k-\varepsilon$	32500	3.25	5.23	4.76	4.62	4.26		
Realizable $k - \varepsilon$	32500	4.74	60.84	119.94	135.23	150.05		
$RNGk - \varepsilon$	32500	2.85	5.63	5.72	5.69	5.37		
<i>Fuente:</i> [Autor]								

Tabla 4.26: Caso 6. Error análisis modelos de turbulencia.

De los datos tabulados del análisis de la placa con flujo turbulento en la Tabla 4.26 se observa que los métodos de interpolación k-epsilon y RNG k-epsilon dan unos errores aceptables ya que estos radican entre 0 a 5%, por lo que se puede decir que son errores aceptables para el caso. Mientras que para el modelo realizable k-epsilon no es aceptable debido a que los valores se disparan siendo incluso mayor al 100%.



Figura 4.69: Caso 6. Comparación errores Turbulent Flat Plate-Línea0. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.70: Caso 6. Comparación errores Turbulent Flat Plate-Línea2. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.71: Caso 6. Comparación errores Turbulent Flat Plate-Línea4. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.72: Caso 6. Simulación Turbulent Flat Plate para la velocidad. *Fuente:*[Autor]

Resumen Caso 6. Flat Plate					
Descripción	Equipo	Tiempo Er		Error %	
Modelos de	Toshiba	$k-\varepsilon$	9h.40m	4,42	
turbulencia	Satellite S55-B5268 Intel Core i7 2.0 GHz	$\mathbf{R}k-\boldsymbol{\varepsilon}$	17h	94,16	
	RAM 12 GB 1TB 5480 rpm 4 Núcleos	$RNGk - \varepsilon$	16h	5,05	

Fuente:[Autor]

4.2.7 Caso 7: Laminar Flow Over a Circular Cylinder.

En este caso se estudió el flujo laminar sobre una geometría bidimensional de un cilindro circular. La velocidad a la entrada es de 66.82 m/s, la pared del cilindro es fija. En el mallado de la geometría se apego más celdas al rededor del cilindro circular ya que es este el cual recibirá todas las perturbaciones del gradiente de velocidad que se forma en el dominio computacional. De los estudios realizados en la página NPARC [15], existen datos de frecuencia del desprendimiento aguas abajo del cilindro.

Las condiciones de contorno que aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.73 son:

Condiciones de contorno Circular Cylinder.				
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]		
Entrada	(66.8200)	0		
Pared	(000)	Gradiente cero		
Adelante_Atrás	Vacío	Vacío		
Salida	Gradiente cero	Gradiente cero		
<i>Fuente:</i> [Autor]				

Tabla 4.28: Caso 7. Condiciones de contorno.



Figura 4.73: Caso 7. Geometría Circular Cylinder. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.74: Caso 7. Mallado Circular Cylinder. *Fuente:*[Autor]

4.2.7.1. Análisis de los métodos de interpolación.

Como la geometría del cilindro circular es compleja el mallado se ha realizado de tal forma que se colocaron mas celdas alrededor de éste con la finalidad de alcanzar datos más exactos para proceder con su posterior comparación. Los métodos de interpolación usados en este caso fueron el Lineal, UPWIND y el QUICK. Se procedió a simular los tres casos mencionados con la misma geometría para después de haber obtenido los resultados de la comparación de los datos emitir una conclusión de cual fue el más aceptable.

Análisis de los métodos de interpolación						
Mátodo	# Coldas	# Itoracionos	Velocidad [m/s]		/s] Fourier [Hz]	
Metodo	# Celuas		min	max	1 Armónico	
Lineal	80400	625	-19	66.82	8	
QUICK	80400	801	-17.3	66.82	7.64	
UPWIND	80400	420	-9.7	66.82	0.84	
<i>Fuente:</i> [Autor]						

Tabla 4.29: Caso 7. Análisis métodos de interpolación

De los tres métodos de interpolación aplicados para la simulación y análisis de este caso se puede decir que en el transcurso del cálculo total el que fue mejor que todos fue el método de interpolación QUICK, esto debido a que fue el único que termino se simular la geometría mientras que los otros erraban ya faltando un 15% de acabar el proceso. De los datos de referencia obtenidos en la pág NPARC [15] se conoce que la frecuencia es de 10.77 1/s, mientras que el simulado da una frecuencia de 8 Hz.



Figura 4.75: Caso 7. Circular cylinder-Comparación Frecuencia. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.76: Caso 7. Circular cylinder- Comparación coeficiente de Fourier. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.77: Caso 7. Simulación Circular cylinder. *Fuente:*[Autor]

Resumen Caso 7. Circular cylinder				
Descripción	Equipo	Tiempo		Error %
Mátodos de	Toshiba	Lineal	5h.24m	25,75
interpolación	Satellite S55-B5268 Intel Core i7 2.0 GHz	QUICK	5h.25m	29,06
	RAM 12 GB 1TB 5480 rpm 4 Núcleos	UPWIND	3h.18m	-

Tabla 4.30: Resumen Caso 7. Circular cylinder

Fuente:[Autor]

4.2.8 Caso 8:Ejector Nozzle.

En este caso se estudió el flujo turbulento a través de una boquilla de eyector bidimensional en la cual la entrada 1 tiene un diámetro menor a la entrada 2. La velocidad en la entrada 1 tiene una magnitud de 26.541 m/s, mientras que en la entrada 2 tiene una magnitud de 70.078 m/s. En este caso experimental se presenta la mezcla turbulenta entre el flujo primario y el flujo secundario el cual es arrastrado por las capas límites de cada pared. El área para la mezcla turbulenta de los flujos es rectangular la cual esta formada por una pared superior y una pared de plano simétrico.

De los estudios realizados por B. Gerald **[19]**, existen datos de referencia tanto de velocidad como presión para distintas posiciones a lo largo del dominio computacional. Las condiciones de contorno que aplicables en este problema, de acuerdo a la Figura 4.78 son:

Condiciones de contorno Ejector Nozzle.			
	U [m/s]	p[Kg*m/s ²]	
Entrada 1	(26.54100)	Gradiente cero	
Entrada 2	(70.07800)	Gradiente cero	
Pared arriba	(000)	Gradiente cero	
Pared 1	Plano Simétrico	Plano Simétrico	
Pared 2	(000)	Gradiente cero	
Adelante-atrás	Vacío	Vacío	
Salida	Gradiente cero	Gradiente cero	
<i>Fuente:</i> [Autor]			

Tabla 4.31: Caso 8. Condiciones de contorno.



Figura 4.78: Caso 8. Geometría Ejector Nozzle. *Fuente:*[Autor]


Figura 4.79: Caso 8. Mallado Ejector Nozzle. *Fuente:*[Autor]

4.2.8.1. Análisis de los modelos de turbulencia.

Al igual que B. Gerald **[19]** se ha utilizado el modelo de turbulencia k-epsilon para la comparación de datos, pero además se utilizó los modelos realizable k-epsilon y el RNG k-epsilon con el fin de experimentar la validez de los mismos. Para la obtención de los datos se colocó varias líneas con coordenadas específicas encontradas en el artículo. Las dimensiones de los datos experimentales del artículo fueron convertidas al sistema internacional debido a que las los datos estaban en pies y en pies por segundo.

Análisis de los modelos de turbulencia								
Modelo	# Celdas	Error % U, Línea=Li						
		Li0	Li1	Li2	Li3	Li4	Li5	Li6
$k-\varepsilon$	74955	12.04	8.57	4.90	4.64	4.85	13.19	27.97
Realizable $k - \varepsilon$	74955	11.97	9.54	9.55	13.56	23.33	19.50	27.47
$RNGk - \varepsilon$	74955	13.30	13	6.90	9.06	9.75	7.69	13.82
Fuente:[Autor]								

Tabla 4.32: Caso 8. Error análisis modelos de turbulencia.



Figura 4.80: Caso 8. Comparación errores Línea 0. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.81: Caso 8. Comparación errores Línea 3. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.82: Caso 8. Comparación errores Línea 6. *Fuente:*[Autor]



Figura 4.83: Caso 8. Simulación Ejector Nozzle. *Fuente:*[Autor]

Tabla 4.33:	Resumen	Caso	8.	Ejector	Nozzle

Resumen Caso 8. Ejector Nozzle						
Descripción	Equipo	Tiemp	Error %			
Modelos de turbulencia	Toshiba	$k-\varepsilon$	135h	10,88		
	Satellite S55-B5268	$\mathbf{R}k = \mathbf{c}$	142h	16.42		
	Intel Core i7 2.0 GHz	$\mathbf{K} \mathbf{k} = \mathbf{c}$	14211	10,42		
	RAM 12 GB 1TB 5480	RNGk - c	3h	10 50		
	rpm 4 Núcleos	$R_{\rm H} = c$	511	10,30		

```
Fuente:[Autor]
```

Todos los resultados obtenidos se mostrarán en el ANEXO A.

4.3 VERIFICACIÓN DE HIPÓTESIS.

El análisis fluidodinámico realizado con el solver OpenFOAM dio resultados aceptables para los casos simulados, esto debido a que se utilizaron varios modelos tanto de interpolación como de turbulencia para el flujo laminar y flujo turbulento respectivamente. En los datos tabulados para cada caso se verificó el error de la comparación de datos de referencia con los datos experimentales en los cuales se concluyó que el solver es excelente para algunos casos mientras que para otros casos el error es más grande. Los métodos de interpolación aplicados para el flujo laminar funcionan adecuadamente en los primeros casos ya que el error entre la comparación con los datos de referencia y los experimentales fueron aceptables para el modelo lineal y QUICK, y algo superiores para el UPWIND. Para los modelos de turbulencia se han simulado flujos con desprendimiento así como cizalladura. Se ha comprobado que el modelo de turbulencia que mejor describe el resultado es función del caso simulado.

De esta manera se ha demostrado que el solver de cálculo fluidodinámico funciona para el análisis experimental de objetos con el fin de encontrar diseños adecuados de cualquier índole, ya sea de carácter investigativo experimental estudiantil o también para la aplicación en las pequeñas empresas que lo ameriten.

CAPÍTULO V

5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

- Los métodos de interpolación usados en el presente trabajo experimental dieron como resultado que el modelo lineal es mucho mejor que los otros modelos ya que el error oscilaba entre 0.08 al 5%. Se puede decir que es un error aceptable para el cálculo de los casos analizados.
- En el primer caso se dio lo que decía el artículo de GHIA GHIA [16], el cual mencionó que el error en el cálculo de la cavidad aumentaba a medida que el número de Reynolds sube, es decir que el número de Reynolds es directamente proporcional al error, mientras mas pequeño es el número de Reynolds mas pequeño es el error y mientras mal grande es Reynolds mas grande es el error.
- De los tres modelos de turbulencia aplicados en las geometrías y con la verificación de los datos tabulados para cada caso, se puede decir que el modelo de turbulencia k-epsilon logró predecir mejor el flujo con desprendimiento en un 70% de los casos en los cuales se aplicó la turbulencia.
- El análisis de la sensibilidad de malla realizado en los primeros caso dio como resultado que ésta afecta de gran manera a los elementos simulados, es decir si tienen una malla pequeña los datos tienden a tener un error alto mientras que si el tamaño de malla es media o alta los datos son mas fiables y con un error promedio entre el 2 al 7% una vez realizado la comparación con los datos experimentales de referencia.
- No todos los métodos de interpolación ni los modelos de turbulencia son adecuados para todas las geometrías, un gran ejemplo de cálculo fluidodinámico realizado para el Laminar Flow over a Circular Cylinder en el cual se procedió a calcular con los tres métodos de interpolación los cuales son el lineal, QUICK y UPWINDen el cual para los dos primeros el cálculo se lo realizó satisfactoriamente, mientras que para el UPWIND falló a cierto tiempo después de unas pocas oscilaciones.

5.2 **RECOMENDACIONES**

- Es recomendable automatizar todos los procesos mediante el lenguaje C++ ya que se eliminan errores manuales de procesamiento de datos. Se debe poner un nombre a cada simulación o a cada caso, esto con la finalidad de evitar errores al momento de compilar el programa en C++, esto nos ahorra tiempo y ademas es mas efectivo para identificar si existe algún error para poder localizarlo.
- Para estos casos de validación de datos experimentales es recomendable buscar artículos en los cuales den valores con los cuales se pueda realizar la comparación, debido a que si se encuentran artículos con gráficas solamente es mas difícil realizar la comparación.
- Se debe analizar detenidamente el artículo o la página en la cual este el objeto a simular, ya que si se observa solo las medidas y la configuración de las geometrías se puede perder mucho tiempo una vez terminado el análisis fluidodinámico, por lo que se recomienda analizar, razonar y actuar.
- Se debe verificar para cierto tiempo como va el análisis fluidodinámico, sea en el OpenFOAM o en cualquier software utilizado para estos fines investigativos.
- Realizar el estudio para el resto de geometrías existentes en NPARC.

BIBLIOGRAFÍA

- P. B, Optimización de una turbina de impulso radial para el aprovechamiento de la energía del oleaje. phdthesis, Universidad de Valladolid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales, 2008.
- [2] K. M. Arguelles, Ruido aerodinámico tonal radiado por un ventilador axial en campo lejano: mecanismos de generación y propagación del mismo. phdthesis, Universidad de Oviedo-Departamento de Física, 2004.
- [3] R. Glowinski, T. W. Pan, L. H. Juárez, and E. Dean, "Finite element methods for the numerical simulation of incompressible viscous fluid flow modeled by the navier-stokes equations. part i," *Modeled by the Navier-Stokes Equations. Part I*, vol. 1, no. 36, pp. 1–56, 2005.
- [4] S. S. y D. Kaminski, "Modeling of turbulent heat transfer from an array of submerged jets impinging on a solid surface," *Numerical Heat Transfer*, vol. 48, no. 4, 2005.
- [5] J. Salvador, *Modelos de turbulencia" influencia de la cavitación sobre el desarrollo del chorro diesel*, ch. 3, p. 115. reverté, s.a., 2007.
- [6] J. Capote, D. Alvear, O. Abreu, M. Lázaro, and P. Espina, "Influencia del modelo de turbulencia y del refinamiento de la discretización espacial en la exactitud de las simulaciones computacionales de incendios.," *Revista Internacional de Métodos Numéricos para Cálculo y Diseño en Ingeniería.*, vol. 24, no. 3, pp. 227–233, 2008.
- [7] H. M. W. Versteeg., An introduction to computational fluid dynamics: the finite volume method, ch. 3. Turbulence and its modelling 6. solution algorithms for pressure—velocity coupling in steady flows, pp. 40–113 & 186–200. Pearson Education Limited 1995, 2007, 2 ed., 2007.
- [8] E. M. y. L. P. n. L. Collado, M. Contreras, "Análisis numérico del comportamiento del aire en un sistema de distribución de aire acondicionado empleando los modelos k-e, ring k-e y el modelo de las tensiones de reynolds," *Ingeniare*. *Revista Chilena de Ingeniería*, vol. 16, pp. 370–382, Febrero 2008.
- [9] A. T. P. Ismail-Zadeh, Computational Methods for Geodynamics., ch. 3. Finite Volume Method, pp. 43–62. Alik Ismail-Zadeh and Paul Tackley 2010, 1 ed., 2010.
- [10] D. H. J. Kuzmin, *Finite Element Methods for Computational Fluid Dynamics: A Practical Guide.*, ch. 2. Introduction to Numerical Methods for Pdes., pp. 21–22. Copyright 2015 by the Society for Insdustrial and Applied Mathematics, 2015.
- [11] L. M. y. M. D. F. Moukalled, *The finite volume method in computational fluid dy-namics: an advanced introduction with openfoam and matlab*, vol. 113, ch. 5. The Finite Volume Method, pp. 103–134. Springer International Publishing Switzer-land 2016, 2016.

- [12] P. Heckbert, *Graphics Gems iv*, ch. 10. utilities, p. 521. Copyring 1994 by Academy Press, 1994.
- [13] J. P. M. Ferziger, Computational Methods for Fluid Dynamics, ch. 4. Finite Volume Methods, pp. 76–79. Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York 2002, 3 ed., 2002.
- [14] K. F. P., "Rhie-chow interpolation in openfoam," Numerical Modelling of Diesel Spray Injection and Turbulence Interaction, pp. 1–7, 2006.
- [15] https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/archive.html.
- [16] U. Ghia, K. N. Ghia, and C. T. Shin, "High-re solutions for incompressible flow using the navier-stokes equations and a multigrid method," *Journal of Computational physics*, pp. 387–411, enero 1982.
- [17] D. M. Driver and H. L. Seegmiller, "Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow," *AIAA Journal*, vol. 23, pp. 163–171, febrero 1985.
- [18] J. C. Dudek and N. J. Georgiadis, "Calculation of turbulent subsonic diffuser flows using the npar navier-stokes code," *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, p. 12, Jan 1996.
- [19] B. Gerald and G. Philip, "Analysis and testing of two-dimensional slot nozzle ejectors with variable area mixing sections," *National Aeronautics and Space Administration*, p. 138, May 1973.

ANEXOS

ANEXO A.

RESULTADOS GRÁFICOS DE LAS SIMULACIONES.


















































ANEXO B.

ARTÍCULO CIENTÍFICO TRABAJO EXPERIMENTAL.

VALIDACIÓN DEL SOFTWARE LIBRE DE CÁLCULO FLUODINÁMICO OPENFOAM

APLICADO A FLUJO INCOMPRESIBLE LAMINAR Y TURBULENTO MEDIANTE

COMPARACIÓN CON DATOS EXPERIMENTALES DE REFERENCIA

Edissón D. Valdospin, Javier García

Resumen—: El presente proyecto experimental se basa en el análisis y comparación de datos de referencia experimentales con datos calculados con el solver de operación de campo abierto y manipulación o por sus siglas en Ingles OpenFOAM. Se investigo la influencia de los diversos métodos de interpolación y modelos de turbulencia, en función de que el flujo sea laminar o flujo turbulento respectivamente. Para la comparación de los datos experimentales con los obtenidos mediante el software, se programaron diferentes rutinas en C++ con el objetivo de automatizar el proceso de lectura, obtención de errores y graficado de los mismos para los casos estudiados.

