



UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA
EDUCACIÓN
CARRERA EDUCACIÓN BÁSICA
MODALIDAD PRESENCIAL

Informe Final del Trabajo de Graduación o Titulación previo a la
obtención del título de Licenciado en Ciencias de la Educación
mención Educación Básica

TEMA:

“EL MÉTODO HEURÍSTICO Y SU INCIDENCIA EN LA SOLUCIÓN DE
TRINOMIOS DE FACTORIZACIÓN DE NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN
GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD EDUCATIVA LICEO POLICIAL
MAYOR GALO MIÑO”

Autor: Argüello Zurita Andrés Sebastián

Tutora: Lic. Mg. Jimena Morayma Bustos Yépez

Ambato-Ecuador

2015

APROBACIÓN DEL TUTOR DEL TRABAJO DE GRADUACIÓN

CERTIFICA:

Yo, Lic. Mg. Jimena Morayma Bustos Yépez, CC 0502431620 en mi calidad de tutora del Trabajo de Graduación o Titulación sobre el tema “EL MÉTODO HEURÍSTICO Y SU INCIDENCIA EN LA SOLUCIÓN DE TRINOMIOS DE FACTORIZACIÓN DE NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD EDUCATIVA LICEO POLICIAL MAYOR GALO MIÑO” desarrollado por el egresado Argüello Zurita Andrés Sebastián , considero que dicho Informe Investigativo, reúne los requisitos técnicos, científicos y reglamentarios, por lo que autorizo la presentación del mismo ante el Organismo pertinente, para que sea sometido a evaluación por parte de la Comisión calificadora designada por el H. Consejo Directivo

TUTORA

Lic. Mg. Jimena Morayma Bustos Yépez

AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN

Dejo constancia que el presente informe es el resultado de la investigación del autor, quien basado en los estudios realizados durante la carrera, investigación científica, revisión documental y de campo ha llegado a las conclusiones y recomendaciones descritas en la Investigación las ideas, opiniones y comentarios especificados en este informe, son de exclusiva responsabilidad de su autor.

Argüello Zurita Andrés Sebastián

AUTOR

CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Cedo los derechos en líneas patrimoniales de este trabajo Final de Grado sobre el tema: “El Método Heurístico y su Incidencia en la Solución de Trinomios de Factorización de Noveno Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño” autorizo su reproducción total o parte de ella, siempre que esté dentro de las regulaciones de la Universidad Técnica de Ambato, respetando mis derechos de autor y no se utilice con fines de lucro.

Argüello Zurita Andrés Sebastián

AUTOR

**AL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS
HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN**

La Comisión de estudio y calificación del Informe de Trabajo de Graduación o Titulación, sobre el tema: “EL MÉTODO HEURÍSTICO Y SU INCIDENCIA EN LA SOLUCIÓN DE TRINOMIOS DE FACTORIZACIÓN DE NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD EDUCATIVA LICEO POLICIAL MAYOR GALO MIÑO” presentado por el Sr. Andrés Sebastián Arguello Zurita Egresado de la Carrera de Educación Básica Modalidad Presencial, promoción marzo-agosto 2013, una vez revisada y calificada la investigación, se APRUEBA en razón de que cumple con los principios básicos técnicos y científicos de la investigación y reglamentarios.

Por lo tanto, se autoriza la presentación ante los organismos pertinentes.

LA COMISIÓN

Ing. Mg. Díaz Muñoz Darío Javier
MIEMBRO DEL TRIBUNAL

Lic. Mg. Gómez Báez Diana Carolina
MIEMBRO DEL TRIBUNAL

DEDICATORIA

A MI HIJO GABRIEL mi fuente de inspiración para ser mejor cada día.

A MI ESPOSA ABIGAIL que con sus palabras y sus consejos me ha ayudado a continuar y seguir progresando en mi vida profesional y también como persona

A MIS PADRES que han sido un pilar fundamental en mis estudios ya que gracias a sus consejos y confianza han hecho posible este sueño.

A MIS HERMANAS que siempre han estado ahí para animarme y darme aliento para seguir adelante.

AGRADECIMIENTO

A DIOS por darme la fe y la sabiduría para vencer los obstáculos que me ha puesto la vida.

A LA UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO por abrirme las puertas y haberme formado como profesional.

A MIS PROFESORES quienes me han acompañado en este camino con sus consejos y enseñanzas, y haber compartido su sabiduría.

A MI TUTORA Lic. Mg. Morayma Bustos, por su guía y asesoramiento en el desarrollo de este trabajo de investigación

ÍNDICE GENERAL

Contenido

APROBACIÓN DEL TUTOR DEL TRABAJO DE GRADUACIÓN.....	ii
AUTORÍA DE LA INVESTIGACIÓN.....	iii
CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR.....	iv
AL CONSEJO DIRECTIVO DE LA FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN.....	v
DEDICATORIA	vi
ÍNDICE DE TABLAS	xiv
RESUMEN EJECUTIVO	xvi
EXECUTIVE	xvii
SUMMARY	xvii
INTRODUCCIÓN	1
CAPITULO 1.....	3
EL PROBLEMA	3
1.1 TEMA	3
1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	3
1.2.1 Contextualización.....	3
1.2.2 Análisis Crítico.....	8
1.2.3 Prognosis	9
1.2.4 Formulación del problema	10
1.2.5 Preguntas directrices	10
1.2.6 DELIMITACIÓN.....	10
De contenido	10
Espacial:	10
Temporal	11
1.3 JUSTIFICACIÓN	11
1.4 OBJETIVOS	12
1.4.1 General	12

1.4.2 Específicos	12
CAPITULO 2	13
MARCO TEÓRICO	13
2.1 ANTECEDENTES INVESTIGATIVOS	13
2.2 FUNDAMENTACIÓN FILOSÓFICA	15
2.4 CATEGORÍAS FUNDAMENTALES	18
2.4.1 VARIABLE INDEPENDIENTE	21
MÉTODO HEURÍSTICO	21
Introducción	21
Definición.....	22
Aplicación	25
Reglas Heurísticas.....	25
LA ENSEÑANZA	32
Cualidades de la enseñanza.....	33
Los enfoques de la enseñanza	33
Concepción práctica de la enseñanza.....	34
Concepción artística de la enseñanza	34
La enseñanza como proceso comunicativo	35
Elementos del proceso de enseñanza-aprendizaje.....	36
Metodologías, estrategias y técnicas de enseñanza.....	37
Introducción	37
Clasificación.....	38
LA DIDÁCTICA	39
Introducción	39
Concepto	39
Elementos didácticos.....	41
División de la Didáctica	41
Didáctica General.....	42
Didácticas Especiales	42
Otras didácticas	42
La acción didáctica.....	42

Momentos de la acción didáctica	43
2.4.2 VARIABLE DEPENDIENTE	44
ÁLGEBRA	44
Definición.....	44
Notación algebraica.....	44
Signos	45
Signos de operación	45
Signos de relación	45
Signos de agrupación	45
Nomenclatura algebraica.....	46
Expresión Algebraica	46
Expresiones Algebraicas Comunes	47
Valor Numérico de una Expresión Algebraica	48
FACTOREO.....	48
Factores	49
TRINOMIOS DE FACTORIZACIÓN	49
Tipos de Trinomios	50
Trinomio Cuadrado Perfecto.....	50
Regla para Factorar	50
Trinomio de la Forma x^2+bx+c	53
Regla práctica para factorar un Trinomio de la Forma $x^2 -t- bx + c$	53
Trinomio de la Forma ax^2+bx+c	55
Descomposición en Factores de un Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$	56
Factorar $20x^2 + 7x - 6$	56
2.5 HIPÓTESIS.....	57
2.6 SEÑALAMIENTO DE VARIABLES.....	57
CAPÍTULO 3.....	58
METODOLOGÍA	58
3.1 ENFOQUE	58
3.2 MODALIDAD BÁSICA DE LA INVESTIGACIÓN.....	58
3.3 NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN.....	59

3.4 POBLACIÓN Y MUESTRA	59
3.5 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES	60
3.5.1 Variable Independiente: El Método Heurístico.....	60
3.5.2 Variable Dependiente: Solución de Trinomios de Factorización	61
3.5 RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	62
3.6 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN	63
CAPITULO 4.....	64
ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN	64
4.1 LISTA DE COTEJO APLICADA A ESTUDIANTES DE NOVENO “A” ..	64
ITEM 2. Se interesa por resolver el problema	66
ITEM N°3: Reconoce los datos iniciales	67
ITEM N°4: Establece las condiciones o interpretaciones	68
ITEM N°5: Representa o grafica el problema.....	69
ITEM N° 7: Verifica el resultado.....	71
ITEM N° 8: Busca nuevos pasos para la resolución	72
4.3 LISTA DE COTEJO APLICADA A ESTUDIANTES DE NOVENO “B” ..	73
ITEM N° 1: Identifica el problema	73
ITEM N° 2: Se interesa por resolver el problema.....	74
ITEM N° 3: Reconoce los datos iniciales	75
ITEM N° 4: Establece las condiciones o interpretaciones	76
ITEM N° 5: Representa o grafica el problema	77
ITEM N° 6: Aplica las reglas y los principios	78
ITEM N° 7: Verifica el resultado.....	79
ITEM N° 8: Busca nuevos pasos para la resolución	80
4.4 VERIFICACIÓN DE LA HIPÓTESIS	81
4.4.1 Planteamiento de la hipótesis	81
4.4.2 Nivel de significación y regla de decisión	81
4.4.3 Descripción de la población	81
4.4.4 Especificación de lo estadístico	82
4.4.5 Especificación de las regiones de aceptación y rechazo	82
Cálculo del Chi cuadrado	83

Tabla N° 25: Frecuencias esperadas	87
Campana de Gauss	90
CAPÍTULO 5	91
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	91
5.1 CONCLUSIONES	91
5.2 RECOMENDACIONES	92
CAPÍTULO 6	93
PROPUESTA	93
6.1 DATOS INFORMATIVOS	93
6.2 ANTECEDENTES DE LA PROPUESTA	93
6.3 ANTECEDENTES.....	93
6.4 JUSTIFICACIÓN	94
6.4 OBJETIVOS	95
6.4.1 Objetivo general	95
6.4.2 Objetivos específicos	95
6.5 ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD	95
6.6 FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICA.....	96
LOS VIDEOS TUTORIALES	96
Presentación.	97
Condiciones de visionado.	98
Actividades del alumno.....	98
6.7 METODOLOGÍA. MODELO OPERATIVO	100
6.8 ADMINISTRACIÓN DE LA PROPUESTA	112
6.9 PREVISIÓN DE LA EVALUACIÓN	112
BIBLIOGRAFÍA.....	114
ANEXOS.....	118
Anexo N° 2	120
PLAN DE CLASE NORMAL.....	120
Anexo N° 3	121
PLAN DE CLASE DEL MÉTODO HEURÍSTICO.....	121

ÍNDICE DE GRÁFICOS

Gráfico 1: Árbol de problemas.....	10
Gráfico 2: Categorización de Variables.....	19
Gráfico 3: Variable Independiente.....	20
Gráfico 4: Variable Dependiente.....	21
Gráfico 5: Leguaje algebraico.....	47
Gráfico N° 6: Identifica el problema.....	66
Gráfico N° 7: Identifica el problema.....	67
Gráfico N° 8: Datos Iniciales.....	68
Gráfico 9: Interpretaciones.....	69
Gráfico 10: Grafica el problema.....	70
Gráfico 11: Reglas y principios.....	71
Gráfico 12: Verificación.....	72
Gráfico 13: Pasos nuevos.....	73
Gráfico 14: Identifica el problema.....	74
Gráfico 15: Demuestra interés.....	75
Gráfico 16: Datos iniciales.....	76
Gráfico 17: Interpretaciones.....	77
Gráfico 18: Grafica el problema.....	78
Gráfico 19: Reglas y principios.....	79
Gráfico 20: Verificación.....	80
Gráfico 21: Nuevos pasos.....	81

ÍNDICE DE TABLAS

TABLA N° 1: Etapas en la resolución de problemas.....	24
TABLA N° 2: Población y muestra.....	60
TABLA N° 3: Identificación del problema.....	66
TABLA N° 4: Demuestra interés.....	67
TABLA N° 5: Datos Iniciales.....	68
TABLA N° 6: Interpretaciones.....	69
TABLA N° 7: Grafica el problema.....	70
TABLA N° 8: Reglas y principios.....	71
TABLA N° 9: Verificación.....	72
TABLA N° 10: Pasos nuevos.....	73
TABLA N° 11: Identifica el problema.....	74
TABLA N° 12: Demuestra interés.....	75
TABLA N° 13: Datos Iniciales.....	76
TABLA N° 14: Interpretaciones.....	77
TABLA N° 15: Grafica el problema.....	78
TABLA N° 16: Reglas y principios.....	79
TABLA N° 17: Verificación.....	80
TABLA N° 18: Nuevos pasos.....	81
Tabla N° 19: Distribución del Chi cuadrado.....	84
Tabla N°: 20 Frecuencias observadas Paralelo “A”.....	85
Tabla N° 21: Frecuencias esperadas.....	86
Tabla N° 22: Frecuencias esperadas Paralelo “A”.....	86

Tabla N° 23: Cálculo del Chi cuadrado.....	87
Tabla N°: 24 Frecuencias observadas Paralelo “B”.....	88
Tabla N° 25: Frecuencias esperadas.....	88
Tabla N° 26: Frecuencias esperadas Paralelo “B”.....	89
Tabla N° 27: Cálculo del Chi cuadrado.....	90
TABLA N°28: Modelo Operativo.....	101
TABLA N° 29: Administración de la propuesta.....	101
TABLA N°30: Previsión de la evaluación.....	102

UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
CARRERA DE EDUCACIÓN BÁSICA

RESUMEN EJECUTIVO

TEMA: “EL MÉTODO HEURÍSTICO Y SU INCIDENCIA EN LA SOLUCIÓN DE TRINOMIOS DE FACTORIZACIÓN DE NOVENO AÑO DE EDUCACIÓN GENERAL BÁSICA EN LA UNIDAD EDUCATIVA LICEO POLICIAL MAYOR GALO MIÑO”

AUTOR: Andrés Sebastián Arguello Zurita

TUTOR: Lic. Mg. Moraima Bustos

Resumen

El presente trabajo de investigación está basado en la aplicación del método heurístico para la resolución de problemas algebraicos por ser uno de los problemas álgidos en la educación escolar a nivel mundial, en él se evidencian las posibles causas y efectos que se producen. Está delimitado al ámbito educativo y se realizó con los estudiantes de noveno año de educación básica de la unidad educativa “Liceo Policial Mayor Galo Miño”. Se utilizaron dos estrategias, una para cada paralelo, el Ciclo de Kolb y el Método Heurístico con los pasos y ejemplos prácticos de su aplicación en hora de clase. La investigación tiene un enfoque cuanti-cualitativo, predominantemente cualitativo, y en ella se describe la diferencia que presentan los estudiantes, al recibir la clase con los dos métodos diferentes, por lo que se ha asociado sus variables con el fin de comprobar la hipótesis planteada. Entre los resultados está la eficiencia del método heurístico en la resolución de trinomios de factorización como lo verificó la hipótesis “El Método Heurístico incide en la Solución de los Trinomios de Factorización”. Se concluyó que los estudiantes están acostumbrados a hacer sólo lo que el docente indica, por lo que presentan dificultades en la comprensión del problema, pierden el interés por aprender porque pasan pasivos y no plantean alternativas de solución. En consecuencia, surge la necesidad que los docentes se capaciten en estrategias para la enseñanza de la matemática, específicamente en la resolución de problemas a través del Método Heurístico. La propuesta que se presenta está relacionada con las recomendaciones que se realiza y está dirigida a los docentes, un video tutorial sobre la aplicación del Método Heurístico en la resolución de Trinomios de Factorización, el mismo que pretende ser una guía que oriente el trabajo docente en el área de matemática.

Palabras clave: estrategia, heurístico, trinomio, enseñanza, acto didáctico.

TECHNICAL UNIVERSITY OF AMBATO
FACULTY OF HUMANITIES AND EDUCATION
CAREER OF BASIC EDUCATION

EXECUTIVE

SUMMARY

TOPIC: "HEURISTIC METHOD AND ITS IMPACT ON THE SOLUTION OF trinomial factoring NINTH YEAR OF BASIC EDUCATION IN GENERAL POLICE SENIOR HIGH SCHOOL EDUCATION UNIT GALO MIÑO"

AUTHOR: Andrés Arguello Sebastián Zurita

TUTOR: Lic Mg. Moraima Bustos

Summary

This research is based on the application of heuristic method for solving algebraic problems for being one of the crucial problems in school education worldwide, it's possible causes and effects that occur are evidence. It is bounded to the educational environment and performed with freshmen year of basic education in the educational unit "Police Liceo Mayor Galo Miño". Two strategies, one for each parallel Cycle Kolb and Heuristic Method with practical steps and examples of its application in class time is used. The research has a quantitative and qualitative predominantly qualitative approach, and in it the difference that students present, receiving class with two different methods, so it has partnered its variables to test the hypothesis described raised. Among the findings is the efficiency of heuristics in solving trinomial factoring as verified the hypothesis "The Heuristic Method affects the solution of Trinomials Factoring". It was concluded that students are accustomed to doing only what the teacher states, which have difficulties in understanding the problem, they lose interest in learning because they spend liabilities and pose no alternative solutions. Consequently, the need for teachers to be trained in strategies for teaching mathematics, specifically in the resolution of problems through heuristic method. The proposal presented is related to the recommendations made and is aimed at teachers, a video tutorial on the application of Heuristic Method in resolving Trinomials Factoring, it is intended as a guide to guide the teaching work the area of mathematics.

Keywords: strategy, heuristic, trinomial, teaching, teaching act.

INTRODUCCIÓN

El informe final de investigación denominado: “El Método Heurístico y su Incidencia en la Solución de Trinomios de Factorización de Noveno Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño”, tiene relevancia porque presenta aspectos novedosos y creativos para la enseñanza de la matemática.

Los recursos que tiene el docente son de vital importancia en el momento de promover aprendizajes auténticos, por lo que es importante señalar que se llegó a considerar la necesidad de que los docentes se capaciten en estrategias apropiadas para la enseñanza de la matemática, específicamente en la resolución de problemas a través del Método Heurístico.

La investigación está conformada por seis capítulos:

CAPÍTULO 1. EL PROBLEMA. En él se aborda la contextualización del problema a nivel macro, meso y micro, la justificación y los objetivos que se pretenden alcanzar.

CAPÍTULO 2. MARCO TEÓRICO. Se fundamenta la investigación con antecedentes investigativos, filosóficos, legales y científicos.

CAPÍTULO 3. METODOLOGÍA. Aborda el enfoque, tipo y nivel de la investigación, la población y muestra, la operacionalización de las variables, el plan de recolección, el procesamiento y análisis de la información.

CAPÍTULO 4. ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN DE RESULTADOS. Aquí se procede al análisis e interpretación de los resultados de las Fichas de cotejo aplicadas a los estudiantes de noveno año mediante tablas y gráficos estadísticos, y a la verificación de la hipótesis.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES. Se evidencia las conclusiones en función de los resultados obtenidos y se realizan las recomendaciones que se pueden emplear para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje.

CAPÍTULO 6. PROPUESTA. Como parte de este informe se desarrolla y sustenta la propuesta, los datos informativos de la institución ejecutora, los antecedentes, los objetivos, el Modelo operativo de la propuesta y la previsión de la evaluación.

CAPITULO 1

EL PROBLEMA

1.1 TEMA

El Método Heurístico y su Incidencia en la Solución de Trinomios de Factorización de Noveno Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

1.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

1.2.1 Contextualización

Uno de los problemas álgidos en la educación escolar a nivel mundial ha sido el aprendizaje de la matemática.

En Iberoamérica se ha realizado investigaciones como la de María de los Ángeles Ortiz (2008) quien manifiesta que en las dos últimas décadas, la enseñanza y el aprendizaje del álgebra ha sido un tema destacado especialmente en las investigaciones didácticas, y refiere que los errores más comunes se encuentran en el procedimiento de resolución de problemas algebraicos y a las dificultades en los procesos matemáticos. Para la autora, en el artículo, el Lenguaje Algebraico en la Escuela: cómo conseguir un equilibrio entre investigación y práctica manifiesta: que a más de las dificultades que tienen los alumnos y alumnas de los distintos niveles respecto a los conceptos algebraicos, se suman lo que se citan de Arzarello, Bazzini, Chiappini (1995), quienes añaden que “algunos alumnos y alumnas no manejan el «significado» de los símbolos que han aprendido formalmente porque, además de ignorar el significado de las fórmulas y

conceptos, inventan significados que sustituyen a los auténticos” (Ortiz Capilla, s/f); y que en general se utiliza el álgebra como una máquina de cálculo. Además, señalan que: “desde un punto de vista didáctico, es muy difícil superar tales dificultades y errores conceptuales, fundamentalmente, porque el significado inventado suele tener sus propias justificaciones y está inspirado en modelos previamente aprendidos”. (Ortiz Capilla, s/f)

En Colombia, en la Universidad de los Llanos (2010), se realizó el Décimo Encuentro Colombiano del Aprendizaje de Matemática Educativa, María Castellanos S. y Jorge A. Obando B. realizan un análisis de los errores que los estudiantes cometen al producir la generalización de expresiones algebraicas o de ecuaciones, y refieren que ésta es una de las preocupaciones más constantes de los profesores de matemáticas en la educación básica y media del sistema educativo Colombiano.

Evidentemente estos errores influyen en el logro de competencias y aprendizajes de la matemática, existen aquellos estudiantes que tienen una actuación aparentemente satisfactoria y ocultan probablemente serios errores operacionales, estructurales y procesuales de los objetos matemáticos que dificultarán el aprendizaje subsiguiente

En el Ecuador en las últimas décadas la educación ha venido sufriendo cambios con nuevas reformas educativas (Acuerdo Ministerial 1443 del 9 de abril de 1996) a nivel preescolar, primario y ciclo básico del nivel medio que en lugar de facilitar aprendizajes han vulnerado los procesos de enseñanza aprendizaje. Así mismo, “se ha puesto en vigencia el documento de Actualización y Fortalecimiento Curricular de la Educación Básica” (UNESCO, 2010/11) de primero a décimo año de educación básica a partir del 2011.

Antes de 1996 la información de la calidad de la educación en el Ecuador era escasa, luego de la participación en una prueba diseñada por la UNESCO junto con otros doce países, quedó en el último lugar en el área de matemática (Programa de Promoción Educativa en América latina y el Caribe, 2006). En el año 1996 se programa una evaluación del aprendizaje a nivel nacional mediante el

Sistema de Evaluación APRENDO para evaluar los logros académicos en Matemática y Lengua y Comunicación en el año lectivo 1995-1996. Los resultados que arrojó este sistema fueron alarmantes, pues los niveles de logro fueron bajos y mucho más bajo en matemática.

Las calificaciones nacionales promedio sobre veinte puntos fueron las siguientes: en lengua y comunicación 11,5, y en matemática 7,17. Los valores fueron más altos en el régimen sierra, en los particulares urbanos y en el alumnado femenino. El 50% de los niños y niñas de 6° grado demostró dominio en cuatro de las diez destrezas de lengua, y en ninguna de las once destrezas de matemática. En esta área, menos del 10% dominó cinco destrezas de las once, y menos del 5% dominó dos de las once. (MEC, 1999). (UNESCO, 2010/11)

En el año 2000 se vuelve a aplicar la prueba APRENDO en otros grados de educación básica y el promedio nacional por niveles de logro de las destrezas evaluadas en el área de lenguaje y comunicación y matemática se elevaron, sin embargo, todavía presentaban un nivel preocupante y desalentador.

El promedio nacional por niveles de logro de las destrezas evaluadas en el área de matemática, fue el siguiente: a) en el 3° grado los alumnos/as alcanzaron un nivel de dominio de 29,88%; b) en el 7° grado los alumnos/as alcanzaron un nivel de dominio de 15,27%; c) en el 10° grado los alumnos/as alcanzaron un nivel de dominio de 14.34%. (UNESCO, 2010/11)

En el año 2000 las pruebas APRENDO se aplicaron en 72.000 estudiantes del país incluida la provincia de Tungurahua, en las mismas áreas, sin embargo, los niveles siguen siendo menores al 50%. En matemática las destrezas en las que mayores dificultades se presentaron fueron: “estimar la magnitud de resultados de problemas con adiciones, sustracciones y su combinación, resolución de problemas de áreas y volúmenes, perímetros, de combinación de operaciones fundamentales, de porcentajes, resolver relaciones de igualdad u orden” (UNESCO, 2010/11) y las expresiones algebraicas.