Palabras clave—: Validación, OpenFOAM, métodos de interpolación, modelos de turbulencia.

Abstract—: The present experimental project is based on the analysis and comparison of reference data with the data calculated with the solver of the open field operation and the manipulation by the acronym in English OpenFOAM. The influence of the different interpolation methods and turbulence models was investigated, depending on whether the flows is laminar or turbulent flow respectively. For the comparison of the experimental data with those obtained with the software, different routines were programmed in C ++ automate the process of reading, obtaining errors and graphing the same for the cases studied.

Index Terms—validation, OpenFOAM, interpolation methods, turbulence models

I. INTRODUCCIÓN

E L presente trabajo experimental trata sobre la utilización de un nuevo software para el análisis fluidodinámico mediante la simulación de geometrías simples y complejas, esto con el fin de demostrar que en la actualidad existen muchos softwares gratuitos para este tipo de análisis. Se ha escogido 8 casos para validar con dicho software mediante la simulación, análisis y comparación de resultados con datos de experimentales de referencia de la página NPARC [?], [1].

II. METODOLOGÍA

En el presente trabajo experimental para el análisis, recolección y comparación de los datos nuestros con los datos experimentales de referencia obtenidos en la página, se realizará los siguientes pasos:

- Descripción del caso: En esta sección se realizará una pequeña descripción del caso a simular con las características principales y sus condiciones de frontera a la que esta sometida dicha geometría.
- Análisis de la sensibilidad de malla: Cada caso será analizado con distintos tamaños de malla para obtener un datos más precisos para la comparación a realizarse, pero primeramente se analizará un análisis entre mallas hasta obtener el menor error posible entre estas con lo cual se procederá a elegir la malla con la cual se aplicará para la comparación mencionada.
- Análisis de los métodos de interpolación para los casos 1 y caso 2: Los métodos de interpolación a aplicar en estos dos casos son el lineal, UPWIND y QUICK, con estos tres métodos de interpolación se buscará comparar los resultados entre lineal-UPWIND, lineal-QUICK y UPWIND-QUICK para obtener resultados más precisos ya sea con la interpolación lineal que se obtengas mejores resultados o ya sean con los otros dos modelos.
- Análisis de los modelos de turbulencia: Los modelos de turbulencia a aplicar en cada uno de los casos con sus respectivas geometrías son: k-epsilon, Realizable k-Epsilon y el RNG k-Epsilon. Con estos se busca obtener resultados muy cercanos a los datos de referencia para cada caso a analizar experimentalmente.
- Comparación de datos obtenidos con los datos de referencia.

III. SIMULACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS CASOS DE REFERENCIA.

A. Caso 1: Incompressible Driven Cavity.

Edissón D. Valdospin Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica, UTA, Ambato, Ecuador, e-mail: davidvaldospin@gmail.com.

Javier García Facultad de Ingeniería Civil y Mecánica, UTA, Ambato, Ecuador, e-mail: jav.garcia@uta.edu.ec.



Fuente:[Autor]

Análisis métodos de interpolación								
Mátada	Re=400	Re=10000						
Metodo	Error % U	Error % U						
Lineal-QUICK	0,08	2,07						
Lineal-UPWIND	6,05	20.58						
QUICK-UPWIND	6,09	21,44						
Fue	ente: [Autor]							

TABLE I

ERROR MÉTODOS DE INTERPOLACIÓN EN %.

Se simuló esta geometría para los tres casos de interpolación propuestos. estos son el modelo lineal, el modelo UPWIND y el modelo QUICK. Se utilizó dos números de Reynolds para el cálculo de los métodos de interpolación. Para proceder a encontrar los datos a comparar se situó dos líneas en dicha geometría, estos puntos están representados en la Figura 1.Estas líneas representan la magnitud de las velocidades en el eje z y en el eje x respectivamente. De la Tabla I se verifica que el modelo lineal tiene un error más pequeño en relación al modelo QUICK, pero con el modelo UPWIND tienen un error más grande, por lo que para la comparación con los datos de referencia se utilizó el método de interpolación lineal.[2]



Fig. 2. Driven Cavity.

Fuente: [Autor]





Fig. 3. Laminar Flat Plate.

Fuente: [Autor]

TABLE II Error del análisis de la sensibilidad de mallado vs Solución clásica Blasius en %.

Análisis Método de interpolación vs Blasius										
Mátodo	Error % U Linea=Li									
Metodo	Li0	Li1	Li2	Li3	Li4	Li5	Li6			
Lineal	3,59	4,46	5,01	5,29	5,67	6,06	6,56			
UPWIND	3,99	4,13	4,87	5,33	5,98	6,60	7,37			
QUICK	3,63	4,50	5,05	5,32	5,69	6,08	6,59			
		Fuer	nte: [Au	itor]						

Se simuló esta geometría de placa plana para los tres casos de interpolación los cuales son modelo lineal, el modelo UPWINDy el modelo QUICK. Como el modelo es laminar se utilizó un número de Reynolds de 200000 para el cálculo de los métodos de interpolación. Para proceder a encontrar los datos a comparar se calculó los datos experimentales mediante la solución clásica de Blasius, luego mediante la simulación de la geometría con el sofware OpenFOAM se encontró los datos en las líneas colocadas en el dominio. Los datos experimentales de la solución clásica de Blasius fue comparada con los datos simulados de los distintos métodos de interpolación como se muestra en la Tabla II. En esta Tabla se verifica que los tres modelos están muy parejos ya que el error no varia mucho en casi todas las líneas.

C. Caso 3: Driver-Seegmiller Incompressible Backward-Facing Step.

 Driver-Seegmiller Incompressible Backward-Facing Step para alfa=0.



Fig. 4. Backward-Facing Step alfa=0° Fuente: [Autor]

Análisis modelos de turbulencia para alfa=0 $^\circ$								
Madala	Error % U, Linea=Li							
Widdelo	Li0	Li4	Li8	Li12	Li18	Li21		
$k-\varepsilon$	5.5	140	24	10	3	2.6		
Realizable $k - \varepsilon$	6.6	23	18	23	5	3.1		
$RNGk - \varepsilon$	6.3	40	14	18	4.4	2.9		
	Fue	ente: [A	Autor]					

 TABLE III

 Error del análisis modelos de turbulencia vs Datos de referencia en %.

En la Tabla III se observa que el modelo de turbulencia kepsilon tienen en las primeras líneas tiene un error aceptable del 5%, pero en las líneas intermedias tienen un error alto siendo uno de ellos del 140% y al final baja otra ves el error siendo aun mas aceptable ya que el error llega al 2.6% en la ultima línea. Esto quiere decir que el patrón de análisis funciona de buena manera en las líneas iniciales y en la finales, pero en las intermedias no funciona de buena manera debido a los errores encontrados. El modelo realizable k-epsilon y RNG k-epsilon presentan errores no muy aceptables pero bajos con respecto al modelo lineal en las línea intermedias del dominio[3].

• Driver-Seegmiller Incompressible Backward-Facing Step para alfa=6.



Fig. 5. Backward-Facing Step alfa=6° Fuente: [Autor]

TABLE IV Error del análisis modelos de turbulencia vs Datos de referencia en %.

Análisis modelos de turbulencia para alfa=6 $^\circ$									
Madala	Error % U, Linea=Li								
WIGHEID	Li0	Li4	Li8	Li12	Li18	Li21			
$k-\varepsilon$	6.1	39	95	60	20	21			
Realizable $k - \varepsilon$	6.7	140	34	14	17	34			
$RNGk - \varepsilon$	7.3	150	11	18	21	39			
-	Fue	ente: [A	Autor]						

En la Tabla IV se observa que el modelo de turbulencia k-epsilon no es muy aceptable porque en la mayoría de sus líneas el error calculado es alto, mientras que los modelos realizable k-epsilon y RNG k-epsilon tiene los valores de error relativamente bajos, los errores de estos modelos pasan del 20%, por lo que se diría que son aceptables en comparación con el modelo k-epsilon. Es decir que el patrón de análisis

funciona para estos dos modelos mencionados, mientras que para el k-epsilon no lo son.



Fuente: [Autor]

D. Caso 4: Fraser Subsonic Conical Diffuser.



Fig. 7. Fraser Conical Diffuser.

TABLE V Error del análisis modelos de turbulencia.

Fuente: [Autor]

Análisis de los modelos de turbulencia								
Madala	# Coldes	Error % U, Linea=L						
wiodelo	# Celuas	Li0	Li1	Li2				
k-arepsilon	80460	11.10	15.14	37.84				
Realizable $k - \varepsilon$	56760	16.21	11.21	21.21				
$RNGk - \varepsilon$	39960	24.89	13.06	20.72				
-	Fuente: [A	utor]						

De la Tabla V se observa que para primera línea el error es bajo para el modelo k-epsilon, pero para los modelos realizable k-epsilon y RNG k-epsilon el error es mayor, pero para las líneas siguientes el error es más grande para k-epsilon mientras que para los otros modelos son un poco mas pequeños, por lo que se puede comentar que el patrón de simulación para los diferentes modelos de turbulencia funcionan de una manera adecuada en las primeras líneas para el modelo k-epsilon mientras que para las últimas líneas los modelos realizable k-epsilon y RNG k-epsilon.[4]

E. Caso 5: Incompressible, Buice Axisymmetric Diffuser.



Fig. 8. Buice Axisymmetric Diffuser. Fuente: [Autor]

Análisis de los modelos de turbulencia									
Modelo	Error % U, Linea=Li								
Widdeld	Li0	Li2	Li4	Li6	Li7				
$k-\varepsilon$	9.71	13.49	161.29	122.61	29.70				
Realizable $k - \varepsilon$	11.16	14.02	46.39	61.40	16.85				
$RNGk - \varepsilon$	10.37	10.67	125.85	110.27	25.81				
	Fuen	te: [Auto	or						

 TABLE VI

 Error del análisis modelos de turbulencia.

De los datos tabulados en la Tabla VI se puede comentar que los errores encontrados en la simulación de la geometría no son tan aceptables ya que el error más bajo da un valor aproximado al 10%. De los tres modelos de turbulencia aplicados en la geometría del elemento y la tabulación de los datos se concluye que el modelo de turbulencia realizable k-epsilon es el modelo que dio errores menores al 100% como es en el caso de k-epsilon y el RNG k-epsilon.[1]

F. Caso 6: Incompressible, Turbulent Flat Plate.



Fig. 9. Turbulent Flat Plate.

Fuente: [Autor]

TABLE VII
Error del análisis modelos de turbulencia

Análisis de los modelos de turbulencia									
Madala]	Error % U, Linea=Li							
wiouelo	Li0	Li1	Li2	Li3	Li4				
$k-\varepsilon$	3.25	5.23	4.76	4.62	4.26				
Realizable $k - \varepsilon$	4.74	61	120	135	150				
$RNGk - \varepsilon$	2.85	5.63	5.72	5.69	5.37				
	Fuente	: [Auto	r]						

De los datos tabulados del análisis de la placa con flujo turbulento en la Tabla VII se observa que los métodos de interpolación k-epsilon y RNG k-epsilon dan unos errores aceptables ya que estos radican entre 0 a 5%, por lo que se puede decir que son errores aceptables para el caso. Mientras que para el modelo realizable k-epsilon no es aceptable debido a que los valores se disparan siendo incluso mayor al 100%.

G. Caso 7: Laminar Flow over a Circular Cylinder.



Fig. 10. Circular Cylinder. Fuente: [Autor]

 TABLE VIII

 Circular cylinder-Análisis modelos de interpolación

Análisis de los modelos de interpolación										
Mátodo	# Itor	Velo	cidad	Frecuencia [Hz]						
Metodo	# Itel	min	max	1° Armónico						
Lineal	625	-19	66.82	8						
QUICK	801	-17.3	66.82	7.64						
UPWIND	420	-9.7	66.82	0.84						
		Fuente:	[Autor]							

De los tres métodos de interpolación aplicados para la simulación y análisis de este caso se puede decir que en el transcurso del cálculo total el que fue mejor que todos fue el método de interpolación QUICK, esto debido a que fue el único que termino se simular la geometría mientras que los otros erraban ya faltando un 15% de acabar el proceso. De los datos de referencia obtenidos en la pág NPARC se conoce que la frecuencia es de 10.77 1/s, mientras que el simulado



Fig. 11. Circular Cylinder. Fuente: [Autor]

da una frecuencia de 8 Hz.

H. Caso 8: Ejector Nozzle.



Fig. 12. Ejector Nozzle.

Fuente: [Autor]

TABLE IX Error del análisis modelos de turbulencia.

Análisis de los modelos de turbulencia									
Madala	Error % U, Linea=Li								
WIGUEIO	Li0	Li2	Li4	Li5	Li6				
$k-\varepsilon$	12.04	4.90	4.85	13.19	27.97				
Realizable $k - \varepsilon$	11.97	9.55	23.33	19.50	27.47				
$RNGk - \varepsilon$	13.30	6.90	9.75	7.69	13.82				
	Fuent	te: [Aut	or]						

De los datos tabulados en la Tabla IX se puede decir que los errores son muy altos para todos los modelos de turbulencia, esto debido ha que la geometría es compuesta y también debido a las condiciones de contorno puestas en la misma. Para mas información se puede observar los datos que obtiene el autor [5].



Fig. 13. Ejector Nozzle.

Fuente: [Autor]

IV. CONCLUSIONES

- Los métodos de interpolación usados en el presente trabajo experimental dieron como resultado que el modelo lineal es mucho mejor que los otros modelos ya que el error oscilaba entre 0.08 al 5%. Se puede decir que es un error aceptable para el cálculo de los casos analizados.
- En el primer caso se dio lo que decía el artículo de GHIA GHIA [2], el cual mencionó que el error en el cálculo de la cavidad aumentaba a medida que el número de Reynolds sube, es decir que el número de Reynolds es directamente proporcional al error, mientras mas pequeño es el número de Reynolds mas pequeño es el error y mientras mal grande es Reynolds mas grande es el error.
- De los tres modelos de turbulencia aplicados en las geometrías y con la verificación de los datos tabulados para

cada caso, se puede decir que el modelo de turbulencia kepsilon logró predecir mejor el flujo con desprendimiento en un 70% de los casos en los cuales se aplicó la turbulencia

- El análisis de la sensibilidad de malla realizado en los primeros caso dio como resultado que ésta afecta de gran manera a los elementos simulados, es decir si tienen una malla pequeña los datos tienden a tener un error alto mientras que si el tamaño de malla es media o alta los datos son mas fiables y con un error promedio entre el 2 al 7% una vez realizado la comparación con los datos experimentales de referencia
- No todos los métodos de interpolación ni los modelos de turbulencia son adecuados para todas las geometrías, un gran ejemplo de cálculo fluidodinámico realizado para el Laminar Flow over a Circular Cylinder en el cual se procedió a calcular con los tres métodos de interpolación los cuales son el lineal, QUICK y UPWINDen el cual para los dos primeros el cálculo se lo realizó satisfactoriamente, mientras que para el UPWIND falló a cierto tiempo después de unas pocas oscilaciones.

REFERENCES

- https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/archive.html. [Online]. Available: https://www.grc.nasa.gov/www/wind/valid/archive.html
- [2] U. Ghia, K. N. Ghia, and C. T. Shin, "High-re solutions for incompressible flow using the navier-stokes equations and a multigrid method," *Journal of Computational physics*, pp. 387–411, enero 1982. [Online]. Available: https://pdfs.semanticscholar.org/211b/ 45b6a06336a72ca064a6e59b14ebc520211c.pdf
- [3] D. M. Driver and H. L. Seegmiller, "Features of a reattaching turbulent shear layer in divergent channel flow," *AIAA Journal*, vol. 23, no. 2, pp. 163–171, febrero 1985.
- [4] J. C. Dudek and N. J. Georgiadis, "Calculation of turbulent subsonic diffuser flows using the npar navier-stokes code," *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, p. 12, Jan 1996.
- [5] B. Gerald and G. Philip, "Analysis and testing of two-dimensional slot nozzle ejectors with variable area mixing sections," *National Aeronautics* and Space Administration, p. 138, May 1973.

ANEXO C.

ARTÍCULOS CIENTÍFICOS.

High-Re Solutions for Incompressible Flow Using the Navier–Stokes Equations and a Multigrid Method*

U. GHIA, K. N. GHIA, AND C. T. SHIN

University of Cincinnati, Cincinnati, Ohio 45221 Received January 15, 1982

The vorticity-stream function formulation of the two-dimensional incompressible Navier-Stokes equations is used to study the effectiveness of the coupled strongly implicit multigrid (CSI-MG) method in the determination of high-Re fine-mesh flow solutions. The driven flow in a square cavity is used as the model problem. Solutions are obtained for configurations with Reynolds number as high as 10,000 and meshes consisting of as many as 257×257 points. For Re = 1000, the (129×129) grid solution required 1.5 minutes of CPU time on the AMDAHL 470 V/6 computer. Because of the appearance of one or more secondary vortices in the flow field, uniform mesh refinement was preferred to the use of one-dimensional grid-clustering coordinate transformations.

1. INTRODUCTION

The past decade has witnessed a great deal of progress in the area of computational fluid dynamics. Developments in computer technology hardware as well as in advanced numerical algorithms have enabled attempts to be made towards analysis and numerical solution of highly complex flow problems. For some of these applications, the use of simple iterative techniques to solve the Navier–Stokes equations leads to a rather slow convergence rate for the solutions. The solution convergence rate can be seriously affected if the coupling among the various governing differential equations is not properly honored either in the interior of the solution domain or at its boundaries. The rate of convergence is also generally strongly dependent on such problem parameters as the Reynolds number, the mesh size, and the total number of computational points. This has led several researchers to examine carefully the recently emerging multigrid (MG) technique as a useful means for enhancing the convergence rate of iterative numerical methods for solving discretized equations at a number of computational grid points so large as to be considered impractical previously.

^{*} This research was supported in part by AFOSR Grant 80-0160, with Dr. James D. Wilson as Technical Monitor.