Otro factor de riesgo que se detectó fue el hecho de que el 18,1% eran profesores con título no docente, por lo cual se inicia la evaluación a los docentes con el fin de detectar las falencias en el acto educativo, una de ellas fue la metodología que utilizaban, lo que contribuyó a tener vacíos o atrasos de conocimientos en los

estudiantes, aquello se verifica en la no aprobación de los alumnos que se presentan a dar las pruebas de ingreso a las universidades, quienes en alto porcentaje obtuvieron promedios bajos en aptitudes verbales y lógico-matemática.

Por lo que en los últimos años el Estado se ha preocupado por capacitar a los docentes en cuanto a la profesionalización y el perfeccionamiento a través del Ministerio de Educación con fines de elevar la calidad de la educación.

Según el Diario el Universo, en el Ecuador, dentro del plan piloto del Sistema Nacional de Nivelación y Admisión (SNNA) que se aplicó en cinco universidades del país el 18 de febrero del 2012, no lograron ingresar a ninguna carrera 13.972 postulantes, cantidad que representa el 30,58% de aspirantes, que sacaron un puntaje menor a 555 puntos en aptitud verbal, razonamiento numérico y razonamiento abstracto.

En el mismo diario luego de un sondeo a las personas involucradas en el proceso identificó las principales razones por las cuales los postulantes no lograron la asignación de la carrera que aspiraban. Entre ellas está: que el bachiller no está preparado para enfrentar este tipo de pruebas porque hay deficiencias desde el nivel básico hasta el superior, la falta de nivelación ya que no todos salen con los mismos conocimientos y la prueba provocó tensión, nervios y desconcentración y faltó tiempo para contestar esa cantidad de preguntas, que los bachilleres no estaban listos para asumir este tipo de pruebas.

En Tungurahua los alumnos de los planteles educativos no han estado exentos de presentar este tipo de dificultades tanto en el área rural como urbana, los niveles de logro siguen siendo menores al 50 %.

Luego de indagar con las autoridades de la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño, quienes manifiestan que una de las debilidades de los estudiantes del noveno año es el aprendizaje de la matemática, específicamente en la resolución de los problemas de factorización, presentan dificultades en la identificación de datos y en relación con los aprendizajes previos en la resolución de problemas de factorización, desmotivación hacia la materia, poco uso del

razonamiento lógico matemático, problemas de comportamiento que contribuyen al apareamiento de indisciplina en el aula, lo que está provocando bajo rendimiento en dicha materia. Por lo que se torna importante investigar este tema.

1.2.2 Análisis Crítico

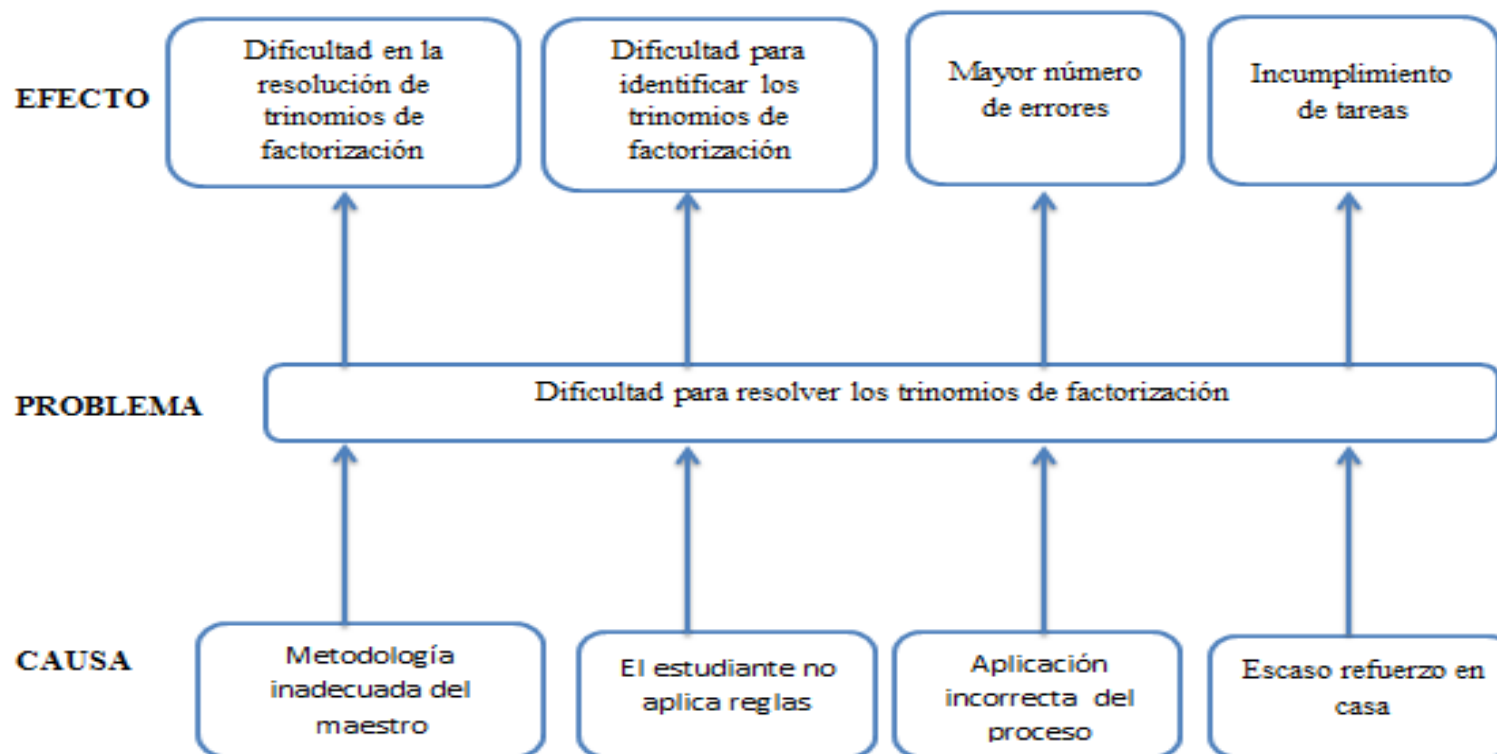


Gráfico 1: Árbol de problemas
Elaborado por Andrés Argüello.

La resolución de problemas algebraicos permite al alumno la construcción significativa de su lenguaje algebraico y un adecuado desarrollo posterior del aprendizaje de la matemática abstracta.

El problema se presenta en los alumnos que pertenecen a un nivel socio económico medio, en donde la mayoría son padres no dan tiempo o atención de sus hijos y no refuerzan los aprendizajes en la casa lo que provoca que no realicen las tareas porque se dedican al comercio y no pasan el tiempo necesario con sus hijos o no han culminado sus estudios primarios o secundarios y no saben cómo guiarlos.

Entre las dificultades que se encuentra en los estudiantes están la metodología inadecuada que aplica el maestro al repetir mecánicamente el ejercicio lo que produce dificultad en la resolución de problemas matemáticos, por cuanto el estudiante no reflexiona ni comprende los procesos.

No aplicar las reglas de solución no le permite al estudiante identificar los diferentes casos perdiendo el interés por su resolución y abandonar el estudio del mismo.

El alumno no cumple con el proceso respectivo para la resolución de los problemas y el poco esfuerzo que realiza en casa le hacen cometer mayor número de errores y fácilmente se desanima, esta situación se observa a menudo ya que quieren simplificar pasos y realizarlos con mayor rapidez.

Todos los involucrados en el acto educativo como autoridades, padres y maestros necesitan concienciar y cambiar ya que el papel del profesor es crucial en todo aprendizaje para el logro de habilidades, destrezas y capacidades de los alumnos en el área de la matemática.

1.2.3 Prognosis

Las metodología heurística es una herramientas importante en el proceso resolución de problemas matemáticos, de no dar solución a las dificultades mencionadas, a futuro se podría tener estudiantes con problemas en el aprendizaje,

desmotivados, con bajo rendimiento escolar, fracaso escolar, pérdida de año y deserción de la educación.

Todo ello afecta a la calidad educativa y a la formación integral de estudiante.

1.2.4 Formulación del problema

¿De qué manera incide el Método Heurístico en la solución de los Trinomios de Factorización en los Estudiantes de noveno año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño?

1.2.5 Preguntas directrices

- ¿Cuál es la metodología para aplicar el método Heurístico?
- ¿Cuáles son las reglas para maximizar la solución de los trinomios de factorización?
- ¿Cuál es la estrategia para resolver el problema de aprendizaje de trinomios de factorización?

1.2.6 DELIMITACIÓN

De contenido

Campo:	Didáctica
Área:	Enseñanza
Aspecto:	Estrategias

Espacial:

Institución:	Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño (Noveno año A y B)
Provincia:	Tungurahua

Cantón: Ambato
Parroquia: Izamba
Dirección: Avda. Pedro Vásquez

Temporal

Periodo: septiembre 2014 – marzo 2015

1.3 JUSTIFICACIÓN

El **propósito** de esta investigación es convertirse en un referente para maestros, estudiantes y padres de familia por cuanto plantea estrategias didácticas que facilitan el proceso de aprendizaje para la resolución de los trinomios.

El método heurístico es **importante** porque se caracteriza por la utilización de técnicas por las cuales se mejora en promedio el resultado de una tarea resolutoria de problemas. Ayuda a dirigir la atención hacia la posible solución de un problema dado por medio de pasos lógicos.

El **impacto** social de este estudio es fortalecer la acción educativa mediante diversas experiencias activas y participativas que permiten que los alumnos vayan integrando nuevos aprendizajes significativos.

El presente estudio es **factible** porque se cuenta con la colaboración de las autoridades maestros y padres de familia de la institución y la bibliografía para sustentación científica.

Los **beneficiarios** directos serán los estudiantes y maestros y, los indirectos, los padres de familia.

1.4 OBJETIVOS

1.4.1 General

Determinar la incidencia del Método Heurístico en la resolución de los Trinomios de Factorización en los Estudiantes de noveno año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño

1.4.2 Específicos

- Fundamentar bibliográficamente el proceso del Método Heurístico
- Identificar las reglas para maximizar la solución de los trinomios de factorización
- Someter a prueba la utilización del Método Heurístico en la resolución de los trinomios de factorización.
- Proponer una alternativa de solución al problema encontrado.

CAPITULO 2

MARCO TEÓRICO

2.1 ANTECEDENTES

En la Carrera de Educación Básica de la Facultad de Ciencias Humanas y de la Educación de la Universidad Técnica de Ambato no existen investigaciones similares en cuanto a la aplicación del método heurístico en la resolución de trinomios en factorización.

A nivel internacional se han encontrado investigaciones referentes a los errores más comunes en el procedimiento de resolución de problemas algebraicos y a las dificultades en los procesos matemáticos en la edad escolar.

Agudelo, G., Bedoya, V. y Restrepo, A. (2008) en su investigación sobre “Método Heurístico en la Resolución de Problemas Matemáticos” realizado en la Universidad Tecnológica de Pereira concluyen que:

- Los estudiantes presentaron muchas dificultades en la comprensión lectora y como era de esperarse están: afecto la capacidad resolutoria de los problemas matemáticos
- El bajo desempeño de la comprensión lectora influyó en las dificultades presentadas por los estudiantes para resolver los diferentes problemas matemáticos.
- Observando los resultados obtenidos, se demuestra que los estudiantes no tienen claridad sobre qué pasos seguir para resolver un problema y no verifican si lo están haciendo bien, ya que lo principal para ellos es resolverlos sin importar el resultado obtenido ni el proceso a seguir.

Entonces, los estudiantes presentan dificultades en la comprensión y la identificación de datos, que no les permite tener una visión clara de lo que se debe realizar y por lo tanto se vuelven mecánicos al resolver los problemas matemáticos.

Boscán, M. y Klever, K. (2012) en su trabajo de investigación sobre “Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos” concluyen que:

- Los estudiantes, en su mayoría, al enfrentarse a la resolución de problemas matemáticos, no siguen los pasos propuestos por Pólya.
- Presentan dificultades en la comprensión de los enunciados de los problemas. En la prueba se limitaban a escoger una opción de respuesta sin realizar un análisis u operación para obtener la misma.
- Se observó mucha confusión y poca motivación para la realización de la prueba. Los estudiantes tienen la idea de que todos los problemas se solucionan a través de una adición. Efectúan operaciones sin reflexionar si estas conllevan a obtener la respuesta correcta.

Por lo tanto se puede afirmar que los estudiantes no toman en cuenta las fases o pasos para la resolución de problemas y que no han desarrollado procesos de análisis e interpretación de información.

Guerra, V. (2009) en su trabajo de investigación La Conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática realizado en la Universidad Nacional Mayor de San Marcos, concluye que:

- Los niveles de aprobación (número y porcentaje de alumnos aprobados) son muy diferentes para ambos grupos. Mientras el grupo A presenta el 91.7% de estudiantes aprobados (11 de 12 alumnos) el grupo B tiene un 50% (6 de 12 estudiantes). Esta es una significativa diferencia en los niveles de aprendizaje logrados por los dos grupos.
- Existen diferencias manifiestas en los promedios de calificativos logrados por cada uno de los grupos en la prueba de salida. El grupo A eleva su promedio,

- en relación con la prueba de entrada, en 3 puntos (15%) y el grupo B en 0.4 puntos (2%). Además, en la prueba de entrada la diferencia de promedios entre los dos grupos es mínima, de sólo 1.1 punto (6 %). En la prueba de salida esta diferencia se hace muy grande, elevándose a 3.7% puntos (19%). Es decir, la diferencia se hace casi 3 veces mayor a favor del grupo A. Existe, entonces, una diferencia significativa en los niveles de aprendizaje alcanzados.
- Se tiene así que, por lo menos para la presente investigación, el empleo del Método Heurístico para la enseñanza de la Matemática, que emplea la resolución de problemas, ha elevado en forma significativa los niveles de aprendizaje del grupo experimental (grupo A) en relación con el grupo control (grupo B).

Por lo tanto, con la aplicación del método heurístico se puede mejorar la adquisición de procesos de organización, interpretación, comparación y verificación de resultados que son imprescindibles en la resolución de problemas matemáticos.

2.2 FUNDAMENTACIÓN FILOSÓFICA

“La Filosofía, que es una concepción de vida de acuerdo con una concepción de realidad, alumbró el proceso educativo desde sus más altos ideales hasta los más pequeños hechos que se realizan en el aula” (Jiménez, s/a).

“Una educación que llegue a promover el mejoramiento de la calidad debe partir de una propuesta filosófica que tenga que ver con una visión de un nuevo ser humano a formar. La educación no es más que el esfuerzo que realizan los individuos y la sociedad para formar una mejor sociedad, y la sociedad se forma con mejores seres humanos” (Jiménez, s/a)

Esta investigación se enfoca en el **paradigma Crítico Propositivo** porque promueve el desarrollo humano con una visión integral de constante cambio, con el fin de formar humanos con talentos, capacidades y potencialidades sean

capaces de criticar su propio accionar para proponer el camino a la solución de hechos o fenómenos reales con estrategias innovadoras y participativas.

“La Ontología es el estudio del ser en cuanto ser. El “ser” es todo cuanto es observado por la mente humana, sea material o inmaterial. Un ser material: un libro, una casa, una nube, el sol, etc. Un ser inmaterial: una metáfora, una tesis filosófica, una operación matemática, una idea política, etc. De la claridad con la que definamos y entendamos a ese “ser”, motivo de estudio de la mente humana, está el triunfo del ser humano en la naturaleza. Si ese ser es definido entendido y explicado tal cual es, se podrá avanzar científicamente, lo que es lo mismo, el ser humano podrá entender todo cuanto lo rodea y transformarlo” (Jiménez, s/a).

Ontológicamente se concibe al individuo como un ser en constante cambio, el hombre evoluciona en todas las dimensiones de su desarrollo de una manera positiva.

En el plano **epistemológico**, sostiene que “educar es transformar la realidad”. En el presente fundamento el axiológico, el proceso educativo, o la relación Sujeto-Objeto tiene que estar influenciada por los valores, entonces ¿cómo transformar positivamente. Para transformar positivamente la realidad deben estar presentes los valores, ya que éstos no son un simple enunciado teórico, que se cree saberlos porque se repite su concepto de memoria, sino que hay que vivirlos para obtener un producto, caso contrario no tiene sentido (Jiménez, s/a)

La educación transforma positivamente y el ser humano cambia, se transforma, es capaz de tomar decisiones para transformar la sociedad y adaptarse a ella acorde a los cambios que se van dando.

Axiológicamente el proceso educativo se enmarca en un sistema de valores influenciado por acciones que respetan cultura, diversidad, individualidad, religión, etc., con el propósito de formar una sociedad justa y solidaria, de trabajo y de crecimiento interior

“El Modelo Crítico Propositivo defiende que el PEA debe realizarse entre iguales; el educador se coloca en el mismo plano del o la estudiante, plano horizontal y

democrático, donde ambos realizan reflexiones y críticas a los diversos temas del programa” (Jiménez, s/a)

En el ámbito **pedagógico** parte de la relación alumno maestro y de la forma como el individuo incorpora nuevos conocimientos, la constante transformación le permite resolver problemas relacionados con sus necesidades y aplicarlo en otros contextos. El docente se presenta al mismo nivel del estudiante con la finalidad de promover reflexión y crítica, el estudiante aprenderá a realizar planteamientos lógicos y defenderlos con buenos argumentos con la concepción de que educar no es la mera transmisión de conocimientos, es transformar la realidad.

2.4 CATEGORÍAS FUNDAMENTALES

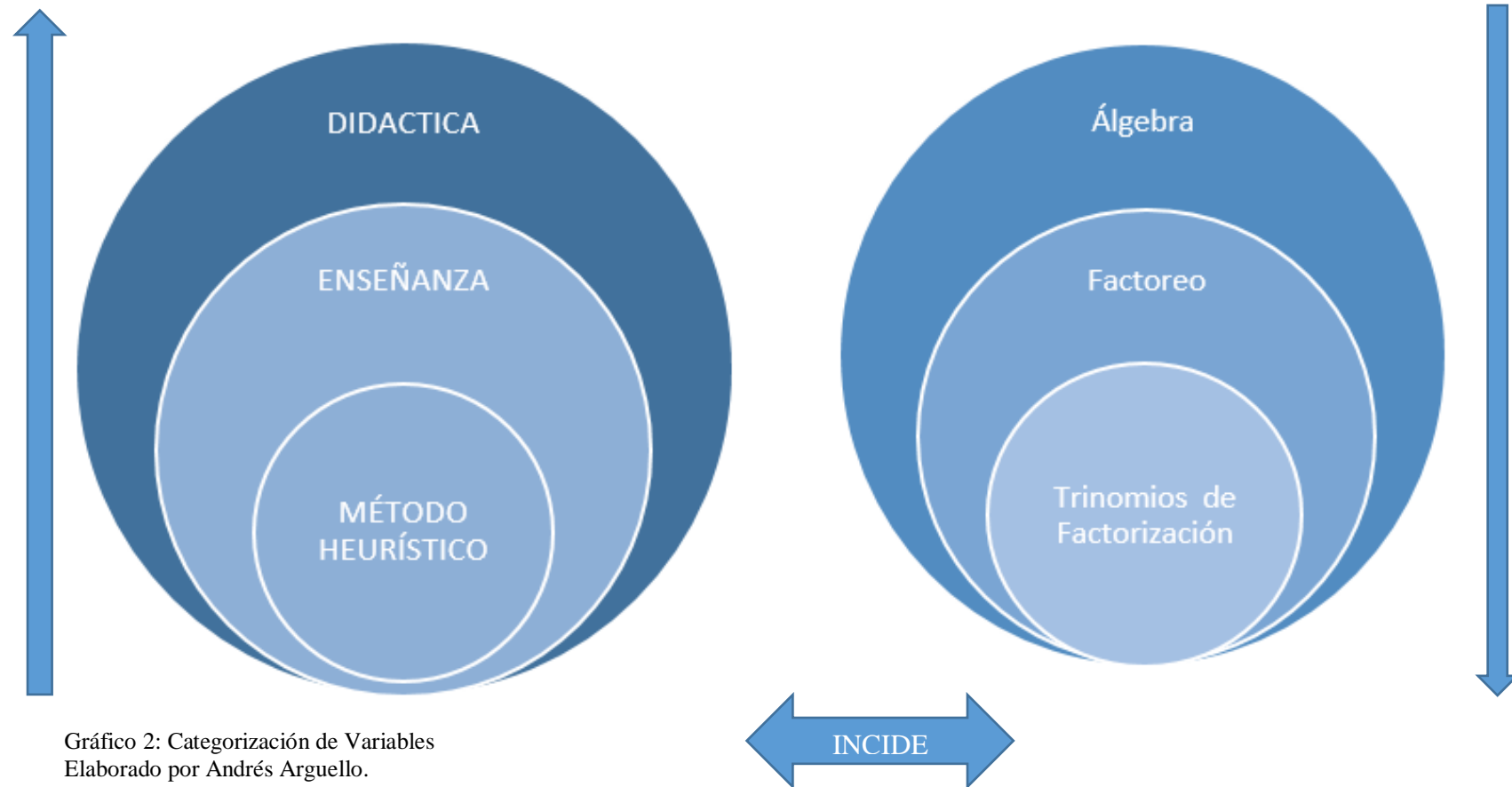


Gráfico 2: Categorización de Variables
Elaborado por Andrés Arguello.

Constelación de ideas de la Variable Independiente

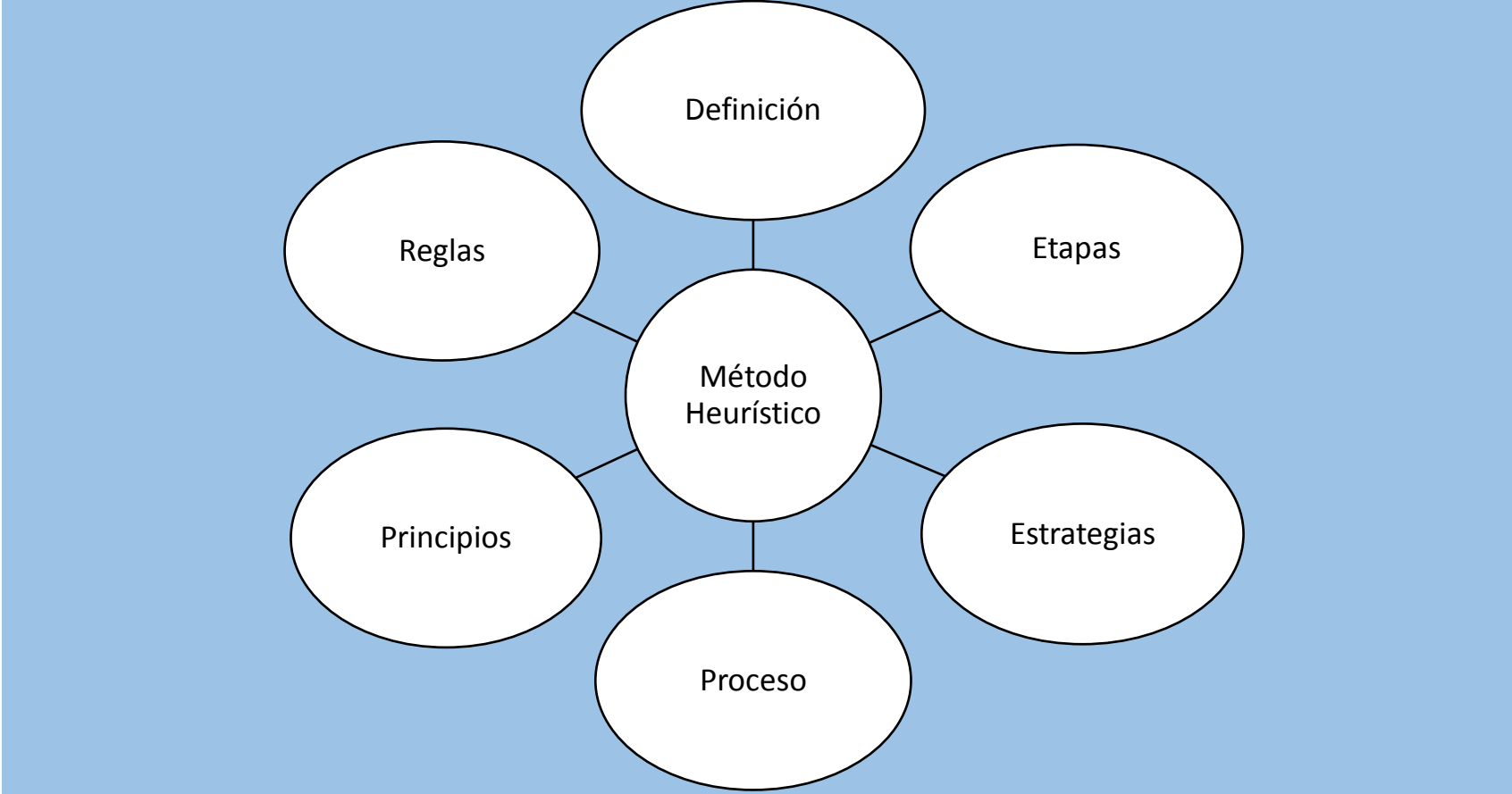


Gráfico 3: Variable Independiente
Elaborado por Andrés Arguello.