The theoretical potential of the multigrid method has been adequately exposed for the system of discretized equations arising from a single differential equation (e.g., [15, 22]). In fact, for 1–D problems, Merriam [15] has shown the likeness of the multigrid method to the direct solution procedure of cyclic reduction. This potential has been realized and demonstrated in actual solutions of sample problems [3, 5, 8, 13]. Application of the multigrid technique to the solution of a system of coupled nonlinear differential equations still poses several questions, however, that are currently being studied by various investigators [7, 21, 22].

The present study represents an effort to employ the multigrid method in the solution of the Navier-Stokes equations for a model flow problem with a goal of obtaining solutions for Reynolds numbers and mesh refinements as high as possible. The fundamental principle of the multigrid procedure is first described briefly, then its application to the governing equations is discussed in detail. Finally, the results obtained for the shear-driven flow in a square cavity at Reynolds number as high as 5000 and 10,000 are presented, together with the particular details that needed to be observed in obtaining these solutions.

2. BASIC PRINCIPLE OF MULTIGRID TECHNIQUE

Following Brandt and Dinar [7], the continuous differential problem considered is a system of l partial differential equations represented symbolically as

$$L_{j}\overline{U}(\bar{x}) = F_{j}(\bar{x}), \qquad j = 1, 2, ..., l, \quad \bar{x} \in D,$$
 (2.1)

with the m boundary conditions

$$B_i \overline{U}(\bar{x}) = G_i(\bar{x}), \qquad i = 1, 2, ..., m, \quad \bar{x} \in \partial D,$$
 (2.2)

where $\overline{U} = (U_1, U_2, ..., U_l)$ are the unknown variables, $\overline{x} = (x_1, x_2, ..., x_d)$ are the *d* independent variables of the *d*-dimensional problem, F_j and G_i are known functions on domain *D* and its boundary ∂D , respectively, and L_j and B_i are general differential operators.

A finite-difference solution to the problem described by Eqs. (2.1) and (2.2) is desired in a computational domain with grid spacing h. With a superscript h to denote the finite-difference approximation, the linear system of algebraic equations resulting from a selected difference scheme can be represented as

$$L_{j}^{h} \overline{U}^{h}(\bar{x}^{h}) = F_{j}^{h}(\bar{x}^{h}).$$
(2.3)

A conventional iterative technique for solving Eq. (2.3) consists of repeated sweeps of some relaxation scheme, the simplest being the Gauss-Seidel scheme, until convergence is achieved. It is often experienced that the convergence of the method is fast only for the first few iterations. This phenomenon can be explained if one considers a Fourier analysis of the error. Brandt [5] has thus estimated the magnitude of the smoothing rate μ defined as the factor by which each error component is decreased during one relaxation sweep of the Gauss-Seidel procedure. It is observed that Gauss-Seidel relaxation produces a good smoothing rate for those error components whose wave length is comparable to the size of the mesh; the smoothing rate of more slowly varying Fourier components of the error is relatively poor. The multigrid method is based primarily on this feature. It recognizes that a wavelength which is long relative to a fine mesh is shorter relative to a coarser mesh. Hence, after the first two or three iterations on a given fine mesh, the multigrid method switches to a coarser mesh with step size 2h, where the error components with wavelength comparable to 2h can be rapidly annihilated. The fine-grid solution determined in the first step then needs to be corrected to reflect appropriately the removal of the 2h-wavelength content from the error. Repeated application of this process over a sequence of grids constitutes the basic idea of the multigrid method.

Accordingly, the multigrid method makes use of a hierarchy of computational grids D^k with the corresponding grid functions \overline{U}^k , k = 1, 2, ..., M. The step size on D^k is h_k and $h_{k+1} = \frac{1}{2}h_k$, so that as k decreases, D^k becomes coarser. On the kth grid, Eq. (2.1) has the discretized approximate form

$$L_j^k \overline{U}^k = F_j^k. \tag{2.4}$$

The operations of transfer of functions from fine to coarse grids or from coarse to fine grids, have been termed "interpolations" by Brandt [5]. This terminology is somewhat unconventional when referring to transfer from fine to coarse grids. The alternative terminology of restriction and prolongation, used by Hackbush [13] and Wesseling [22], for example, is preferred here. The restriction operator R_k^{k-1} transfers a fine-grid function \overline{U}^k to a coarse-grid function \overline{U}^{k-1} . On the other hand, the prolongation operator, denoted as P_{k-1}^k , transfers a coarse-grid function \overline{U}^{k-1} to a fine-grid function \overline{U}^k .

For the restriction operator, the simplest possible form is "injection," whereby the values of a function in the coarse grid are taken to be exactly the values at the corresponding points of the next fine grid, i.e.,

$$(R_k^{k-1}u^k)_{i+1,j+1} = u_{2i+1,2j+1}^k.$$
(2.5)

Being computationally efficient, injection has been used very frequently, particularly in the initial phases of development of a multigrid program. In general, however, the restriction operator R_k^{k-1} may be formulated as one of many possible weighted averages of neighboring fine-grid function values. Two such operators are the optimal-weighted averaging and the full-weighted averaging operators defined by Brandt [6]. It is significant to note that these two are equivalent for 1-D problems. For 2-D problems, optimal-weighted averaging involves fewer points than fullweighted averaging, which as the name indicates, involves all eight points ($i \pm v$, $j \pm \sigma$), $v, \sigma = 0, 1$, adjacent to a given point (i, j). Hence, optimal weighting may be computationally more efficient than full weighting, but the latter provides better stability and convergence properties to a multigrid technique, particularly for problems with rapidly varying coefficients. Full weighting is also preferred by Wesseling [22] who termed it "9-point restriction" because of the number of points it employs, i.e.,

$$(R_{k}^{k-1}u^{k})_{i+1,j+1} = \frac{1}{4}u_{2i+1,2j+1}^{k} + \frac{1}{8}[u_{2i+2,2j+1}^{k} + u_{2i+1,2j+2}^{k} + u_{2i,2j+1}^{k} + u_{2i+1,2j}^{k}] + \frac{1}{16}[u_{2i+2,2j+2}^{k} + u_{2i,2j+2}^{k} + u_{2i+2,2j}^{k} + u_{2i,2j}^{k}].$$
(2.6)

Wesseling also tested a 7-point modification of the above 9-point restriction operator and found it to be almost equally suitable. The optimal-weighted averaging operator of Brandt [6] is a 5-point restriction operator derivable from Eq. (2.6) by eliminating the influence of the four corner-point values and doubling the center-point influence.

For the prolongation operator, the simplest form is derived using linear interpolation. This has been indicated by Brandt to be suitable for second-order differential equations. Prolongation by linear interpolation introduces no ambiguity when the interpolated value is desired at the midpoints of the boundaries of a mesh cell. Two options are possible, however, for obtaining the interpolated value at the center of a cell. The choice of R_k^{k-1} as defined by Eq. (2.6) suggests that the prolongation operator P_{k-1}^k also involve nine points so that the value at the cell center is obtained as the arithmetic mean of the four corner points. This leads to the 9-point prolongation operator defined by Wesseling as

$$(P_{k-1}^{k}u^{k-1})_{2i+1,2j+1} = u_{i+1,j+1}^{k-1},$$

$$(P_{k-1}^{k}u^{k-1})_{2i+2,2j+1} = \frac{1}{2}[u_{i+1,j+1}^{k-1} + u_{i+2,j+1}^{k-1}],$$

$$(P_{k-1}^{k}u^{k-1})_{2i+1,2j+2} = \frac{1}{2}[u_{i+1,j+1}^{k-1} + u_{i+1,j+2}^{k-1}],$$

$$(2.7)$$

$$(P_{k-1}^{k}u^{k-1})_{2i+2,2j+2} = \frac{1}{4}[u_{i+1,j+1}^{k-1} + u_{i+2,j+1}^{k-1} + u_{i+1,j+2}^{k-1} + u_{i+2,j+2}^{k-1}].$$

The operators defined in Eqs. (2.6) and (2.7) have the important property that P_{k-1}^{k} is the adjoint of R_{k}^{k-1} , i.e.,

$$\langle \boldsymbol{R}_{k}^{k-1}\boldsymbol{u}^{k},\boldsymbol{v}^{k-1}\rangle_{k-1} = \langle \boldsymbol{u}^{k},\boldsymbol{P}_{k-1}^{k}\boldsymbol{v}^{k-1}\rangle_{k}, \qquad (2.8)$$

where $\langle \rangle$ denotes an inner product defined as

$$\langle u^k, v^k \rangle_k \equiv \frac{1}{h_k^2} \sum_{i,j} u^k_{i,j} v^k_{i,j}.$$

$$(2.9)$$

This properly maintains the coarse-grid equation to be a "homogenization" of the fine-grid equation [2]. This is particularly important for nonlinear problems. In finite-element discretization, this property leads to coarse-grid operators defined as

$$L^{k-1} = R_k^{k-1} L^k P_{k-1}^k = (P_{k-1}^k)^* L^k P_{k-1}^k.$$
(2.10)

Brandt and Dinar [7] indicate that the choice of the restriction operators is guided by rather definite rules, so that the only flexibility in a multigrid procedure is in the selection of the smoothing technique, i.e., the relaxation technique. While this may be true to an extent, even the limited experience of the present authors with the multigrid method indicates that, within the prescribed guidelines, some modifications in the restriction and the prolongation operators do influence the efficiency of the overall algorithm. Also, the definition of convergence in the finer grids appears to influence the final solution obtained.

3. Application to Navier-Stokes Equations for Shear-Driven Cavity Flow

The laminar incompressible flow in a square cavity whose top wall moves with a uniform velocity in its own plane has served over and over again as a model problem for testing and evaluating numerical techniques, in spite of the singularities at two of its corners. For moderately high values of the Reynolds number Re, published results are available for this flow problem from a number of sources (e.g., [9, 17, 19]), using a variety of solution procedures, including an attempt to extract analytically the corner singularities from the dependent variables of the problem [10]. Some results are also available for high Re [16], but the accuracy of most of these high-Re solutions has generally been viewed with some skepticism because of the size of the computational mesh employed and the difficulties experienced with convergence of conventional iterative numerical methods for these cases. Possible exceptions to these may be the results obtained by Benjamin and Denny [4] for Re = 10,000 using a nonuniform 151×151 grid such that $\Delta x = \Delta y \simeq 1/400$ near the walls and those of Agarwal [1] for Re = 7500 using a uniform 121×121 grid together with a higherorder accurate upwind scheme. The computational time required in these studies, however, is of the order of one hour or more for these high-Re solutions. The present study aims to achieve these solutions in a computational time that is considerably smaller, thereby rendering fine-mesh high-Re solutions more practical to obtain.

Governing Differential Equations and Boundary Conditions

With the nomenclature shown in Fig. 1, the two-dimensional flow in the cavity can be represented mathematically in terms of the stream function and the vorticity as follows, with the advective terms expressed in conservation form:

Stream Function Equation:
$$\psi_{xx} + \psi_{yy} + \omega = 0.$$
 (3.1)

Vorticity Transport Equation:

$$\omega_{xx} + \omega_{yy} - \operatorname{Re}[(\psi_{y}\omega)_{x} - (\psi_{x}\omega)_{y}] = \operatorname{Re}\omega_{t}.$$
(3.2)

Boundary conditions. The zero-slip condition at the nonporous walls yields that ψ and its normal derivatives vanish at all the boundaries. As is well known, this



FIG. 1. Cavity flow configuration, coordinates, nomenclature, and boundary conditions.

provides no direct condition for ω at the walls. Theoretically, this should not pose a difficulty if the equations for ω and ψ are solved simultaneously and if all boundary conditions are imposed implicitly. In practice, however, the boundary conditions for ω are derived from the physical boundary conditions together with the definition of ω as given by Eq. (3.1).

Thus, at the moving wall y = 1, j = J:

$$\psi_J = 0, \tag{3.3}$$

$$\omega_{J} = -\psi_{yy} = -(\psi_{J+1} - 2\psi_{J} + \psi_{J-1})/\Delta y^{2}, \qquad (3.4)$$

where ψ_{J+1} is evaluated from a third-order accurate finite-difference expression for ψ_{y_J} which is a known quantity at the boundary, i.e.,

$$\psi_{y_J} = (2\psi_{J+1} + 3\psi_J - 6\psi_{J-1} + \psi_{J-2})/(6\Delta y). \tag{3.5}$$

The resulting expression (3.4) for ω_J is then second-order accurate (see [12]).

Expressions for ω at other boundaries are obtained in an analogous manner.

Discretization

The discretization is performed on a uniform mesh. In fact, with a multigrid solution technique, nonuniform mesh or grid-clustering coordinate transformations are not essential since local mesh refinement may be achieved by defining progressively finer grids in designated subdomains of the computational region. Second-order accurate central finite-diferrence approximations are employed for all second-order derivatives in Eqs. (3.1) and (3.2). The convective terms in Eq. (3.2) are represented via a first-order accurate upwind difference scheme including its second-order accurate term as a deferred correction, as formally suggested by Khosla and Rubin [14]. This ensures diagonal dominance for the resulting algebraic equations, thus lending the necessary stability property to the evolving solutions while restoring second-order accuracy at convergence.

Relaxation Scheme (Smoothing Operator)

In the multigrid method, the role of the iterative relaxation scheme is not so much to reduce the error as to smooth it, i.e., to eliminate the high-frequency error components. Due to the coupling between governing equations (3.1) and (3.2) as well as through the vorticity boundary conditions (Eq. (3.4)), sequential relaxation of the individual equations (3.1) and (3.2) would have poor smoothing rate. For example, smooth errors in ψ could produce high-frequency error components in the vorticity solution via the boundary condition for ω . On the other hand, a convergent solution of each equation at each step would constitute a very inefficient procedure. An appropriate approach consists of relaxing the coupled governing equations (3.1) and (3.2) simultaneously and incorporating the vorticity boundary conditions implicitly. A coupled Gauss-Seidel procedure or a coupled alternating-directing implicit scheme may be used for this purpose. Rapid convergence, however, of the coarsest-grid solution as required in the full multigrid algorithm [6] can be safely assured by the use of these methods only when the coarsest mesh is not too fine. On the other hand, for the driven-cavity flow at high Re, too coarse a grid does not retain enough of the solution features and cannot, therefore, provide an appropriate initial approximation to the fine-grid solution for high-Re flow. Hence, the present work employs the coupled strongly implicit (CSI) procedure of Rubin and Khosla [18]. This scheme is a two-equation extension of the strongly implicit procedure developed by Stone [20] for a scalar elliptic equation and may be viewed as a generalization of the Thomas algorithm to two-dimensional implicit solutions. Its effectiveness has been demonstrated by Rubin and Khosla [18] via application to a number of flow problems. The present authors have also found it to be useful in conjunction with the multigrid technique [11]. The procedure may be approximately likened to incomplete lower-upper (ILU) decomposition which is considerably more efficient, manifesting lower values of the smoothing factor μ than the simple Gauss-Seidel relaxation procedure.

Prolongation and Restriction Operators

The prolongation operator was always chosen to be the 9-point operator given in Eq. (2.7) except for converged coarse-grid solutions where cubic interpolations were used as suggested by Brandt [6]. For the restriction operator, simple injection as well as the 5-point operator (optimal weighting) and the 9-point operator (Eq. (2.6)) were employed. While the first two generally provided convergent solutions, 9-point restriction led to improved convergence for the very high Re cases computed.

Multigrid Procedure

For the present nonlinear problem, the full approximation scheme (FAS) was employed, rather than a correction scheme. Also, the full multigrid (FMG) algorithm was preferred over the cycling algorithm since a converged coarse-grid solution is generally obtainable by the CSI procedure used for relaxation. It is possible that, for the higher-Re cases computed, the cycling algorithm could also be used with the first approximation of the finest-grid solution being provided by the solution of a preceding calculation with a lower value of Re. Finally, the "accommodative" version of the multigrid procedure was used so that convergence as well as convergence rate were monitored during the process of relaxation on a given grid in order to control the computational procedure, particularly with respect to switching from one grid to another. The accommodative FAS-FMG procedure used here follows that detailed by Brandt [6]. This procedure is briefly described below.

The solution on grid D^k is denoted as u^k . This is prolongated to the next finer grid D^{k+1} using the prolongation operator to provide an estimate for u^{k+1} as

$$u_{\rm est}^{k+1} = P_k^{k+1} u^k. \tag{3.6}$$

This estimate is used as the initial guess for the solution on grid D^{k+1} , i.e., for solving the equation

$$L^{k+1}u^{k+1} = F^{k+1}. (3.7)$$

Convergence is defined to occur when the norm e_{k+1} of the dynamic residuals of Eq. (3.7) is below a specified tolerance, ε_{k+1} , i.e.,

$$e_{k+1} < \varepsilon_{k+1}, \tag{3.8}$$

with ε_{k+1} taken to be 10^{-4} in the present work. It must be recognized that this assigned value for ε_{k+1} remains in effect only until the first multigrid cycle is executed, during which ε_{k+1} is redefined as described later in Eqs. (3.13) and (3.14). During the relaxation process, the convergence rate for Eq. (3.7) is also monitored and compared with the theoretical smoothing rate of the relaxation procedure used. Accordingly, if the ratio of the residuals e_{k+1}^n and e_{k+1}^{n+1} for two consecutive iterations *n* and (n + 1) is smaller than the smoothing rate of the scheme, the iteration process is continued. Following convergence, *k* is incremented by unity and the steps indicated by Eqs. (3.6) and (3.7) are repeated. This is continued until k = M, i.e., convergence on the desired finest grid is achieved, yielding the required final solution. If, at any stage of the relaxation process for $k \neq 1$, i.e., for all but the coarsest grid, the convergence rate is not satisfactory, i.e., if

$$e_{k+1}^{n+1}/e_{k+1}^n > \eta, \tag{3.9}$$

where $\eta = \mu$, the scheme smoothing rate, then a multigrid cycle is interjected in the procedure. The multigrid cycle consists of computing a coarse-grid correction u_{k+1}^{k} to the evolving fine-grid solution u_{old}^{k+1} by solving the equation

$$L^{k} u_{k+1}^{k} = f^{k}, (3.10)$$

where

$$f^{k} \triangleq L^{k}(R_{k+1}^{k}u_{\text{old}}^{k+1}) + R_{k+1}^{k}(f^{k+1} - L^{k+1}u_{\text{old}}^{k+1}).$$
(3.11)

If (k + 1) is currently the finest level, then $f^{k+1} \equiv F^{k+1}$. This correction is used to improve the old fine-grid solution according to the relation

$$u_{\text{new}}^{k+1} = u_{\text{old}}^{k+1} + P_k^{k+1} (u_{k+1}^k - R_{k+1}^k u_{\text{old}}^{k+1}).$$
(3.12)

Convergence of Eq. (3.10) is defined to occur when the residual norm e_k for this equation is smaller than the residual norm e_{k+1} for the finer grid, i.e., when

$$\boldsymbol{e}_{k} < \boldsymbol{\varepsilon}_{k} = \delta \boldsymbol{e}_{k+1} \tag{3.13}$$

where $\delta < 1$; the value used was $\delta = 0.2$.

Following the correction according to Eq. (3.12), the solution of Eq. (3.7) proceeds as before.

If the solution of Eq. (3.10) itself does not exhibit a satisfactory convergence rate, defined in a manner analogous to Eq. (3.9), then a second multigrid cycle may be performed by going to a yet coarser grid D^{k-1} to enhance the convergence rate of Eq. (3.10). Thus, a sequence of multigrid cycles may be nested, one inside another, to solve the current finest-grid equation efficiently. On the currently finest grid D^{k+1} in this nest, convergence should be attained to within the estimated truncation error τ_k so that, corresponding to Eq. (3.8) the convergence criterion used is

$$e_{k+1} < \varepsilon_{k+1} = \alpha^q \tau_k, \tag{3.14}$$

where τ_k is the norm of $(F^k - f^k)$, $\alpha = (h_{k+1}/h_k)^2$, and q = 1 for second-order accurate discretization. As will be discussed in the next section, modification of Eq. (3.14) to include α^q , with q > 1, appears to influence the converged numerical values of the solution.

4. FINE-GRID AND HIGH-RE RESULTS FOR DRIVEN CAVITY

The correctness of the analysis, the solution procedure, and the computer program were assessed by first obtaining fine-mesh solutions for the case with Re = 100 for which ample reliable results are available in the literature. This case was also intended for experimentation with some of the parameters associated with the



FIG. 2a. Comparison of u-velocity along vertical lines through geometric center and primary vortex center.



FIG. 2b. Comparison of profiles of v-velocity along horizontal lines through geometric center and primary vortex center.

multigrid procedure, namely, selection of η in Eq. (3.9), values q_{ψ} and q_{ω} for q in Eq. (3.14), the coarsest mesh width, the finest mesh width h_M , and the prolongation and restriction operators. It was observed that h_M is the most important parameter, especially for high Re. Also, as Re increased, very coarse grids could not be included in the procedure. The smoothing factor μ for the CSI procedure used is expected to be smaller than that for the Gauss-Seidel scheme. Nevertheless, for Re = 100 and 400, $\eta = 0.5$ was used. The value of η had to be increased gradually with Re; for Re = 10,000, $\eta = 0.7$ was needed. Similarly, a time step of infinity could be used in the vorticity equation for Re up to 3200 but had to be reduced rather rapidly as Re increased. For Re = 10,000, $\Delta t = 0.1$ was required. The corresponding values Δt_{ω} used by Benjamin and Denny [4] in conjunction with the ADI solution procedure for the case with Re = 10,000 were smaller than this by several orders of magnitude; this may also partly explain the reduction in computational time achieved by the present solution technique. Initially, q = 1 was used in Eq. (3.14). For Re = 100, this proved adequate in the respect that the results agreed well with available solutions. But for Re \ge 1000, the values obtained, for instance, for $|\psi_{\min}|$ at the center of the primary vortex were somewhat lower than the published solutions. Better comparison resulted from the use of q > 1. This is because increasing q enforces continuation of the iteration process and leads to some further reduction of the dynamic residuals e_{k+1} , while also modifying the actual solution simultaneously. The results published by most previous investigators have been obtained subject to the convergence criterion that the relative change in two successive iterates of the solution at each computational point be below a prescribed small value. Frequently, the choice of this value is not related to the truncation error in the finite-difference approximation. On the other hand, in the present computational procedure, convergence on the finest grid is defined in terms of the truncation error. Hence, the results presented here employed $q_{\omega} = 4$ and $q_{\phi} = 5$, except for the cases with Re = 7500 and 10,000 which used $q_{w} = 4.$

Figures 2a and b show the velocity profiles for u along vertical lines and v along

			Legend				
Re	100	400	1000	3200	5000	7500	10000
Source	a	b	С	d	e	f	g
Present							
Rubin and Khosla [1977]	Δ						
Nallasamy & Prasad [19 7 7]							
Agarwal [1981]	0	÷	•	0		0	

397

horizontal lines passing through the geometric center of the cavity and through the center of the primary vortex in the flow. The origins for these graphs for various values of Re have been displaced for clarity of the profiles. The thinning of the wall boundary layers with increase in Re is evident from these profiles, although the rate of this thinning is very slow for Re \geq 5000. The near-linearity of these velocity profiles in the central core of the cavity is indicative of the uniform vorticity region that develops here for large Re. The high-Re profiles of u exhibit a kink near y = 1, while a similar behavior is observed for the v profiles near x = 1. Such behavior has been reported by some previous investigators, and is seen to persist in the present fine-grid solutions. This would imply that the velocity distributions near these walls are not extremely sensitive to mesh size. The values of ψ and ω at the vortex center are observed to be considerably more sensitive to mesh size than these velocity profiles.

Included in Fig. 2 are the available results of [1, 16, 17]. For Re = 100, all results agree well with one another as well as with the present solutions, indicating that for this value of Re, the coarser grids employed by the previous investigators were quite adequate. As Re increases, however, the inadequacy of coarse meshes gradually becomes apparent. This is particularly evident in the solutions reported by Nallasamy

			·					
129- grid					Re			
pt. no.	У	100	400	1000	3200	5000	7500	10,000
129	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000	1.00000
126	0.9766	0.84123	0.75837	0.65928	0.53236	0.48223	0.47244	0.47221
125	0.9688	0.78871	0.68439	0.57492	0.48296	0.46120	0.47048	0.47783
124	0.9609	0.73722	0.61756	0.51117	0.46547	0.45992	0.47323	0.48070
123	0.9531	0.68717	0.55892	0.46604	0.46101	0.46036	0.47167	0.47804
110	0.8516	0.23151	0.29093	0.33304	0.34682	0.33556	0.34228	0.34635
95	0.7344	0.00332	0.16256	0.18719	0.19791	0.20087	0.20591	0.20673
80	0.6172	-0.13641	0.02135	0.05702	0.07156	0.08183	0.08342	0.08344
65	0.5000	-0.20581	-0.11477	-0.06080	-0.04272	-0.03039	-0.03800	0.03111
59	0.4531	-0.21090	-0.17119	-0.10648	-0.86636	-0.07404	-0.07503	-0.07540
37	0.2813	-0.15662	-0.32726	-0.27805	-0.24427	-0.22855	-0.23176	-0.23186
23	0.1719	-0.10150	-0.24299	-0.38289	-0.34323	-0.33050	-0.32393	-0.32709
14	0.1016	-0.06434	-0.14612	-0.29730	-0.41933	-0.40435	-0.38324	-0.38000
10	0.0703	-0.04775	-0.10338	-0.22220	-0.37827	-0.43643	0.43025	-0.41657
9	0.0625	-0.04192	-0.09266	-0.20196	-0.35344	-0.42901	-0.43590	-0.42537
8	0.0547	-0.03717	-0.08186	-0.18109	-0.32407	-0.41165	-0.43154	-0.42735
1	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000

TABLE I

Results for u-velocity along Vertical Line through Geometric Center of Cavity

and Prasad [16]. Nevertheless, the fourth-order accurate spline method of Rubin and Khosla [17] remains satisfactory with a 17×17 mesh at Re = 1000. Also, the third-order accurate scheme of Agarwal [1] performs well with a 121×121 grid at Re = 7500, but the corresponding computer time is quite large. Unfortunately, Benjamin and Denny [4] did not present any velocity data, although their solutions are considered to be very accurate for high Re.

In view of the above remarks, the present fine-mesh results should be very useful. Consequently, Tables I and II list the numerical values corresponding to the velocity profiles shown in Fig. 2 for lines passing through the geometric center of the cavity. Only typical points, rather than the entire large set of computational points, along these profiles have been listed. Care has been taken to include the points of local maxima and minima for all values of Re; these points are underscored.

The streamline contours for the cavity flow configurations with Re increasing from 100 to 10,000 are shown in Fig. 3. A magnified view of the various secondary vortices is also included. The values of ψ along the contours shown are listed in Table III. For Re = 400, the results from a 129 × 129 grid as well as a 257 × 257 grid are presented in order to demonstrate that the 129 × 129 grid is adequate for moderate values of Re. Although a comparison is not shown in this figure, the extent

					. <u></u>				
129- grid		Re							
pt. no.	x	100	400	1000	3200	5000	7500	10,000	
129	1.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	
125	0.9688	0.05906	-0.12146	-0.21388	-0.39017	0.49774	-0.53858	-0.54302	
124	0.9609	-0.07391	-0.15663	-0.27669	-0.47425	-0.55069	-0.55216	-0.52987	
123	0.9531	-0.08864	-0.19254	-0.33714	-0.52357	-0.55408	-0.52347	-0.49099	
122	0.9453	-0.10313	-0.22847	-0.39188	-0.54053	-0.52876	-0.48590	-0.45863	
117	0.9063	-0.16914	0.23827	-0.51550	-0.44307	-0.41442	-0.41050	-0.41496	
111	0.8594	0.22445	-0.44993	-0.42665	-0.37401	-0.36214	-0.36213	-0.36737	
104	0.8047	-0.24533	-0.38598	-0.31966	-0.31184	-0.30018	-0.30448	-0.30719	
65	0.5000	0.05454	0.05186	0.02526	0.00999	0.00945	0.00824	0.00831	
31	0.2344	0.17527	0.30174	0.32235	0.28188	0.27280	0.27348	0.27224	
30	0.2266	0.17507	0.30203	0.33075	0.29030	0.28066	0.28117	0.28003	
21	0.1563	0.16077	0.28124	0.37095	0.37119	0.35368	0.35060	0.35070	
13	0.0938	0.12317	0.22965	0.32627	0.42768	0.42951	0.41824	0.41487	
11	0.0781	0.10890	0.20920	0.30353	0.41906	0.43648	0.43564	0.43124	
10	0.0703	0.10091	0.19713	0.29012	0.40917	0.43329	0.44030	0.43733	
9	0.0625	0.09233	0.18360	0.27485	0.39560	0.42447	0.43979	0.43983	
1	0.0000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	0.00000	

TABLE II

Results for v-Velocity along Horizontal Line through Geometric Center of Cavity



RE = 1000, UNIFORM GRID (129 x 129)



FIG. 3. Streamline pattern for primary, secondary, and additional corner vortices.



FIGURE 3 (continued)



FIGURE 3 (concluded)

	Stream 1	Vorticity			
Contour letter	Value of ψ	Contour number	Value of ψ	Contour number	Value of ω
a	-1.0×10^{-10}	0	1.0×10^{-8}	0	0.0
b	-1.0×10^{-7}	1	1.0×10^{-7}	± 1	± 0.5
с	-1.0×10^{-5}	2	$1.0 imes 10^{-6}$	±2	± 1.0
d	-1.0×10^{-4}	3	1.0×10^{-5}	±3	± 2.0
e	-0.0100	4	5.0×10^{-5}	±4	± 3.0
f	-0.0300	5	1.0×10^{-4}	5	4.0
g	-0.0500	6	$2.5 imes 10^{-4}$	6	5.0
ĥ	0.0700	7	5.0×10^{-4}		
i	0.0900	8	1.0×10^{-3}		
i	0.1000	9	1.5×10^{-3}		
k	-0.1100	10	3.0×10^{-3}		
1	0.1150				
m	-0.1175				

TABLE III

Values for Streamline and Vorticity Contours in Figs. 3 and 4

of the various secondary vortices is in excellent agreement with that reported by Benjamin and Denny [4]. The present results, however, are computationally more efficient.

In Fig. 4 we show the vorticity contours corresponding to the streamline patterns presented in Fig. 3. Again, the values of ω along these contours are listed in Table III. As Re increases, several regions of high vorticity gradients, indicated by concentration of the vorticity contours, appear within the cavity. It is seen from Fig. 4 that these regions are not aligned with the geometric boundaries of the cavity. It is for these reasons that uniform mesh refinement was used in the present study. Possible suitable alternatives appear to be the use of a basically modified non-Cartesian coordinate system and of a solution-adaptive local mesh refinement. An often-compared quantity for cavity flows is the vorticity at the midpoint of the moving wall or the minimum value of ω at this boundary. Hence, the values of ω at several selected points along this boundary are listed in Table IV, with the minimum value indicated by the underscore. These values of ω_{min} agree very well with the results tabulated in [4].

As seen from Figs. 3 and 4, fine-mesh solutions exhibit additional counter-rotating vortices in or near the cavity corners as Re increases. The effect of Re on the location of the centers of these vortices is shown in Fig. 5. In terms of the notation shown in Fig. 1, the letters T, B, L, and R denote top, bottom, left, and right, respectively; the subscript numeral denotes the hierarchy of these secondary vortices. Thus, BR_2 refers to the second in the sequence of secondary vortices that occur in the bottom right corner of the cavity. As is well known, the center of the primary vortex is offset

RE = 100, UNIFORM GRID (129 x 129)



RE = 400, UNIFORM GRID (257 x 257)



RE = 1000, UNIFORM GRID (129 x 129)



FIG. 4. Vorticity contours for flow in driven cavity.

towards the top right corner at Re = 100. It moves towards the geometric center of the cavity with increase in Re. Its location becomes virtually invariant for $Re \ge 5000$. All the secondary vortices appear initially very near the corners (or near the wall, in the case of the vortex TL_1) and their centers also move, though very slowly, towards the cavity center with increase in Re. At the larger values of Re considered, the convection of these secondary eddies is evidenced by the direction of movement of the centers of these vortices.

The computational advantage gained by use of the MG procedure is best illustrated in terms of the behavior of the root-mean square (RMS) value of the dynamic residuals of the discretized governing equations in the finest grid. In Fig. 6 we show the finest-grid RMS residuals for ψ and ω obtained during a single-grid computation with $h = \frac{1}{128}$ (solid curve) as well as a multigrid calculation with $h_M = \frac{1}{128}$ and M = 6



RE = 7500, UNIFORM GRID (257 x 257)



RE = 10000, UNIFORM GRID (257 x 257)



FIGURE 4 (continued)

(solid and dashed lines). Flow configurations with Re = 100 and Re = 1000 have been examined. In both cases, even the single-grid calculations exhibit a rapid initial decay of the RMS residuals for ψ as well as ω during the first 4-6 iterations (work units). Thereafter, the solid curves show a marked decrease in their slope. Employing the multigrid process after these first 4-6 work units tends to retain the initial decay rate for the errors during the overall computation.

It is important to mention two points with respect to the MG curves in Fig. 6. First, the solid portions of the MG-curves correspond to the relaxation step (smoothing) on the finest grid while the dashed portions correspond to the coarse-grid correction due to the MG cycle. Second, although convergence was defined on the basis of the arithmetic average of the RMS residual in ω and ψ , the convergence rate was examined in terms of the RMS residual in ω alone. It is perhaps for this reason

TABLE IV

Results for Vorticity ω along Moving Boundary

				Re			
x	100	400	1000	3200	5000	7500	10,000
0.0000	-	-	•		-		-
0.0625	40.0110	53.6863	75.5980	126.670	146.702	180.927	209.452
0.1250	22.5378	34.6351	51.0557	89.3391	103.436	125.131	145.073
0.1875	16.2862	26.5825	40.5437	75.6401	91.5682	111.115	127.928
0.2500	12.7844	21.0985	32.2953	61.7864	77.9509	98.2364	116.275
0.3125	10.4199	16.8900	25.4341	47.1443	60.0065	75.6334	90.0231
0.3750	8.69628	13.7040	20.2666	35.8795	45.8622	56.9345	67.1400
0.4375	7.43218	11.4537	16.8350	28.9413	37.3609	45.9128	53.5905
0.5000	6.57451	10.0545	14.8901	25.3889	33.0115	40.3982	46.8271
0.5625	6.13973	9.38889	14.0928	24.1457	31.3793	38.3834	44.3287
0.6250	6.18946	9.34599	14.1374	24.4639	31.5791	38.6951	44.6303
0.6875	6.82674	9.88979	14.8061	25.8572	33.0486	40.6123	46.8672
0.7500	8.22110	11.2018	16.0458	27.9514	35.3504	43.5641	50.3792
0.8125	10.7414	13.9068	18.3120	30.4779	38.0436	46.8901	54.3725
0.8750	15.6591	19.6859	23.8707	34.2327	41.3394	50.0769	57.7756
0.9375	30.7923	35.0773	42.1124	49.9664	56.7091	61.4046	66.0352
1.0000							—



FIG. 5. Effect of Reynolds number on location of vortex centers.



FIG. 6. Convergence of single grid and multigrid computational procedures. Single grid $(h = \frac{1}{128})$ Re = 100: (\bullet) e_{ψ} , (\blacksquare) e_{ω} ; Re = 1000: (\blacktriangle) e_{ψ} , (\bullet) e_{ω} . Multigrid $(h_M = \frac{1}{128}, M = 6)$ Re = 100: (\bigcirc) e_{ψ} , (\Box) e_{ω} ; Re = 1000: (\triangle) e_{ψ} , (\diamondsuit) e_{ω} .

that ω exhibits a much more desirable convergence behavior than ψ because the convergence rate is indeed the parameter that comprises the basis for interjecting an MG cycle in the solution procedure. Some further improvement in the overall convergence process may be possible by also including the convergence rate of ψ in the criterion controlling switching to the coarse-grid correction step.