Constelación de ideas de la Variable Dependiente

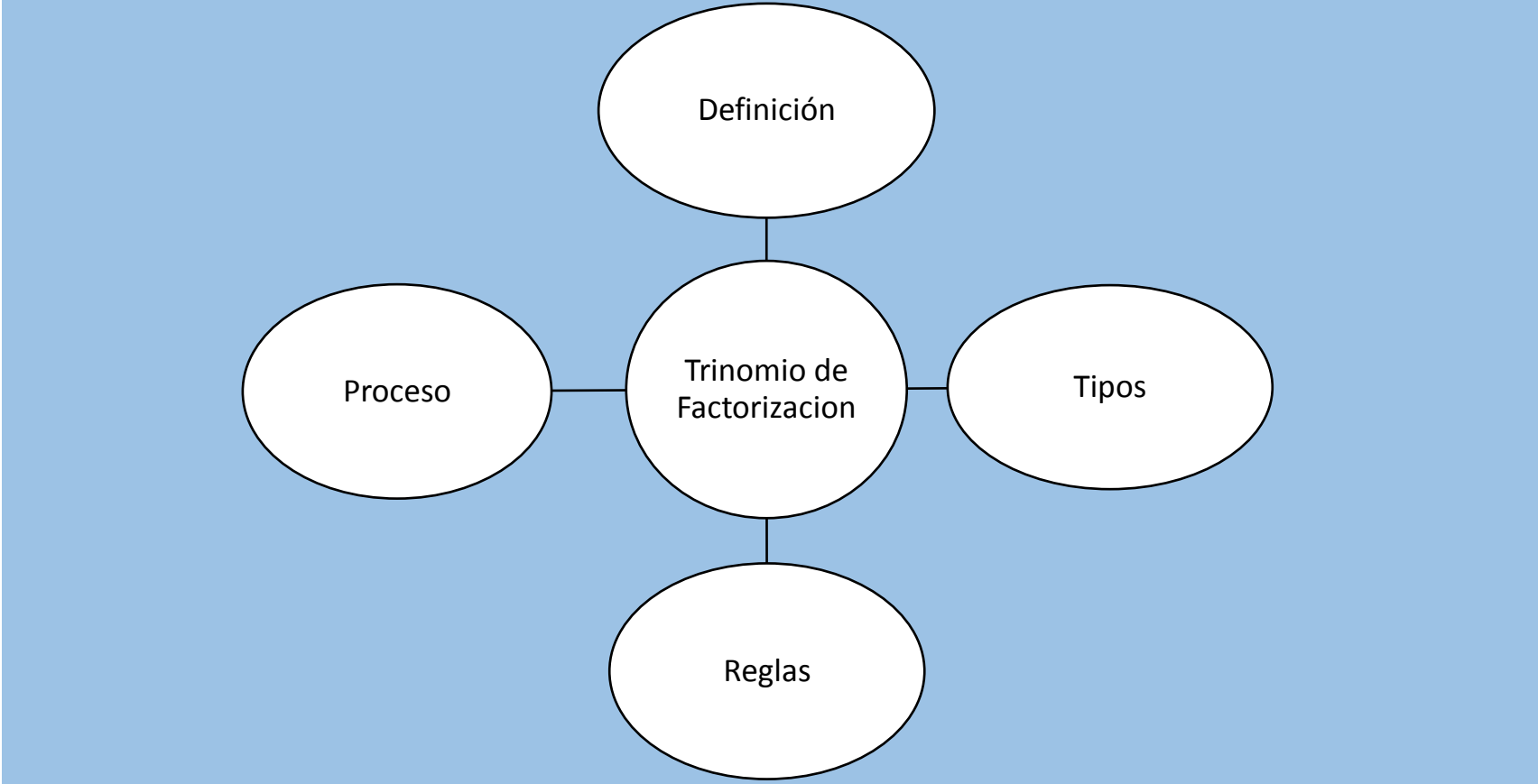


Gráfico 4: Variable Dependiente
Elaborado por Andrés Arguello.

2.4.1 VARIABLE INDEPENDIENTE

MÉTODO HEURÍSTICO

Introducción

A partir de los años 60 se comienza a utilizar los métodos heurísticos por su interés práctico para la solución de problemas, se caracterizan por la utilización de técnicas y “estrategias globales como la analogía con otros problemas, la descomposición del problema en sus elementos, el ensayo y error dirigido por la meta buscada” (Aispur & Castillo, 2010) con la finalidad de centrar la atención en la posible solución.

En la actualidad se ha procurado dotar a los estudiantes de herramientas con diferentes procedimientos que les permita la resolución de problemas en los diferentes campos del saber humano, en ellos puede apreciarse cuatro fases (Ostrovsky, 2006) que promueven la utilización de los recursos cognitivos del estudiante:

- La comprensión del problema
- La organización de un plan
- La ejecución del mismo
- La verificación de los resultado

Entre estos procedimientos para la resolución de problemas existen dos tipos de situaciones: los algorítmicos y los heurísticos.

Algorítmico

“Se comprende el problema y los pasos y los pasos para resolverlo mediante la aplicación de una sucesión fija de procedimientos” (Ostrovsky, 2006).

Heurístico

“El hecho de que se comprenda el problema y no se conozcan los pasos a seguir para resolverlo” (Ostrovsky, 2006), lo que permite utilizar los aprendizajes previos y la experiencia para poder encontrar las posibles soluciones.

Definición

Heurístico viene de la palabra “Eureka”, exclamación famosa de Arquímedes, cuando comprendió los principios de flotación, salió desnudo de la bañera gritando “Eureka”, como un modo simple del verbo griego *heuriskein* que significa descubrir, encontrar, “lo he encontrado” (Aispur & Castillo, 2010). Es decir, heurística se entiende como una estrategia, método, criterio usado para hacer más sencilla la solución de problemas difíciles o complejos.

Heurística es la “ciencia que estudia los procesos de decisión respecto a un campo de conocimiento concreto, como son las estrategias cognitivas. Su contrapartida formal en computación es el algoritmo” (Juarez, 2013).

“La heurística trata de métodos o algoritmos exploratorios durante la resolución de problemas en los cuales las soluciones se descubren por la evaluación del progreso logrado en la búsqueda de un resultado final” (Aispur & Castillo, 2010)

Según Juárez (2013) al existir problemas difíciles de resolver en la práctica surgen posibles soluciones en un tiempo de cálculo razonable, estos algoritmos están basados en el conocimiento heurístico y por lo tanto reciben el nombre de algoritmos heurísticos. Sin embargo, pueden no tener pruebas, se pueden obtener resultados malos o se puede demorar en encontrar la solución.

“Un método heurístico es un conjunto de pasos que deben realizarse para identificar en el menor tiempo posible una solución de alta calidad para un determinado problema” (Juarez, 2013).

Para la resolución de problemas según algunos autores deben tomarse en cuenta cuestiones como:

1. Qué es y qué no es un problema
2. Qué estrategias cognitivas se promueven al resolver problemas
3. Cuáles son los conocimientos que están en juego
4. Si es posible enseñar a resolver problemas, con qué tipo de estrategias hay que contar

Existen estrategias reconocidas y utilizadas en la actualidad de algunos autores como Ronald Kantowsky, Alan Schoenfeld y George Pólya que están en vigencia y como se puede apreciar en el siguiente cuadro coinciden en tres etapas consecutivas: el análisis, la exploración y la comprobación de la solución.

TABLA N° 1: Etapas en la resolución de problemas

ALAN SCHOENFELD	RONALD KANTOWSKY	GEORGE PÓLYA
<p>Examinar problemas esencialmente equivalentes con métodos tales como:</p> <p>La sustitución de las condiciones por otras equivalentes.</p> <p>La recombinación de los elementos que integran el problema</p> <p>La introducción de elementos auxiliares</p> <p>El replanteo del problema por medio del cambio de perspectiva o notación</p> <p>La consideración del razonamiento por su contradicción o su contrarecíproco</p> <p>La suposición de que se dispone de una solución y la correspondiente determinación de cuáles serían sus propiedades.</p>	<p>Dibujar un diagrama, esquema o tabla</p> <p>Examinar un caso especial</p> <p>Identificar bien qué es lo que se busca y qué es lo que se da</p> <p>Identificar información relevante e irrelevante (a partir del análisis de toda la información dada).</p>	<p>Comprender el problema</p> <p>Realicen una lectura del problema en forma comprensiva.</p> <p>Establezcan qué es lo que se les pide y cuáles es son los datos del problema</p> <p>Intercambien diferentes interpretaciones con sus pares.</p> <p>Representen el problema de diferentes modos, los que posibiliten la selección del camino más adecuado</p> <p>¿Cuál es la incógnita?</p> <p>¿Cuáles son los datos?</p> <p>¿Cuáles son las condiciones?</p> <p>¿Es posible cumplir las condiciones?</p> <p>¿Las condiciones para hallar la incógnita son suficientes o insuficientes?</p> <p>¿Son redundantes dichas condiciones?</p>
<p>Examinar problemas ligeramente modificados por:</p>	<p>Trabajar hacia adelante (es decir, desde el principio)</p>	<p>Concebir un plan</p> <p>Descomponer el problema en pequeños problemas que</p>

<p>La elección de subjetivos (por satisfacción parcial de las condiciones)</p> <p>La combinación de una condición y el intento de volver a imponerla.</p> <p>La descomposición del problema en casos y, de tal forma, el estudio de caso por caso.</p> <p>Examinar problemas ampliamente modificados. Para ello es necesario:</p> <p>Construir problemas análogos que contengan una menor cantidad de variables</p> <p>Mantener fijas todas las variables menos una, a fin de determinar así cuáles son los efectos que tiene</p> <p>Tratar de sacar partido de problemas afines que se caractericen por tener forma, datos o conclusiones similares</p>	<p>con la información dada</p> <p>Trabajar hacia atrás (es decir, desde la conclusión).</p> <p>Identificar patrones o generalizaciones</p> <p>Encontrar un problema relacionado, es decir, un problema cuya estructura sea similar</p> <p>Buscar un teorema, una definición, una operación o un algoritmo que se pueda aplicar al problema</p> <p>Resolver el problema parte por parte</p>	<p>sean simples y el uso de diagramas o gráficos, entre otros</p> <p>La concepción de un plan para resolver el problema implica que se intente responder las siguientes preguntas:</p> <p>¿Me he encontrado antes con un problema similar?</p> <p>¿Lo he visto antes de forma diferente?</p> <p>¿Conozco algún problema relacionado?</p> <p>¿Conozco algún teorema que me puede ser de utilidad?</p> <p>Ejecutar el plan</p> <p>Seguimiento riguroso y examen detallado de cada paso para evitar errores</p>
<p>Para comprobar la solución del problema se debe verificar si la misma responde tanto a criterios específicos:</p> <p>la implementación de todos los datos pertinentes, el hecho de acordar con predicciones o estimaciones razonables y la imposibilidad de resistir cambios de escala, ensayos de simetría o análisis dimensionales;</p> <p>como a criterios generales: que con la comprobación de la solución se debe verificar no sólo la posibilidad de que esta se alcance por otro medio y de que se concrete</p>	<p>Verificar la solución</p> <p>Analizar si existe otra forma de encontrar la solución (soluciones alternativas).</p> <p>Examinar si se puede obtener otra solución (originalidad)</p> <p>Estudiar y analizar el proceso de resolución del problema.</p>	<p>Verificar la solución</p> <p>La solución puede ser errónea, se debe preguntar si en la solución obtenida se puede comprobar el resultado y el razonamiento, si se puede obtener el resultado de otra manera y si el procedimiento se puede aplicar a otro problema.</p>

en casos particulares, sino también que pueda reducirse a resultados conocidos o ser usada para generar algo ya conocido.		
---	--	--

Fuente: (Ostrovsky, 2006)

Elaborado por Andrés Arguello

Aplicación

Como disciplina científica, la heurística es aplicable a cualquier ciencia e incluye la elaboración de medios auxiliares, principios, reglas, estrategias y programas que faciliten la búsqueda de vías de solución a problemas; o sea, para resolver tareas de cualquier tipo para las que no se cuente con un procedimiento algorítmico de solución. Según Horst Müller: Los Procedimientos Heurísticos son formas de trabajo y de pensamiento que apoyan la realización consciente de actividades mentales exigentes. Los Procedimientos Heurísticos como Método científico pueden dividirse en principios, reglas y estrategias. (Juarez, 2013)

Reglas Heurísticas

Actúan como impulsos generales dentro del proceso de búsqueda y ayudan a encontrar, especialmente, los medios para resolver los problemas.

Según Juárez (2013) las reglas heurísticas que más se emplean son:

1. Separar lo dado de lo buscado.
2. Representar magnitudes dadas y buscadas con variables.
3. Determinar si se tienen fórmulas adecuadas.
4. Utilizar números (estructuras más simples) en lugar de datos.
5. Reformular el problema.

A continuación se describe un ejemplo práctico de Pólya citado por Toranzos (1963):

1^{er} Paso: “Entender el Problema”

En este paso se procura que el alumno comprenda el problema analizando detalladamente el enunciado, hasta fijar con precisión la incógnita, los datos y las condiciones, estudiando la compatibilidad, suficiencia y unicidad de ellos. Para

realizar esto, Pólya plantea las siguientes preguntas y recomendaciones que han de facilitar al discípulo su labor:

“¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos? ¿Cuál es la condición? ¿Es posible satisfacer la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿O insuficiente? ¿O es redundante? ¿O es contradictoria?”

“Dibuje una figura. Introduzca una conveniente notación. Divida la condición en sus partes. ¿Puede escribirlas?”

Son de gran interés las normas indicadas para este primer paso del estudio de una cuestión matemática: ante todo hay que entender el problema, entender el enunciado, precisar las hipótesis y luego someterlas a un análisis que asegure la posibilidad del problema (compatibilidad de la hipótesis); además, es necesario asegurarse de la suficiencia de la hipótesis; ambas condiciones constituyen las exigencias lógicas para que el problema sea posible. Si de este análisis resultara que las condiciones son insuficientes o redundantes o contradictorias, debe abandonarse el problema que es lógicamente imperfecto.

Para realizar el análisis, Pólya recomienda que se precisen las condiciones de la hipótesis tratando de expresarlas en fórmulas, dividiéndolas en partes cuando ello sea posible, construyendo figuras de análisis en los problemas geométricos e introduciendo en todos los casos una notación conveniente.

2^{do} Paso: “Imaginando un Plan”

Es la primera parte del verdadero proceso heurístico; el objetivo de este paso es que el discípulo establezca un plan que conduzca a la solución.

Ya se tiene en este punto convertido al alumno en un pequeño investigador, para lo cual debe estar su capacidad de esfuerzo original trabajando al máximo. Necesitará apelar a la intuición e imaginación, poniendo a prueba su sagacidad y habilidad en la búsqueda de este chispazo mental que algunos psicólogos llaman “iluminación” y que Pólya denomina “bryght idea” (idea brillante), que consiste en dar con la idea que ha de constituir la clave orientadora de su futura acción en procura de la solución.

Pólya formula al estudiante que va a realizar este paso las preguntas y recomendaciones, en las cuales se procura fijar normas que faciliten el uso de los métodos de analogía, de especialización, generalización, descomposición, recomposición e introducción de elementos auxiliares: “¿Ha visto usted esto antes? ¿O ha visto usted el mismo problema en forma ligeramente diferente? ¿Conoce usted un problema relacionado con el dado? ¿Conoce usted un teorema que pueda ser útil? Mire la incógnita y trate de pensar en un problema ya conocido que tenga la misma o similar incógnita. ¿He aquí un problema relacionado al vuestro y resuelto antes? ¿Puede usted utilizarlo? ¿Puede usted utilizar sus resultados? ¿Puede usted utilizar sus métodos? ¿Podría usted introducir elementos auxiliares con objeto de hacer posible su uso?”

“¿Puede usted variar el problema? ¿Puede usted variarlo todavía de manera diferente? Vuelva a las definiciones.”

“Sí usted no puede resolver el problema propuesto, trate de resolver primeramente algún problema relacionado con él. ¿Puede usted imaginar algún problema más accesible relacionado con el dado? ¿O un problema más general? ¿U otro más especial? ¿O un problema análogo? ¿Puede usted resolver una parte del problema? Tome solamente una parte de la condición dejando las demás partes. ¿Cómo se aparta la solución así encontrada? ¿Cómo puede variar? ¿Puede usted deducir algo útil de los datos? ¿Puede usted formar con otros datos apropiados para determinar la incógnita? ¿Puede usted cambiar los datos o la incógnita o ambos si fuera necesario, de tal manera que la nueva incógnita y los nuevos datos sean próximos a los dados?

“¿Usa usted todos los datos? ¿Usa la condición íntegra? ¿Ha tomado en cuenta todas las nociones esenciales contenidas en el problema?”

Es el paso más difícil; es aquí donde debe manifestarse el pequeño investigador en la labor original; hay que encontrar el camino que ha de llevarlo a la solución: ¿cómo llegar a la "bright idea"? Pólya piensa en que el joven se encontrará seguramente desorientado en el primer intento, por lo cual le sugiere procedimientos que han de facilitar la búsqueda. Primeramente debe recurrir a la

analogía, revisar sus conocimientos tratando de encontrar un problema semejante cuyos resultados pueda utilizar como punto de apoyo para encontrar un plan que le sirva en el presente, o que el procedimiento empleado en aquél sirva para encarar el que tenemos entre manos. Si esto no diera resultado, tal vez variando algo nuestro problema lleguemos a obtener el plan y de éste será más fácil pasar al problema original; para ello se puede plantear un problema más accesible que esté relacionado con el dado, variando los datos o la incógnita, o que solamente encare una parte del problema. Si se consiguiera el plan para solucionar un tal problema, habría que buscar luego la manera de pasar al problema original.

3^{er} Paso: “Realice el Plan”

Ya en posesión del plan, es necesaria realizarlo, efectuar las demostraciones y operaciones indispensables, ya sean ellas geométricas, algebraicas o aritmética. Si fuera problema demostrativo es preciso encontrar la cadena de rozamientos que tiene como primer eslabón la hipótesis y como último la tesis. Si fuera “problema de encontrar” se realiza esto, pero efectuando las operaciones necesarias para encontrar la incógnita.

Pólya proporciona al discípulo las siguientes recomendaciones: “realice su plan controlando cada paso. ¿Puede usted ver claramente que el paso es correcto? ¿Puede usted probar que él es correcto?”

Ya el discípulo está en posesión de la clave para resolver el problema y se ha confeccionado un plan. Es necesario ahora llevar a cabo el desarrollo de ese plan; para ello es menester efectuar las demostraciones correspondientes, es decir, probar la corrección de cada uno de los pasos del plan, partiendo de la hipótesis hasta llegar a la tesis.

4^{to} Paso: “Mirando Atrás”

En esta parte el alumno efectuará revisión crítica del trabajo realizado. Es necesario que adquiera la convicción de que la solución es correcta efectuando esa labor autocrítica cuyo interés ya se ha señalado. Deberá también el discípulo tratar de generalizar el problema y encontrar aplicaciones.

Pólya anota para este paso las siguientes recomendaciones y preguntas: “¿Puede usted constatar el resultado? ¿Puede usted constatar el razonamiento? ¿Puede usted derivar resultados diferentes? ¿Puede ver seto a primera vista? ¿Puede usted usar el resultado o el método para otros problemas?”

Para aclarar el pensamiento de Pólya Toranzo (1963) cita un ejemplo dado por el mismo:

Problema de demostración. — Dos ángulos están en diferentes planos, pero cada lado de uno es paralelo al correspondiente del otro y tiene la misma dirección. Probar que los ángulos son iguales.

Lo que se desea probar es un teorema fundamental de Geometría del espacio. Debe ser propuesto a estudiantes que conozcan la Geometría plana y los principios de geometría del espacio necesarios para encarar la demostración del teorema. Se dan a continuación las preguntas principales que servirán de guía al alumno en la búsqueda de la demostración y las respuestas que se supone dará:

Profesor. — ¿Cuál es la hipótesis?

Alumno. — Dos ángulos están en diferentes planos.

Cada lado de uno es paralelo al correspondiente lado del otro, y tienen la misma dirección.

Profesor. — ¿Cuál es la conclusión?

Alumno. — Los ángulos son iguales.

Profesor. — Dibuje una figura. Introduzca una notación conveniente. (El estudiante dibuja la siguiente figura e introduce una notación como la de la figura, ayudado por el profesor si fuere necesario).

Profesor. — ¿Cuál es la hipótesis? Exprésela usando su notación.

Alumno. — A, B, C, no está en el mismo plano que A', B', C'. Se verifica que $AB \parallel A'B'$ $AC \parallel A'C'$. AB tiene igual dirección que A'B' y AC la misma que A'C'.

Profesor. — ¿Cuál es su conclusión?

Alumno. — $\angle BAC = \angle B'A'C'$.

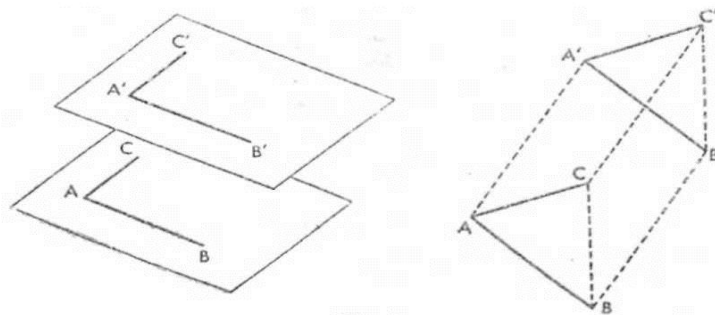


Fig. 6

Profesor. — Mire la conclusión y trate de pensar en un teorema conocido que tenga la misma o semejante conclusión.

Alumno. — Si dos triángulos son congruentes, los ángulos correspondientes son iguales.

Profesor. — Bien. He aquí un teorema recordado por usted y demostrado anteriormente. ¿Puede usarlo?

Alumno. — Yo pienso que sí, pero no veo cómo hacerlo.

Profesor. — ¿Podría introducir algún elemento auxiliar tratando de hacer posible su uso?

Bien; el teorema que usted ha recordado muy bien es referente a triángulos congruentes. ¿Tiene usted algún triángulo en su figura?

Alumno. — No, pero puedo introducirlo. Déjeme unir B con C, y B' con C'. Entonces hay dos triángulos A ABC y A' A'B'C'.

Profesor. — Bien hecho. Pero, ¿para qué sirven esos triángulos?

Alumno. — Para probar la conclusión

$$\angle BAC = \angle B'A'C'.$$

Profesor. — Bien. Si usted desea probar esto, ¿qué clase de triángulos necesita?

Alumno. — Triángulos congruentes, para lo cual debo elegir B, C, B' y C' tales que $AB = A'B'$, $AC = A'C'$.

Profesor. — Muy bien. Ahora, ¿qué debe usted probar?

Alumno. — Deseo probar que los triángulos son congruentes: $\triangle ABC = \triangle A'B'C'$. Si logro probar esto, la conclusión $\angle BAC = \angle B'A'C'$ resultará inmediatamente.

Profesor. — Perfectamente. Usted tiene un nuevo objetivo, una nueva conclusión. Mire la conclusión y trate de pensar en un teorema conocido que tenga la misma o parecida conclusión.

Alumno. — Dos triángulos son congruentes si los tres lados de uno son iguales, respectivamente, a los tres lados del otro.

Profesor. — Bien hecho. ¿Usted puede usarlo? Alumno. — Podría usarlo si yo sé que $BC = B'C'$

Profesor. — Esto es correcto. ¿Entonces cuál es su objetivo?

Alumno. — Probar que $BC = B'C'$.

Profesor. — Trate de encontrar un teorema conocido teniendo la misma o similar conclusión.

Alumno. — Sí, conozco un teorema terminado....entonces las dos líneas son iguales", pero no sé aplicarlo en este caso.