Finally, a comprehensive survey of the properties of the primary and secondary vortices in the driven-cavity flow is provided in Table V. Some of these are directly comparable with the numerical data listed in [1, 4]. In particular, attention is drawn to the values of ψ_{\min} and $\omega_{v.c.}$ for the primary vortex. The present calculations for Re = 7500 with a 257 × 257 grid exhibit a stronger secondary vortex BR₂ than reported by Agarwal [1]. Consequently, the present primary vortex is somewhat weakened. Nevertheless, the approach of $\omega_{v.c.}$ to the infinite-Re value of 1.886 is clear, although this value is approached "from below" for the present solutions.

TABLE

Properties of Primary

Number	Property	100	400	1000
Primary	Ψmin	-0.103423	-0.113909	-0.117929
•	$\omega_{\rm v}$	3.16646	2.29469	2.04968
	Location, x, y	0.6172, 0.7344	0.5547, 0.6055	0.5313, 0.5625
First	ψ_{\max}		_	—
Т	ω _{v c}	_	_	_
	Location, x, y			_
	H,	_	_	
	V_L^L	—	—	—
BL	ψ_{\max}	$1.74877 imes 10^{-6}$	1.41951×10^{-5}	2.31129×10^{-4}
	$\omega_{\rm v.c.}$	$-1.55509 imes 10^{-2}$	-5.69697×10^{-2}	-0.36175
	Location, x, y	0.0313, 0.0391	0.0508, 0.0469	0.0859, 0.0781
	H_L	0.0781	0.1273	0.2188
	V_L	0.0781	0.1081	0.1680
BR	Vmax	1.25374×10^{-5}	6.42352×10^{-4}	1.75102×10^{-3}
	$\omega_{\rm wax}$	-3.30749×10^{-2}	-4.33519×10^{-1}	-1.15465
	Location. x. v	0.9453, 0.0625	0.8906, 0.1250	0.8594, 0,1094
	Н.	0.1328	0.2617	0.3034
	V_L	0.1484	0.3203	0.3536
Second	ψ_{\min}		-7.67738×10^{-10}	
BL	$\omega_{\rm v.x.}$		$9.18377 imes 10^{-4}$	—
	Location, x, y	_	0.0039, 0.0039	_
	H_{i}		0.0039	
	V_L	—	0.0039	_
BR	ψ_{\min}	—	$-1.86595 imes 10^{-8}$	-9.31929×10^{-8}
	$\omega_{\rm v.c.}$		4.38726×10^{-3}	$8.52782 imes 10^{-3}$
	Location, x, y		0.9922, 0.0078	0.9922, 0.0078
	H ₁		0.0156	0.0078
	V_L		0.0156	0.0078
Third	ψ_{\max}	_	—	_
BR	Location, x, y	—		
	H_L	—	—	·
	V_L	_		_
Work units		18.84	18.08	31.56
CPU seconds		53.59	215.05	92.27
Mesh points		129	257	129

and Secondary Vortices

Re	

v

3200	5000	7500	10,000	
-0.120377	-0.118966	-0.119976	-0.119731	
1.98860	1.86016	1.87987	1.88082	
0.5165, 0.5469 0.5117, 0.5352		0.5117, 0.5322	0.5117, 0.5333	
7.27682×10^{-4}	1.45641×10^{-3}	2.04620×10^{-3}	2.42103×10^{-3}	
-1.71161	-2.08843	-2.15507	-2.18276	
0.0547, 0.8984	0.0625, 0.9102	0.0664, 0.9141	0.0703, 0.9141	
0.0859	0.1211	0.1445	0.1589	
0.2057	0.2693	0.2993	0.3203	
$9.7823 imes 10^{-4}$	1.36119×10^{-3}	1.46709×10^{-3}	1.51829×10^{-3}	
<u>-1.06301</u>	-1.53055	-1.78511	-2.08560	
0.0859, 0.1094	0.0703, 0.1367	0.0645, 0.1504	0.0586, 0.1641	
0.2844	0.3184	0.3339	0.3438	
0.2305	0.2643	0.2793	0.2891	
3.13955×10^{-3}	$3.08358 imes 10^{-3}$	3.28484×10^{-3}	3.41831×10^{-3}	
-2.27365	-2.66354	-3.49312	-4.0531	
0.8125, 0.0859	0.8086, 0.0742	0.7813, 0.0625	0.7656, 0,0586	
0.3406	0.3565	0.3779	0.3906	
0.4102	0.4180	0.4375	0.4492	
-6.33001×10^{-8}	$-7.08860 imes 10^{-8}$	-1.83167×10^{-7}	$-7.75652 imes 10^{-1}$	
1.44550×10^{-2}	1.88395×10^{-2}	1.72980×10^{-2}	2.75450×10^{-2}	
0.0078, 0.0078 0.0117, 0.0078		0.0117, 0.0117	0.0156, 0.0195	
0.0078	0.0156	0.0234	0.0352	
0.0078	0.0163	0.0254	0.0441	
-2.51648×10^{-7}	-1.43226×10^{-6}	-3.28148×10^{-5}	-1.31321×10^{-1}	
9.74230×10^{-3}	3.19311×10^{-2}	1.41058×10^{-1}	3.12583×10^{-1}	
0.9844, 0.0078	0.9805, 0.0195	0.9492, 0.0430	0.9336, 0.0625	
0.0254	0.0528	0.1270	0.1706	
0.0234	0.0417	0.0938	0.1367	
	_	1.58111×10^{-9}	$5.66830 imes 10^{-9}$	
	_	0.9961, 0.0039	0.9961, 0.0039	
	_	0.0039	0.0039	
<u></u>	—	0.0039	0.0039	
78.25	70.8125	68.50	99.5	
207.26	734.49	705.62	986.65	
129 257		257	257	

SUMMARY

Fine-mesh solutions have been obtained very efficiently for high-Re flow using the coupled strongly implicit and multigrid methods. The various operators and parameters in the multigrid procedure were examined, especially for high-Re flow. The use of 9-point restriction, or full-weighting, was found to be superior to 5-point restriction, or optimal weighting. The finest mesh size employed in the grid sequence continues to be a very significant parameter. The smoothing factor of the iteration scheme was seen to be influenced by the physical problem parameters, namely, Re. The definition used for convergence on current fine grids was also observed to influence the final solutions.

The robustness and the efficiency of the overall solution technique has been demonstrated using the model problem of flow in a driven square cavity. Detailed accurate results have been presented for this problem. Up to 257×257 , i.e., 66049 computational points and Re as high as 10,000 have been considered, with CPU time of 16 to 20 minutes on the AMDAHL 470 V/6 computer. The present results agree well with published fine-grid solutions but are about four times as efficient.

Future effort includes consideration of primitive-variable formulation; true 3-D solutions may be possible in the foreseeable future, with practical CPU time requirements, by use of multigrid techniques.

References

- 1. R. K. AGARWAL, "A Third-Order-Accurate Upwind Scheme for Navier-Stokes Solutions at High Reynolds Numbers," AIAA Paper No. 81-0112, 1981.
- 2. I. BABUSKA, in "Numerical Solutions of Partial Differential Equations III" (B. Hubbard, Ed.), Academic Press, New York, 1975.
- 3. N. S. BAKHVALOV, USSR Comput. Math. Phys. 6(5) (1966), 101.
- 4. A. S. BENJAMIN AND V. E. DENNY, J. Comput. Phys. 33 (1979), 340.
- 5. A. BRANDT, Math. Comput. 31 (1977), 333.
- 6. A. BRANDT, "Multi-Level Adaptive Computations in Fluid Dynamics," AIAA Paper No. 79-1455, 1979.
- 7. A. BRANDT AND N. DINAR, in "Numerical Methods for Partial Differential Equations" (S. Parter, Ed.), Academic Press, New York, 1979.
- 8. R. P. FEDORENKO, USSR Comput. Math. Phys. 1 (1962), 1092.
- K. N. GHIA, W. L. HANKEY, AND J. K. HODGE, "Study of Incompressible Navier-Stokes Equations in Primitive Variables Using Implicit Numerical Technique," AIAA Paper No. 77-648, 1977; AIAA J. 17(3) (1979), 298.
- 10. K. N. GHIA, C. T. SHIN, AND U. GHIA, "Use of Spline Approximations for Higher-Order Accurate Solutions of Navier-Stokes Equations in Primitive Variables," AIAA Paper No. 79-1467, 1979.
- 11. K. N. GHIA, U. GHIA, C. T. SHIN, AND D. R. REDDY, in "Computers in Flow Predictions and Fluid Dynamics Experiments" (K. Ghia et al., Eds.) ASME Publication, New York, 1981.
- 12. U. GHIA, K. N. GHIA, S. G. RUBIN AND P. K. KHOSLA, Comput. Fluids 9 (1981), 123.
- 13. W. HACKBUSCH, Computing 20 (1978), 291.
- 14. P. K. KHOSLA AND S. G. RUBIN, Comput. Fluids 2 (1974), 207.
- 15. M. L. MERRIAM, "Formal Analysis of Multi-Grid Techniques Applied to Poisson's Equations in Three Dimensions," AIAA Paper No. 81-1028, 1981.

- 16. M. NALLASAMY AND K. K. PRASAD, J. Fluid Mech. 79(2) (1977), 391.
- 17. S. G. RUBIN AND P. K. KHOSLA, J. Comput. Phys. 24(3) (1977), 217.
- 18. S. G. RUBIN AND P. K. KHOSLA, Comput. Fluids 9 (1981), 163.
- 19. R. E. SMITH AND A. KIDD, "Comparative Study of Two Numerical Techniques for the Solution of Viscous Flow in a Driven Cavity," pp. 61-82, NASA SP-378, 1975.
- 20. H. L. STONE, SIAM J. Numer. Anal. 5(3) (1968), 530.
- 21. T. THUNELL AND L. FUCHS, in "Proceedings of Symposium on Numerical Methods in Laminar and Turbulent Flow" (C. Taylor, K. Morgan, and B. A. Schrefler, Eds.), pp. 141–152, Venice, Italy, 1981.
- 22. P. WESSELING, "Theoretical and Practical Aspects of a Multi-Grid Method," Report NA-37, Delft University of Technology, The Netherlands, 1980.

AIAA JOURNAL

Features of a Reattaching Turbulent Shear Layer in Divergent Channel Flow

David M. Driver* and H. Lee Seegmiller* NASA Ames Research Center, Moffett Field, California

Experimental data have been obtained in an incompressible turbulent flow over a rearward-facing step in a diverging channel flow. Mean velocities, Reynolds stresses, and triple products that were measured by a laser Doppler velocimeter are presented for two cases of tunnel wall divergence. Eddy viscosities, production, convection, turbulent diffusion, and dissipation (balance of kinetic energy equation) terms are extracted from the data. These data are compared with various eddy-viscosity turbulence models. Numerical calculations incorporating the k- ϵ and algebraic-stress turbulence models are compared with the data. When determining quantities of engineering interest, the modified algebraic-stress model (ASM) is a significant improvement over the unmodified ASM and the unmodified k-c model; however, like the others, it dramatically overpredicts the experimentally determined dissipation rate.

> \boldsymbol{v}_t ρ

ref

Nomenclature = wall skin-friction coefficient, C_{f} $\tau_w/(\frac{1}{2}\rho U_{\rm ref}^2)$ C_p wall static pressure coefficient, $(P_w - P_{\rm ref})/(\frac{1}{2}\rho_{\rm ref}U_{\rm ref}^2)$ Η = step height = turbulent kinetic energy k М = Mach number Р = static pressure Re = Reynolds number U, V= mean velocity in X and Y directions, respectively = turbulent correlation of kinetic energy (uk) in the X direction $\langle u^2 \rangle, \langle v^2 \rangle, \langle w^2 \rangle =$ mean-square velocity fluctuation in X, Y, and spanwise directions, respectively $\langle u^3 \rangle$ = turbulent triple-product correlation of u^2 in the X direction $\langle uv \rangle$ = mean-square velocity fluctuation correlation = turbulent triple-product correlation $\langle uv^2 \rangle$ of v^2 in the x direction $\langle vk \rangle$ = turbulent correlation of kinetic energy in the Y direction $\langle vu^2 \rangle$ = turbulent triple-product correlation of u^2 in the Y direction $\langle v^3 \rangle$ = turbulent triple-product correlation of v^2 in the Y direction = streamwise coordinate parallel to model X centerline measured from the edge of the step Y = vertical coordinate normal to the stepside wall measured from the bottom of the step Y_0 = tunnel height upstream of the step = opposite wall deflection angle, deg α δ = boundary-layer thickness = displacement thickness, $\int_0^{\delta} (1 - U/U_e) dy$ δ* = dissipation rate of kinetic energy E θ = momentum thickness, $\int_{0}^{\delta} (U/U_{e})(1-U/U_{e}) \,\mathrm{d}y$ = molecular viscosity $(1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s})$ ν_m

Received June 17, 1982; revision received March 22, 1984. This paper is declared a work of the U.S. Government and therefore is in the public domain.

*Research Scientist, Experimental Fluid Dynamics Branch.

= turbulent eddy viscosity = density = shear-stress
= ensemble average value
= boundary-layer edge conditions
= reference station $(x/H = -4)$ c
= reattachment station conditions
= wall
= time average value

Introduction

REATTACHMENT of separated turbulent shear layers in the presence of adverse pressure gradients occurs in many aerodynamic flows of interest; for example, flow on airfoils, in diffusers, and in cavities. Extensive separation, with the attendant lack of pressure recovery, leads to a loss in lift and an increase in drag; it is detrimental to the aerodynamic efficiency of a vehicle. In most practical situations, the reattaching shear layer is in the presence of a pressure gradient and occurs on a surface with complex geometry, making strong interaction between the separation and reattachment process likely. Independent study of either phenomenon by itself is therefore difficult. The rearward-facing step geometry offers one of the least complex separating and reattaching flows (fixed location of separation), facilitating a study of the reattachment process by itself.

Previous studies of pressure-gradient effects on rearwardfacing step flows were limited to small gradients produced by the sudden expansion of the tunnel walls at the step.¹ Recent improvements in the prediction of the backward-facing step flow with little or no pressure gradient have stimulated interest in the effects of pressure gradient on the flow.² Kuehn³ demonstrated that the reattachment process is very sensitive to pressure gradient. In contrast to Kuehn's results, turbulence models that successfully predict reattachment with little or no pressure gradient are relatively insensitive to the changes produced by large pressure gradients.² Therefore, further progress in turbulence modeling will require additional information from well-planned and detailed experiments before these more complex flows can be adequately predicted. In particular, there exists a need for detailed measurements in rearward-step flow experiments that will answer some of the following fundamental questions about turbulence modeling.

-4) conditions

What is the role of dissipation in reattachment? How are the Reynolds stresses affected by pressure gradient? What are the deficiencies in the closure models?

This paper presents detailed measurements, analyses, and comparisons with numerical predictions of two cases of reattaching turbulent shear flow behind a two-dimensional rearward-facing step in a diverging channel flow. Diverging the walls produces an adverse pressure gradient on the reattached boundary layer; however, pressure gradient is reduced in the reattachment zone. The experiment was conducted in an incompressible, high-Reynolds-number flow. Channel divergence was accomplished by deflecting the wall opposite the step. A laser Doppler velocimeter (LDV) was used to obtain mean-velocity and turbulence measurements throughout the flowfield. A laser interferometer skin-friction apparatus was used to provide skin-friction measurements along the step-side wall through the separation zone. The experiment was used as a predictive case in the 1981 Stanford conference² for evaluating turbulence models and predictive methods. Turbulent kinetic energy production, convection, and transport by Reynolds stresses and dissipation (inferred from kinetic energy equation balance) have been extracted from the data and compared with turbulence models. These data should be useful in guiding turbulence modeling efforts.

Experiment

Test Configuration

The experiments were conducted on the tunnel floor of a low-speed wind tunnel facility (see Fig. 1). The test configuration consisted of a 1.0-m long × 15.1-cm wide × 10.1-cm high rectangular inlet duct followed by a 1.27-cm rearward-facing step in the floor. The wall opposite the step (opposite wall) is hinged at a location 0.6 cm upstream of the step, permitting the wall to be deflected and a pressure gradient to be imposed on the freestream. This test configuration has a large aspect ratio (tunnel-width-to-step-height ratio of 12) to minimize three-dimensional effects in the separated region,⁴ and a small expansion ratio $[(Y_0 + H)/Y_0 = 1.125]$ to minimize the freestream pressure gradient owing to sudden expansion.⁵

The experiment was performed at a freestream velocity of 44.2 m/s and at atmospheric total pressure and temperature. These conditions correspond to a freestream Mach number of 0.128. The step-side wall boundary layer was tripped at a location 1.0 m upstream of the step with a strip of No. 60 grit sandpaper 12.5 cm long and 15.2 cm wide (full span). The wall boundary-layer thickness was 1.9 cm, and the Reynolds number (based on momentum thickness) was 5000 at a location 4 step-heights upstream of the step. This high Reynolds number was chosen to insure that the boundary layer would be fully turbulent before passing over the step.



INLET CONDITIONS:
$$U_{REF} = 44.2 \text{ m/sec}, M_{REF} = 0.128$$

 $\delta_{RI} = 1.9 \text{ cm}, \text{ Re}_{\theta} = 5000$

Fig. 1 Rearward-facing step-flow experimental geometry and inlet conditions.

Two cases of wall divergence are studied in detail: 1) a parallel-wall case ($\alpha = 6$ deg) and 2) a deflected top-wall case ($\alpha = 6$ deg). The second case resulted in a 30% increase in reattachment length.

Surface and Flowfield Measurements

Wall static pressures were measured with 0.2-mm-diam orifices on tunnel centerline typically spaced every half-step height through the recirculating and reattachment zone. The uncertainties in measuring wall pressure led to an uncertainty in the wall static pressure coefficient of ± 0.009 (with 95% confidence limits).

Time-averaged surface skin-friction measurements of the step-side wall were made, using an oil-flow laser interferometer described in Refs. 6 and 7. A drop of oil on the floor (flowing due to skin friction) will reflect laser light at the air-oil interface and from the floor (after having passed through the oil). The two reflected beams are received at a photodiode where either constructive or destructive interference takes place (depending on the instantaneous path length of the two beams). The signal produced is a time record of the change in thickness of the oil on the surface, from which skin friction is inferred. Skin friction was measured along the step-side wall for both cases of opposite-wall deflection angles. Uncertainties in skin friction were assessed to be $\pm 8\%$ for a 95% confidence level (with an uncertainty of $\pm 15\%$ in the separated region of the flow).

To detect the instantaneous near-wall flow direction, two thermal-tuft probes were mounted in the vicinity of reattachment. The thermal-tuft wall probe (described in Ref. 8) employs a central heated wire and two sensor wires (lying parallel to the heated wire), one upstream and one downstream to detect the wake of the central heated wire. All three wires were located approximately 0.25 mm above the floor. The tungsten sensor wires were 0.005 mm in diameter, and the Monel heater wire was 0.125 mm in diameter. Spacing was 1.8 mm and the wires were 3.0 mm long. The resistances of the two sensor wires were compared in a bridge circuit to determine which of the two wires was the hottest, the bridge circuit being balanced before the heater wire was turned on. A positive bridge voltage indicated flow in the downstream direction, and a negative voltage indicated flow in the upstream direction. Time-averaging the signal (normalized by the absolute magnitude of the signal) gave intermittency (percent of time the flow direction was downstream). A probe was repositioned along the floor of the tunnel to locate the reattachment point as determined by 50% intermittency.

Measurements of mean velocities, Reynolds stresses, and turbulent triple products were obtained with a two-color laser Doppler velocimeter (LDV) described in Ref. 9. The 0.488 and 0.5145 μ m wavelength beams of an argon-ion laser were used to produce two LDV fringe patterns with spacings of 4.48 and 4.57 μ m. The measuring volume was estimated to be less than 0.3 mm in diameter and 1.0 mm long in the spanwise direction. Each of the two pairs of beams had one beam Braggshifted by 40 MHz to eliminate ambiguity of flow direction. The two channels of LDV were operated simultaneously with beams aligned at +45 and -45 deg to the axis of the tunnel for measurements of U + V and U - V components of velocity. Forward scattered light from particles passing through the measuring volume was detected by photomultiplier tubes. The signals from the photomultiplier tubes were processed in counters that performed five to eight periodicity checks on the signals and digitized the signals with 0.1-ns resolution.

Five channels of data were acquired for each valid LDV measurement. Two channels were of LDV velocity data, one channel was a time reading from a 100 kHz digital clock, and two channels were of flow direction data near the wall by two thermal tufts (one situated 9.5 mm upstream of reattachment and the other 9.5 mm downstream of reattachment). The two analog signals from the thermal tufts were digitized in an analog/digital converter and all five channels were multi-

plexed into the buffer of a high-speed digital minicomputer, which recorded the data on magnetic tape. To increase the frequency of measurements, the flow was seeded with $0.5 \,\mu$ m polystyrene spheres which were carried in an alcohol vapor into the plenum chamber of the tunnel. At each measurement station, more than 10,000 particles were observed and recorded at a rate that varied from 50 samples/s in the separated zone to 2000 samples/s at the outer edge of the boundary layer.

The mean velocities, Reynolds stresses, and turbulent triple products were determined by ensemble-averaging, without velocity bias corrections. Ensemble-averaging using a bias correction was determined to be inappropriate for this set of data.¹⁰

Two-Dimensionality of the Flowfield

Two-dimensionality of the mean flow was validated, based on oil flow patterns on the tunnel floor, observations of spanwise variations of certain flow quantities, and estimates of the two-dimensional momentum integral equation from the measured data.

Computations

A concurrent numerical study by Sindir and Launder under a NASA grant was undertaken for the purpose of developing turbulence models for predicting step flows. The investigators modified a version of the TEACH code¹¹ to accommodate a kinetic-energy dissipation rate (k- ϵ) turbulence model and an algebraic-stress turbulence model (ASM). The code solves the incompressible Navier-Stokes equations in two dimensions for three to five variables, using a control-volume approach and successive line overrelaxation. In order to achieve grid independence (determined by grid refinement tests), grid sizes of 42×42 for the undeflected-wall case and 42×52 for the 6 deg deflected-wall case were used.

The modeling study began by applying the k- ϵ model to predict an earlier flow over a larger step, as well as the flow studied by Kim et al.¹² The calculations by the k- ϵ model were generally poor, with reattachment severely underpredicted. The calculations were seen to overestimate eddy viscosity and consequently overpredicted turbulent shear-stress, causing the shear layer to spread too rapidly and the flow to reattach prematurely. This led Sindir and Launder to suspect that a $k-\epsilon$ model was inadequate and that maybe it was necessary to go to an ASM. Interestingly, the ASM produced very nearly the same results as the k- ϵ model, with only a slight improvement in reattachment length. Sindir and Launder then tried modifications to the dissipation rate equation of the ASM, since the equation was merely contrived by making it resemble the kinetic energy equation and requiring that the units be correct. They discovered that a modification of the production term in the dissipation rate equation resulted in a marked improvement. As a consequence of this modification, the turbulent shear-stress was brought into closer agreement with the earlier experiments; and the reattachment length, along with most other quantities of interest, was also improved. Surprisingly enough this same modification had little or no effect on the k- ϵ model prediction.

Sindir and Launder also applied these models to the two divergent wall cases of the present study (without prior knowledge of the experimental results). They submitted their results to the 1980-81 Stanford conference² where limited comparisons were made. The present paper includes preliminary comparisons of the data and calculations. Primarily, the ASM (mod- ϵ) results will be shown, since comparisons of the other models with severely shortened reattachments are difficult to assess. Details of Sindir's work will soon be published in a doctoral thesis.¹³

Results and Discussion

Flowfield measurements were made for 22 streamwise profiles for both test cases in an effort to facilitate taking stream-



Fig. 2 Reattachment location vs top-wall deflection angle.

wise derivatives of the data. The large number of profiles also demonstrates the self-consistency of the data, and gives a well-documented flow for turbulence modelers and code developers to attempt to calculate.

Reattachment Length

The reattachment length is a sensitive parameter that has historically been used to assess the overall predictive capability of turbulence models. In this experiment, the wall opposite the step is deflected to impose a pressure gradient on the freestream and thus significantly alter reattachment. The location of reattachment was inferred from a linear interpolation of the oil-flow laser skin-friction measurements. These results are plotted as a function of top-wall deflection angle (see Fig. 2). Uncertainty of reattachment location, as measured by this technique, is indicated by the bars on the data in Fig. 2. Also plotted are reattachment locations as determined by the thermal-tuft wall probes (50% intermittency). Excellent agreement is seen between both techniques of measuring reattachment. Also plotted are calculations made by Sindir,¹³ using the ASM and the k- ϵ turbulence model with and without modifications to the divergence of the wall opposite to the step. The calculations demonstrate the significant improvement in predicting reattachment location by the modified ASM.

Wall Static-Pressure Distributions

Distribution of measured wall static pressure for both the step-side wall and opposite wall are shown in Fig. 3. A one-dimensional inviscid flow solution and calculations by Sindir are also shown. First, the data show that through the recirculating region, pressure along the step-side wall behaves nothing like that of a one-dimensional inviscid flow solution. Also evident from the measurements is the influence of separation on the flow upstream of the step. Beyond 8 step-heights downstream of reattachment, the pressure distribution becomes uniform across the tunnel, suggesting that boundary-layer assumptions will hold.

One noticeable difference in the two cases is the difference in the wall static-pressure gradient in the vicinity of reattachment. The maximum streamwise pressure gradient along the opposite wall for the undeflected-wall case ($HdC_p/dx = 0.006$) is substantially less than for the deflected-wall case ($HdC_p/dx = 0.005$). The pressure distribution along the step-side wall, however, exhibits a steeper pressure gradient in the vicinity of reattachment for the undeflected-wall case. In both cases, the significant portion of the pressure rise takes place ahead of reattachment.

Calculations for the step-side wall (shown in Fig. 3) demonstrate the premature pressure rise by the k- ϵ models and the standard ASM. The ASM (mod- ϵ) is seen to do quite well.


Fig. 3 Wall static pressure distribution.





Skin-Friction Data

Measurements of step-side wall skin friction, using the oil flow laser interferometer, are shown in Fig. 4. Also shown are measurements by Preston tube and log-law-of-the-wall velocity profiles in the attached boundary-layer region well downstream of reattachment. These agree very well with the results from the oil flow laser interferometer. Sindir's calculations are also shown.

The measurements show high levels of skin friction in the reversed flow region, an indication of the energetic mixing



Fig. 5 Mean-velocity profiles in the separated and reattached regions.

producing extremely steep velocity gradients near the wall. Tunnel wall divergence is seen to reduce the levels of skin friction in the reattached flow, as well as in the separated regions of the flow. Also seen in the measurements is the presence of a small corner eddy confined to within 2 stepheights of the step. Skin-friction measurements ahead of the step (not shown) demonstrate the influence of separation on the flow ahead of the step.

Although each of the four turbulence models does a good qualitative job of predicting the flow, the modified ASM shows improvement over the other models.

Mean Velocity Data

Streamwise velocity measurements acquired by the LDV are shown in Fig. 5 for the two test cases. The velocity predictions obtained using an ASM (mod- ϵ) are also shown.

In both cases, the data show that the velocity gradient is nearly constant across the shear layer. Also, velocity measurements near the wall indicate an early reattachment relative to measurements by either skin friction or thermal tufts. This is perhaps an indication that the flow reversal is confined to a long, thin region in the downstream portion of separation. Moreover, it is not until quite far downstream of reattachment (X/H > 16) that the measured velocity profiles near the wall show any evidence of a log-law-of-the-wall region. This may be an indication of the existence of small length scales near the wall.

Predictions by the ASM (mod- ϵ) show quite good agreement with the data.

Turbulent Reynolds Stresses

Three components of turbulent Reynolds stresses $(\langle u^2 \rangle, \langle v^2 \rangle, and \langle uv \rangle)$ were measured with the LDV. The two measured normal stresses $(\langle u^2 \rangle and \langle v^2 \rangle)$ exhibit the same overall behavior and will not be shown individually. Instead, the two-component turbulent kinetic energy $[(\langle u^2 \rangle + \langle v^2 \rangle)/2]$ is shown in Fig. 6. Also shown is the two-component turbulent kinetic energy calculated using the ASM (mod- ϵ). The turbulent shear stress $(-\langle uv \rangle)$ is shown in Fig. 7. Sindir's shear-stress calculations are also shown.

In both test cases, the measured shear-stress and the kinetic energy demonstrate the features of a free shear layer, for example, a sudden increase in energy and shear soon after the step, followed by a steady increase through 5 step-heights **FEBRUARY 1985**



Fig. 6 Turbulent kinetic-energy profiles in the separated and reattached regions.



Fig. 7 Turbulent shear-stress profiles in the separated and reattached regions.

downstream of the step. From 5 step-heights on, the kinetic energy and shear-stress decay. In contrast to the free shear layer, the wall-side of the shear layer contains high levels of turbulent kinetic energy and shear-stress.

Differences are noted in the two cases of wall divergence. A higher level of kinetic energy and turbulent shear-stress in the reattached portion of the flow is noted in the divergent wall case. This may be due to a higher rate of production from the more distorted mean velocity profile. Turbulent kinetic energy and shear-stress tend to diffuse and convect farther into the freestream in the divergent wall case.

The calculations using the ASM $(\text{mod}-\epsilon)$ are quite good overall, but the peak values of kinetic energy and shear-stress tend to be somewhat displaced from the locations of peaks



Fig. 8 Turbulent triple-product correlation profiles in the separated and reattached regions.

determined experimentally. One would expect the turbulent stress and kinetic energy to be convected along streamlines of the flow, as is the case in the experimental results. The numerical calculations appear to have trouble convecting the turbulent kinetic energy and shear-stress. Also, comparisons of the unmodified k- ϵ turbulence model and the unmodified ASM with the data (not shown) demonstrates Sindir and Launder's early findings that the models tend to overpredict the levels of shear-stress and kinetic energy.

Triple Products

The turbulent triple products that were measured are $\langle u^3 \rangle$, $\langle uv^2 \rangle$, $\langle vu^2 \rangle$, and $\langle v^3 \rangle$. The sum of the $\langle vu^2 \rangle$ and $\langle v^3 \rangle$ triple products is shown in Fig. 8. The other triple products $\langle u^3 \rangle$ and $\langle uv^2 \rangle$ were opposite in sign, but exhibited the same overall features. Again, the triple products exhibit the features of a free shear flow in the early stages of separation. They are antisymmetric about the centerline of the shear layer, reaching peak values to either side of the centerline of the shear layer and tapering off to zero at the edges of the shear layer. The triple-product correlations are seen to be virtually zero in the chaotic separated flow, as might be expected. However, the data show one major difference between the free shear layer and the reattaching shear layer: As Chanrusuda and Bradshaw first noticed,¹⁴ the triple products on the wall side of the shear layer diminished rapidly upon approaching reattachment. One theory is that large eddies (the source of the triple-product correlations) are split in half by the wall at reattachment, annihilating the correlations. Turbulence models do not attempt to calculate triple-product correlations, and thus no predictions are shown.

Displacement and Momentum Thickness

To determine displacement and momentum thicknesses, the U-velocity profiles were integrated with respect to the Y direction using Simpson's rule. Cole's universal velocity profiles¹⁵ were used for the region from the wall to the first point in the profile. Displacement and momentum thicknesses are shown in Fig. 9. The sudden displacement of the flow owing to the step is similar in both cases. One noticeable difference is that the flow does not recover from the displacement of the step for the divergent wall case as well as it does for the parallel wall case. The momentum thickness also undergoes a

larger increase in the divergent wall case. Additionally, in the case of wall divergence, the shape factor of (δ^*/θ) is slower to recover to a value of 1.4 (typical of an attached boundary layer).

Kinetic Energy Equation Balance

In order to calculate turbulent fluid flow, the equations of motion are typically time-averaged. The time-averaged equations still contain the usual unknowns (average velocities, density, and pressure), but unfortunately they also contain terms arising from the turbulent fluctuations (Reynolds stresses). The problem is that while creating more unknowns, there is still the same number of equations. To overcome this problem, some turbulence modelers derive and solve equations



Fig. 9 Variation of boundary-layer integral thickness parameters.

that govern the transport of production and dissipation of turbulent kinetic energy in addition to the original time-averaged equations of motion. Kinetic energy and dissipation are typically combined in a Boussinesq approximation or algebraically to obtain the Reynolds stresses.

The equation of kinetic energy is derived in Ref. 16 and can be written as

$$U\frac{\partial k}{\partial x} - V\frac{\partial k}{\partial y} = -\left[\frac{\partial \bar{u}\bar{p}}{\partial x}\right] - \frac{\partial \bar{u}\bar{k}}{\partial x} - \left[\frac{\partial \bar{v}\bar{p}}{\partial y}\right] - \frac{\partial \bar{v}\bar{k}}{\partial y} - \bar{u}\bar{v}\frac{\partial U}{\partial y} + (\bar{u}^2 - \bar{v}^2)\frac{\partial U}{\partial x} - \epsilon$$

Using the assumption that values of $\langle w^2 \rangle$ lie midway between $\langle u^2 \rangle$ and $\langle v^2 \rangle$, the kinetic energy (k) can be approximated by $3/4(\langle u^2 \rangle + \langle v^2 \rangle)$, enabling convection (first and second terms) to be determined from the data. Similarly, the turbulent diffusion (fourth and sixth terms) can be determined if \overline{uk} and \overline{vk} are approximated by $3/4(\langle u^3 \rangle + \langle uv^2 \rangle)$ and $3/4(\langle vu^2 \rangle + \langle v^3 \rangle)$, respectively. The production (seventh and eighth terms) can be computed exactly from the data. Differentiation is done by central difference. Pressure diffusion (third and fifth) terms are presumed to be small and are neglected. The dissipation (ninth term) can be inferred by balancing the equation. The energy-balance terms are shown in Figs. 10-12 for stations of 2.1 step-heights upstream of reattachment and 1.9 and 5.9 step-heights downstream of reattachment. The calculations of production and dissipation, made using the modified and unmodified $k - \epsilon$ and algebraicstress turbulence models are also shown.



Fig. 10 Turbulent kinetic-energy profile upstream of reattachment, $X = X_R - 2.1 H$.



Fig. 11 Turbulent kinetic-energy balance downstream of reattachment, $X = X_R + 1.9H$.



Fig. 12 Turbulent kinetic-energy balance profile far downstream of reattachment, $X = X_R + 5.9H$.

The data demonstrate that convection and diffusion significantly contribute to the kinetic energy balance. The data show that the dissipation is substantially less than production through the central portion of the shear layer. This may be a consequence of the large eddies produced at separation not having had time to break up into smaller dissipative eddies before being convected downstream and diffused. Throughout the outer part of the shear layer, turbulent diffusion behaves similarly to convection (a standard turbulence modeling assumption), but diffusion in the separated bubble and near the wall behaves altogether differently. The diffusion goes positive again and convection stays negative. Although all terms are smaller in the case of divergent walls, their relative importance has not changed significantly. The wall divergence producing lower dissipation rates, combined with the high level of kinetic energy, is an indication of larger length scales and eddy viscosities, which will be made apparent in the following sections.

The calculations using the four different turbulence models consistently overpredict the dissipation rate and production of turbulent kinetic energy. The ASM (mod- ϵ), although it does a better job of predicting production, does not significantly improve on the predictions of dissipation rate. Perhaps more constructive to turbulence modeling effort is the point that numerically calculated dissipation rate is quite high relative to numerically calculated production through the central portion of the shear layer, an indication that the model for diffusion in the kinetic energy equation may be inadequate. In addition to these difficulties, the models tend to be insensitive to wall divergence effects on the production and dissipation of kinetic energy.