Profesor. — ¿Podría introducir algún elemento auxiliar con objeto de hacer posible su uso?

Usted ve ¿cómo puede probar que $BC = B'C'$, cuando no hay conexión en la figura entre BC y $B'C'$?

¿Puede usar la hipótesis? ¿Cuál es la hipótesis?

Alumno. — Nosotros supusimos que $AB \parallel A'B'$, $AC \parallel A'C'$. Sí, es posible usarla.

Profesor. — ¿Usted usó toda la hipótesis? Usted dice que $AB \parallel A'B'$. ¿Es esto todo lo que sabe sobre estas líneas?

Alumno. — No; $AB = A'B'$ por construcción. Ellas son paralelas e iguales. Y también lo son $AC = A'C'$.

Profesor. — Dos líneas paralelas e iguales; es una configuración interesante. ¿La ha visto antes?

Alumno. — Sí, es un paralelogramo. Permítame unir A con A' , B con B' y C con C' .

Profesor. — ¿Cuántos paralelogramos tiene ahora en su figura?

Alumno. — Dos. No: tres. No dos. Yo pienso, hay dos de los cuales se puede probar inmediatamente que son paralelogramos. Hay un tercero el cual parece ser un paralelogramo. Yo espero, yo puedo probar que lo es, y entonces la demostración habrá terminado”

Como se puede evidenciar en este ejemplo se aplican todas las fases que se necesita en la resolución de casos.

LA ENSEÑANZA

El término “enseñanza” etimológicamente precede del latín in-signare, que significa poner signo, señalar, mostrar (Moreno, Serrano, & Bahamonde, 2008)

En un sentido coloquial es igual a instruir, doctrinar, ilustrar o transmitir conocimiento, experiencia o habilidad. “Enseñar es un acto comunicativo, por el cual el docente y/o pone de manifiesto los objetos del conocimiento a través de la aportación de nuevas significaciones” (Moreno, Serrano, & Bahamonde, Formación de Formadores, 2008) .

Existen especialistas que proponen una dualidad entre enseñanza y aprendizaje como proceso, ya que “el enseñar se origina porque en el hombre existe la capacidad de aprender” (Falieres & Antolin, 2006). Estos conceptos no vienen separados ya que no tendrían sentido el uno sin el otro, pues, existe una relación no de causa – efecto sino de correlación.

Para Bruzzo y Jacobovich (2008) a partir de estas iniciaciones surge la Escuela Nueva con la concepción de que la enseñanza debe estar centrada en la actividad del sujeto que aprende, tomando en cuenta para el proceso didáctico aspectos subjetivos del aprendizaje, como la forma, las secuencias y los niveles del aprendizaje.

La enseñanza también puede ser entendida como el conjunto de acciones que desarrolla el docente y/o formador a través de las cuales se ayuda al estudiante formado a volcar experiencias y desarrollar actividades, orientándolo con precisión por medio de técnicas adecuadas. Este enfoque ha variado una antigua afirmación que sostenía que la enseñanza era la transmisión del conocimiento; ahora prevalece la idea de enseñanza como dirección del aprendizaje (Pantigoso, 1984). (Moreno, Serrano, & Bahamonde, Formación de Formadores, 2008)

En consecuencia, enseñar es brindar oportunidades para que el estudiante organice, dirija y controle experiencias, es motivar y estimular las potencialidades

de forma activa y adecuada para el desarrollo de hábitos de auténticos aprendizajes.

Moreno, Bahamonde y Serrano (2008) citan a Pantigoso, (1984) sobre los ámbitos de la enseñanza: el intencional y el funcional.

- La enseñanza intencional (que se presenta en los centros de formación) tiene como características, el ser conscientes, deliberada, dirigida y planificada.
- La funcional (desarrollada a través de la convivencia humana, en la relación con el mundo social) se caracteriza por ser no intencional, pre-existente y eficaz.

Cualidades de la enseñanza

Así mismo, Moreno, Bahamonde y Serrano (2008) señalan las cualidades de la enseñanza:

Cualidades internas:

- La enseñanza afianza el saber, el conocimiento. Ello se consigue a través del ejercicio con significación, de la repetición como descubrimiento, de la aplicación original, etc.
- Desarrolla fuerzas y actitudes individuales. Se acrecienta un pensamiento y expresividad autónomos y creadores.
- Conduce al estudiante hacia la autoformación.

Cualidades externas:

- La enseñanza requiere de una planificación previa.
- Debe ser coherente, conectada, relacionada con habilidad y destreza, desarrollarse en forma sistemática, con un conjunto de principios.
- Requiere de un tiempo prolongado, acorde con la progresión metódica que corresponde al nivel de utilización del tiempo y maduración del estudiante.

Los enfoques de la enseñanza

Concepción técnica de la enseñanza. Llamado también enfoque del ejecutivo. Se lleva a cabo en el aula y es exclusivamente normativo, se pone el énfasis en la acción docente o acción formativa, él es el ejecutor de la enseñanza a través de sus

habilidades, técnicas y conocimientos para facilitar los aprendizajes, ya que el objetivo principal es que los alumnos adquieran conocimientos específicos a través de pautas de actuación programadas, valiéndose de determinados recursos y materiales.

Concepción práctica de la enseñanza

Llamado también enfoque del terapeuta Se centra en el alumno. El docente se convierte en el guía o facilitador del aprendizaje, su labor es influir para que el estudiante realice las tareas que le corresponden. Se preocupa del desarrollo personal del alumno, toma en cuenta las diferencias individuales y de cómo aprende el alumno, la actividad docente está centrada en la motivación y se preocupa para que alcancen su propia realización. Se reconoce el papel activo del estudiante, las tareas se enfocan en proporcionar las instrucciones de cómo realizar el aprendizaje, con ello se pretende generar que el alumno se apropie de los contenidos específicos y decida las acciones en las que pueda utilizar ese conocimiento.

En esta concepción las normas de enseñanza se conciben como procesos de búsqueda y construcción cooperativa, el “aula” como lugar de construcción, donde sus protagonistas crean situaciones de interacción múltiple,

Concepción artística de la enseñanza

Llamado enfoque del liberador. Pone acento en el contenido. El profesor espera ayudar y promover seres humanos morales, racionales e íntegros, es decir, promueve la construcción de valores. Este enfoque consiste en liberar la mente de los estudiantes, de los límites de la convención, los estereotipos y la experiencia cotidiana, enseñándoles a asumir una actitud crítica para realizar las cosas por sí mismo.

Por una parte existe una necesidad de explicar y regular las actividades de enseñanza/aprendizaje, es decir, establecer bases científicas, principios de procedimientos, directrices o normas de actuación. Éste sería el componente: científico o racional. De otro lado, se debe considerar que la enseñanza es un proceso singular, un acto práctico que requiere intuición, creatividad, expresividad, experiencia, adaptación a situaciones, sujetos y contextos. Éste

sería el componente artístico en el más pleno sentido del término. (Moreno , Bahamonde, & Serrano , 2008)

Un punto crítico de este planteamiento es la búsqueda del equilibrio entre el conocimiento científico y la práctica artística.

La enseñanza como proceso comunicativo

El proceso didáctico se puede entender como un proceso comunicativo que tiene en cuenta reglas y códigos del sistema de comunicación. Se puede considerar como un sistema de comunicación abierto.

A partir de estos presupuestos es posible elaborar un modelo teórico para la comprensión de los fenómenos que se dan en la enseñanza o la comunicación didáctica.

El aprendizaje es concebido como una interacción de sistemas interpretativos. En la interacción docente, el primero intenta establecer el control de la comunicación poniendo en juego los contenidos académicos y estableciendo las actividades escolares y las formas de participación. Los estudiantes se implican en el intercambio en función de sus propios intereses y de sus expectativas hacia la enseñanza. Cada estudiante toma parte en el proceso desde sus conocimientos previos y sus destrezas. El contexto del aula y la forma en que se implica al estudiante definen la concreción del modelo en la práctica. (Moreno , Bahamonde, & Serrano , 2008)

Se presenta como un sistema de comunicación intencional, que se desarrolla dentro de una institución e incluye los elementos que intervienen en la enseñanza. Es fundamental considerar la dinámica de las interacciones. El docente y/o formador y el estudiante se comunican, utilizando múltiples estrategias de enseñanza/aprendizaje y se relacionan humanamente, resaltando el componente afectivo, las actitudes de respeto y valoración del otro, animando a desarrollar en cada sujeto sus aptitudes personales.

“Los elementos esenciales del modelo de Pérez Gómez son: objetivos, docente y/o formador, estudiantes, contexto, contenidos, experiencias, medios, estrategias metodológicas y evaluación” (Moreno , Bahamonde, & Serrano , 2008).

En consecuencia, la enseñanza es un proceso de toma de decisiones constantes y permanentes del docente, tomando en cuenta las diferentes situaciones que se le presente para seleccionar su enfoque de enseñanza más adecuado.

Elementos del proceso de enseñanza-aprendizaje

El Manual de educación señala que son tres los elementos que caracterizan la primera formalización de la educación con una intencionalidad tácita o expresa: 1) el estudiante, 2) el docente y 3) el conocimiento.

Además, existen elementos que corresponden a las etapas del proceso administrativo de la enseñanza, denominados planeamiento y desarrollo, en donde todos los eventos, actividades y experiencias son planificados, desarrollados, controlados y evaluados.

- a. Las intencionalidades o el para qué, son los propósitos o fines que se plantea el docente.
- b. Los contenidos o el qué, son las actividades, experiencias o saberes disciplinares que se presentan con orden y secuencia.
- c. La metodología o el cómo, corresponde a la manera de ofrecer los contenidos para asegurar el logro de los propósitos establecidos y el desarrollo de procesos cognitivos, es decir, la organización del aprendizaje.
- d. Los recursos o con qué, son las mediaciones con las que el docente ofrece los contenidos o experiencias de la enseñanza
- e. La evaluación o el para qué, permite establecer en qué medida se alcanzaron los propósitos del proceso de la enseñanza. La evaluación mide, valora, aprecia, describe, cuantifica, interpreta y comprende todos los aspectos y momentos del proceso administrativo de la enseñanza.

Metodologías, estrategias y técnicas de enseñanza

Introducción

“Los pedagogos argentinos Silvina Gvirtz y Mariano Palamidessi definen el método didáctico como un conjunto de reglas y ejercicios para enseñar algo de un modo sistemático y ordenado” (Falieres & Antolin, 2006).

Para Moreno , Bahamonde y Serrano (2008) el método aparece desde la forma empírica caracterizándose por su naturaleza y espontaneidad. Luego aparece el método deductivo acompañado de una serie de axiomas, reglas y principios. Posteriormente este método adquiere una forma más precisa con Pitágoras. Aristóteles introduce el método lógico en el aprendizaje basándose en la propia naturaleza del individuo para aplicar la metodología en la resolución de sus problemas.

Descartes en su Discurso del Método sintetiza las reglas de la labor científica racionalista, para eso puso en duda todos los conocimientos adquiridos a los que llamó duda metódica. Es así como los define “como un camino recto, afirmando que los que caminan por él, a pesar de que pueden hacerlo lentamente, avanzan más de los que no lo hacen, por más veloces que lo sean” (Moreno , Bahamonde, & Serrano , Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje, 2008).

En el marco de los nuevos conceptos didácticos R. Cousinet considera que va unido a la educación. “La metodología didáctica se transforma en las aulas en un conjunto de tareas que engloban diversas actividades” (Moreno , Bahamonde, & Serrano , Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje, 2008).

Existen muchos autores más que han ido fortaleciendo el concepto de la Metodología en el campo de la educación como Ferrater, Comenius, Rosseau y E

...el verdadero método es aquel que considera todas las variables de la situación didáctica que, sobre la base de la acción conjunta de la teoría y de la práctica, la recepción y la acción, interactúan dentro de esquema didáctico. Esta didáctica moderna desenvuelve la actividad espontánea y la creación viva (aquí se señalan a Decroly, Ferrière, Keschenteiner,

Montessori, Claparéde, Dewey). (Moreno , Bahamonde, & Serrano , Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje, 2008)

“El método se define casi siempre como el camino que conduce a un fin pre establecido (OPCIÓN, 2005)” (Moreno , Bahamonde, & Serrano , Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje, 2008).

“La metodología didáctica intenta transmitir, capacita y proporcionar técnicas para dominar ese patrimonio” (Moreno , Bahamonde, & Serrano , 2008)

Según Moreno , Bahamonde, & Serrano (2008) se considera que los métodos pedagógicos son formas de llevar a cabo los fines de la educación con la mayor eficacia y a un ritmo que corresponda a la maduración del estudiante. Por lo que se puede ampliar el concepto de método como el conjunto de procesos que son necesarios seguir para investigar y para enseñar a la verdad.

Clasificación

Existen varias clasificaciones de métodos según diferentes autores, las que más resalta y han sido consideradas en la educación están las citadas por Moreno , Bahamonde, & Serrano (2008):

R. Titote establece dos grandes clasificaciones: los métodos lógicos (inducción, deducción, análisis y síntesis) y los métodos psicológicos integrales.

G. Palmade, por su parte presenta una clasificación más amplia y habla de métodos generales de enseñanza (dogmático e interrelativo), métodos adaptado al niño (Montessori, Decroly, de Audemans y Lafendel) y métodos fundamentados en la vida social del niño (proyectos self government, trabajo en grupo Freinet y Winnetka) (Manual de Educación).

Otros autores hablan del método aplicado a la disertación, conferencia, mezclando en sus estudios los conceptos de método y ciencia.

Pantigoso (1984) señala que los métodos pedagógicos o didácticos pueden ser, de acuerdo con la actitud que asume el educando: dogmático (aceptación irracional del estudiante); heurístico (el estudiante va descubriendo lo que se le quiere

enseñar); activo (el estudiante aprende elaborando, experimentando, proyectando, problematizando).

LA DIDÁCTICA

Introducción

Al célebre Juan Amos Comenius, teólogo y pedagogo se le consideró como el Padre de la Didáctica, por ser el precursor de la enseñanza moderna, por defender la necesidad de cambiar los métodos educativos por considerarlos inadecuados y aburridos. En su Carta Magna trataba de instituir la enseñanza a través de su “propuesta llamada panpaedia, que significa “educación universal”” (Bruzzo & Jacobovich, 2008). Propuso que no sólo debía desarrollarse la educación en la mente del individuo sino los aspectos moral y espiritual.

Desde una perspectiva epistemológica, el docente debe partir desde la concepción que todo cambia, nada es estático, es decir, que lo que planteará en sus clases no verdades absolutas, sino más bien, conocimientos que les invite a pensar, reflexionar y formar un criterio sobre dichas situaciones.

Concepto

“Etimológicamente la didáctica proviene del griego didáskein, que significa “enseñar” o enseñanza” (Bruzzo & Jacobovich, 2008). Así, la didáctica se considera como la ciencia y el arte de enseñar.

“La didáctica es la ciencia de la educación que tiene por objeto la instrucción. Para Castillejo, J (1987), quien afirma que la instrucción supone tanto perfección intelectual como integración personal de la cultura” (Picado, 2006).

“La didáctica se interesa no tanto por lo que va a ser enseñado, sino cómo va a ser enseñado” (Néiciri, 1985), es decir, se produce no sólo los contenidos destinados a la formación del estudiante, sino a los métodos, técnicas y estrategias que el

maestro aplica para el proceso de enseñar, considerando además de la materia, los entornos que pueden incidir en el aprendizaje como la motivación, intereses, individualidades y posibilidades del estudiante.

Existen tres posturas acerca de la didáctica: como arte, como ciencia, arte y técnica.

- Como ciencia tiene que ver con la intervención y la acción, investiga y experimenta nuevas formas y técnicas de enseñar.
- Como arte se refiere al reconocimiento de las cualidades innatas e intuitivas que los docentes presentan, a los saberes pedagógicos y didácticos que van adquiriendo a través de la práctica docente, que ponen en juego en el proceso de enseñanza, sin necesidad de tener una formación de tipo pedagógica. La didáctica procura la mayor eficiencia de la enseñanza, ya que no pueden estar separadas teoría y práctica.
- Como técnica define lo instrumental, es decir, en el qué y para qué, reconocen el conocimiento producido y la intención.

Susana Barco opina que “Si a la didáctica se le presenta, no como el lugar de las absolutas certezas, sino como la intersección de las propuestas teóricas con las prácticas educativas; si se orienta al docente a una permanente puesta en tensión de sus marcos teóricos con las realidades del aula, si se muestra que un cierto grado de incertidumbre en relación con las prescriptivas vigentes, puede generar una actividad creadora. (Bruzzo & Jacobovich, 2008)

Con esto demuestra que el aprendizaje es continuo y permanente, que se puede crear crisis permanentes para construir nuevos aprendizajes generados por la reflexión de lo que le ocurre así mismo.

Es importante reconocer que la teoría no puede estar separada de la práctica, pues la teoría es un “estado de conocimiento” (Bruzzo & Jacobovich, 2008) y la práctica un conjunto de actividades o acciones que promueven cambios del estado de las cosas.

“En general, la didáctica es la ciencia que estudia y elabora teorías sobre el proceso educativo en sí; es decir, de las características del proceso enseñanza-

aprendizaje. Elabora teorías que explican y predicen, la realidad de cómo enseñar” (Picado, 2006).

Además, la didáctica no sólo dice cómo hacer (saber hacer) sino por qué hacer de una determinada manera, estas respuestas nos ayudan a responder los objetivos.

Elementos didácticos

Nérici (1985) con referencia al campo de actividades plantea que la didáctica considera seis elementos:

- El alumno es por quien y para quien existe la escuela, él es quien aprende.
- Los objetivos se refieren hacia dónde se va a conducir al estudiante
- El profesor es quien orienta la enseñanza, para la formación de la personalidad del educando
- La materia son los contenidos de la enseñanza, éstos están enlazados con los objetivos.
- Las técnicas de enseñanza deben estar orientadas al aprendizaje en los estudiantes, tomando en cuenta que cada disciplina requiere de técnicas específicas.
- El medio geográfico, económico, cultural y social es importante para que el estudiante se ajuste eficientemente a la acción didáctica eficiente y llegue a tomar conciencia de la realidad ambiental en la que va a participar.

División de la Didáctica

“Según Comenio en su Didáctica Magna, la Didáctica se divide en” (Nérici, 1985):

1. Matética en función de quién aprende, es decir, el alumno; ya que es importante saber a quién va dirigido, con el fin de adecuar a las características y posibilidades del alumno, teniendo en cuenta la madurez, intereses, capacidad intelectual y sus aptitudes.
2. Sistemática porque da importancia al proceso y a los contenidos que se aplican para alcanzar las metas

3. Metódica se refiere al acto didáctico propiamente dicho, la ejecución de la enseñanza.

Además, la didáctica puede ser considerada con relación a la enseñanza de todas las materias o con relación a una sola, en Didáctica General y Didácticas Especiales

Didáctica General.

Estudia los principios y las técnicas válidas para la enseñanza del contenido de cualquier disciplina con el fin de indicar los procedimientos generales que se pueden aplicar a cualquier asignatura coherente con los aspectos y objetivos que se debe concretar para el aprendizaje del educando.

La didáctica general abarca el planeamiento, la ejecución y la verificación.

El planeamiento de la escuela, disciplinas orientación educacional y pedagógica y actividades extraclase

La ejecución en cuanto a la motivación, dirección del aprendizaje, elementos de ejecución como lenguaje, métodos, técnicas de enseñanza y material didáctico

La verificación a través del sondeo, rectificación y ampliación del aprendizaje.

Didácticas Especiales

Emplea las técnicas y las estrategias para la enseñanza y el aprendizaje de los contenidos de cada asignatura. Aplica los principios de la Didáctica General considerando que las estrategias y técnicas son diferentes para cada asignatura.

Otras didácticas

Éstas requieren según el tipo de alumnos, la Didáctica de la Educación Especial; o según el nivel de escolaridad: Didáctica de la Educación Pre-escolar o Superior.

La acción didáctica

La enseñanza y el aprendizaje fue considerado como un proceso interrelacionado e inseparable, que no ocurría lo uno sin la presencia del otro, sin embargo, cuando

el docente enseña, no significa que el estudiante obligatoriamente aprende: pero sí que existe una interacción entre dos personas que quieren comunicar algo; por lo tanto, se puede afirmar que “existe una interrelación entre la forma de enseñar y el contenido por enseñar” (Picado, 2006). En consecuencia la enseñanza necesita de un contenido para que exista enseñanza. En este planteamiento existe,

según Gimeno, J. (1994) una corriente dominante que separa, para efectos de análisis, lo que son los contenidos de lo que es la instrucción. El contenido es el currículum, y la enseñanza la acción de desarrollarlo por medio de las actividades en la práctica. Del primero se ocupa el plan, mientras que la enseñanza se ocupa de cómo realizarlo. Por su parte, Eisner (1979) considera que la enseñanza es el conjunto de actividades que transforman el currículum en la práctica, para producir el aprendizaje (En: Gimeno. J. ,1977). (Picado, 2006)

En consecuencia, se deduce que “la didáctica es una teoría práctica” (Picado, 2006) que norma el cómo actuar en el aula, en la forma como interactúan sus componentes.

Momentos de la acción didáctica

En función de esto se puede decir que existen tres momentos de la acción didáctica:

1. Planeamiento encaminado a los planes de trabajo en función de los objetivos y necesidades del alumno y sociales
2. Ejecución dirigido a la práctica efectiva de la enseñanza
3. Verificación dirigida a la certificación de los resultados obtenidos para su respectiva rectificación o ampliación de los aprendizajes.

2.4.2 VARIABLE DEPENDIENTE

ÁLGEBRA

Definición

“Álgebra es la rama de la Matemática que estudia la cantidad considerada del modo más general posible” (Baldor, 1997).

“Álgebra es el nombre que identifica a una rama de la Matemática que emplea números, letras y signos para poder hacer referencia a múltiples operaciones aritméticas” (Definición. De, s/f).

“El término tiene su origen en el latín *algebra*, el cual, a su vez, proviene de un vocablo árabe que se traduce al español como “reducción” o “cotejo”” (Definición. De, s/f).

El álgebra (del árabe: *ال ج بر* al-*yabr* 'reintegración, recomposición') es la rama de la matemática que estudia la combinación de elementos de estructuras abstractas acorde a ciertas reglas. Originalmente esos elementos podían ser interpretados como números o cantidades, por lo que el álgebra en cierto modo originalmente fue una generalización y extensión de la aritmética. (Wikipedia, 2014)

En la actualidad, “se entiende como álgebra al área matemática que se centra en las relaciones, estructuras y cantidades” (Definición. De, s/f).

La disciplina que se conoce como álgebra elemental, sirve para llevar a cabo operaciones aritméticas (suma, resta, multiplicación, división), se vale de símbolos (a , x , y) en lugar de utilizar números. Esto permite formular leyes generales y hacer referencia a números desconocidos (incógnitas), lo que posibilita el desarrollo de ecuaciones y el análisis correspondiente a su resolución. (Definición. De, s/f)

Notación algebraica

Consiste en que los números se emplean para representar cantidades conocidas y determinadas. Las letras se emplean para representar toda clase

de cantidades, ya sean conocidas o desconocidas. Las cantidades conocidas se expresan por las primeras letras del alfabeto: a, b, c, d, \dots . Las cantidades desconocidas se representan por las últimas letras del alfabeto: u, v, w, x, y, z . (Baldor, 1997)

Signos

Los signos empleados en álgebra son tres clases: Signos de operación, signos de relación y signos de agrupación.

Signos de operación

En álgebra se verifican con las cantidades las mismas operaciones que en aritmética: suma, resta, multiplicación, elevación a potencias y extracción de raíces, que se indican con los principales signos de aritmética excepto el signo de multiplicación. En lugar del signo \times suele emplearse un punto entre los factores y también se indica a la multiplicación colocando los factores entre paréntesis. Así $a \cdot b$ y $(a)(b)$ equivale a $a \times b$. (Baldor, 1997)

Signos de relación

Se emplean estos signos para indicar la relación que existe entre dos cantidades. Los principales son: $=$, que se lee igual a. Así, $a=b$ se lee “ a igual a b ”. $>$, Que se lee mayor que. Así, $x + y > m$ se lee “ $x + y$ mayor que m ”. $<$, Que se lee menor que. Así, $a < b + c$ se lee “ a menor que $b + c$ ”.