Eddy Viscosity

Figure 13 shows the experimental eddy viscosity as determined by

$$v_t = \frac{-\langle uv \rangle}{\mathrm{d}U/\mathrm{d}y + \mathrm{d}V/\mathrm{d}x}$$

Also shown are eddy viscosities predicted by the Cebeci-Smith¹⁷ turbulence model for the outer flow, determined by

$$v_t = 0.016 (U_e \delta^* / v_m) / [1.0 + 5.5 (y/\delta)^{\circ}]$$

and by the Jones-Launder¹⁸ turbulence model (using the experimentally determined values of dissipation and kinetic energy) given by

$$v_t = 0.09k^2/\epsilon$$



Fig. 13 Eddy-viscosity profiles in the reattachment region.

The data show a steady increase in eddy viscosity with distance from separation: beyond reattachment the eddy viscosity levels off to near-constant peak values. Wall divergence only slightly increases the peak values of eddy viscosity. The data demonstrate a difficulty with the Cebeci-Smith turbulence model, which is predicting a decrease in eddy viscosity with distance from separation contrary to what the data show. The Jones-Launder model tends to overpredict the eddy viscosity, which may be an explanation for it predicting too high a spreading rate for the shear layer and thus a premature reattachment.

Conclusions

In the interest of understanding the physics of turbulence and to guide turbulence modeling, a detailed experiment has been done on a reattaching shear layer in a rearward-step flow with wall divergence. The experiment was performed at a high Reynolds number in an incompressible flow. The mean and turbulent fluctuations in the flowfield have been measured with a laser Doppler velocimeter, and skin friction was measured with a nonintrusive laser interferometer for two cases.

The main features of a reattaching shear flow in the presence of wall divergence can be summarized as follows.

1) The wall divergence increases the spreading rate of the shear layer, lengthens reattachment, and delays pressure recovery, while increasing the momentum and displacement thicknesses.

2) There are no major differences in the Reynolds stresses between the two cases of wall divergence. In both cases, Reynolds stresses grow in a similar way to nearly the same peak values. They decay in a similar way in either case, with the exception that wall divergence sustains a higher value of Reynolds stresses after reattachment.

3) Turbulent triple-product correlation on the wall-side of the shear layer are abruptly annihilated at reattachment. This phenomenon is similar in both cases.

4) Comparisons with the data show that the modifications of the algebraic-stress model substantially improved numerical calculations over calculations using the unmodified k- ϵ and algebraic-stress models. The same modification had little or no effect on the predictions by the standard k- ϵ model. Although all models showed good qualitative agreement with the data, only the modified ASM gave results adequate for engineering practice. One noticeable difficulty with all models is their inability to locate the peak of turbulent Reynolds stresses. This may be a result of inadequate treatment of either convection or diffusion in the kinetic energy transport equation.

5) Although production and dissipation remain the dominant mechanisms in the kinetic energy equation, there are significant contributions by the diffusion and convection terms. Wall divergence tends to decrease the mechanisms of production, dissipation, diffusion, and convection of turbulent kinetic energy. The algebraic-stress model and the k- ϵ model consistently overpredict the levels of dissipation in the shear layer, perhaps pointing to a difficulty with the dissipation rate equation.

6) The eddy viscosities predicted by a zero-equation eddyviscosity model demonstrate a decrease in eddy viscosity with distance from separation, the opposite trend to what the data show. The Jones-Launder eddy-viscosity assumption, although holding quite well in general, appears to overestimate the eddy viscosity in the central part of the shear layer.

Acknowledgments

We are thankful to Dr. Munir Sindir and Dr. Brian Launder for providing the results of algebraic-stress model and k- ϵ model predictions. We are also deeply indebted to Mr. D. Harrison for the design and development of the LDV electronics and computer interfacing hardware, and to Dr. J. L. Brown for pioneering the software for performing the data acquisition. We would also like to thank Community College students K. Davis and G. Switzer for their invaluable help.

References

¹Eaton, J. and Johnston, J., "A Review of Research on Subsonic Turbulent-Flow Reattachment," *AIAA Journal*, Vol. 19, Sept. 1980, pp. 1093-1100. ²Eaton, J.M.K., "Summary of Computations for Predictive

²Eaton, J.M.K., "Summary of Computations for Predictive Cases—Modified Backward-Facing Step Flows," 1980-81 AFSOR-HTTM-Stanford Conference on Complex Turbulent Flows: Comparison of Computation and Experiments, Stanford University, Stanford, Calif., 1981. ³Kuehn, D.M., "Some Effects of Adverse Pressure Gradient on the

³Kuehn, D.M., "Some Effects of Adverse Pressure Gradient on the Incompressible Reattaching Flow over a Rearward-Facing Step," *AIAA Journal*, Vol. 18, March 1980, pp. 343-344. ⁴DeBredorod, V. and Bradshaw, P., "Three-Dimensional Flow in

⁴DeBredorod, V. and Bradshaw, P., "Three-Dimensional Flow in Nominally Two-Dimensional Separation Bubbles. I. Flow Behind a Rearward-Facing Step," I. C. Aero Report 72-19, Aug. 1972.

⁵Badri Narayanan, M., Khadge, Y., and Viswanath, P., "Similarities in Pressure Distribution in Separated Flow Behind Backward-Facing Steps." *Aeronautical Quarterly*, Vol. 25, Pt. 4, Nov. 1974, pp. 305-312

 Steps," Aeronautical Quarterly, Vol. 25, Pt. 4, Nov. 1974, pp. 305-312.
⁶Monson, D., Driver, D., and Szodruch, J., "Application of a Laser Interferometer Skin-Friction Meter in Complex Flows," *ICIASF'81 Record*, International Congress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities, Oct. 1981, pp. 232-243.
⁷Monson, D. and Higuchi, H., "Skin Friction Measurements by a

¹Monson, D. and Higuchi, H., "Skin Friction Measurements by a Dual-Laser-Beam Interferometer Technique," *AIAA Journal*, Vol. 19, June 1981, pp. 739-744.

⁸Westphal, R.V., Eaton, J.K., and Johnston, J.P., "A New Probe for Measurement of Velocity and Wall Shear Stress in Unsteady, Reversing Flow," *Journal of Fluids Engineering*, Vol. 103, Sept. 1981, pp. 478-482.

⁹Seegmiller, H.L., et al., "Application of Laser Velocimetry to an Unsteady Transonic Flow," *ICIASF'79 Record*, International Con-

gress on Instrumentation in Aerospace Simulation Facilities, Sept. 1979, pp. 284-293.

¹⁹/₇, pp. 20–225. ¹⁰ Driver, D.M. and Seegmiller, H.L., "Features of a Reattaching Turbulent Shear Layer Subject to an Adverse Pressure Gradient," AIAA Paper 82-1029, June 1982.

¹¹Gosman, A., Pun, M.W., Runchal, A., Spaulding, D., and Wolfstein, M., *Heat and Mass Transfer in Recirculating Flows*, Academic Press, London, 1969.

¹² Kim, J., Kline, S., and Johnston, J., "Investigations of Separation and Reattachment of a Turbulent Shear Layer: Flow over a Backward-Facing Step," Thermosciences Division, Dept. of Mechanical Engineering, Stanford Univ., Stanford, Calif., Rept. MD-37, April 1978.

 1978.
¹³Sindir, M., "Numerical Study of Separating and Reattaching Flows in a Backward-Facing Step Geometry," Doctoral dissertation, Mechanical Engineering, University of California at Davis, Calif., 1982.

¹⁴Chanrusuda, C. and Bradshaw, P., "Turbulence Structure of a Reattaching Mixing Layer," *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 110, 1981, pp. 171-194.

¹⁵Coles, D., "The Young Person's Guide to the Data," Computation of Turbulent Boundary Layer—1968, AFOSR-IFP-Stanford Conference, Vol. II, Thermosciences Div., Dept. of Mechanical Engineering, Stanford Univ., Stanford, Calif., 1969.

¹⁶ Tennekes, H. and Lumeley, J., *A First Course in Turbulence*, The MIT Press, Cambridge, Mass., 1972.

¹⁷Cebeci, T. and Smith, A.M.O., Analysis of Turbulent Boundary Layers, Academic Press, New York, 1974.

¹⁸Jones, W.P. and Launder, B.E., "The Prediction of Laminarization with a 2-Equation Model of Turbulence," *International Journal of Heat and Mass Transfer*, Vol. 15, Feb. 1972, pp. 301-304.

From the AIAA Progress in Astronautics and Aeronautics Series...

SHOCK WAVES, EXPLOSIONS, AND DETONATIONS—v. 87 FLAMES, LASERS, AND REACTIVE SYSTEMS—v. 88

Edited by J. R. Bowen, University of Washington, N. Manson, Université de Poitiers, A. K. Oppenheim, University of California, and R. I. Soloukhin, BSSR Academy of Sciences

In recent times, many hitherto unexplored technical problems have arisen in the development of new sources of energy, in the more economical use and design of combustion energy systems, in the avoidance of hazards connected with the use of advanced fuels, in the development of more efficient modes of air transportation, in man's more extensive flights into space, and in other areas of modern life. Close examination of these problems reveals a coupled interplay between gasdynamic processes and the energetic chemical reactions that drive them. These volumes, edited by an international team of scientists working in these fields, constitute an up-to-date view of such problems and the modes of solving them, both experimental and theoretical. Especially valuable to English-speaking readers is the fact that many of the papers in these volumes emerged from the laboratories of countries around the world, from work that is seldom brought to their attention, with the result that new concepts are often found, different from the familiar mainstreams of scientific thinking in their own countries. The editors recommend these volumes to physical scientists and engineers concerned with energy systems and their applications, approached from the standpoint of gasdynamics or combustion science.

Vol. 87—Published in 1983, 532 pp., 6 × 9, illus., \$30.00 Mem., \$45.00 List Vol. 88—Published in 1983, 460 pp., 6 × 9, illus., \$30.00 Mem., \$45.00 List Set—\$60.00 Mem., \$75.00 List

TO ORDER WRITE: Publications Order Dept., AIAA, 1633 Broadway, New York, N.Y. 10019

AIAA Meeting Papers on Disc, January 1996 A9618458, AIAA Paper 96-0497

Calculation of turbulent subsonic diffuser flows using the NPARC Navier-Stokes code

J. C. Dudek

NASA, Lewis Research Center, Cleveland, OH

N. J. Georgiadis

NASA, Lewis Research Center, Cleveland, OH

D. A. Yoder

Cincinnati Univ., OH

AIAA 34th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, NV Jan 15-18, 1996

Axisymmetric subsonic diffuser flows were calculated with the NPARC Navier-Stokes code in order to determine the effects various code features have on the flow solutions. The code features examined in this work were turbulence models and boundary conditions. Four turbulence models available in NPARC were used: the Baldwin-Lomax algebraic model, the Baldwin-Barth one-equation model, and the Chien (1982) k-epsilon and Wilcox (1994) k-omega two-equation models. The three boundary conditions examined were the free boundary, the mass flux boundary, and the subsonic outflow with variable static pressure. In addition to boundary condition type, the geometry downstream of the diffuser was varied to see if upstream influences were present. The NPARC results are compared with experimental data, and recommendations are given for using NPARC to compute similar flows. (Author)

CALCULATION OF TURBULENT SUBSONIC DIFFUSER FLOWS USING THE NPARC NAVIER-STOKES CODE

J. C. Dudek^{*} and N. J. Georgiadis^{*} NASA Lewis Research Center Cleveland, Ohio

D. A. Yoder[†] The University of Cincinnati Cincinnati, Ohio

Abstract

Axisymmetric subsonic diffuser flows were calculated with the NPARC Navier-Stokes code in order to determine the effects various code features have on the flow solutions. The code features examined in this work were turbulence models and boundary conditions. Four turbulence models available in NPARC were used: the Baldwin-Lomax algebraic model, the Baldwin-Barth one-equation model, and the Chien k- ϵ and Wilcox k- ω two-equation models. The three boundary conditions examined were the free boundary, the mass flux boundary and the subsonic outflow with variable static pressure. In addition to boundary condition type, the geometry downstream of the diffuser was varied to see if upstream influences were present. The NPARC results are compared with experimental data and recommendations are given for using NPARC to compute similar flows.

Introduction

The NPARC Navier-Stokes code¹ is used by government, industry and academia to calculate a wide variety of aerospace propulsion flows. NPARC is currently being used to calculate subsonic diffuser flows encountered in both subsonic and supersonic aircraft engine inlets. These flows are turbulent and characterized by strong adverse pressure gradients.

Predicting turbulent adverse pressure gradient flows, both with and without separation, is a challenging task for most turbulence models and flow solvers. Previous work has shown, for example, that the Baldwin-Barth one-equation model² and the Baldwin-Lomax algebraic model³ generally under predict the shear stress for these flows, while k- ε models tend to over predict wall shear stress. In flows with separation or incipient separation, this results in the Baldwin-Barth and the Baldwin-Lomax

[†] Graduate Student, Student Member AIAA

Copyright © 1996 by the American Institute of Aeronautics and Astronautics, Inc. No copyright is asserted in the United States under Title 17, U.S. Code. The U.S. Government has a royalty-free license to exercise all rights under the copyright claimed herein for government purposes. All other rights are reserved by the copyright owner.

models predicting early separation, and k- ϵ predicting late separation.^{4,5,6}

Subsonic diffuser studies with the NPARC code, described herein, reinforce these turbulence model observations and emphasize the need for the capability to calculate adverse pressure gradient flows. In response to this, the k- ω model of Wilcox,⁷ which is known to give better results for adverse pressure gradient flows, has recently been installed in NPARC.⁸

The objective of this paper is to evaluate NPARC for calculating subsonic diffuser flows, with emphasis on the effects that turbulence model and boundary condition selection have on the quality of the flow solution. Two different experimental diffuser geometries are examined. The first is a diffusing pipe flow referred to as Fraser Flow A in the AFOSR-IFP-Stanford Conference Proceedings;^{9,10} this flow remains attached. The second geometry consists of a turbulent boundary layer developing axially on a cylinder in a wind tunnel with diverging walls.^{11,12} Two different pressure gradient flows were measured for this case: one which remains attached and one which is separated.

The following sections provide a brief description of the turbulence models in NPARC and a description of how NPARC was used to calculate each of the diffuser flows. The computational results are evaluated based on their agreement with experimental data. The flows examined were axisymmetric and were run using the two-dimensional NPARC code. NPARC version 2.1 was used for all calculations except those using the k- ω turbulence model; these cases were run using NPARC version 2.2.

Turbulence Models in NPARC

The turbulence models used in this study were the Baldwin-Lomax algebraic model (BL),³ the Baldwin-Barth one-equation model (BB),² the Chien low Reynolds number $k-\varepsilon$ model^{13,14} and the recently

^{*} Aerospace Engineer, Member AIAA

installed Wilcox k- ω model^{7,8} (both two-equation models).

The Baldwin-Lomax algebraic model is patterned after the model of Cebeci¹⁵ with modifications that avoid the necessity for finding the boundary layer edge. It is a two-layer model which makes use of the Prandtl-Van Driest formulation for the inner layer.³

The Baldwin-Barth one-equation model avoids the need for an algebraic length scale and is derived from a simplified form of the k- ϵ equations. It solves a field equation for the turbulence Reynolds number, $R_T = k^2/v\epsilon$.

The Chien low Reynolds number k- ϵ model solves two transport equations – one for the turbulent kinetic energy, k, and one for the turbulent dissipation rate, ϵ – with the turbulent viscosity proportional to k²/ ϵ . The phrase, "low Reynolds number," refers to the fact that the model is applied near the solid surface where the turbulent Reynolds number and wall functions are not required.

The Wilcox k- ω model also solves two transport equations, where the second quantity, ω , is the dissipation divided by the turbulent kinetic energy. This model has been shown to predict adverse pressure gradient flows, both with and without separation, better than the other three turbulence models.^{4,11}

Fraser Diffusing Pipe Flow

The first flow case that was calculated is known as the Fraser (flow A) case from the AFOSR-IFP Stanford Conference.^{9,10} The geometry of the conical diffuser is shown in figure 1. In the experiment, a length of 0.152 m diameter straight pipe preceded the 5 degree half angle conical diffuser. The core flow velocity at the diffuser entrance was approximately 52 m/s (Mach 0.15) and Re_{θ} , the Reynolds number based on the momentum thickness θ , was approximately 3000. Measurements of velocity profiles and skin friction were made at 11 locations in the diffuser as listed in table 1. The first measurement station, corresponding to x=0.117 m (diameter = 0.154 m), is slightly upstream of the beginning of the diffusing section; the last measurement station, corresponding to x=0.642 m (diameter = 0.236 m), is just upstream of the exit plane of the diffusing section. The diffuser exits into ambient air.



Figure 1. Schematic of Fraser Flow A experimental setup.

Station Number	Axial Location (m)	
1	0.117	
2	0.158	
3	0.211	
4	0.236	
5	0.300 0.381 0.438	
6		
7		
8	0.468	
9	0.522	
10	0.578	
11	0.642	

Table	1.	Locations of velocity measurements
		for Fraser Flow A.

Computational Grids

The baseline computational grid for this case was generated using a version of the INGRID grid generation package¹⁶ and has 121 points in the axial direction and 71 points in the radial direction. As shown in figure 2, the grid includes a straight section of pipe both upstream and downstream of the conical diffusing section. A short circular arc transition was used between sections. The grid was packed to the solid wall such that the value of y+ at the first point off the wall was approximately 1; this value is based on the core flow velocity at the first measurement station and an assumed skin friction coefficient of 0.003. Previous NPARC validation work indicates that this gives sufficient boundary layer resolution for wall bounded turbulent flows.¹⁷ The grid is also packed axially at the inflow boundary, as recommended in reference 17, to resolve the large axial flow gradients.

No-slip, Adiabatic Surface



Figure 2. Baseline computational grid for Fraser Flow A.