Signos de agrupación

Los signos de agrupación son: el paréntesis ordinario $()$, el paréntesis angular o corchete $[]$, las llaves $\{ \}$ y la barra o vínculo $\|$. Estos signos indican que la operación colocada entre ellos debe efectuarse primero. Así, $(a + b) c$ indica que el resultado de la suma a y b debe multiplicarse por c ; $[a - b] m$ indica que la diferencia entre a y b debe multiplicarse por m , $\{a + b\} \div \{c - d\}$ indica que la suma de a y b debe dividirse entre la diferencia de c y d . El orden de estos signos son de la siguiente forma $\{ [()] \}$, por ejemplo: $\{ [(a + b) - c] \cdot d \}$ indica que al resultado de la suma de $a + b$ debe restarse c y el resultado de esto multiplicarse por d . (Baldor, 1997)

Lenguaje algebraico

Lenguaje algebraico	
Lenguaje común	Lenguaje algebraico
Un número cualquiera.	m
Un número cualquiera aumentado en siete.	$m + 7$
La diferencia de dos números cualesquiera.	$f - q$
El doble de un número excedido en cinco.	$2x + 5$
La división de un número entero entre su antecesor	$x/(x-1)$
La mitad de un número.	$d/2$
El cuadrado de un número	y^2
La semisuma de dos números	$(b+c)/2$
Las dos terceras partes de un número disminuidos en cinco son igual a 12.	$2/3 (x-5) = 12$
Tres números naturales consecutivos.	$x, x + 1, x + 2.$
La parte mayor de 1200, si la menor es w	$1200 - w$
El cuadrado de un número aumentado en siete.	$b^2 + 7$
Las tres quintas partes de un número más la mitad de su consecutivo equivalen a tres.	$3/5 p + 1/2 (p+1) = 3$
El producto de un número con su antecesor equivale a 30.	$x(x-1) = 30$
El cubo de un número más el triple del cuadrado de dicho número.	$x^3 + 3x^2$

Gráfico 5: Leguaje algebraico

Fuente (Wikipedia, 2014)

Nomenclatura algebraica

Expresión Algebraica

“Es una representación de un símbolo algebraico de una o más operaciones algebraicas”. (Baldor, 1997)

Ejemplo tomado de Baldor (1997)

$$a, 5x, \sqrt{4a}, (a+b)c, \frac{(5x-3y)a}{x^2}$$

“Una *expresión algebraica* es un conjunto de cantidades numéricas y literales relacionadas entre sí por los signos de las operaciones aritméticas como sumas, diferencias, multiplicaciones, divisiones, potencias y extracción de raíces” (Acceso al éxito, 2011).

Algunos ejemplos de expresiones algebraicas son:

$$\frac{2xy + \left(\frac{3}{x}\right)}{\sqrt{y-1}} \quad \text{o} \quad x^3 - 5x + \frac{6}{\sqrt{x}}$$

Si x es una variable, entonces un monomio en x es una expresión de la forma ax^n , en donde a es un número real y n es un entero no negativo. Un binomio es la suma de dos monomios que no se pueden simplificar y un trinomio es la suma de tres monomios que no se pueden simplificar.

Monomio	Binomio	Trinomio
$5x$	$5x + 2$	$x^2 + x + 1$

Recuerde siempre que un monomio tiene solo un término, un binomio dos términos y un trinomio tres términos.

Expresiones Algebraicas Comunes

Tomadas de Baldor (1997)

El **doble o duplo** de un número: $2x$

El **triple** de un número: $3x$

El **cuádruplo** de un número: $4x$

La **mitad** de un número: $x/2$.

Un **tercio** de un número: $x/3$.

Un **cuarto** de un número: $x/4$.

Un número es **proporcional** a 2, 3, 4,...: $2x, 3x, 4x, \dots$

Un número al **cuadrado**: x^2

Un número al **cubo**: x^3

Dos números **consecutivos**: x y $x + 1$.

Dos números **consecutivos pares**: $2x$ y $2x + 2$.

Dos números **consecutivos impares**: $2x + 1$ y $2x + 3$.

Descomponer 24 en dos partes: x y $24 - x$.
 La **suma** de dos números es 24 : x y $24 - x$.
 La **diferencia** de dos números es 24 : x y $24 + x$.
 El **producto** de dos números es 24 : x y $24/x$.
 El **cociente** de dos números es 24 ; x y $24 \cdot x$.

Valor Numérico de una Expresión Algebraica

El valor numérico de una expresión algebraica, para un determinado valor, es el número que se obtiene al sustituir en ésta por valor numérico dado y realizar las operaciones indicadas.

$$L(r) = 2 \pi r$$

$$r = 5 \text{ cm.} \quad L(5) = 2 \cdot \pi \cdot 5 = 10 \pi \text{ cm}$$

$$S(l) = l^2$$

$$l = 5 \text{ cm} \quad A(5) = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$V(a) = a^3$$

$$a = 5 \text{ cm} \quad V(5) = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

Tipos de expresiones algebraicas

Monomio es una expresión algebraica formada por un solo término.

Binomio es una expresión algebraica formada por dos términos.

Trinomio es una expresión algebraica formada por tres términos

Polinomio es una expresión algebraica formada por más de un término.

(Baldor, 1997)

FACTOREO

La factorización es la descomposición de un objeto matemático en el producto de otros objetos más simples y pequeños llamados factores, los cuales al ser multiplicados dan como producto al objeto original. La factorización es un procedimiento necesario en todas aquellas ramas de las matemáticas que requieren procesamiento algebraico. Un buen manejo y

comprensión de la factorización es indispensable para solución de ecuaciones, geometría analítica y cálculo. (Schollaris, 2010)

Factores

Se llama factores o divisores de una expresión algebraica a las expresiones algebraicas que multiplicadas entre sí dan como producto la primera expresión, así, multiplicando a por $a+b$ se tiene:

$$a(a+b) = a^2+ab$$

a y $a+b$, que multiplicados entre sí dan como producto a^2+ab , son factores o divisores de a^2+ab

Descomponer en factores o factorar una expresión algebraica es convertirla en el producto indicado de sus factores

TRINOMIOS DE FACTORIZACIÓN

“Por definición un trinomio es un polinomio que se compone de tres monomios.

Un monomio es una expresión algebraica que se compone de un sólo término y consta de tres partes: un coeficiente, un literal y un exponente. Por ejemplo $3a$ o $5x$ ” (Respuestario, 2013)

“Un polinomio es la suma de dos o más monomios; por esta razón un trinomio es una expresión algebraica que consta de tres monomios, podemos encontrar tres clases de trinomios” (Respuestario, 2013).

1. Trinomio cuadrado perfecto
2. Trinomio de la clase x^2+bx+c
3. Trinomio de la clase ax^2+bx+c

“La factorización es descomponer mediante procedimientos algebraicos un polinomio como el producto de otros objetos más pequeños llamados factores. En

otras palabras la factorización es expresar un polinomio como el producto de dos o más factores algebraicos” (Respuestario, 2013).

En algebra, un trinomio de segundo grado es un polinomio compuesto por 3 términos de la forma $ax^2 + bx + c$. Los polinomios tienen muchas aplicaciones en la matemática y en la ciencia, por lo que es muy importante saber cómo factorizarlos. Aunque se puede factorizar la mayoría de trinomios de segundo grado, existen varios casos en los que el trinomio se debe factorizar utilizando un método especial. (Zaira & Avila, s.f.)

Es una expresión algébrica que tiene tres términos y que se descompone en factores

Tipos de Trinomios

Trinomio Cuadrado Perfecto

Un trinomio ordenado con relación a una letra es cuadrado perfecto cuando el primero y tercero términos son cuadrados perfectos (o tienen raíz cuadrada exacta) y positivos y el segundo es el doble producto de sus raíces cuadradas.

Así, $a^2 - 4ab + 4b^2$ es cuadrado perfecto porque:

Raíz cuadrada de a^2 a

Raíz cuadrada de $4b^2$ 2b

Doble producto de estas raíces: $2 \times a \times 2b = 4ab$, segundo término.

$36x^2 - 18xy^4 + 4y^8$ no es cuadrado perfecto porque:

Raíz cuadrada de $36x^2$ 6x

Raíz cuadrada de $4y^8$ $2y^4$

Doble producto de estas raíces: $2 \times 6x \times 2y^4 = 24xy^4$, que no es el segundo término.

Regla para Factorar

Se extrae la raíz cuadrada al primero y tercer término del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado, que es la raíz cuadrada del trinomio, se multiplica por sí mismo o se eleva al cuadrado. Ejemplos.

Factorar m^2+2m+1

$$m^2+2m+1 = (m+1)(m+1) = (m+1)^2$$

Descomponer $4x^2+25y^2-20xy$

Ordenando el trinomio tenemos:

$$4x^2-20xy+25y^2 = (2x-5y)(2x-5y) = (2x-5y)^2$$

CASO ESPECIAL

Descomponer $a^2+2a(a-b)+(a-b)^2$

La regla anterior puede aplicarse a casos en que el primero o tercer término del trinomio o ambos son expresiones compuestas. Así en este caso se tiene:

$$a^2+2a(a-b)+(a-b)^2 = [a+(a-b)]^2 = (a+a-b)^2 = (2a-b)^2$$

Trinomio Cuadrado Perfecto por Adición y Sustracción

Factorar $x^4 + x^2y^2 + y^4$.

Comprobar si este trinomio es cuadrado perfecto. La raíz cuadrada de x^4 es x^2 ; la raíz cuadrada perfecta.

Para que sea cuadrado perfecto hay que lograr que el segundo término x^2y^2 se convierta en $2x^2y^2$, lo cual se consigue sumándole x^2y^2 , pero para que el trinomio no varíe hay que restarle la misma cantidad que se suma) x^2y^2 , y se tendrá:

$$x^4 + x^2y^2 + y^4$$

$$\underline{+ x^2y^2} \quad - x^2y^2$$

$$x^4 + 2x^2y^2 + y^4 - x^2y^2 = (x^4 + 2x^2y^2 + y^4) - x^2y^2$$

$$\text{(factorando el trinomio cuadrado perfecto)} = (x^2+y^2)^2 - x^2y^2$$

$$\text{(factorando la diferencia de cuadrados)} = (x^2+y^2+xy)(x^2+y^2-xy)$$

$$\text{(ordenando)} = (x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$$

Descomponer $a^4 - 16a^2b^2 + 36b^4$.

La raíz cuadrada de a^4 es a^2 ; la de $36b^4$ es $6b^2$. Para que este trinomio fuera cuadrado perfecto, su segundo término debía ser $-2 \times a^2 \times 6b^2 = -12a^2b^2$ y es -

$16a^2b^2$; pero $-16a^2b^2$ se convierte en $-12a^2b^2$ sumándole $4a^2b^2$, pues tendremos: $-16a^2b^2 + 4a^2b^2 = -12a^2b^2$, y para que no varíe le restamos $4a^2b^2$, igual que en los casos anteriores y tendremos:

$$\begin{aligned}
 & a^4 - 16a^2b^2 + 36b^4 \\
 & \underline{+ 4a^2b^2 \qquad - 4a^2b^2} \\
 & a^4 - 12a^2b^2 + 36b^4 - 4a^2b^2 = (a^4 - 12a^2b^2 + 36b^4) - 4a^2b^2 \\
 & = (a^2 - 6b^2)^2 - 4a^2b^2 \\
 & = (a^2 - 6b^2 + 2ab)(a^2 - 6b^2 - 2ab) \\
 & = (a^2 + 2ab - 6b^2)(a^2 - 2ab - 6b^2)
 \end{aligned}$$

Factorar $49m^4 - 151m^2n^4 + 81n^8$.

La raíz cuadrada de $49m^4$ es $7m^2$; la de $81n^8$ es $9n^4$.

El segundo término debía ser $-2 \times 7m^2 \times 9n^4 = -126m^2n^4$ y es $-151m^2n^4$, pero $-151m^2n^4$ se convierte en $-126m^2n^4$ sumándole $25m^2n^4$, pues se tiene: $-151m^2n^4 + 25m^2n^4 = -126m^2n^4$, y para que no varíe le restamos $25m^2n^4$ y tendremos:

$$\begin{aligned}
 & 49m^4 - 151m^2n^4 + 81n^8 \\
 & \underline{+ 25m^2n^4 \qquad - 25m^2n^4} \\
 & 49m^4 - 126m^2n^4 + 81n^8 - 25m^2n^4 = (49m^4 - 126m^2n^4 + 81n^8) - 25m^2n^4 \\
 & = (7m^2 - 9n^4)^2 - 25m^2n^4 \\
 & = (7m^2 - 9n^4 + 5mn^2)(7m^2 - 9n^4 - 5mn^2) \\
 & = (7m^2 + 5mn^2 - 9n^4)(7m^2 - 5mn^2 - 9n^4)
 \end{aligned}$$

Caso Especial

Factorar una suma de dos cuadrados en general una suma de dos cuadrados no tiene descomposición en factores racionales, es decir, factores en que no haya raíz, pero hay sumas de cuadrados que, sumándoles y restándoles una misma cantidad, pueden llevarse al caso anterior y descomponerse

Factorar $a^4 + 4b^4$

La raíz cuadrada de a^4 es a^2 ; la de $4b^4$ es $2b^2$, para que esta expresión sea un trinomio cuadrado perfecto hace falta que su segundo término sea $2 \times a^2 \times 2b^2 =$

$4a^2b^2$ entonces, igual que en los casos anteriores, a la expresión $a^4 + 4b^4$ le sumamos y restamos $4a^2b^2$ y tendremos:

$$\begin{array}{r}
 a^4 \qquad \qquad + 4b^4 \\
 \hline
 +4a^2b^2 \qquad - 4a^2b^2 \\
 a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4 - 4a^2b^2 = (a^4 + 4a^2b^2 + 4b^4) - 4a^2b^2 \\
 = (a^2 + 2b^2)^2 - 4a^2b^2 \\
 = (a^2 + 2b^2 + 2ab)(a^2 + 2b^2 - 2ab) \\
 = (a^2 + 2ab + 2b^2)(a^2 - 2ab + 2b^2)
 \end{array}$$

Trinomio de la Forma x^2+bx+c

Trinomios de la forma $x^2 + bx + c$ son trinomios como:

$$x^2 + 5x + 6, \quad m^2 + 5m - 14$$

$$a^2 - 2a - 15, \quad y^2 - 8y + 15$$

Que cumplen las condiciones siguientes:

1. El coeficiente del primer término es 1.
2. El primer término es una letra cualquiera elevada al cuadrado.
3. El segundo término tiene la misma letra que el primero con exponente 1 y su coeficiente es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.
4. El tercer término es independiente de la letra que aparece en el primero y segundo términos y es una cantidad cualquiera, positiva o negativa.

Regla práctica para factorar un Trinomio de la Forma $x^2 -t- bx + c$.

- 1) El trinomio se descompone en dos factores binomios cuyo primer término es x , o sea la raíz cuadrada del primer término del trinomio
- 2) En el primer factor, después de x se escribe el signo del segundo término del trinomio, y en el segundo factor, después de x se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo del segundo término del trinomio por el signo del tercer término del trinomio.

- 3) Si los dos factores binomios tienen en los medios signos iguales se buscan dos números cuya suma sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. Estos números son los segundos términos de los binomios.
- 4) Si los dos factores binomios tienen en los medios signos distintos se buscan dos números cuya diferencia sea el valor absoluto del segundo término del trinomio y cuyo producto sea el valor absoluto del tercer término del trinomio. El mayor de estos números es el segundo término del primer binomio, y el menor, el segundo término del segundo binomio. Esta regla práctica, muy sencilla en su aplicación, se aclarará con los siguientes ejemplos:

Factorar $x^2 + 5x + 6$.

El trinomio se descompone en dos binomios cuyo primer término es la raíz cuadrada de x^2 o sea x :

$$x^2 + 5x + 6 = (x \quad)(x \quad)$$

En el primer binomio después de x se pone signo $+$ porque el segundo término del trinomio $+5x$ tiene signo $+$. En el segundo binomio, después de x , se escribe el signo que resulta de multiplicar el signo de $+5x$ por el signo de $+6$ y se tiene que $+$ por $+$ da $+$ o sea:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + \quad)(x + \quad)$$

Ahora, como en estos binomios tenemos signos iguales buscamos dos números que cuya suma sea 5 y cuyo producto sea 6 . Esos números son 2 y 3 , luego:

$$x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$$

Factorar $x^2 - 7x + 12$.

Tendremos: $x^2 - 7x + 12 = (x - \quad)(x - \quad)$

En el primer binomio. se pone $-$ porque $-7x$ tiene signo $-$.

En el segundo binomio se pone $-$ porque multiplicando el signo de $-7x$ por el signo de $+12$ se tiene que: $-$ por $+$ da $-$.

Ahora, como en los binomios tenemos signos iguales buscamos dos números cuya suma sea 7 y cuyo producto sea 12 . Estos números son 3 y 4 , luego:

$$x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$$

Factorar $x^2 + 2x - 15$.

Tenemos: $x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

En el primer binomio se pone + porque + 2x tiene signo +.

En el segundo binomio se pone - porque multiplicando el signo de + 2x por el signo de -15 se tiene que + por - da -.

Ahora, como en los binomios tenemos signos distintos buscamos dos números cuya diferencia sea 2 y cuyo producto sea 15.

Estos números son 5 y 3. El mayor 5, se escribe en el primer binomio, y tendremos:

$$x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$$

Factorar $x^2 - 5x - 14$.

Se tiene: $x^2 - 5x - 14 = (x - 7)(x + 2)$.

En el primer binomio se pone - porque - 5x tiene signo

En el segundo binomio se pone + porque multiplicando el signo de - 5x por el signo de - 14 se tiene que - por - da +.

Ahora como en los binomios se tiene signos distintos, se buscan dos números cuya diferencia sea 5 y cuyo producto sea 14.

Estos números son 7 y 2. El mayor 7, se escribe en el primer binomio y se tendrá:

$$x^2 - 5x - 14 = (x - 7)(x + 2)$$

Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$

Son trinomios de esta forma: $2x^2 + 11x + 5$

$$3a^2 + 7a - 6$$

$$10n^2 - n - 2$$

$$7m^2 - 23m + 6$$

Que se diferencian de los trinomios estudiados en el caso anterior en que:

El primer término tiene un coeficiente distinto de 1.

Descomposición en Factores de un Trinomio de la Forma $ax^2 + bx + c$

Factorar $6x^2 - 7x - 3$.

Multiplique el trinomio por el coeficiente de x^2 que es 6 y deje indicado el producto de 6 por $7x$ se tiene:

$$36x^2 - 6(7x) - 18.$$

Pero $36x^2 = (6x)^2$ y $6(7x) = 7(6x)$ luego podemos escribir: $(6x)^2 - 7(6x) - 18$.

Descomponiendo este trinomio según se vio en el caso anterior, el primer término de cada factor será la raíz cuadrada de $(6x)^2$ o sea $6x$: $(6x - \quad)(6x + \quad)$.

Dos números cuya diferencia sea 7 y cuyo producto sea 18 son 9 y 2. Tendremos: $(6x - 9)(6x + 2)$.

Como al principio multiplicamos el trinomio dado por 6, ahora se tiene que dividir por 6, pero no alterar el trinomio, y tendremos:

$$\frac{(6x - 9)(6x + 2)}{6}$$

Pero como ninguno de los binomios es divisible por 6, descomponemos 6 en 2×3 y dividiendo $(6x - 9)$ entre 3 y $(6x + 2)$ entre 2 se tendrá:

$$\frac{(6x - 9)(6x + 2)}{2 \times 3} = (2x - 3)(3x + 1)$$

Luego: $6x^2 - 7x - 3 = (2x - 3)(3x + 1)$

Factorar $20x^2 + 7x - 6$.

Multipliquando el trinomio por 20, tendremos: $(20x)^2 + 7(20x) - 120$.

Descomponiendo este trinomio, tenemos: $(20x + 15)(20x - 8)$.

Para cancelar la multiplicación por 20, tenemos que dividir por 20, pero como ninguno de los dos binomios es divisible por 20, descomponemos el 20 en 5×4 y dividiendo el factor $(20x + 15)$ entre 5 y $(20x - 8)$ entre 4 tendremos:

$$\frac{(-20x + 15)(20x - 8)}{5 \times 4} = (4x + 3)(5x - 2)$$

Luego $20x^2 + 7x - 6 = (4x + 3)(5x - 2)$

Factorar $18a^2 - 13a - 5$.

Multipliquando por 18: $(18a)^2 - 13(18a) - 90$.

Factorando este trinomio: $(18a - 18)(18a + 5)$.

Dividiendo por 18, para lo cual, como el primer binomio $18a - 18$ es divisible por 18 basta dividir este factor entre 18, tendremos:

$$\frac{(18a - 18)(18a + 5)}{18} = (a-1)(18a+5)$$

$$\text{Luego } 18a^2 - 13a - 5 = (a - 1)(18a + 5)$$

2.5 HIPÓTESIS

H1: El método heurístico incide en la solución de los trinomios de factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

Ho: El método heurístico no incide en la solución de los trinomios de factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

2.6 SEÑALAMIENTO DE VARIABLES

Variable Independiente: El Método Heurístico

Variable Dependiente: Solución de Trinomios de Factorización

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

3.1 ENFOQUE

El enfoque de la investigación es predominantemente cuanti-cualitativo por cuanto “utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir o afinar preguntas de investigación en el proceso de interpretación” (Fernandez, Hernandez, & Baptista, 2006) y requiere investigación interna, sus objetivos plantean acciones inmediatas, plantea hipótesis lógica, la población es pequeña, requiere de un trabajo de campo con todos los estudiantes del Noveno Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño

3.2 MODALIDAD BÁSICA DE LA INVESTIGACIÓN

La investigación por su objetivo es aplicada porque utilizó conocimientos científicos ya existentes.

Por el lugar es **de campo** porque se realizó con los estudiantes de Noveno Año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

Por la naturaleza es de acción inmediata ya que se aplicó el método heurístico en la resolución de los trinomios de factorización.

3.3 NIVEL O TIPO DE INVESTIGACIÓN

Exploratorio porque permite reconocer las variables de interés investigativo y sondear un problema poco investigado en el acto educativo.

Descriptivo porque requiere conocimiento suficiente y permite caracterizar elementos, estructuras, modelos de comportamiento según ciertos criterios.

Asociación de variables porque las causas y los efectos están relacionados por diferentes factores que se producen durante el proceso de enseñanza aprendizaje.

Explicativo porque permite dar una explicación de la alternativa de solución posible al problema

3.4 POBLACIÓN Y MUESTRA

El universo de la población de esta investigación está integrado por los estudiantes de noveno año de Educación básica paralelos A y B en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño. Por ser la muestra pequeña se aplicó a toda la población.

TABLA N° 2: Población y muestra

Población	Muestra	%
Estudiantes del paralelo "A"	32	50
Estudiantes del paralelo "B"	21	50
TOTAL	53	100

Elaborado por Andrés Argüello.

3.5 OPERACIONALIZACIÓN DE VARIABLES

3.5.1 Variable Independiente: El Método Heurístico

Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	ITEMS	Técnicas e instrumento
Es un conjunto de pasos que deben realizarse para identificar en el menor tiempo posible una solución de alta calidad para un determinado problema.	<p>Pasos</p> <p>Intervención orientadora</p> <p>Solución de problemas</p>	<p>Comprender el problema</p> <p>Planificar ejecutar</p> <p>Verificar</p> <p>Situaciones problémicas</p> <p>Dibuja el problema</p> <p>Presentación de contenidos</p> <p>Relación con contenidos</p> <p>Herramientas para el análisis</p> <p>Comparación con otras respuestas</p>	<p>Identifica el problema</p> <p>Se interesa por resolver el problema</p> <p>Reconoce los datos iniciales</p> <p>Establece las condiciones o interpretaciones</p> <p>Representa o grafica el problema</p> <p>Aplica las reglas y los principios</p> <p>Verifica el resultado</p> <p>Busca nuevos pasos para la resolución</p>	<p>Observación</p> <p>Lista de cotejo de tipo descriptivo</p> <p>Dirigido a estudiantes del noveno A y del noveno B</p>

Elaborado por Andrés Arguello

3.5 2 Variable Dependiente: Solución de Trinomios de Factorización

Conceptualización	Dimensiones	Indicadores	Ítems	Técnicas e instrumento
Es descomponer mediante procedimientos algebraicos un polinomio como el producto de otros objetos más pequeños llamados factores.	Descomposición Procedimientos algebraicos Factores	Binomios Multiplicación Expresión algebraica	<p><i>Heurística de Pólya</i></p> <p>Entender el Problema Con problemas de factorización analizamos el problema y deducimos la incógnita, los datos iniciales, y las condiciones para resolver el problema</p> <p>Imaginando un plan relacionando con problemas similares o parecido vistos anteriormente Buscamos e imaginamos posibles soluciones al problema</p> <p>Realizamos el plan Resolvemos el problema según lo planeado y demostramos que el plan funciona</p> <p>Miramos atrás Hacemos una revisión crítica de lo realizado y aprendido</p>	Observación Lista de cotejo de tipo descriptivo

Elaborado por Andrés Argüello.

3.5 RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN

¿Para qué?	Determinar la incidencia del Método Heurístico en la resolución de los Trinomios de Factorización en los Estudiantes de noveno año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño
¿De qué personas u objetos?	Estudiantes de noveno año
¿Sobre qué aspectos?	Pasos, intervención orientadora y solución de problemas del método heurístico Descomposición, procedimientos algebraicos y factores Que intervienen en la resolución de los trinomios de factorización
¿Quién? ¿Quiénes?	Andrés Arguello-investigador
¿A quiénes?	53 estudiantes de noveno año de Educación General Básica
¿Cuándo?	Septiembre 2014 – marzo 2015
¿Dónde?	Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño
¿Cuántas veces?	Una sola vez
¿Cómo? ¿Qué técnicas de recolección?	Con la técnica de la Observación
¿Cón qué?	Con una ficha de cotejo de tipo descriptivo

3.6 PROCESAMIENTO DE LA INFORMACIÓN

Los datos recogidos se transforman siguiendo los siguientes procedimientos:

Revisión crítica de la información recogida: es decir limpieza de la información defectuosa: contradictoria, incompleta, no pertinente, etc.

Repetición de la recolección, en ciertos casos individuales, para corregir fallas de contestación.

Tabulación o cuadros según variables de cada hipótesis: cuadros de una sola variable, cuadro con cruce de variables, etc.

CAPITULO 4

ANÁLISIS E INTERPRETACIÓN

4.1 LISTA DE COTEJO APLICADA A ESTUDIANTES DE NOVENO “A”

ITEM 1. Identificar el problema

TABLA N° 3: Identificación del problema

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	16	50
Buena 7,1-8	10	31
Muy buena 8,1 -9	4	13
Sobresaliente 9,1-10	2	6
Total	32	100

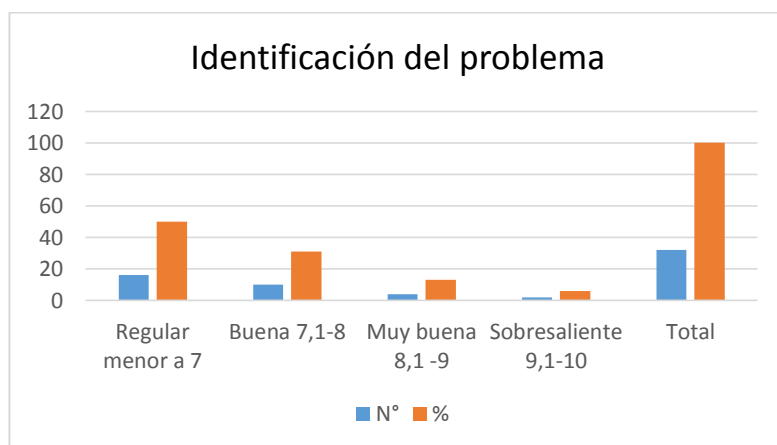


Gráfico N° 6: Identifica el problema

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población, 16 que son el 50% obtuvieron la nota de regular; 10 que representan al 31%, obtuvieron buena, 4 que son el 13% obtuvieron muy buena y 2 que son el 6% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes tienen un rendimiento regular, lo que implica que existe una dificultad en el análisis detallado del enunciado, en la identificación precisa de datos y de la incógnita, por tanto, no comprende las condiciones del problema. Del resto de estudiantes la mayoría realiza con dificultades y con apoyo del maestro.

ITEM 2. Se interesa por resolver el problema

TABLA N° 4: Demuestra interés

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	20	63
Buena 7,1-8	9	28
Muy buena 8,1 -9	2	6
Sobresaliente 9,1-10	1	3
Total	32	100

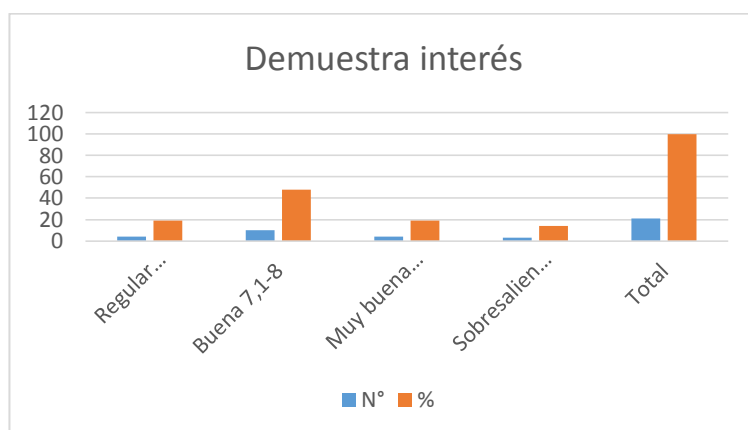


Gráfico N° 7: Identifica el problema

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población, 20 que son el 63% obtuvieron la nota de regular; 9 que representan al 28%, obtuvieron buena, 2 que son el 6% obtuvieron muy buena y 1 que son el 3% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes no demuestran interés para resolver los problemas porque presentan dificultad para comprender el problema

ITEM N°3: Reconoce los datos iniciales

TABLA N° 5: Datos Iniciales

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	22	69
Buena 7,1-8	6	19
Muy buena 8,1 -9	3	9
Sobresaliente 9,1-10	1	3
Total	32	100

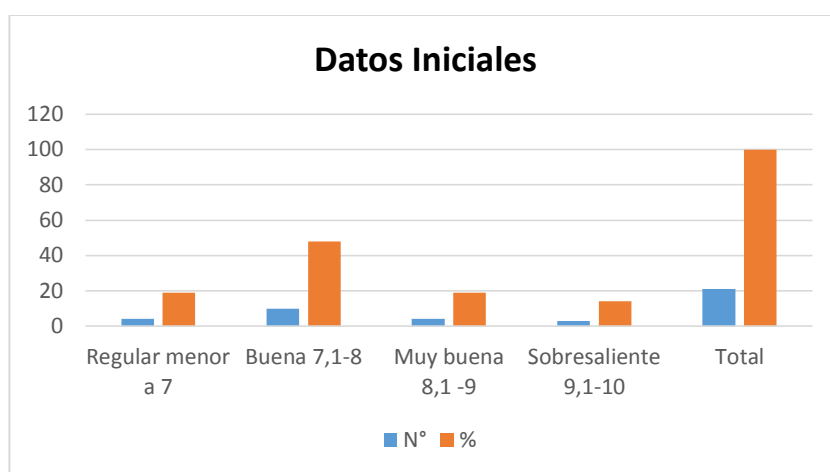


Gráfico N° 8: Datos Iniciales
Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población, 22 que son el 69% obtuvieron la nota de regular; 6 que representan al 19%, obtuvieron buena, 3 que son el 9% obtuvieron muy buena y 1 que son el 3% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes no pueden identificar los datos iniciales, es decir, no puede establecer lo que se les pide ni cuáles son los datos del problema.

ITEM N°4: Establece las condiciones o interpretaciones

TABLA N° 6: Interpretaciones

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	20	63
Buena 7,1-8	8	25
Muy buena 8,1 -9	3	9
Sobresaliente 9,1-10	1	3
Total	32	100

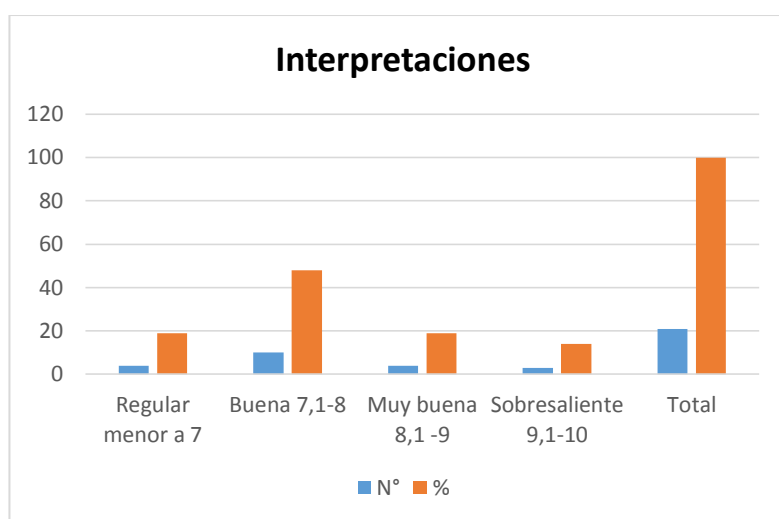


Gráfico 9: Interpretaciones

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población, 20 que son el 63% obtuvieron la nota de regular; 8 que representan al 25%, obtuvieron buena, 3 que son el 19 obtuvieron muy buena y 1 que son el 3% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayoría de estudiantes no puede establecer condiciones ni realizar interpretaciones, presenta dificultad identificar información relevante e irrelevante es decir, tiene dificultad para realizar el análisis de la información.

ITEM N°5: Representa o grafica el problema

TABLA N° 7: Grafica el problema

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	22	69
Buena 7,1-8	7	22
Muy buena 8,1 -9	2	6
Sobresaliente 9,1-10	1	3
Total	32	100

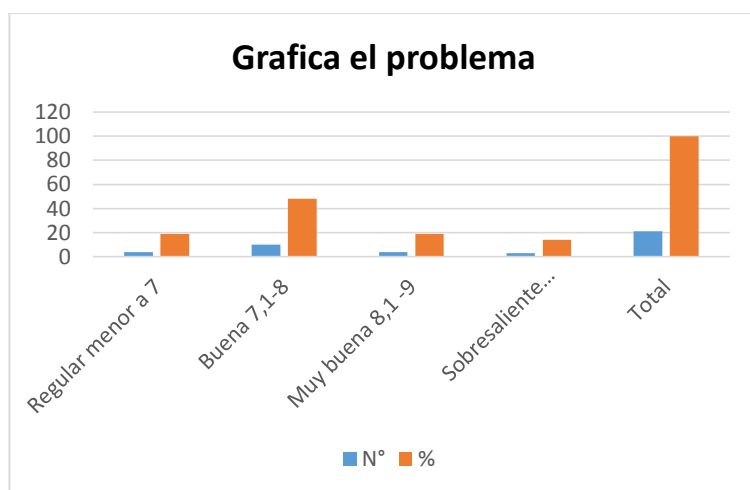


Gráfico 10: Grafica el problema

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población, 22 que son el 69% obtuvieron la nota de regular; 7 que representan al 22%, obtuvieron buena, 2 que son el 6% obtuvieron muy buena y 1 que son el 3% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayoría de estudiantes no grafica el problema, es decir, tiene dificultad para descomponer el problema en otros más simples y desconoce la posibilidad de utilizar gráficos o diagramas para la resolución de problemas

ITEM N°6: Aplica las reglas y los principios

TABLA N° 8: Reglas y principios

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	19	59
Buena 7,1-8	8	25
Muy buena 8,1 -9	4	13
Sobresaliente 9,1-10	1	3
Total	32	100

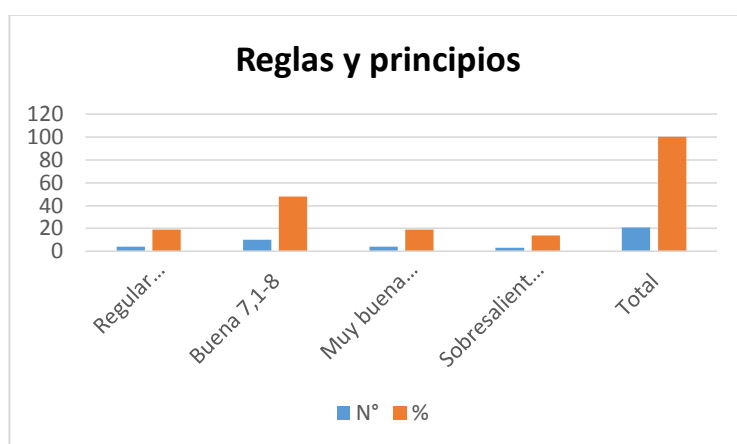


Gráfico 11: Reglas y principios

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población, 19 que son el 59% obtuvieron la nota de regular; 8 que representan al 25%, obtuvieron buena, 4 que son el 13% obtuvieron muy buena y 1 que son el 3% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes no aplica reglas ni principios al resolver problemas, lo que indica que no utiliza definiciones ni considera teoremas que le pueden ser de utilidad.

ITEM N° 7: Verifica el resultado

TABLA N° 9: Verificación

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	28	88
Buena 7,1-8	1	3
Muy buena 8,1 -9	3	9
Sobresaliente 9,1-10	0	0
Total	32	100

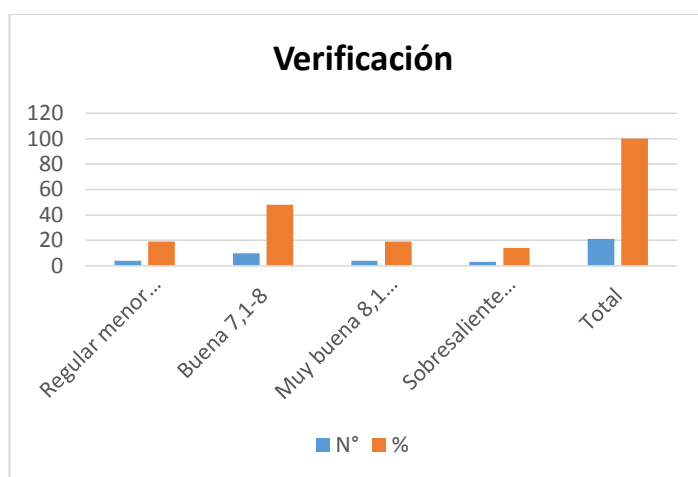


Gráfico 12: Verificación

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población, 28 que son el 88% obtuvieron la nota de regular; 1 que representan al 3%, obtuvieron buena, 3 que son el 9% obtuvieron muy buena y el 0% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

Casi todos los estudiantes no verifican los resultados, terminan de resolver el problema y no realizan un seguimiento del proceso realizado, no se preocupa por detectar errores durante el proceso.

ITEM N° 8: Busca nuevos pasos para la resolución

TABLA N° 10: Pasos nuevos

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	32	100
Buena 7,1-8	0	0
Muy buena 8,1 -9	0	0
Sobresaliente 9,1-10	0	0
Total	32	100

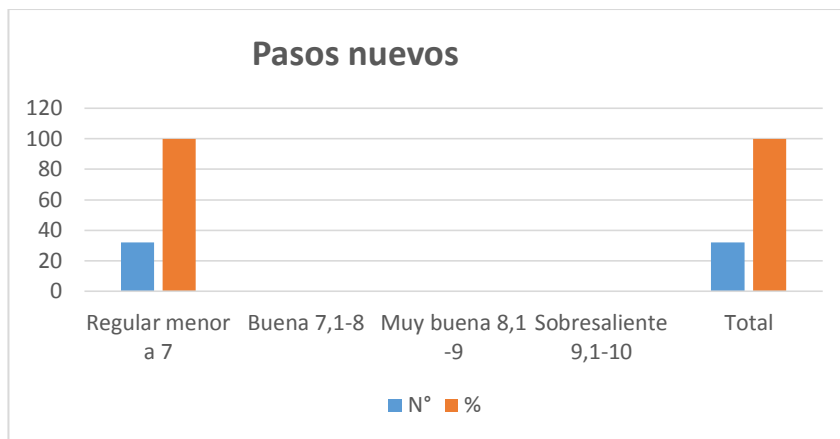


Gráfico 13: Pasos nuevos

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 32 estudiantes que representa el 100% de la población obtuvieron la nota de regular.

Interpretación

Todos los estudiantes presentan desinterés por buscar nuevas formas o pasos para la resolución de problemas, es decir, no busca otras alternativas para su resolución.

4.3 LISTA DE COTEJO APLICADA A ESTUDIANTES DE NOVENO “B”

ITEM N° 1: Identifica el problema

TABLA N° 11: Identifica el problema

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	0	0
Buena 7,1-8	2	10
Muy buena 8,1 -9	13	62
Sobresaliente 9,1-10	6	28
Total	21	100

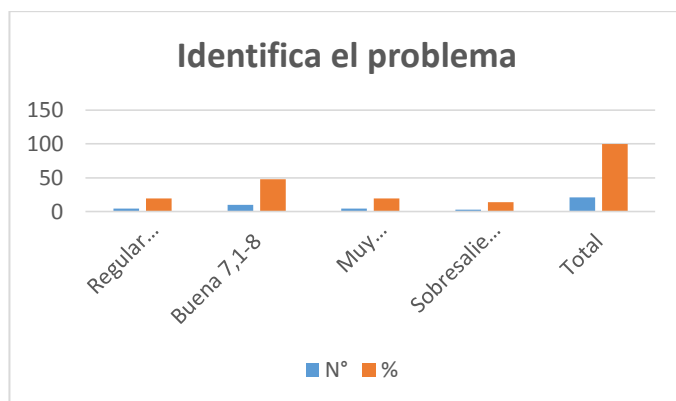


Gráfico 14: Identifica el problema

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 0 estudiantes obtuvieron la nota de regular; 2 que representan al 10%, obtuvieron buena, 13 que son el 62% obtuvieron muy buena y 6 que son el 28% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes identifica el problema, es decir, realizan una lectura del problema en forma comprensiva.

ITEM N° 2: Se interesa por resolver el problema

TABLA N° 12: Demuestra interés

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	1	5
Buena 7,1-8	3	14
Muy buena 8,1 -9	10	48
Sobresaliente 9,1-10	7	33
Total	21	100

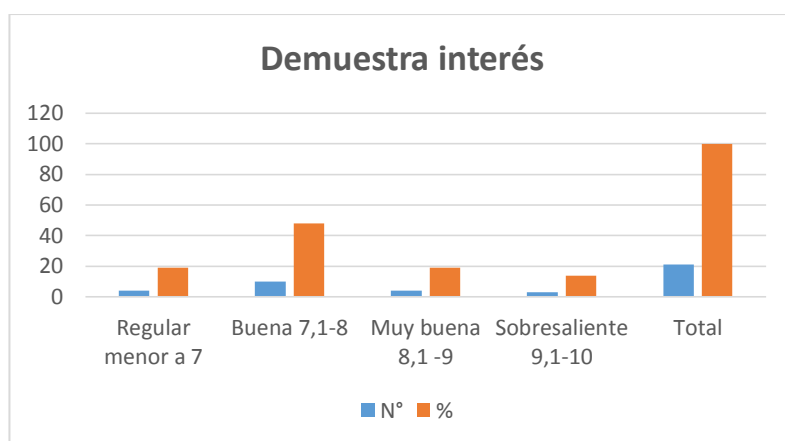


Gráfico 15: Demuestra interés

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 1 que es el 5% obtuvieron la nota de regular; 3 que representan al 14%, obtuvieron buena, 10 que son el 48% obtuvieron muy buena y 7 que son el 33% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes demuestran interés para la resolución del problema, inicialmente tienden a examinar el caso.

ITEM N° 3: Reconoce los datos iniciales

TABLA N° 13: Datos Iniciales

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	2	10
Buena 7,1-8	4	19
Muy buena 8,1 -9	10	47
Sobresaliente 9,1-10	5	24
Total	21	100

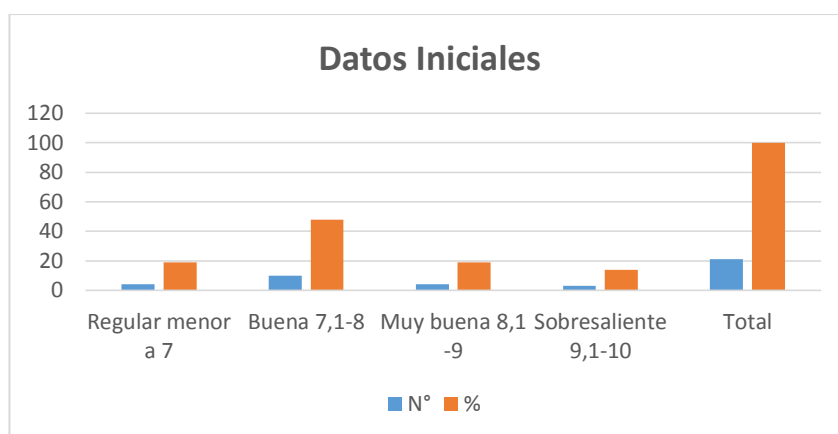


Gráfico 16: Datos iniciales

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 2 que son el 10% obtuvieron la nota de regular; 4 que representan al 19%, obtuvieron buena, 10 que son el 47% obtuvieron muy buena y 5 que son el 24% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayoría de estudiantes identifican los datos iniciales, es decir, pueden establecer lo que se busca y los datos con los que cuenta para la resolución del problema.

ITEM N° 4: Establece las condiciones o interpretaciones

TABLA N° 14: Interpretaciones

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	5	24
Buena 7,1-8	6	29
Muy buena 8,1 -9	7	33
Sobresaliente 9,1-10	3	14
Total	21	100

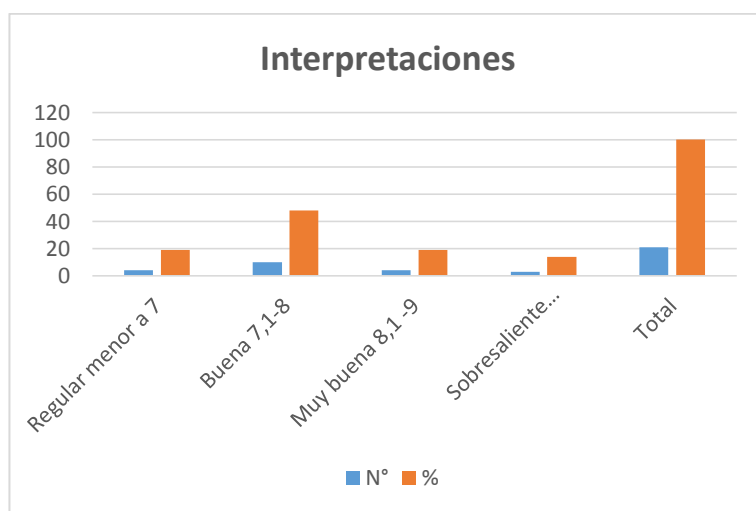


Gráfico 17: Interpretaciones
Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 5 que son el 24% obtuvieron la nota de regular; 6 que representan al 29%, obtuvieron buena, 7 que son el 33% obtuvieron muy buena y 3 que son el 14% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayoría de los estudiantes establece las condiciones interpretaciones, es decir, intercambian diferentes interpretaciones con sus pares.

ITEM N° 5: Representa o grafica el problema

TABLA N° 15: Grafica el problema

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	11	52
Buena 7,1-8	7	33
Muy buena 8,1 -9	2	10
Sobresaliente 9,1-10	1	5
Total	21	100

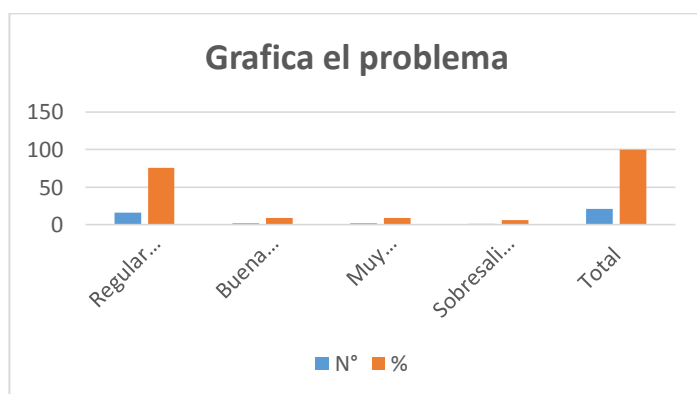


Gráfico 18: Grafica el problema

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 11 que son el 52% obtuvieron la nota de regular; 7 que representan al 33%, obtuvieron buena, 2 que son el 10% obtuvieron muy buena y 1 que son el 5% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayoría de estudiantes grafica el problema, lo que implica de puede representar el problema de diferentes modos, hace comparaciones que le posibilitan escoger el camino más adecuado.