Grids F2 and F3, shown in figure 3, were also generated, in addition to the baseline grid. These grids were different from the baseline grid primarily in the geometry downstream of the diffusing section; they were of interest because it was initially suspected that the downstream geometry had some upstream influence on the flow solutions. Grid F2 is identical to the baseline grid, except that the dimensions are 181x71, and the axial grid points are clustered both at the inflow boundary and at the last measurement station in the diffuser. Grid F3 has the same dimensions as grid F2, but has different packing and a different geometry downstream of the last measurement station. It is packed at the inflow boundary, the last measurement station and the outflow boundary. Instead of using a straight section downstream of the last measurement station, grid F3 uses an extension of the 5 degree half angle conical diffusing section.



Figure 3. Alternate computational grids for Fraser Flow A.

Boundary Conditions

For the boundary conditions, the inflow of the calculations was specified as a free boundary and placed 0.61 m upstream of the first measurement station in an attempt to match the momentum thickness and displacement thickness measured in the experiment at this first station. A free inflow boundary in NPARC requires the total pressure and temperature to be specified, and uses simple characteristic equations to specify the flow field. The pipe centerline boundary was specified as an axis of symmetry, and the solid boundary was specified as a noslip adiabatic surface. For calculations made using the baseline grid, the no-slip, adiabatic boundary condition was set for the entire axial length of the pipe. For calculations made using grids F2 and F3, the no-slip, adiabatic condition was set from the inflow boundary to the last measurement station in the diffuser, and a slip surface was set for the remaining axial length.

Using the Chien k- ε turbulence model, the outflow location, geometry and boundary condition type were examined to determine their effect on the flow solution. Using the baseline grid and the specified mass flux boundary condition, three outflow locations were examined: (1) the last measurement station (the true diffuser

exit plane), (2) 0.15 m downstream of the last station, and (3) 0.37 m downstream of the last station. These three locations are labeled in figure 2. The latter two outflows were examined because the flow solution obtained with the exit at the last measurement station did not conserve mass between the outflow grid line and the grid line just upstream. The two cases with the extended grid conserved mass and produced essentially the same solution for the quantities examined: the local skin friction coefficient, the static pressure coefficient, the integral boundary layer properties, and the velocity profiles. With the outflow at location 2, the solutions obtained using the baseline grid and grids F2 and F3 were compared and found to have no appreciable differences.

Using the baseline grid, three different types of exit boundary conditions were examined: the free boundary, the subsonic outflow boundary with variable static pressure, and the specified mass flux boundary. These three boundary conditions all are obtained using extrapolation of the upstream flow field, but use different static pressure profiles. The free boundary uses the user-specified value of the static pressure across the entire boundary; the subsonic outflow with variable static pressure uses the user-specified value of static pressure at a specified grid point with the pressure variation across the boundary coming from the closest upstream station; and the specified mass flux boundary uses the user-specified mass flux to compute the static pressure which is then held constant across the entire boundary. All three boundary conditions produced essentially the same flow solution. For the results which follow, the exit boundary is located at x=0.15 m downstream of the last station and the specified mass flux boundary condition was used.

This parametric investigation indicates that the flow solution for the Fraser subsonic diffuser is essentially independent of the outflow geometry, location and boundary condition type. The results which follow were computed using the baseline grid with the downstream boundary at location 2, and using the specified mass flux outflow boundary condition.

Artificial Viscosity

The artificial viscosity selected in NPARC for these computations was the modified Jameson-style artificial viscosity with the Jameson-style spectral radius term. To remove any doubts that the artificial viscosity was influencing the turbulent viscous effects, the second-order artificial viscosity coefficient was set to zero, although increasing it to 0.25 (the default value) had very little effect on the flow solutions. The fourth-order coefficient was left at its default value of 0.64, as recommended in the NPARC User's Guide.¹

Comparison of NPARC Solutions to Experimental Data

The computational results are compared with the experimental piezometer and pitot measurements in figures 4 through 7. The integral momentum and displacement thicknesses, θ and δ^* , shown in figure 4a and 4b, agree well with the experimental values at the first measurement station, indicating that the upstream boundary conditions were adequately specified. Further downstream in the diffuser, agreement is fairly good with the k- ε , k- ω , and BL models only slightly under predicting the displacement effects, and the BB model over predicting them. A plot of the shape factor, H, is shown in figure 4c, and indicates that all four turbulence models have difficulty predicting the adverse pressure gradient effects, with the BB and BL models predicting stronger retardation effects, while both two-equation models under predict these effects. This behavior is consistent with the skin friction results of figure 5, which indicate that BB predicts separation at x=0.323 m and BL predicts separation at x=0.438 m. The k- ϵ skin friction is much too high, whereas the k- ω results are in very close agreement with the experimental data. The pressure distribution is shown 2 in figure 6, where $C_p = 2(p - p_{ref}) / (\rho_{ref} u_{ref}^2)$, and the reference pressure, density and velocity, p_{ref} , ρ_{ref} and u_{ref} are the values at station 1, just upstream of the diffusing section. In the downstream portion of the duct, BB under predicts the pressure rise while the other three turbulence models slightly over predict it; this behavior is consistent with the displacement effects shown in figure 4b. Three velocity profiles are shown in figure 7 corresponding to experimental stations 1, 6 and 11 at x = 0.117 m, 0.381 m and 0.642 m. All of the models show good agreement at station 1, with the exception of the BB model, which overshoots the experimental data near the edge of the boundary layer. Similar overshoots are also present in the NPARC validation of turbulent flow over a flat plate,¹⁸ and to a much lesser extent in the adverse pressure gradient computations of Menter.⁴



Figure 4. Integral boundary layer parameters for Fraser Flow A.



Figure 5. Local skin friction coefficient for Fraser flow A.



Figure 6. Static pressure coefficient for Fraser flow A.





Figure 7. Velocity profiles for Fraser flow A at three axial locations.

Driver Adverse Pressure Gradient Flow

This validation case models the experiments of Driver,^{11, 12} who measured flow over a 0.140 m diameter cylinder, mounted axially in a wind tunnel with diverging walls. A schematic of the experimental setup is shown in figure 8. Two types of flow conditions, differing in the strength of the imposed pressure gradient, were examined. In case BSO, the flow remains attached, and in case CS0, the pressure gradient is severe enough to cause separation. The pressure gradient was imposed on the downstream portion of the flow by diverging the four tunnel walls; boundary layer suction was used to prevent separation on these walls. Detailed three-dimensional measurements were used to validate the axisymmetry of the flow. Boundary layer profiles were measured at 10 stations for case BS0, and 13 stations for case CS0, as shown in table 2, where the imposed

adverse pressure gradient region begins at an axial location of approximately -0.304 m, and the Reynolds number based on momentum thickness, Re_{θ} , was approximately 3000. The tunnel was operated at atmospheric temperature, and the core flow velocity at the reference station, station 1 at x=-0.457 m, was 30 m/s (M=0.087).



Figure 8. Schematic of Driver experimental setup.

Table 2	. Lo	ocations of skin friction and velocity
	m	easurements for the Driver adverse
DI		essure gradient experiments.

Case BS0		Case CS0	
Station Number	Axial Location (m)	Station Number	Axial Location (m)
1	-0.457	1	-0.457
2	-0.330	2	-0.330
3	-0.229	3	-0.229
4	-0.152	4	-0.152
5	-0.076	5	-0.076
6	-0.013	6	-0.013
7	0.013	7	0.013
8	0.152	8	0.025
9	0.229	9	0.051
10	0.305	10	0.102
		11	0.152
		12	0.229
		13	0.305

Computational Grids

The computational grids for this case, one for case BS0 and one for case CS0, were also generated using the INGRID grid generation package and had 181 points in the axial direction and 71 points in the radial direction. These grids also included a straight section of pipe both upstream and downstream of the diffusing sections, as shown in figure 9. The upstream length of pipe, 0.6 m in length, was chosen in order to match the momentum thickness at the first measurement station; the downstream length of pipe, 0.47 m in length, was chosen to be similar in proportion to the downstream length of pipe in the Fraser baseline grid. To define the inviscid boundary, opposite the cylinder surface, the inviscid streamlines, available from the experimental data, were used. The intended use of this experimental streamline data was for definition of the far field boundary for axisymmetric computations. This was needed because the flow field around the cylinder was axisymmetric, though the test section was not. These streamlines were a distance of approximately one to two boundary layer thicknesses from the cylinder, so they were translated to increase this distance to approximately four to five boundary laver thickness, which was more desirable in NPARC. The velocity measurements at each station were used when translating the streamlines to insure that the same amount of mass flux was added at each station. These new translated streamlines were then curve fitted, using cubic spline interpolation, to give a smooth curve. Streamline data was available at only 10 stations for case BS0 and 13 stations for case CS0. There is some question as to whether or not this amount of data was sufficient to accurately define the test geometry in the computational grid. The grid was packed both axially at the inflow boundary and radially at the cylinder surface, as described for the Fraser baseline grid.



(b) Case CS0 Figure 9. Computational grids for Driver cases BS0 and CS0.

Boundary Conditions

The boundary conditions for this case were similar to those set for the Fraser case, except for the inviscid streamline boundary, which was set to be a slip surface.

Artificial Viscosity

The second order artificial viscosity coefficient was set to 0.01, and the fourth-order coefficient, was 0.64.

Comparison of NPARC Solutions to Experimental Data

The computational results are compared with experimental laser-doppler velocimeter and oil-flow laser interferometer data in figures 10 through 13 for case BSO and figures 14 through 17 for case CSO. The quantitative relationships between turbulence models are similar to the Fraser flow A results; however, the agreement with the experimental data differs somewhat.

For case BS0, the integral momentum and displacement thicknesses are shown in figure 10; the agreement with experimental data is good in the upstream portion of the diffuser. However, both quantities are under predicted in the downstream portion of the diffuser, indicating an under prediction of the strength of the adverse pressure gradient. BB did a better job of predicting the adverse pressure gradient effects, as shown by the shape factor, figure 10, than the other three models which all showed significantly lower H values. The skin friction results, shown in figure 11, indicate that all models predict attached flow in the duct, with k-ɛ predicting the highest shear stresses, followed by k-w, BL, and BB, which is in closest agreement to the data. All of the models under predict \tilde{C}_p in the adverse pressure gradient region of the duct by approximately the same amount, as shown in figure 12. Three velocity profiles are shown in figure 13 at experimental stations 1, 5 and 10, at x=-0.457 m, -0.076 m, and 0.305 m. All models give fairly good agreement with the data at the first experimental station, with the agreement degrading further downstream in the duct.





Figure 11. Local skin friction coefficient for Driver case BS0.



Figure 12. Static pressure coefficient for Driver case BS0.





Figure 13. Velocity profiles for Driver case BS0 at three axial stations.

In case CS0, the displacement and momentum thicknesses, shown in figure 14, were also under predicted in the downstream portion of the duct, with BB predicting the highest displacement thickness and therefore the largest response to the adverse pressure gradient. All models do a better job of predicting the momentum thickness than they did for case BS0. Figure 14c shows that all models under predict the shape factor with BB giving the highest values, indicating separated flow; the other models all give fairly flat profiles. This is consistent with the skin friction data shown in figure 15, in which BB is the only model which predicts separation, with a separation bubble beginning at x=-0.079 m and ending at x=0.286 m. In the experiment, the flow detached in the vicinity of x=-0.030 m and reattached in the vicinity of x = 0.200 m. The trend in the local skin friction coefficient is the same as the other two cases,

with BB predicting the lowest skin friction, and BL, k- ω and k- ϵ predicting successively higher values. The pressure coefficient, shown in figure 16, was predicted fairly well by all of the turbulence models, and significantly better than the case BSO results. The velocity profiles at stations 1, 5 and 13 are shown in figure 17, and the agreement with experimental data is similar to the results for cases BSO and Fraser flow A.













Figure 16. Static pressure coefficient for Driver case CS0.





Discussion of Results

For the Fraser flow A conical diffuser case, three different outflow boundary conditions were used: the free boundary, the subsonic outflow boundary with variable static pressure, and the specified mass flux boundary. All gave valid answers, and may be considered appropriate for use with subsonic diffuser flow. The geometry downstream of the diffusing section was varied as well. All geometries worked well, with the exception of the baseline grid ending at the diffuser exit; this grid did not conserve mass near the exit boundary.

The Fraser and Driver test cases were run using the kε, k-ω, BB, and BL models. The Fraser solutions were similar to the results of Menter,⁴ but the Driver results showed some differences. The trends were similar for the displacement thickness, skin friction, and velocity. The results differed for the momentum thickness, shape factor and static pressure coefficient. The skin friction results indicate that NPARC's ability to predict separation is fairly unreliable. For example, the k- ε model predicted shear stresses which are too high, and therefore it will be likely to predict attached flow when the flow is actually separated. The $k-\omega$ model also tended to predict high values of the skin friction coefficient; however, in the Fraser case, it was in best agreement with the experimental data, whereas in the Driver case, it failed to predict the separation for case CS0. The BB and BL models bracketed the experimental skin friction values, both incorrectly predicting separation for the Fraser flow, and predicting high values for the Driver BS0 case. Of all of the models, BB was in the best agreement with the Driver experimental data; it was the only model which accurately predicted separation for the Driver CS0 case, while all the other models predicted overly high values of shear stress.

In evaluating these results, some of the factors leading to uncertainties should be mentioned. Firstly, the differences in experimental measurement techniques should be noted. The Fraser data was taken with well-proven but less sophisticated measuring equipment (pitot tubes and piezometers) than was used to take the Driver data (LDV). Another consideration is the quality of the computational simulation of the experimental conditions. The diffusing section for the Fraser flow case was well defined, a straight 5 degree half-angle conical diffuser, whereas the Driver diffuser geometry had more uncertainty because it was defined from the experimental streamlines available only at the defined measurement stations. Ambiguities in the use of this data, for example in the quality and smoothness of the curve fit, may have led to the simulation of a pressure gradient different from the experimentally imposed gradient. These factors bring to light the possibility that the inconsistencies in the validation results may be partially due to the quality and usage of the experimental data.

Conclusions

The NPARC Navier-Stokes code was applied to axisymmetric subsonic diffuser flows in order to evaluate the effects of various code features. The emphasis of the study was on outflow boundary condition type, the geometry downstream of the diffusing section, and the turbulence model used. The results showed that all three outflow boundary conditions - the free boundary, the specified mass flux boundary, and the subsonic outflow boundary with variable static pressure - work well for this type of flow problem. All of the downstream geometries examined also worked equally well, with the exception of the Fraser flow baseline grid which ends at the last measurement station. The four turbulence models available in NPARC - the Baldwin-Lomax (algebraic model), the Baldwin-Barth (one equation model), and the Chien k- ε and Wilcox k- ω (two equation models) – were all examined and gave less conclusive results, with the k- ε model over-predicting the shear stresses in all cases, and the other models varying in performance.

References

- NPARC Alliance at NASA Lewis Research Center and Arnold Engineering Development Center, "A User's Guide to NPARC, Version 2.0," November 1, 1994.
- Baldwin, B. S. and Barth T. J., "A One-Equation Turbulence Transport Model for High Reynolds Number Wall-Bounded Flows," AIAA Paper 91-0610, January 1991.
- Baldwin, B. and Lomax, H., "Thin Layer Approximation and Algebraic Model for Separated Turbulent Flows," AIAA Paper 78-257, January 1978.
- Menter, F. R., "Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flows," *AIAA Journal*, Vol. 30, No. 8, August 1992, pp. 2066-2072.
- De Henau, V., Raithby, G. D., and Thompson, B. E., "Prediction of Flows With Strong Curvature and Pressure Gradient Using The k-ε Turbulence Model," *Transactions of the ASME*, Vol. 112, March 1990, pp. 40-47.
- Rodi, W., and Scheuerer, G., "Scrutinizing the k-E Turbulence Model Under Adverse Pressure Gradient Conditions," *Transactions of the ASME*, Vol. 108, June 1986, pp. 174-179.

- Wilcox, D. C., "Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model," AIAA Journal, Vol. 32, no. 2, February 1994.
- Yoder, D. A., Georgiadis, N. J., and Orkwis, P. D., "Implementation of a Two-Equation k-ω Turbulence Model in NPARC," AIAA paper 96-0383, January 1996.
- Fraser, H. R., "Flow A." Proceedings, AFOSR-IFP-Stanford Conference on Computation of Turbulent Boundary Layers -1968, Vol. II, Ed. by Coles, D. E. and Hirst, E, A., 1968, pp. 451-465.
- Fraser, H. R., "The Turbulent Boundary Layer in a Conical Diffuser," *Journal of the Hydraulics Division*, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, pp. 1684-1-17, June 1958.
- Driver, D. M., "Reynolds Shear Stress Measurements in a Separated Boundary Layer Flow," AIAA Paper 91-1787, 1991.
- Driver, D. M., and Johnson, J. P., "Experimental Study of a Three-Dimensional Shear-Driver Turbulent Boundary Layer with Streamwise Adverse Pressure Gradient," NASA TM 102211, May 1990.
- Chien, K. Y., "Predictions of Channel and Boundary-Layer Flows with a Low-Reynolds-Number Turbulence Model," *AIAA Journal*, Vol. 20, No. 1, January 1982, pp.33-38.
- Georgiadis, N. J., Chitsomboon, T. and Zhu, J., "Modification of the Two-Equation Turbulence Model in NPARC to a Chien Low-Reynolds Number k-ε Formulation," NASA TM 106710, September 1994.
- 15. Cebeci, T., "Calculation of Compressible Turbulent Boundary Layers with Heat and Mass Transfer," AIAA Paper 70-741, June 1970.
- Dowell, E. W. Jr. and McClure, M. D., "3D INGRID: Interactive Three-Dimensional Grid Generation," AEDC-TR-87-40, 1988.
- Georgiadis, N. J., Dudek, J. C., and Tierney, T., "Grid Resolution and Turbulent Inflow Boundary Condition Recommendations for NPARC Calculations," AIAA Paper 95-2613, July 1995.
- Towne, C. E., "NPARC Validation Incompressible Turbulent Flow Past a Flat Plate," NPARC Validation Archive, http://info.arnold.af.mil/nparc/archive/ model/fpturb, September 1995.