ITEM N° 6: Aplica las reglas y los principios

TABLA N° 16: Reglas y principios

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	3	15
Buena 7,1-8	8	38
Muy buena 8,1 -9	7	33
Sobresaliente 9,1-10	3	15
Total	21	100

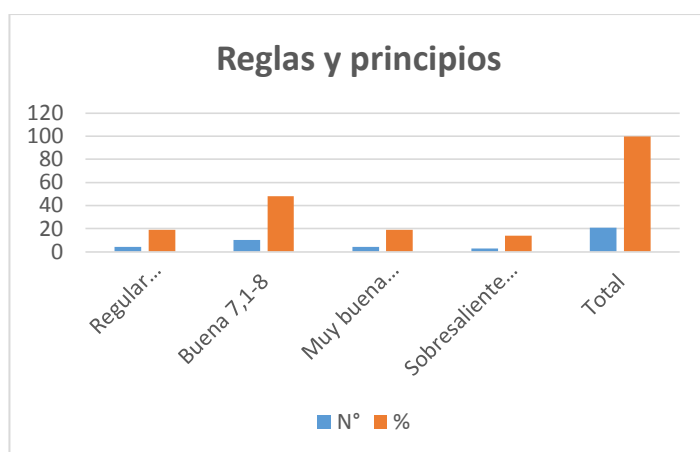


Gráfico 19: Reglas y principios
Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 3 que son el 15% obtuvieron la nota de regular; 8 que representan al 38%, obtuvieron buena, 7 que son el 33% obtuvieron muy buena y 3 que son el 15% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes aplican las reglas y principios, lo que les permite encontrar patrones o generalizaciones para la resolución del problema

ITEM N° 7: Verifica el resultado

TABLA N° 17: Verificación

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	16	76
Buena 7,1-8	2	10
Muy buena 8,1 -9	2	10
Sobresaliente 9,1-10	1	6
Total	21	100

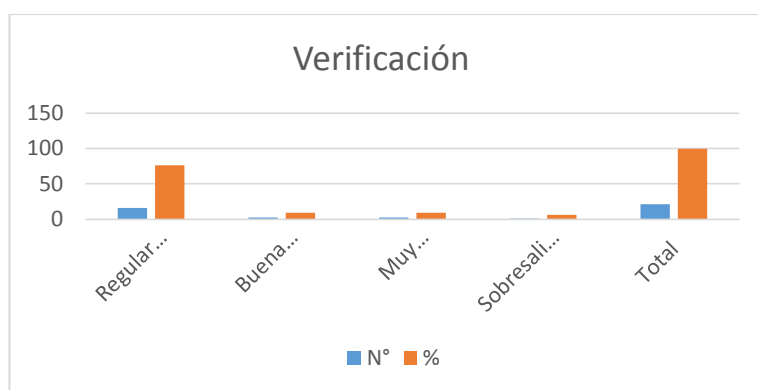


Gráfico 20: Verificación

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 16 que son el 76% obtuvieron la nota de regular; 2 que representan al 10, obtuvieron buena, 2 que son el 10 obtuvieron muy buena y 1 que son el 6% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayor parte de estudiantes no realiza la verificación del resultado, resultado que puede evidenciar dos situaciones, una que el estudiante realiza un seguimiento riguroso de los pasos para evitar errores, y la segunda, el estudiante se siente seguro de lo que ha hecho durante la resolución, razón por la que no verifica los resultados.

TEM N° 8: Busca nuevos pasos para la resolución

TABLA N° 18: Nuevos pasos

ITEM	N°	%
Regular menor a 7	4	19
Buena 7,1-8	10	48
Muy buena 8,1 -9	4	19
Sobresaliente 9,1-10	3	14
Total	21	100

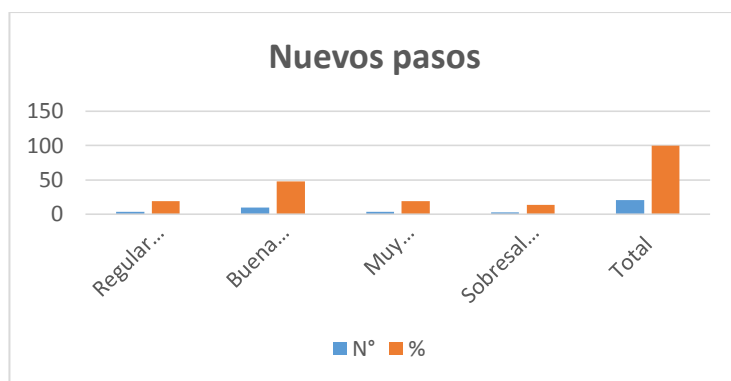


Gráfico 21: Nuevos pasos

Elaborado por Andrés Arguello

Análisis

De 21 estudiantes que representa el 100% de la población, 4 que son el 19% obtuvieron la nota de regular; 10 que representan al 48%, obtuvieron buena, 4 que son el 19% obtuvieron muy buena y 3 que son el 14% obtuvieron la calificación de sobresaliente.

Interpretación

La mayoría de estudiantes buscan otros pasos para resolver el problema, luego de la solución obtenida se preguntan si el proceso se puede aplicar a otro problema.

4.4 VERIFICACIÓN DE LA HIPÓTESIS

Tema: El método heurístico incide en la solución de los trinomios de factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

4.4.1 Planteamiento de la hipótesis

H₀: El método heurístico **no** incide en la solución de los trinomios de factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

H₁: El método heurístico **si** incide en la solución de los trinomios de factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

4.4.2 Nivel de significación y regla de decisión

Se toma en consideración un margen de error del 5%, obteniendo así, un nivel de significancia del $\alpha=0,05$, el cual permitirá comprobar la hipótesis plateada en la investigación.

Nivel de significación 5%=0,05

Nivel de confiabilidad 95%

4.4.3 Descripción de la población

Para la aplicación y recolección de la información se aplicó un instrumento de recolección: la lista de cotejo, se aplicó a una población de 53 estudiantes de noveno año: 32 del paralelo “A” y 21 del paralelo “B” de la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

4.4.4 Especificación de lo estadístico

Mediante un cuadro de contingencia formado por cuatro columnas y cuatro filas, se procedió a calcular los datos estadísticos a partir de la siguiente fórmula:

$$x^2 = \sum \frac{(o - fe)^2}{fe}$$

4.4.5 Especificación de las regiones de aceptación y rechazo

Para obtener los resultados respectivos de las regiones de aceptación y rechazo se calcula los grados de libertad, considerando que el cuadro de contingencia está conformado por cuatro filas por cuatro columnas; para lo cual se aplicó la siguiente fórmula.

$$g.l = (f - 1) (c - 1)$$

Simbología:

g.l= grados de libertad

c= columna de la tabla

f= fila de la tabla

Reemplazando los datos correspondientes en la fórmula.

$$g.l = (4-1) (4-1)$$

$$g.l = (3) (3)$$

$$g.l = 9$$

Una vez obtenidos los grados de libertad, se procede a ubicar la región de aceptación o rechazo en la tabla de distribución del chi cuadrado.

Tabla N° 19: Distribución del Chi cuadrado

DISTRIBUCION DE χ^2

Grados de libertad	Probabilidad											
	0,95	0,90	0,80	0,70	0,50	0,30	0,20	0,10	0,05	0,01	0,001	
1	0,004	0,02	0,06	0,15	0,46	1,07	1,64	2,71	3,84	6,64	10,83	
2	0,10	0,21	0,45	0,71	1,39	2,41	3,22	4,60	5,99	9,21	13,82	
3	0,35	0,58	1,01	1,42	2,37	3,66	4,64	6,25	7,82	11,34	16,27	
4	0,71	1,06	1,65	2,20	3,36	4,88	5,99	7,78	9,49	13,28	18,47	
5	1,14	1,61	2,34	3,00	4,35	6,06	7,29	9,24	11,07	15,09	20,52	
6	1,63	2,20	3,07	3,83	5,35	7,23	8,56	10,64	12,59	16,81	22,46	
7	2,17	2,83	3,82	4,67	6,35	8,38	9,80	12,02	14,07	18,48	24,32	
8	2,73	3,49	4,59	5,53	7,34	9,52	11,03	13,36	15,51	20,09	26,12	
9	3,32	4,17	5,38	6,39	8,34	10,66	12,24	14,68	16,92	21,67	27,88	
10	3,94	4,86	6,18	7,27	9,34	11,78	13,44	15,99	18,31	23,21	29,59	
	No significativo								Significativo			

Fuente: <https://www.google.com.ec/search?q=tabla+de+distribucion+del+chi+cuadrado>

Entonces con 9 grados de libertad y un nivel de significación 0.05 se tiene en la tabla de distribución del χ^2 el valor de 16,929 por consiguiente: si $X^2_c > a X^2_t$ se rechaza la hipótesis nula y se acepta la Hipótesis alterna.

Cálculo del Chi cuadrado

Datos obtenidos a partir de la investigación

Frecuencias observadas

Para el cálculo y elaboración de las frecuencias observadas se tomará en consideración las preguntas más relevantes de la lista de cotejo, las mismas que el problema tuvo un mayor grado de incidencia.

Tabla N°: 20 Frecuencias observadas Paralelo “A”

PREGUNTAS	CATEGORÍAS				TOTAL
	REGULAR 6	BUENA 7	MUY BUENA 8	SOBRE SALIENTE 9	
Identificar del problema	16	10	4	2	32
Reconoce los datos iniciales	22	6	3	1	32
Representa o grafica el problema	22	7	2	1	32
Busca nuevos pasos para la resolución	32	0	0	0	32
TOTAL	92	23	9	4	128

Fuente: Fichas de cotejo

Elaborado por el investigador

Frecuencias esperadas

El cálculo de las frecuencias esperadas es el resultado de la multiplicación del valor total de las filas por el valor total de las columnas y finalmente dividido por el valor general o total.

Tabla N° 21: Frecuencias esperadas

Frecuencias esperadas	
$92 \cdot 32 / 128$	23
$23 \cdot 32 / 128$	5,75
$9 \cdot 32 / 128$	2,25
$4 \cdot 32 / 128$	1
TOTAL	32

Fuente: Fichas de cotejo

Elaborado por el investigador

Tabla N° 22: Frecuencias esperadas Paralelo “A”

PREGUNTAS	CATEGORÍAS				TOTAL
	REGULAR MENOR A 7	BUENA 7,1-8	MUY BUENA 8,1 -9	SOBRESALIENTE 9,1-10	
Identificar del problema	23	5.75	2.25	1	32
Reconoce los datos iniciales	23	5.75	2.25	1	32
Representa o grafica el problema	23	5.75	2.25	1	32
Busca nuevos pasos para la resolución	23	5.75	2.25	1	32
TOTAL	92	23	9	4	128

Fuente: Fichas de cotejo

Elaborado por el investigador

Cálculo del Ji Cuadrado de Estudiantes

$$x^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

Simbología:

X^2 = Chi cuadrado

Σ = Sumatoria

O= Frecuencias observadas

E= Frecuencias esperadas

O-E= Frecuencias observadas - Frecuencias esperadas

(O-E)²= Frecuencias observadas - Frecuencias esperadas al cuadrado

(O-E)²/E= Frecuencias observadas - Frecuencias esperadas al cuadrado dividido por las frecuencias esperadas.

Tabla N° 23: Cálculo del Chi cuadrado

O	E	(O-E)	(O-E) ²	(O-E) ² /E
16	23	-7	49	2,1
10	5,75	4,25	18,1	3,1
4	2,25	1,75	3,1	1,4
2	1	1	1,0	1,0
22	23	-1	1,0	0,0
6	5,75	0,25	0,1	0,0
3	2,25	0,75	0,6	0,3
1	1	0	0,0	0,0
22	23	-1	1,0	0,0
7	5,75	1,25	1,6	0,3
2	2,25	-0,25	0,1	0,0
1	1	0	0,0	0,0
32	23	9	81,0	3,5
0	5,75	-5,75	33,1	5,8
0	2,25	-2,25	5,1	2,3
0	1	-1	1,0	1,0
				20,8

Fuente: Fichas de cotejo
Elaborado por el investigador

Regla de decisión.

Una vez obtenido el resultado del Chi cuadrado se afirma lo siguiente:

$$X^2_c = 20,8 > X^2_t = 16,929$$

Para 9 grados de libertad a un nivel 0.05 se obtiene en la tabla 16,929 y como el valor del Ji cuadrado es 20,8 se encuentra fuera de la región de aceptación, entonces se rechaza la hipótesis nula H_0 por lo que se acepta la hipótesis alternativa H_1 que dice: El método heurístico **si** incide en la solución de los trinomios de factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño

Tabla N°: 24 Frecuencias observadas Paralelo “B”

PREGUNTAS	CATEGORÍAS				TOTAL
	REGULAR 6	BUENA 7	MUY BUENA 8	SOBRESALIENTE 9	
Identificar del problema	0	2	13	6	21
Reconoce los datos iniciales	2	4	10	5	21
Representa o grafica el problema	11	7	2	1	21
Busca nuevos pasos para la resolución	4	10	4	3	21
TOTAL	17	23	29	15	84

Fuente: Fichas de cotejo

Elaborado por el investigador

Frecuencias esperadas

El cálculo de las frecuencias esperadas es el resultado de la multiplicación del valor total de las filas por el valor total de las columnas y finalmente dividido por el valor general o total.

Tabla N° 25: Frecuencias esperadas

Frecuencias esperadas	
$17 \cdot 21 / 84$	4,25
$23 \cdot 21 / 84$	5,75
$29 \cdot 21 / 84$	7,25
$15 \cdot 21 / 84$	3,75
TOTAL	21,00

Fuente: Fichas de cotejo

Elaborado por el investigador

Tabla N° 26: Frecuencias esperadas Paralelo “B”

PREGUNTAS	CATEGORÍAS				TOTAL
	REGULAR MENOR A 7	BUENA 7,1-8	MUY BUENA 8,1 -9	SOBRESALIENTE 9,1-10	
Identificar del problema	4,25	5.75	7,25	3,75	21
Reconoce los datos iniciales	4,25	5.75	7,25	3,75	21
Representa o grafica el problema	4,25	5.75	7,25	3,75	21
Busca nuevos pasos para la resolución	4,25	5.75	7,25	3,75	21
TOTAL	17	23	29	15	84

Fuente: Fichas de cotejo

Elaborado por el investigador

Cálculo del Ji Cuadrado de Estudiantes

$$x^2 = \sum \frac{(fo - fe)^2}{fe}$$

Simbología:

X^2 = Chi cuadrado

Σ = Sumatoria

O= Frecuencias observadas

E= Frecuencias esperadas

O-E= Frecuencias observadas - Frecuencias esperadas

(O-E)2= Frecuencias observadas - Frecuencias esperadas al cuadrado

(O-E)2/E= Frecuencias observadas - Frecuencias esperadas al cuadrado dividido por las frecuencias esperadas.

Tabla N° 27: Cálculo del Chi cuadrado

O	E	(O-E)	(O-E) ²	(O-E) ² /E
0	4,25	-4,25	18,06	4,25
2	5,75	3,75	14,06	2,45
13	7,25	5,75	33,06	4,56
6	3,75	2,25	5,06	1,35
2	4,25	-2,25	5,06	1,35
4	5,75	-1,75	3,06	0,53
10	7,25	2,75	7,56	1,04
5	3,75	1,25	1,56	0,42
11	4,25	6,75	45,56	10,72
7	5,75	1,25	1,56	0,27
2	7,25	-5,25	27,56	3,80
1	3,75	-2,75	7,56	2,02
4	4,25	-0,25	0,0625	0,02
10	5,75	-4,25	17,21	2,99
4	7,25	-3,25	10,56	1,46
3	3,75	-0,75	0,56	0,15
				37,38

Fuente: Fichas de cotejo

Elaborado por el investigador

Regla de decisión.

Una vez obtenido el resultado del Chi cuadrado se afirma lo siguiente:

$$X^2_c = 37,38 > X^2_t = 16,929$$

Para 9 grados de libertad a un nivel 0.05 se obtiene en la tabla 16,929 y como el valor del Ji cuadrado es 37,38 se encuentra fuera de la región de aceptación, entonces se rechaza la hipótesis nula H_0 por lo que se acepta la hipótesis alternativa H_1 que dice: El método heurístico **si** incide en la solución de los trinomios de factorización de los estudiantes del noveno año de Educación Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño

Campana de Gauss

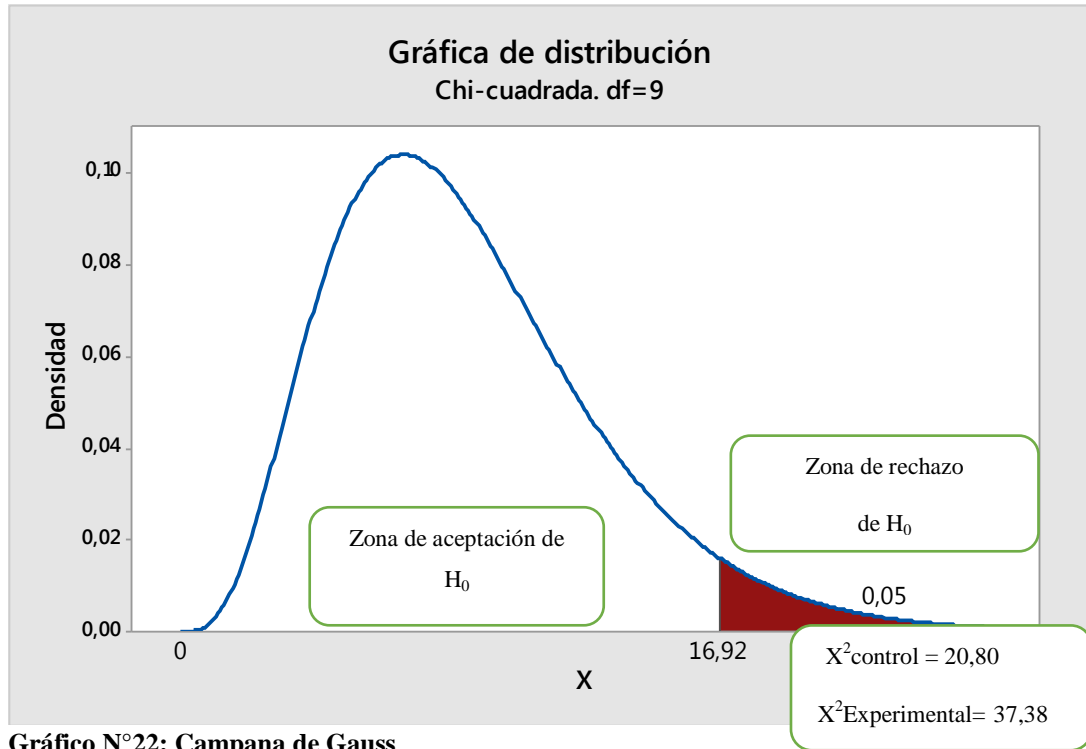


Gráfico N°22: Campana de Gauss
Elaborado por Andrés Arguello

CAPÍTULO 5

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

5.1 CONCLUSIONES

Luego de fundamentar bibliográficamente las bases teóricas del método heurístico en la factorización de trinomios, la presente investigación ha llegado a los siguientes resultados:

1. Los estudiantes están acostumbrados a hacer sólo lo que el docente indica, porque la estrategia que utiliza el maestro es la misma para todas las materias, no aplican estrategias específicas acorde a los resultados que se espera desarrollar en los estudiantes.
2. En el paralelo “B”, la aplicación del método Heurístico, explicando y aplicando cada uno de sus pasos permitió que los estudiantes se motiven y participen en la resolución de problemas, facilitó el aprendizaje de los trinomios y los resultados evidenciaron que el 62% tuvo una calificación de muy buena, el 28% sobresaliente y apenas el 10% buena. No así, en el paralelo “A” que se aplicó una estrategia diferente, el 50%, obtuvo una calificación de regular, el 31% de, buena y el 13% muy buena y el 6% sobresaliente. Por lo tanto, se demostró que el método heurístico permite maximizar la resolución de trinomios.
3. El 69% de estudiantes no pueden identificar los datos iniciales, lo que no les permite aplicar las reglas para la resolución de los trinomios, es decir, se le dificulta el análisis de los datos y la interpretación del problema.
4. Con la aplicación del método heurístico, el 100% de los estudiantes mejoraron sus procesos de resolución, el nivel de calificaciones se elevaron en el 100% de los estudiantes, presentaron interés por buscar otras formas para resolver, comparar las respuestas, entusiasmo por realizar nuevos ejercicios.

En consecuencia, surge la necesidad de que los docentes se capaciten en estrategias apropiadas para la enseñanza de la matemática, específicamente en la resolución de problemas a través del Método Heurístico

5.2 RECOMENDACIONES

1. El docente debe dar las mejores posibilidades al estudiante para desarrollar sus capacidades intelectuales en el área de matemática.
2. El docente debe buscar las estrategias de acuerdo al contenido y acorde a las necesidades e intereses de los estudiantes.
3. El docente debe promover la participación activa del estudiante en la resolución de ejercicios algebraicos como los trinomios de factorización para que se motive en la solución de problemas
4. El docente debe capacitarse en estrategias que permitan mejorar la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas y otras ciencias con metodologías interactivas que refuercen el proceso la aplicación del método heurístico, ya que esto permitirá que el estudiante aumente su interés por aprender y el desarrollo de capacidades.

CAPÍTULO 6

PROPUESTA

6.1 DATOS INFORMATIVOS

Tema: Tutorial sobre la Aplicación del Método Heurístico en la Resolución de Trinomios de Factorización.

6.2 ANTECEDENTES DE LA PROPUESTA

Institución ejecutora: Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

Dirección: Izamba

Provincia: Tungurahua

Cantón: Ambato

Parroquia: Izamba

Dirección: Av. Pedro Vascones Sevilla y calle Los Eneldos

Beneficiarios: Personal docente, estudiantes y padres de familia

Tiempo estimado: Permanente

Equipo Técnico responsable: Investigador Andrés Sebastián Arguello Zurita, Universidad Técnica de Ambato

6.3 ANTECEDENTES

En el presente trabajo de investigación se plantea dar solución al problema planteado, por lo que se propone realizar un Video Tutorial sobre la Aplicación

del Método Heurístico en la Resolución de Trinomios de Factorización en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño.

El resultado de las listas de cotejo demuestran que la aplicación de estrategias diferentes al método Heurístico por parte del maestro es la misma para todas las materias, por lo que los estudiantes están acostumbrados a hacer sólo lo que el docente indica y la mayor parte presentan dificultades en la comprensión del problema, pues la estrategia utilizada no facilitó los resultados de aprendizaje esperados en la resolución de problemas.

Durante el desarrollo se pudo observar que los docentes presentan resistencia a la utilización de estrategias activas acorde a las necesidades e intereses de los estudiantes, lo que impide que se interese por la materia, y presente mayores dificultades en la comprensión de los problemas matemáticos, y en consecuencia bajo rendimiento académico en esta área.

Frente a esta realidad surge la necesidad de que los docentes se capaciten en estrategias apropiadas para la enseñanza de la matemática, específicamente en la resolución de problemas a través del Método Heurístico.

6.4 JUSTIFICACIÓN

El **propósito** de esta propuesta es que se convierta en un referente para docentes, destacando el empleo de estrategias que ayuden a incrementar el nivel de competencia de sus estudiantes en el proceso de aprendizaje de Álgebra.

La **importancia** de esta propuesta se fundamenta en que los estudiantes tienen el compromiso de aprender y los docentes deben ayudar a desarrollar su potencial intelectual y creativo.

La **originalidad** se basa en que anteriormente no se ha propuesto en la institución la aplicación del método heurístico en el área de matemática.

Los **beneficiarios** directos serán los docentes y estudiantes ya que existirá un eficiente uso de estrategias activas, de acuerdo a las necesidades e intereses de los

estudiantes para promover aprendizajes significativos, es decir, aplicado a situaciones académicas reales.

6.4 OBJETIVOS

6.4.1 Objetivo general

Implementar un video Tutorial de la aplicación del método heurístico en la resolución de trinomios de factorización que facilite el desarrollo de la estructura cognitiva de los estudiantes.

6.4.2 Objetivos específicos

Diseñar un video tutorial de la aplicación del método heurístico en la resolución de trinomios de factorización con sus respectivas etapas.

Socializar a los docentes el video explicativo para fomentar la actuación pedagógica en la solución de situaciones prácticas académicas.

6.5 ANÁLISIS DE FACTIBILIDAD

El estudio investigativo junto con la propuesta planteada posee características positivas que pretende reforzar y modificar conductas de los estudiantes frente al proceso de enseñanza-aprendizaje.

La factibilidad se basa en la acogida que presentan los miembros de la institución y en el sustento científico que posee el trabajo investigativo. Además, no existen otros trabajos similares en la institución.

La propuesta presenta los siguientes recursos:

Humanos: investigador Arguello Zurita Andrés Sebastián

Técnicos: computador, proyector, pizarra, tizas líquidas

Económicos: la inversión que demande la propuesta la realizará el investigador.

6.6 FUNDAMENTACIÓN CIENTÍFICA

LOS VIDEOS TUTORIALES

Definición de video tutorial

“El vídeo o video es la tecnología de la captación, grabación, procesamiento, almacenamiento, transmisión y reconstrucción por medios electrónicos digitales o analógicos de una secuencia de imágenes que representan escenas en movimiento” (Villalobos, 2011).

Etimológicamente la palabra video proviene del verbo latino video, vides, videre, que se traduce como el verbo ‘ver’. Se suele aplicar este término a la señal de video y muchas veces se la denomina «el vídeo» o «la vídeo» a modo de abreviatura del nombre completo de la misma.

Los tutoriales son sistemas instructivos de autoaprendizaje que pretenden simular al maestro y muestran al usuario el desarrollo de algún procedimiento o los pasos para realizar determinada actividad.

Fases del video

Típicamente un sistema tutorial incluye cuatro grandes fases (Villalobos, 2011):

- **Fase introductoria:** genera motivación y se centra en la atención de los aspectos generales del tema sobre el cual tratará el tutorial.
- **Fase de orientación inicial:** se da la codificación, almacenaje y retención de lo aprendido, desarrollando los contenidos con detalle.
- **Fase de aplicación:** evocación y transferencia de lo aprendido, se dan ejemplos o se concluye el tema tratado.
- **Fase de retroalimentación:** en la que se demuestra lo aprendido, se recapitula y se ofrece retroinformación y refuerzo (Galvis, 1992).

“Un tutorial consiste en una serie de pasos que van aumentando el nivel de dificultad y entendimiento. Por este motivo, es mejor seguir los tutoriales en su

secuencia lógica para que el usuario entienda todos los componentes” (Rodena , 2012).

Generalmente los tutoriales es un término muy utilizado en Internet, se utilizan en la enseñanza online, aunque se puede realizar con documentos impresos.

En la actualidad el video es un instrumento muy utilizado en el ámbito educativo, Muchos de los aprendizajes los han hecho a través de una pantalla. Es por este motivo que una de las mejores formas para transmitir conocimientos que se puede utilizar actualmente es el video.

Definición

Un vídeo educativo es aquel que cumple un objetivo didáctico previamente formulado. El uso de los vídeos en educación debe estar enmarcado por actividades previas y posteriores al visionado y debe atender a estos dos aspectos fundamentales:

Es importante, para que los alumnos valoren la información que les suministra el vídeo, que identifiquen el contenido de éste con el programa de la asignatura, de forma que le otorguen la categoría de texto oficial.

La estrategia didáctica es la que va a permitir que la utilización del medio no se quede en el simple hecho de contemplar un mensaje audiovisual más o menos educativo o entretenido por parte de los alumnos, sino que se convierta en una clase con unos claros objetivos de aprendizaje que sean logrados correctamente. (Rodena , 2012)

La estrategia didáctica

Según Rodena (2012) la estrategia didáctica tendrá en cuenta los siguientes aspectos:

Presentación.

Qué es lo que el profesor usuario del medio va a decir antes de la utilización del vídeo. Qué aspectos debe resaltar, qué otros aspectos debe aclarar y si la terminología que emplea el vídeo va a ser entendida por la audiencia y, si esto no es así, cuáles son los términos nuevos o que necesitan explicación, etc.

Condiciones de visionado.

Cuántas veces, de qué forma y en qué condiciones se va a exhibir el programa.

Actividades del alumno.

Una de las barreras que dificultan la asimilación y la comprensión de los contenidos de los vídeos educativos la constituye la pasividad que el medio genera en la audiencia, que identifica la video lección con la contemplación de un programa de televisión que no exige ningún esfuerzo para su asimilación. Romper la pasividad es fundamental para que el alumno asimile y comprenda el contenido.

Actividades del profesor. El profesor debe tener muy claro qué es lo que va a hacer antes, durante y después del pase del vídeo en su clase.

Guión de la puesta en común. Es muy interesante que una vez finalizado el pase, o los pases del programa, el profesor propicie una puesta en común con todos los asistentes. Esta puesta en común, además de aclarar las dudas que hayan surgido, servirá para poner de manifiesto los puntos más importantes que el programa haya tratado, recordarlos y hacer un esquema que facilite su estudio y asimilación. Esta puesta en común también propicia que el nivel de lectura de la imagen, que recordemos sea siempre polisémica, sea similar para todos los alumnos.

Material complementario. Los medios audiovisuales utilizados como recursos didácticos no deben agotarse en ellos mismos. Su función es complementar la acción del profesor que, a su vez, puede ir acompañada de otros recursos, audiovisuales o no, a los que también deben complementar.

Los materiales complementarios van a apoyar la explicación que los alumnos reciben a través del video colección. Su misión consiste en hacer hincapié sobre aquellos aspectos que no quedan suficientemente claros o en otros que, por su dificultad o por su interés, necesitan una atención especial.

Video Tutoriales

Un vídeo tutorial es una herramienta que muestra paso a paso los procedimientos a seguir para elaborar una actividad, facilita la comprensión de los contenidos más difíciles y permite al estudiante recurrir a él cuando desee y tantas veces como sea necesario.

Hoy en día los videos tutoriales se han convertido en uno de los mejores recursos educativos, independientemente de cuál sea la especialidad en la que se aplique. La utilización de videos tutoriales en educación facilita la atención personalizada del alumno y que cada uno de ellos avance en el aprendizaje según su propio ritmo, propiciando que los aprendizajes sean significativos. La realización de videos tutoriales en Tecnologías permite explicar numerosos contenidos del área, que posteriormente pueden ser visualizados por los alumnos de forma colectiva o individual. Es el complemento perfecto cuando se utiliza un aula moodle o cualquier otra forma de comunicación con los alumnos por medio de un ordenador.

Para la realización de los videos tutoriales necesitamos una serie de elementos y programas que vamos a enumerar:

- Un ordenador que disponga de cámara web y micrófono.
- Un programa de captura de video.
- Un programa de edición de video y audio.
- Los programas que a continuación se presentan son gratuitos y los podemos encontrar fácilmente en la red.

6.7 METODOLOGÍA. MODELO OPERATIVO

TABLA N°28: Modelo Operativo

FASES	OBJETIVOS	ACTIVIDADES	RECURSOS	RESPONSABLES
DISEÑO	Diseñar un video tutorial de la aplicación del método heurístico en la resolución de trinomios de factorización con sus respectivas etapas.	Selección de contenidos Integración de contenidos Elaboración de etapas	Humanos Materiales Económicos	Investigador
SOCIALIZACIÓN	Socializar a los docentes el video explicativo para fomentar la actuación pedagógica en la solución de situaciones prácticas académicas.	Presentación de la propuesta a los docentes de la institución	Humanos Materiales Económicos	Autoridades Docentes Investigador

Elaborado por el investigador

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE
AMBATO**

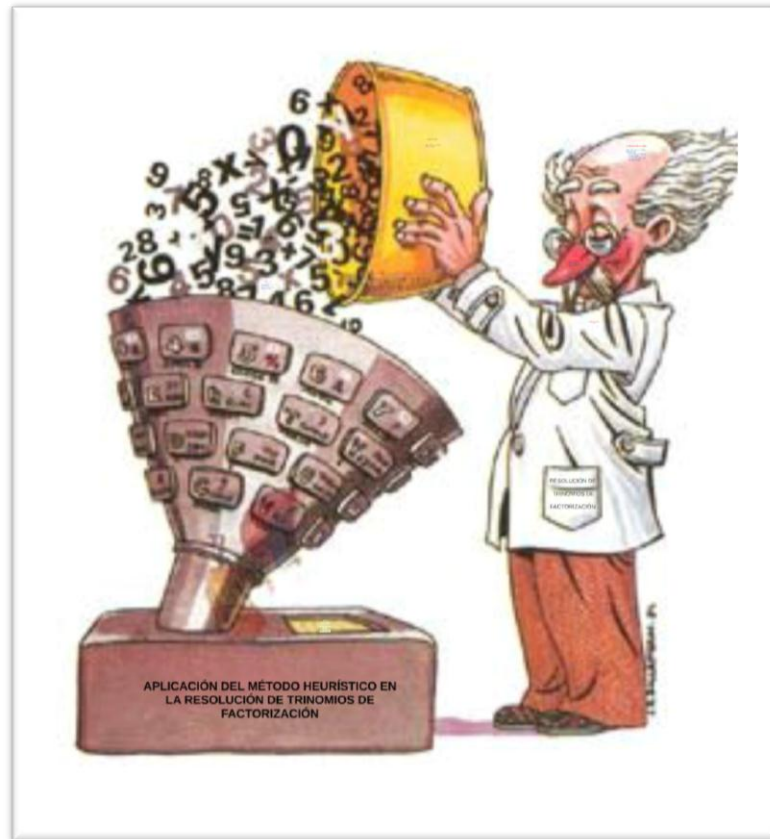
**FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS
Y DE LA EDUCACIÓN**



**CARRERA EDUCACIÓN BÁSICA
MODALIDAD PRESENCIAL**

**Autor: Andrés Sebastián Argüello
Zurita**

**Ambato-Ecuador
2015**



RESOLUCIÓN DE TRINOMIOS DE FACTORIZACIÓN



Método Heurístico

Según Pólya, se resuelve
en cuatro pasos:



1. Comprender el problema



2. Imaginar un plan



3. Realizar el plan



4. Mirar atrás



1. Comprender el problema

Factorar:

$$a^2 - 4ab + 4b^2$$

respondemos a las preguntas y analizamos



¿Cuál es la incógnita?

$$a^2 - 4ab + 4b^2 = (\quad) (\quad)$$

La incógnita serán los dos factores



¿Cuáles son los datos
iniciales?

$$|a^2 - 4ab + 4b^2|$$



Condición

Identificar el trinomio

Así: $a^2 - 4ab + 4b^2$



¿Es posible cumplir la condición?

Se verifica cuál es la condición:

Raíz cuadrada de a^2 a

Raíz cuadrada de $4b^2$ 2b

Doble producto de estas raíces: $2 \times a \times 2b = 4ab$

segundo término.



2. Imaginando un plan

Aquí se hace la retroalimentación:

- Recordando lo que se ha aprendido,
- Si se ha hecho un ejercicio similar



Recordando lo que se ha aprendido

¿Conoce usted un problema relacionado con el dado?

Factorizar $x^2 - y^2$

raíces: $\sqrt{x^2} = x$ $\sqrt{y^2} = y$ respuesta: $(x + y)(x - y)$

Sí, la diferencia de cuadrados



Se ha hecho un ejercicio similar

Mire la incógnita

$$a^2 - 4ab + 4b^2 = (\quad) (\quad)$$

Piense en un problema ya conocido que tenga la misma o similar incógnita.

$$a^2 - 4ab + 4b^2 = (\quad) (\quad)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$$



3. Realizar el plan

Para resolver el problema se ha propuesto un plan.

Ahora es necesario llevar a cabo el desarrollo de ese plan.



$$36x^2 + 12xy^2 + y^4$$

Es un trinomio cuadrado perfecto

El primer término es el cuadrado de $6x$ pues $(6x)^2 = 36x^2$

el último es el cuadrado de y^2 , pues $(y^2)^2 = y^4$

y el segundo término es el doble producto de las bases de esos cuadrados es decir de $6x$ y y^2 ,

$$\text{pues } 2 \times 6x \times y^2 = 12xy^2$$

$$\begin{aligned}(6x + y^2)^2 &= (6x + y^2)(6x + y^2) \\ &= 36x^2 + 12xy^2 + y^4\end{aligned}$$



4. Mirar atrás

Tener el hábito de revisar el problema (paso a paso).

Confirmar la solución implica tomar conciencia de que no siempre la primera respuesta que se encuentra es la adecuada



6.8 ADMINISTRACIÓN DE LA PROPUESTA

La administración de la propuesta estará a cargo de las autoridades de la Unidad Educativa y del investigador.

TABLA N° 29: Administración de la propuesta

ACCIÓN	RESPONSABLE
Planificación	Autoridades de la Unidad Educativa Andrés Arguello Zurita
Socialización	Autoridades de la Unidad Educativa Docentes Andrés Arguello Zurita
Periodo de aplicación	Docentes Andrés Arguello Zurita
Evaluación	Autoridades de la Unidad Educativa Docentes

Elaborado por el investigador

6.9 PREVISIÓN DE LA EVALUACIÓN

TABLA N°30: Previsión de la evaluación

Preguntas Básicas	Explicación
¿Quiénes solicitan la evaluación?	Autoridades de la Unidad Educativa Docentes
¿Por qué evaluar?	Para conocer los resultados obtenidos a partir de la aplicación de la propuesta
¿Para qué evaluar?	Obtener datos reales sobre la efectividad del video tutorial de la aplicación del Método Heurístico en la resolución de los Trinomios de Factorización Establecer si existieron cambios de conducta en los estudiantes de los novenos años, a mediano y largo plazo
¿Qué evaluar?	La eficacia que demostró la propuesta como solución o un factor de disminución al problema.

	La acogida por parte de los docentes
¿Quién evalúa?	Investigador Docentes Estudiantes de los novenos años
¿Cuándo evaluar?	Permanentemente
¿Cómo evaluar?	Observación Rendimiento académico
¿Con qué evaluar?	Fichas de observación Notas de estudiantes
¿En qué situación?	En el aula de clases

Elaborado por Andrés Arguello

BIBLIOGRAFÍA

- Acceso al éxito. (26 de junio de 2011). *Curso de Preparación para el Examen de Precalculo del College Board*. Obtenido de Expresiones algebraicas y polinomios: http://quiz.uprm.edu/tutorials/ea/ea_home.html
- Agudelo, G., Bedoya, V., & Restrepo, A. (2008). *Universidad Tecnológica de Pereira*. Obtenido de Método Heurístico en la Resolución de Problemas Matemáticos: <http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/11059/990/1/3722107A282.pdf>
- Aispur, G., & Castillo, J. (2010). *Metodos y tecnicas educativas*. Habreluz Cia Ltda.
- Asamblea Constituyente. (2008). *Constitucion de la Republica del Ecuador*. Obtenido de Constitucion de la Republica del Ecuador: http://www.asambleanacional.gov.ec/documentos/constitucion_de_bolsillo.pdf
- Baldor, A. (1997). *Algebra*. Distrito Federal de México: Publicaciones Cultural S. A.
- Boscán, M., & Klever, K. (2012). *Universidad Simón Bolívar*. Obtenido de Metodología basada en el método heurístico de polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos: <file:///C:/Users/Patricia/Downloads/Dialnet-MetodologiaBasadaEnElMetodoHeuristicoDePolyaParaEl-4496526.pdf>
- Bruzzo, M., & Jacobovich, M. (2008). *Escuela para Educadoras. Enciclopedia de Pedagogía Práctica*. Colombia: Cardix Internacional.
- Castellanos, M., & Obando, J. (s/f). *Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*. Obtenido de Errores y dificultades en procesos de representación: <http://funes.uniandes.edu.co/710/1/errores.pdf>

- Definición. De. (s/f). *Ciencia Educación General*. Recuperado el 2014, de Definición de Álgebra: <http://definicion.de/algebra/>
- Didáctica*. (2011). Obtenido de Componentes del acto didáctico: <http://didactica-blogspot-com.webnode.com.ar/componentes-del-acto-didactico/>
- Esquinas, A. (2008). *Dificultades de Aprendizaje del Lenguaje Algebraico*. Obtenido de DEL SÍMBOLO A LA FORMALIZACIÓN ALGEBRAICA: APLICACIÓN A LA PRÁCTICA DOCENTE: eprints.ucm.es/8283/1/T30670.pdf
- Eumed.net Enciclopedia Virtual. (2004). Obtenido de Estrategias didacticas: metodos, tecnicas, procedimientos: http://www.eumed.net/libros-gratis/2011d/1064/estrategias_didacticas.html
- Falieres, N., & Antolin, M. (2006). *Como mejorar el aprendizaje en el aula y poder evaluarlo*. Colombia: Cardix intenacional S. A.
- Fernandez, C., Hernandez, R., & Baptista, P. (2006). *Metodología de la Investigación. Cuarta edición*. Mexico: Mc. Graw-Hill Interamericana.
- Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (2010). *Investigación e Innovación Educativa*. Obtenido de Centro Virtual de Técnicas Didácticas: http://sitios.itesm.mx/va/dide2/tecnicas_didacticas/guia_td.htm
- Inteciencia. (22 de enero de 2013). *Inteciencia*. Obtenido de ¿Qué es el Método Heurístico?: <http://inteciencia.wordpress.com/2013/01/22/que-es-el-metodo-heuristico/>
- Jiménez, W. (s/a). *Modelo Educativo Crítico-Propositivo. Propuesta para mejorar la Educación*. Manabí.
- Juarez, J. (06 de septiembre de 2013). *slideshare*. Obtenido de Metodo heuristico (1): <http://es.slideshare.net/profjavierjuarez/metodo-heurstico-1>
- Moreno , L., Bahamonde, O., & Serrano , N. (2008). *Fundamentos de la enseñanza y el aprendizaje*. Quito: Imprenta Vision.

- Moreno, L., Serrano, N., & Bahamonde, O. (2008). *Formación de Formadores*. Quito: Consejo Nacional de Control de Sustancias Esupecíficas y Psicotrópicas (CONSEP). Segunda Edición.
- Naranjo, G., & Herrera, L. (2007). *Estrategias Didácticas para la Formación por Competencias*. Ambato-Ecuador.
- Néiciri, I. (1985). *Hacia una didáctica general dinámica*. Buenos Aires: Editorial Kapelusz, S.A.
- Ortiz Capilla, M. D. (s/f). *Graos*. Obtenido de El lenguaje algebraico en la escuela: cómo conseguir un equilibrio entre investigación y práctica: <http://uno.grao.com/revistas/uno/014-lenguajes-algebraicos/el-lenguaje-algebraico-en-la-escuela-como-conseguir-un-equilibrio-entre-investigacion-y-practica>
- Ostrovsky, G. (2006). *Cómo contruir competencias en los niños y desarrollar su talento: para padres y educadores*. Buenos Aires : Círculo Latino Austral.
- Picado, F. (2006). *Books.google*. Recuperado el 2015, de Didáctica General. Una perspectiva Integradora: <https://books.google.com.ec/books?id=kaqmD3DezGAC&pg=PA105&dq=didactica+general&hl=es&sa=X&ei=vKkcVY6nCsubNtSsgbP&ved=0CCAQ6wEwAQ#v=onepage&q=didactica%20general&f=true>
- Programa de Promoción Educativa en América latina y el Caribe. (2006). *Calidad con equidad: El desafío de la educación ecuatoriana*. Obtenido de Informe de progreso educativo Ecuador: http://www.oei.es/quipu/ecuador/preal_ecuador2006.pdf
- Respuestario. (2013). *Respuestario*. Obtenido de Como factorizar un trinomio: Pasos sencillos y claros a seguir: <http://www.respuestario.com/como/como-factorizar-un-trinomio-pasos-sencillos-y-claros-a-seguir>

- Rodena , M. (2012). *Revista Digital Sociedad de la Información*. Obtenido de La utilización de los videos tutoriales en educación. Ventajas: <http://www.sociedadelainformacion.com/33/videos.pdf>
- Schollaris. (2010). *la web que resuelve tus problemas*. Obtenido de Álgebra-Factorización: <http://schollaris.com.mx/0103factorizacion.php>
- Toranzo, F. I. (1963). *Ensenaza de la Matematica*. Buenos Aires-Argentina: Editorial Kapelusz, S.A.
- UNESCO. (2010/11). *Datos Mundiales de Educación. VII Ed.* . Obtenido de Datos Mundiales de Educación: http://www.ibe.unesco.org/fileadmin/user_upload/Publications/WDE/2010/pdf-versions/Ecuador.pdf
- Villalobos, M. (2011). *Video Tutorial*. Obtenido de Definición de video audiovisual: <http://videotutorialescr.blogspot.com/2011/04/definicion-de-video-tutorial.html>
- Wikipedia. (2 de 11 de 2014). *Wikipedia, la enciclopedia libre*. Recuperado el 12 de 11 de 2014, de Álgebra: <http://es.wikipedia.org/wiki/%C3%81lgebra>
- Wikipedia. (2 de septiembre de 2014). *Wikipedia, la enciclopedia libre*. Recuperado el 12 de 11 de 2014, de Estructura algebraica: http://es.wikipedia.org/wiki/Estructura_algebraica
- Zaira, & Avila, O. (s.f.). *WikiHow*. Recuperado el 11 de noviembre de 2014, de Cómo factorizar trinomios: <http://es.wikihow.com/factorizar-trinomios>

ANEXOS

Anexo 1:

**UNIVERSIDAD TÉCNICA DE AMBATO
FACULTAD DE CIENCIAS HUMANAS Y DE LA EDUCACIÓN
CARRERA DE EDUCACIÓN BÁSICA
FICHA DE COTEJO PARA ESTUDIANTES**

OBJETIVO: Determinar la incidencia del Método Heurístico en la resolución de los Trinomios de Factorización en los Estudiantes de noveno año de Educación General Básica en la Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño

DIRIGIDO A: Estudiantes de noveno año.

ITEMS PASOS	REGULAR MENOR A 7	BUENA 7,1-8	MUY BUENA 8,1 -9	SOBRESA LIENTE 9,1-10
Identifica el problema				
Se interesa por resolver el problema				
Reconoce los datos iniciales				
Establece las condiciones o interpretaciones				
Representa o grafica el problema				
Aplica las reglas y los principios				
Verifica el resultado				
Busca nuevos pasos para la resolución				

Anexo Nº 2

PLAN DE CLASE NORMAL

DATOS INFORMATIVOS:

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN: Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño

NOMBRES: Andrés Argüello

AÑO DE BÁSICA: Noveno Año

TIEMPO: 45'

ÁREA: Matemáticas

FECHA:.....

TEMA: Trinomios de Factorización

OBJETIVO: Factorizar polinomios y desarrollar productos notables para determinar sus raíces a través de material concreto, procesos algebraicos y gráficos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTO	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN
Factorizar polinomios y desarrollar productos notables	Trinomio cuadrado perfecto Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción Trinomio de la forma x^2+bx+c Trinomio de la forma ax^2+bx+c	<i>Ciclo de Kolb</i> Experiencia Juego con tarjetas Con factoreo y extracción de conocimientos previos Con lluvia de ideas Reflexión Análisis de los ejercicios observados anteriormente Conceptualización Identificación de los trinomios Reglas y procesos de la factorización de cada uno de los trinomios Aplicación Elaboración de ejercicios utilizando las reglas y procesos aprendidos	Tarjetas Ejercicios Útiles escolares Reglas y procesos	Factoriza polinomios y desarrollar productos notables	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce con el caso de trinomio con facilidad Aplica el proceso adecuado para resolver el problema Resuelve el problema Se evaluara mediante una lista de cotejo

Anexo Nº 3

PLAN DE CLASE DEL MÉTODO HEURÍSTICO

DATOS INFORMATIVOS:

NOMBRE DE LA INSTITUCIÓN: Unidad Educativa Liceo Policial Mayor Galo Miño

NOMBRES: Andrés Argüello

AÑO DE BÁSICA: Noveno Año

TIEMPO: 45'

ÁREA: Matemáticas

FECHA:.....

TEMA: Trinomios de Factorización

OBJETIVO: Factorizar polinomios y desarrollar productos notables para determinar sus raíces a través de material concreto, procesos algebraicos y gráficos.

DESTREZA CON CRITERIO DE DESEMPEÑO	CONOCIMIENTO	ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	RECURSOS	INDICADORES ESENCIALES DE EVALUACIÓN	ACTIVIDADES DE EVALUACIÓN
Factorizar polinomios y desarrollar productos notables	Trinomio cuadrado perfecto Trinomio cuadrado perfecto por adición y sustracción Trinomio de la forma x^2+bx+c Trinomio de la forma ax^2+bx+c	<i>Heurística de Pólya</i> Entender el Problema Con problemas de factorización analizamos el problema y deducimos la incógnita, los datos iniciales, y las condiciones para resolver el problema Imaginando un plan relacionando con problemas similares o parecido vistos anteriormente Buscamos e imaginamos posibles soluciones al problema Realizamos el plan Resolvemos el problema según lo planeado y demostramos que el plan funciona Miramos atrás Hacemos una revisión crítica de lo realizado y aprendido	Tarjetas Ejercicios Útiles escolares Talento humano	Factoriza polinomios y desarrollar productos notables	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce con el caso de trinomio con facilidad Aplica el proceso adecuado para resolver el problema Resuelve el problema Se evaluara mediante una lista de cotejo

